ข้อมูลอนุกรมเวลาเป็นข้อมูลที่ได้จากการเก็บรวบรวมค่าสังเกตในช่วงเวลาต่าง ๆ ที่เท่า ๆ กันตัวอย่างเช่น ราคาหุ้นของธนาคารแห่งหนึ่งในแต่ละวันทำการ ยอดขายของห้างสรรพสินค้าของแต่ละเดือน ในวงการธุรกิจทั่วไปนิยมใช้เทคนิคการพยากรณ์ โดยวิเคราะห์อนุกรมเวลา เพราะอาจแยกออกเป็นส่วน ๆ ได้และพิจารณาว่าอนุกรมเวลามีส่วนประกอบอะไรบ้าง ซึ่งสามารถใช้ในการวางแผนล่วงหน้าได้ วิธีวิเคราะห์อนุกรมเวลาพยายามที่จะแยกปัจจัยสำคัญ 3 ปัจจัย คือ ปัจจัยแนวโน้ม (trend factor = T) ปัจจัยวัฏฏะ (Cyclical factor = C) และปัจจัยฤดูกาล (seasonal factor = I หรือ S) ปัจจัยแนวโน้มอย่างง่ายส่วนใหญ่จะเป็นเชิงเส้น ในระยะยาวจะตัดปัจจัยขึ้น ๆ ลง ๆ อย่างสุ่มทั้งปัจจัยฤดูกาลและปัจจัยวัฏฏะ ปัจจัยแนวโน้มจะค่อย ๆ เพิ่มขึ้น หรือลดลง ในช่วงระยะเวลายาวนาน

ปัจจัยวัฏฏะในอนุกรมเวลาชุดหนึ่งอาจจะพบในยอดขาย สำหรับสินค้าทางการเกษตร สินค้าเครื่องเรือนใหม่และสินค้าที่เกี่ยวกับการเปลี่ยนแปลงอัตราดอกเบี้ย โดยปกติปัจจัยวัฏฏะจะมีรูปแบบเป็นลูกคลื่น จากค่าสูงไปสู่ค่าต่ำแล้วกลับไปสู่ค่าสูงอีกครั้ง

ในที่สุดปัจจัยฤดูกาลเกี่ยวข้องกับการขึ้น ๆ ลง ๆ รายปีภายใต้รูปแบบพื้นฐาน คือมีการเปลี่ยนแปลงของเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นซ้ำ ๆ ทุก ๆ ปี ส่วนประกอบทั้งสามส่วน ปัจจัยฤดูกาลจะซ้ำรูปแบบเดิมทุก ๆ 12 เดือน หรือบางครั้ง 7 วัน ขณะที่ปัจจัยวัฏฏะจะซ้ำรูปแบบช่วงเวลาที่ยาวนานกว่าบางครั้ง 3 ถึง 5 ปี ขึ้นอยู่กับค่าข้อมูลจริงและค่าข้อมูลที่จะพยากรณ์ ผู้ตัดสินใจอาจจะไม่มีเหตุผลที่จะเชื่อว่าปัจจัยวัฏฏะจะปรากฏ และอาจจะอยากใช้เพียงปัจจัยพื้นฐาน คือ ปัจจัยแนวโน้มและปัจจัยฤดูกาลบ่อยครั้งวัฏฏะจะแบ่งช่วงความเจริญ และความเสื่อมในวงธุรกิจ และ ค่าวัฏฏะอาจเกิดจากปัจจัยภายนอกวงการธุรกิจ เช่น สงคราม หรือการเปลี่ยนแปลงทางการเมือง นอกจากนี้ยังมีปัจจัยสุ่ม (randomness) เป็นสภาพเหตุการณ์ภายนอกที่อาจจะเกิดขึ้นเมื่อไรก็ได้ ซึ่งการเปลี่ยนแปลงของสภาวะภายนอกอาจรวมตัวกันขึ้น แล้วส่งผลกระทบต่อข้อมูลอนุกรมเวลาได้ เช่น การประท้วง , การนัดหยุดงาน , น้ำท่วม การเปลี่ยนแปลงไม่สามารถบอกล่วงหน้าได้ และผลทำให้เปลี่ยนแปลง

ข้อมูลในปัจจุบันเข้าไปแทนเป็นค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ นำไป plot ก็จะได้กราฟแนวโน้ม วิธีค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่นี้มีข้อจำกัด คือจะมีการสูญเสียข้อมูลบางส่วนไป ซึ่งขึ้นอยู่กับจำนวนข้อมูลที่มาเฉลี่ย ในแต่ละครั้งว่ามีกี่ตัว ถ้าเฉลี่ยทั้งหมด r ค่า ถ้า r เป็นจำนวนคี่ จะเสียค่าข้อมูลในอดีตจำนวน (r-1)/2 ค่า และเสียค่าข้อมูลในปัจจุบันที่สุดจำนวน (r-1)/2 ค่า แต่ถ้า r เป็นจำนวนคู่ จะเสียค่าข้อมูลในอดีตจำนวน r/2 ค่า และเสียค่าข้อมูลในปัจจุบันจำนวน r/2 ค่า

6.1.3 วิธีกำลังสองน้อยที่สุด (least square method)

ก. การวัดแนวโน้มที่เป็นเส้นตรง (linear trend) เป็นการหาค่าแนวโน้มที่อยู่ในรูปสมการเชิงเส้น เมื่อ Y เป็นค่าข้อมูลอนุกรมเวลาในอดีต , X เป็นเวลามีหน่วยเป็นวัน เดือน ปี และ $\hat{Y}$ เป็นค่าพยากรณ์ของค่าแนวโน้ม โดยสมการจะได้ $\hat{Y} = a + bx$

เมื่อ a , b เป็นตัวประมาณค่าของพารามิเตอร์ โดยจะหาค่า a , b ได้จาก normal equation ดังนี้

$$na + b\sum X = \sum Y \quad \text{.......................(6.1)}$$

$$(\sum X)a + b(\sum X^2) = \sum XY \quad \text{.......................(6.2)}$$

จากสมการ (6.1) และ (6.2) ถ้ากำหนด X = 0 ที่จุดเริ่มต้น (คือ period แรก) แล้วค่อยเพิ่มค่า X จะได้ $\sum X \neq 0$ แล้วแก้สมการได้

$$a = \bar{Y} - b\bar{X}$$

$$b = [\, n\sum XY - (\sum X)(\sum Y)\,] / [\, n\sum X^2 - (\sum X)^2\,]$$

แต่ถ้ากำหนด X = 0 (ตรง period กึ่งกลาง) จะมี $\sum X = 0$ สามารถแก้สมการได้

$$a = \bar{Y} \qquad b = \sum XY \,/\, \sum X^2$$

การกำหนดค่า X ต้องพิจารณาจากขนาดตัวอย่าง (n) โดย

ถ้า n เป็นจำนวนคี่ period ตรงกลาง ค่า X จะเป็น 0 คือ

ปี	X	
2530	-2	
2531	-1	
2532	0	← period ตรงกลาง
2533	1	
2534	2	

ถ้า n เป็นจำนวนคู่ period ตรงกลางของ X เป็น 0 คือ

ปี	X
2530	-5
2531	-3
2532	-1
2533	1 ← period ตรงกลาง
2534	3
2535	5

ตัวอย่างที่ 6.1 การส่งออกข้าวมีมูลค่าหน่วยเป็นพันล้านบาท ในปี 2509 - 2519 ดังนี้

ปี	Y (พันล้าน)	X (จุดเริ่มต้น)	X (เลขคี่)	X (เลขคู่)
2509	4	0	-5	
2510	5	1	-4	-9
2511	4	2	-3	-7
2512	3	3	-2	-5
2513	2	4	-1	-3
2514	3	5	0	-1
2515	4	6	1	1
2516	4	7	2	3
2517	10	8	3	5
2518	6	9	4	7
2519	9	10	5	9
รวม	54	55		

<u>หมายเหตุ</u> กรณี X เป็นเลขคู่ ให้ตัดค่าข้อมูลในปี 2509 ทิ้ง (เพราะเป็นข้อมูลอดีตที่สุด) แสดงการหาค่า a , b ในกรณี X = 0 ที่จุดเริ่มต้น

												ผลรวม
X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	55
Y	4	5	4	3	2	3	4	4	10	6	9	54
XY	0	5	8	9	8	15	24	28	80	54	90	321
X^2	0	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	385

$b = [\,11(321) - (54)(55)\,] \,/\, [\,11(385) - (55)^2\,] = 0.4636$

$a = \bar{Y} - b\,\bar{X} = 4.91 - (0.4636)(5) = 2.5911$

สมการเส้นตรงของแนวโน้มคือ $\hat{Y} = 2.5911 + 0.4636\,X$

โดยค่า X เริ่มต้นที่ 1 กรกฎาคม 2509 (คือเริ่มต้นที่ปีใดให้ถือว่าจุดกึ่งกลางของปีนั้นเป็นจุดเริ่มต้น) เช่น ถ้าต้องการทราบมูลค่าข้าวส่งออกของปี 2519 เป็นเท่าใด ให้ใช้สมการของแนวโน้ม โดยแทนค่า X = **10** ได้

$$\hat{Y} = 2.5911 + (0.4636)(10) = 7.2271$$

การเปลี่ยนสมการเส้นตรงรายปี

i) เป็นสมการรายเดือน ได้ $\hat{Y} = (a/12) - [\,b/(12)^2\,]X$

ii) เป็นสมการรายไตรมาส ได้ $\hat{Y} = (a/4) + [\,b/(4)^2\,]X$

(1 ปี เป็น 4 ไตรมาส)

iii) เป็นสมการรายสัปดาห์ ได้ $\hat{Y} = (a/52) + [\,b/(52)^2\,]X$

iv) เป็นสมการราย 6 เดือน ได้ $\hat{Y} = (a/2) + [\,b/(2)^2\,]X$

ตัวอย่างเช่น มีสมการเส้นตรงของแนวโน้มเป็น

$$\hat{Y} = 4.9091 + 0.4636\,X$$

จุดเริ่มต้นที่ 1 ก.ค. 2514 ถ้าเปลี่ยนสมการเป็นรายเดือน ได้

$$\hat{Y} = (4.9091/12) + (0.4636/144)\,X$$

$\hat{Y} = 0.4091 + 0.00322\,X$ จุดเริ่มต้นอยู่ที่เดิม คือ 1 ก.ค. 2514

แต่ถ้าต้องการเปลี่ยน origin อยู่ที่ 16 ม.ค. 2515 ซึ่งได้ X = 6.5 (นับถัดมาได้ 6.5 เดือน)

$$\hat{Y} = 0.4091 + (0.00322 \times 6.5) + 0.00322\,X = 0.43003 + 0.00322\,X$$

ข. การวัดแนวโน้มที่เป็นเส้นโค้ง (Curvilinear Trend)

i) แนวโน้มพาราโบลา (Parabola Trend) สมการอยู่ในรูป

$$\hat{Y} = a + bX + cX^2$$

ในการประมาณค่า a , b และ c โดยใช้ least square method เมื่อให้ X = 0 เป็นค่าเริ่มต้น จะได้ normal equation คือ

$$na + b\sum X + c\sum X^2 = \sum Y$$

$$a\sum X + b\sum X^2 + c\sum X^3 = \sum XY$$

$$a\sum X^2 + b\sum X^3 + c\sum X^4 = \sum X^2Y$$

แต่ถ้าจุดเริ่มต้นอยู่ตรงกลาง มี $\sum X = 0$ จะได้ normal equation คือ

$$\sum Y = na + c\sum X^2$$

$$\sum XY = b\sum X^2$$

$$\Sigma X^2Y = a\Sigma X^2 + c\Sigma X^4$$

ได้ $b = \Sigma XY / \Sigma X^2$

$$a = [(\Sigma Y)(\Sigma X^4) - (\Sigma X^2)(\Sigma X^2 Y)] / [n\Sigma X^4 - (\Sigma X^2)^2]$$

$$c = [n\Sigma X^2 Y - (\Sigma X^2)(\Sigma Y)] / [n\Sigma X^4 - (\Sigma X^2)^2]$$

ii) แนวโน้มโพลิโนเมียล ที่มีดีกรีสูงสุดมากกว่า 2 (higher degree polynomial trend) แนวโน้มแบบนี้เหมาะสำหรับข้อมูลอนุกรมเวลาที่มีลักษณะเพิ่มขึ้นหรือลดลงอย่างไม่สม่ำเสมอไม่คงที่ มีสมการเป็น

$$\hat{Y} = a_0 + a_1 X + a_2 X^2 + \ldots + a_n X^n$$

การหาค่า $\hat{Y}$ อาจใช้สมการ orthogonal polynomial คือ $\hat{Y} = \sum_{i=1}^{n} c_i \phi_i$

โดย ϕ_i เป็นโพลิโนเมียลที่ตั้งฉากกัน ซึ่งเป็นคุณสมบัติของ orthogonal polynomial

iii) แนวโน้มเอกซ์โพเนนเชียล (exponential trend) ลักษณะข้อมูลอนุกรมเวลาเพิ่มขึ้นหรือลดลงด้วยอัตราที่คงที่ เมื่อนำข้อมูลอนุกรมเวลาเขียนกราฟลงในกระดาษกราฟ semi-logarithms โดยมีสมการคือ $\hat{Y} = ab^x$ หรือ $\log \hat{Y} = \log a + (\log b)X$ ได้

$$a = \Sigma(\log Y) / n \quad ; \quad b = (\Sigma X)(\log Y) / \Sigma X^2$$

iv) second degree exponential trend ลักษณะของข้อมูลอนุกรมเวลาเพิ่มขึ้นหรือลดลงไม่คงที่เป็นลักษณะเส้นโค้ง เมื่อเขียนกราฟของข้อมูลในกระดาษกราฟ semi - logarithms และให้ดูจากอัตราส่วน Y_1/Y_2 , Y_2/Y_3 , Y_3/Y_4 , ... อัตราการเปลี่ยนแปลงไม่คงที่ แต่ถ้าพิจารณา $\frac{Y_1/Y_2}{Y_2/Y_3}$, $\frac{Y_2/Y_3}{Y_3/Y_4}$, ... เป็นอัตราส่วนการเปลี่ยนคงที่ นั่นคือ จะเข้าลักษณะของแนวโน้มแบบนี้ มีสมการเป็น

$$\hat{Y} = ab^x c^{x^2}$$

หรือ $\log \hat{Y} = A + BX + CX^2$ เมื่อ $A = \log a$, $B = \log b$, $C = \log c$

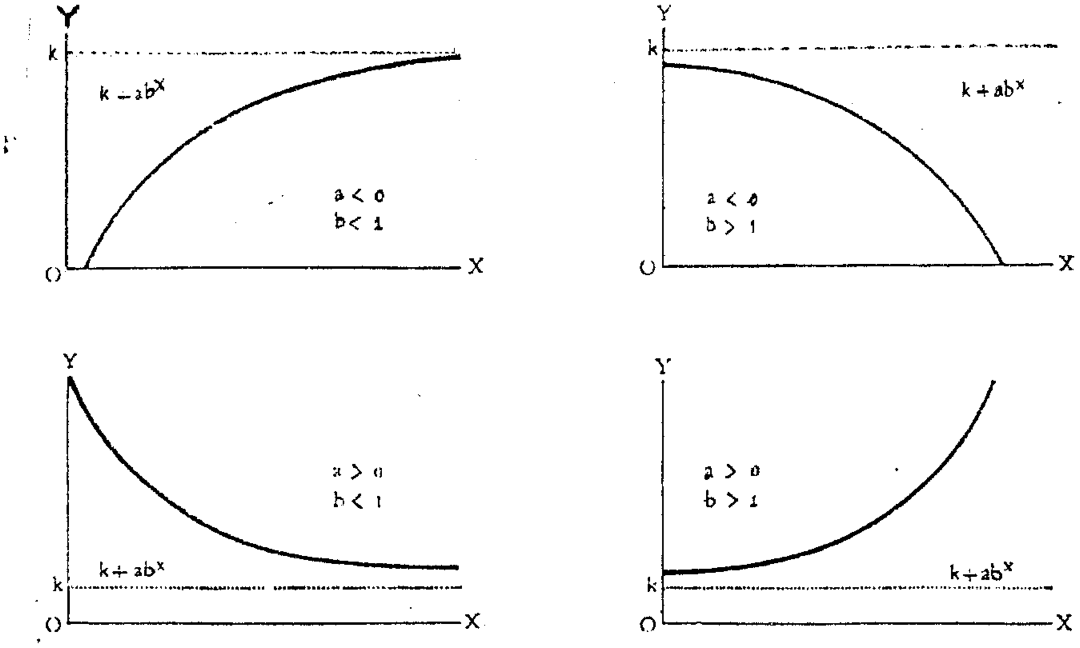
v) modified exponential trend เป็นลักษณะแนวโน้มที่เพิ่มขึ้นด้วยอัตราคงที่หรือลดลงด้วยอัตราคงที่ โดยมี upper limit และ lower limit เรียกว่า assymtotic growth curve ซึ่ง growth curve มี 2 ลักษณะ คือ

1. Gampertz curve มีสมการเป็น $\hat{Y} = k a^{b^X}$

$$\log Y = \log k + (\log a) b^x$$

2. Logistic curve มีสมการเป็น $\hat{Y} = 1/(k + ab^x)$

ลักษณะกราฟของแนวโน้มแบบนี้ คือ



การพิจารณาเลือกใช้เส้นแนวโน้มแบบต่าง ๆ ดูจากคุณสมบัติของ curve เหล่านี้ โดย plot ค่าข้อมูลอนุกรมเวลาลงใน scatter diagram ในกระดาษกราฟธรรมดา ถ้าพิจารณาลักษณะกราฟไม่ชัดเจนให้นำไป plot ในกระดาษกราฟ semi - logarithms ถ้าเป็นเส้นตรง แสดงว่าเป็น exponential trend ถ้าเป็นหนึ่งโค้ง เป็น second degree exponential trend แต่ถ้า plot ในกระดาษกราฟ semi - logarithms แล้วยังดูไม่ออก ให้พิจารณาจาก

Y_1 / Y_2 , Y_2 / Y_3 , Y_3 / Y_4 , . . . ถ้าเป็นอัตราส่วนคงที่ แสดงว่าเป็น exponential trend และ

$1 / Y_1$, $1 / Y_2$, $1 / Y_3$, . . . เป็นอัตราส่วนคงที่ จะเป็น logistic curve

6.2 ปัจจัยฤดูกาล

ปัจจัยฤดูกาล อาจเกิดจากการเปลี่ยนแปลงได้ 2 แบบ คือ

ก. การเปลี่ยนแปลงตามฤดูกาลที่เป็นไปตามธรรมชาติ อาจมีรูปแบบซ้ำ ๆ เหมือน ๆ กันของทุก ๆ ปี เรียกว่า stable seasonal หรืออาจมีรูปแบบที่ค่อย ๆ เปลี่ยนแปลงไปเรื่อย ๆ เรียกว่า changing seasonal

ข. การเปลี่ยนแปลงตามสิ่งที่มนุษย์ทำขึ้น เช่น เทศกาล

การเปลี่ยนแปลงตามฤดูกาลแบบคงที่ (stable seasonal) สามารถวัดค่าปัจจัยฤดูกาลได้ 2 แบบ คือ

6.2.1 การเคลื่อนไหวแบบเดียวไม่มีความผันแปรอื่น ๆ เลยนอกจากปัจจัยฤดูกาลอย่างเดียว

ตัวอย่างที่ 6.2 มูลค่าข้าวส่งออกหน่วยเป็นพันล้านบาท รายไตรมาส ตั้งแต่ปี 2516 - 2519 จงหาค่า seasonal index

ไตรมาส	2516	2517	2518	2519
1	0.9	2.0	1.4	1.7
2	1.3	3.7	2.1	3.5
3	1.0	2.5	1.5	2.5
4	0.8	1.8	1.0	1.3
ค่าเฉลี่ย	1.0	2.5	1.5	2.25

เปลี่ยนเป็นเปอร์เซนต์โดยเอาค่าเฉลี่ยของแต่ละปีหารแต่ละ cell

ไตรมาส	2516	2517	2518	2519	เฉลี่ยรวม 4 ปี	seasonal index
1	90	80	93	76	84.75	85.23
2	130	148	140	156	143.50	144.31
3	100	100	100	111	100.25	100.82
4	80	72	67	58	69.25	69.64
				รวม	397.75	

ค่า seasonal index ของแต่ละไตรมาสให้นำค่า 400 / 397.75 คูณด้วยค่าเฉลี่ยรวม 4 ปีของแต่ละไตรมาส

6.2.2 มีความผันแปรอื่น ๆ อยู่ในข้อมูลอนุกรมเวลา ซึ่งสามารถหาค่า seasonal index ได้ 2 แบบ คือ

6.2.2.1 วิธีอัตราส่วนต่อแนวโน้ม (ratio to trend) ดำเนินการโดยวัดค่าแนวโน้มออกมาแล้วนำไปหารค่าข้อมูลเดิม จากนั้นหาค่าเฉลี่ยรายไตรมาสหรือรายเดือนในทุก ๆ ปี นำค่าที่ได้คูณด้วย (1200 / ผลรวมของค่าเฉลี่ย 12 เดือน) กรณีเป็นรายเดือน จะได้ค่าปัจจัยฤดูกาล ดังนี้

$$Y_t = T_t \times I_t \times C_t \times E_t$$

ตัวอย่างที่ 6.3 ข้อมูลยอดขายรายเดือนของห้างสรรพสินค้าแห่งหนึ่งในปี 1986 - 1990

เดือน	1986	1987	1988	1989	1990
ม.ค.	2.0	2.5	2.3	3.0	3.5
ก.พ.	2.3	2.7	2.9	3.3	3.7
มี.ค.	2.8	3.0	3.3	4.1	4.3
เม.ย.	3.5	3.9	4.2	4.0	4.5
พ.ค.	4.0	4.3	4.5	5.0	4.1
มิ.ย.	4.6	5.0	4.6	5.5	5.3

เดือน	1986	1987	1988	1989	1990
ก.ค.	3.9	4.2	4.0	5.1	4.7
ส.ค.	3.2	3.8	3.7	4.7	4.2
ก.ย.	3.0	3.5	3.2	4.3	5.0
ต.ค.	3.7	4.0	4.3	5.0	5.6
พ.ย.	4.2	4.8	5.0	5.8	6.9
ธ.ค.	5.0	6.0	6.8	8.0	8.5
ผลรวม	42.2	47.7	48.8	57.8	60.3

ให้ใช้วิธี ratio to trend วัดค่าปัจจัยฤดูกาลของแต่ละเดือน โดยต้องหาค่าแนวโน้มในเดือนต่าง ๆ ของปี 1986 ถึง 1990 ซึ่งมีสมการแนวโน้มเป็นแบบ linear trend คือ $\hat{Y} = a + bX$
สามารถหาค่า a และ b ได้จาก

ปี	Y	X	X^2	XY
1986	42.4	0	0	0
1987	47.7	1	1	47.7
1988	48.8	2	4	97.6
1989	57.8	3	9	173.4
1990	60.3	4	16	241.2
รวม	256.8	10	30	559.9

$b = [\,5(559.9) - (10)(256.8)\,] \;/\; [\,5(30) - (10)^2\,] \;=\; 4.63$

$a \;=\; \bar{Y} - b\,\bar{X} \;=\; (\,256.8 / 5\,) - (\,4.63\,)(\,10 / 5\,) \;=\; 42.1$

ได้สมการแนวโน้มรายปี คือ

$\hat{Y} = 42.1 + 4.63\,X$ origin อยู่ที่ 1 ก.ค. 1986

เปลี่ยนสมการแนวโน้มรายปีเป็นสมการแนวโน้มรายเดือน คือ

$\hat{Y} = (\,42.1 / 12\,) + (\,4.63 / 144\,)X = 3.5083 + 0.0322\,X$

origin อยู่ที่ 1 ก.ค. 1986 แต่เนื่องจากเป็นแนวโน้มรายเดือนจึงเปลี่ยน origin ให้อยู่ที่กลางเดือนแรก คือเลื่อน origin ไปที่ 16 ม.ค. 1986 เลื่อนไป 5.5 เดือน ได้สมการแนวโน้ม คือ

$\hat{Y} = 3.5083 + 0.0322\,(\,X - 5.5\,)$ $\hat{Y} = 3.3312 + 0.0322\,X$

เดือน	1986	1987	1988	1989	1990	ค่าเฉลี่ย	ปัจจัยฤดูกาล
ก.ค.	110.66	107.39	97.08	108.89	92.70	102.5440	103.0246
ส.ค.	89.97	96.37	85.46	99.66	82.32	90.7560	91.1814
ก.ย.	83.59	88.05	73.37	90.56	97.38	86.5900	86.9958
ต.ค.	102.18	99.82	97.87	104.60	108.39	102.5720	103.0527
พ.ย.	114.97	118.82	112.97	120.52	132.72	120.0000	120.5624
ธ.ค.	135.67	147.35	152.53	165.13	162.49	152.6340	153.3494
					รวม	1194.4020	

ค่าเฉลี่ยในเดือน ม.ค. เท่ากับ 64.3820 หาได้จาก $(60.04 + 67.25 + 56.04 + 66.81 + 71.77) / 5$

ค่าปัจจัยฤดูกาลของเดือน ม.ค. เท่ากับ 64.6837 หาได้จาก $64.3820 \times \dfrac{1200}{1194.4020}$

6.2.2.2 **วิธีอัตราส่วนต่อการเฉลี่ยเคลื่อนที่** (ratio to moving average) ดำเนินการโดยเริ่มหาค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ 12 เดือน (หรือหาค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่แบบกึ่งกลาง - centered 12 MA) นำส่วนที่ได้จากการเฉลี่ยเคลื่อนที่แล้วไปหารออกจากข้อมูลอนุกรมเวลาเดิม นำผลลัพธ์ที่ได้ไปกำจัดปัจจัยสุ่ม (random disturbance) โดยหาค่าเฉลี่ยของเดือนเดียวกันของทุก ๆ ปี เอาค่าเฉลี่ยที่ได้ของแต่ละเดือนคูณด้วย $\dfrac{1200}{A}$ เมื่อ A = ผลรวมของค่าเฉลี่ยของ 12 เดือน จะได้เป็นปัจจัยฤดูกาลของเดือนนั้น ดังนี้

$$\frac{Y}{TxC} = I \times E \times 100$$

ตัวอย่างที่ 6.4 จากข้อมูลยอดขายรายเดือนในตัวอย่างที่ 6.3 จงหาปัจจัยฤดูกาล โดยวิธี ratio to moving average

การคำนวณใช้การเฉลี่ยเคลื่อนที่แบบ centered 12 MA ดังนี้

ปี	เดือน	ยอดขาย	ผลรวม12 เดือน	ผลรวม 24 เดือน	ค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ T x C	เปอร์เซนต์ของค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ (I x E)
1986	ม.ค.	2.0				
	ก.พ.	2.3				
	มี.ค.	2.8				
	เม.ย.	3.5				
	พ.ค.	4.0				
	มิ.ย.	4.6				
			42.2			

ปี เดือน	ยอดขาย	ผลรวม 24 เดือน	ค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ T x C	เปอร์เซนต์ของค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ (I x E)
1988 ม.ค.	2.3	96.0	4.0000	57.5000
ก.พ.	2.9	95.7	3.9875	72.7273
มี.ค.	3.3	95.3	3.9708	83.1067
เม.ย.	4.2	95.3	3.9708	105.7713
พ.ค.	4.5	95.8	3.9917	112.7349
มิ.ย.	4.6	96.8	4.0333	114.0496
ก.ค.	4.0	98.3	4.0958	97.6602
ส.ค.	3.7	99.4	4.1417	89.3360
ก.ย.	3.2	100.6	4.1917	76.3419
ต.ค.	4.3	101.2	4.2167	101.9763
พ.ย.	5.0	101.5	4.2292	118.2266
ธ.ค.	6.8	102.9	4.2875	158.6006
1989 ม.ค.	3.0	104.9	4.3708	68.6368
ก.พ.	3.3	107.0	4.4583	74.0187
มี.ค.	4.1	109.1	4.5458	90.1925
เม.ย.	4.0	110.9	4.6208	86.5645
พ.ค.	5.0	112.4	4.6833	106.7616
มิ.ย.	5.5	114.4	4.7667	115.3838
ก.ค.	5.1	116.1	4.8375	105.4264
ส.ค.	4.7	117.0	4.8750	96.4103
ก.ย.	4.3	117.6	4.9000	87.7551
ต.ค.	5.0	118.3	4.9292	101.4370
พ.ย.	5.8	117.9	4.9125	118.0662
ธ.ค.	8.0	116.8	4.8667	164.3836
1990 ม.ค.	3.5	116.2	4.8417	72.2892
ก.พ.	3.7	115.3	4.8042	77.0165
มี.ค.	4.3	115.5	4.8125	89.3506
เม.ย.	4.5	116.8	4.8667	92.4658
พ.ค.	4.1	118.5	4.9375	83.0380

6.3 ปัจจัยวัฏฏะ

ปัจจัยวัฏฏะเป็นการเลี่ยนแปลงของข้อมูลที่เพิ่มขึ้นหรือลดลงในระยะยาว ช่วงกว้างของแต่ละโค้งมีความยาวไม่แน่นอน ไม่มีรูปแบบวัฏฏะที่แน่นอนตายตัว วิธีการวัดค่าวัฏฏะได้จากการกำจัดค่าปัจจัยฤดูกาลออกจากข้อมูลอนุกรมเวลา โดยการนำค่าปัจจัยฤดูกาลไปหารค่าข้อมูลเดิม คือ

$$\frac{Y}{I} = T \times C \times E$$

นำผลลัพธ์ที่ได้ไปกำจัดปัจจัยสุ่ม (E) โดยการหาค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ 3 เดือน หรือ 5 เดือน ได้ค่าเป็น Y' นำผลลัพธ์ที่ได้ไปหาค่าปัจจัยแนวโน้มที่เหมาะสม นำปัจจัยแนวโน้มไปหารค่า Y' จะได้เป็นปัจจัยวัฏฏะ คือ $\frac{Y'}{\hat{Y}} = C$ เมื่อ $Y' = T \times C$

ตัวอย่างที่ 6.5 จากข้อมูลยอดขายรายเดือนในตัวอย่างที่ 6.3 และได้ปัจจัยฤดูกาลในตัวอย่างที่ 6.4 ปัจจัยแนวโน้มในตัวอย่างที่ 6.3 จงคำนวณหาค่าปัจจัยวัฏฏะในช่วงปี 1986 - 1987

ปี เดือน	Y	I	Y / I	ผลรวม 5 เดือน	ค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่	Trend	C = (Y′ /T)x100
1986 ม.ค.	2.0	70.7334	2.83				
ก.พ.	2.3	78.7169	2.92				
มี.ค.	2.8	90.9389	3.08	15.86	3.172	3.3956	93.42
เม.ย.	3.5	102.9070	3.40	16.77	3.354	3.4278	97.85
พ.ค.	4.0	110.1170	3.63	17.35	3.470	3.4600	100.29
มิ.ย.	4.6	123.0804	3.74	17.51	3.502	3.4922	100.28

ปี เดือน	Y / I	ผลรวม 5 เดือน	ค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ (Y′)	Trend	C
ก.ค.	3.50	17.47	3.494	3.5244	99.14
ส.ค.	3.24	17.27	3.454	3.5566	97.12
ก.ย.	3.36	16.89	3.378	3.5888	94.13
ต.ค.	3.43	16.48	3.296	3.6210	91.02
พ.ย.	3.36	16.77	3.354	3.6532	91.81
ธ.ค.	3.09	16.84	3.368	3.6854	91.39
1987 ม.ค.	3.53	16.71	3.342	3.7176	89.90
ก.พ.	3.43	17.14	3.428	3.7498	91.42
มี.ค.	3.30	17.95	3.590	3.7820	94.92
เม.ย.	3.79	18.48	3.696	3.8142	96.90
พ.ค.	3.90	18.81	3.762	3.8464	97.81
มิ.ย.	4.06	19.36	3.872	3.8786	99.83
ก.ค.	3.76	19.49	3.898	3.9108	99.67
ส.ค.	3.85	19.30	3.86	3.9430	97.90
ก.ย.	3.92	19.08	3.816	3.9752	96.00
ต.ค.	3.71	19.03	3.806	4.0074	94.97
พ.ย.	3.84				
ธ.ค.	3.71				

ในทางปฏิบัติจริง ปัจจัยวัฏฏะประมาณค่าได้ยาก ซึ่งบางครั้งอาจจะไม่ใช่ปัจจัยวัฏฏะจริง ๆ เช่น การประมาณการขยายตัวทางธุรกิจ การพยากรณ์อนุกรมเวลาทางธุรกิจในระยะสั้น และปานกลาง มีความจำเป็นที่ต้องทำการศึกษารูปแบบของวัฏฏะ ของธุรกิจนั้น ถึงแม้ว่าจะมีความยุ่งยากในการวัดค่าวัฏฏะออกมา แต่เพื่อการปรับปรุงธุรกิจให้ดีขึ้น ผู้พยากรณ์จึงควรหาวิธีการที่เหมาะสมเพื่อแยกอิทธิพลต่าง ๆ ออกเป็นส่วน ๆ ได้ นอกจากวิธีการที่ได้กล่าวมาแล้ว ยังมีอีกวิธีการหนึ่งที่สามารถนำมาใช้กับข้อมูลอนุกรมเวลาได้ เรียกว่า วิธี Census II ซึ่งมีวิธีการดังนี้

1. ข้อมูลอนุกรมเวลาถูกเก็บรวบรวมมาสำหรับ trading - day แตกต่างกัน สำหรับวันทำการที่แตกต่างกัน จำนวนวันทำการจะเปลี่ยนแปลงไปในแต่ละเดือน (ปีต่อปี) ดังนั้น จึงมีผลต่อยอดขายในแต่ละเดือนหรือตัวแปรอื่น ๆ ที่เราจะทำการพยากรณ์ จุดประสงค์ คือต้องทำให้แต่ละเดือนมี trading - day เท่ากัน จึงควรปรับปรุง โดยการนำข้อมูลอนุกรมเวลาคูณด้วยจำนวนวันทำการหรือ trading - day และหารด้วย 21 (W - TD / 21)

2. คำนวณค่า seasonal factor ด้วยการทำ 12-MA หรือ Centered 12-MA หรือ 5x5 MAหรือ 3x3 MA แล้วนำไปหาค่า seasonal factor ด้วยการคูณด้วย (1,200 / ผลรวมของค่าเฉลี่ยในทุกเดือน)

3. นำค่า seasonal factor ไปหารค่าข้อมูลอนุกรมเวลาเดิม จะได้ผลลัพธ์เป็นข้อมูลที่ปราศจาก seasonal factor

4. นำข้อมูลที่ปราศจาก seasonal factor ไปหา 5 MA ผลลัพธ์ที่ได้จะเป็นส่วนของปัจจัย TxC

5. นำผลลัพธ์จากข้อ 3 หารด้วยผลลัพธ์จากข้อ 4 จะได้ผลลัพธ์เป็นปัจจัยสุ่ม (random factor)

6. ข้อมูลอนุกรมเวลาจึงแยกออกเป็นส่วน ๆ คือ I , TxC และ E

เดือน	1972	1973	1974	1975	1976
พ.ค.	1030	1099	1204	1274	1468
มิ.ย.	1107	1223	1326	1422	1637
ก.ค.	1165	1290	1303	1486	1611
ส.ค.	1216	1349	1436	1555	1608
ก.ย.	1208	1341	1473	1604	1528
ต.ค.	1131	1296	1453	1600	1420
พ.ย.	971	1066	1170	1403	1119
ธ.ค.	783	901	1023	1209	1013

2.1 จง plot กราฟของยอดขายจากผลิตภัณฑ์ A และให้พิจารณาว่ายอดขายของผลิตภัณฑ์ A มีปัจจัยใดบ้างที่มีผลต่อข้อมูลอนุกรมเวลาชุดนี้

2.2 จงพยากรณ์ค่าปัจจัยฤดูกาล โดยใช้วิธี ratio to trend โดยให้หาค่าปัจจัยแนวโน้ม พิจารณาจากแผนภูมิการกระจายของข้อมูลจากข้อ 2.1 ว่าอยู่ในรูปแบบใด

3. จากข้อมูลยอดขายในข้อ 2 สามารถคำนวณโดยใช้วิธี ratio to moving average ได้ค่าปัจจัยฤดูกาล ดังนี้

เดือน	ม.ค.	ก.พ.	มี.ค.	เม.ย.	พ.ค.	มิ.ย.	ก.ค.	ส.ค.	ก.ย.
ปัจจัยฤดูกาล	79.14	70.36	77.03	91.03	104.40	114.71	117.81	122.59	123.02

เดือน	ต.ค.	พ.ย.	ธ.ค.
ปัจจัยฤดูกาล	118.84	98.13	82.92

และปัจจัยแนวโน้มของข้อมูลอนุกรมเวลาชุดนี้มีสมการเป็น $T_t = 894.11 + 8.85(t)$ ซึ่งค่า $t = 1$ เมื่อเป็นเดือน ม.ค. 1972 และ $t = 60$ เมื่อเป็นเดือน ธ.ค. 1976 ให้หาค่าพยากรณ์สำหรับ 12 เดือนถัดมาในปี 1977 โดยมีปัจจัยวัฏจักรเป็น 100 ในปี 1977

4. ข้อมูลอนุกรมเวลาต่อไปนี้แทนปัจจัยแนวโน้มรวมอยู่กับปัจจัยสุ่ม ให้ใช้ 5 MA , 7 MA , 3x3 MA , 5x5 MA จงพิจารณาว่า วิธีเฉลี่ยเคลื่อนที่แบบใดมีความเหมาะสมที่สุดสำหรับข้อมูลอนุกรมเวลาชุดนี้

Period	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Data	42	69	100	115	132	141	154	171	180	204	228	247	291	337	391

5. ใช้ข้อมูลอนุกรมเวลาชุดนี้คำนวณหาค่าปัจจัยฤดูกาล โดยวิธี classical decomposition แล้วใช้ค่าที่ได้เปรียบเทียบกับค่าในคอลัมน์ที่ 4 ที่ได้จากวิธี Winter's linear and seasonal exponential smoothing