บทที่ 3
แผนภูมิการควบคุมเชิงปริมาณ

การทำแผนภูมิการควบคุมเชิงปริมาณ เป็นการศึกษาและควบคุมกระบวนการผลิตของงานที่ต้องกระทำอยู่เป็นประจำซ้ำ ๆ กัน และผลของงานนั้นสามารถหาค่าออกมาเป็นตัวเลข โดยการชั่ง ตวง วัด ในการทำแผนภูมิ เราใช้วิธีเก็บตัวอย่างแบบสุ่มมา n ชิ้น วัดค่าคุณสมบัติที่ต้องการควบคุม คำนวณหาฟังก์ชั่นของตัวอย่าง เช่น $\overline{X}$, R, σ^2 หาค่าของเส้นควบคุมบน เส้นกลาง เส้นควบคุมล่าง เขียนแผนภูมิการควบคุม และเขียนจุดของฟังก์ชั่นตัวอย่างบนแผนภูมิ อ่านและสรุปผลที่ได้จากแผนภูมิ หากมีจุดนอกเส้นควบคุม ต้องตรวจสอบหาสาเหตุให้ได้ว่า มีเหตุผิดปกติเกิดขึ้นที่ใด เมื่อใด เราจะแก้ไขปรับปรุงอย่างไร จึงจะทำให้กระบวนการผลิตมีมาตรฐานตามกำหนด

ในการทำแผนภูมิจะต้องพิจารณาถึงแฟกเตอร์ต่อไปนี้

1. สุ่มตัวอย่างบ่อยแค่ไหน
2. แต่ละตัวอย่างควรจะเก็บมากี่ชิ้น จึงจะเหมาะสม
3. หากมีจุดอยู่นอกเส้นควบคุม จะต้องทำอะไรบ้าง
4. เส้นควบคุมเป็นอย่างไร ควรปรับแก้หรือไม่

คำตอบของปัญหาเหล่านี้ ขึ้นอยู่กับกระบวนการและประสบการณ์ที่เกี่ยวกับกระบวนการ นอกนั้นอาจใช้วิธีการทางคณิตศาสตร์

การใช้แผนภูมิการควบคุมในการวิเคราะห์ข้อมูลหรือควบคุมกระบวนการ จะต้องพิจารณาในเรื่องการเกิดขึ้นของความคลาดเคลื่อน 2 ประเภท คือ

1. ความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 เกิดจากการตัดสินใจว่า กระบวนการอยู่นอกการควบคุมทั้ง ๆ ที่มันอยู่ภายใต้การควบคุม โอกาสหรือความน่าจะเป็นที่จะเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทนี้ ก็คือ ระดับนัยสำคัญ α

สมมุติว่ากระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุมที่มีค่าเฉลี่ย $\overline{X}'$
เราจะได้

$$\alpha = P(\overline{X} > UCL, \overline{X} < LCL | \overline{X}')$$

2. ความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 2 เกิดจากการตัดสินใจว่า กระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุม ทั้ง ๆ ที่มันอยู่นอกการควบคุม โอกาสหรือความน่าจะเป็นที่จะเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทนี้ ก็คือ ค่า β

สมมุติว่า ค่าเฉลี่ยที่แท้จริงของกระบวนการอยู่ที่ระดับ $\overline{X}' + \Delta\sigma$

เราจะได้

$$\beta = P(LCL \leqslant \overline{X} \leqslant UCL \mid \overline{X}' + \Delta\sigma')$$

เราต้องระมัดระวังกับผลที่จะตามมาจากการเกิดความคลาดเคลื่อนเหล่านี้ ทั้งนี้เนื่องจาก หากเราหยุดการผลิตเพื่อค้นหาสาเหตุที่เกิดขึ้นจากความคลาดเคลื่อน เพื่อที่จะตรวจพบว่าแท้ที่จริงความคลาดเคลื่อนนั้นเกิดขึ้นโดยบังเอิญ เราก็ต้องเสียเวลาและค่าใช้จ่ายไปมากแล้ว หากเราตัดสินใจว่า กระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุมทั้ง ๆ ที่มันอยู่นอกการควบคุม ผลกระทบที่ตามมาก็คือ เราจะได้ผลิตภัณฑ์ที่ไม่มีมาตรฐานเป็นจำนวนมาก ทำให้สูญเสียวัตถุดิบ เวลาและเงิน ดังนั้น การตัดสินใจว่า กระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุมหรือไม่ เราจะต้องคำนึงถึงค่าใช้จ่ายเกี่ยวกับความคลาดเคลื่อนเหล่านี้เอาไว้แล้ว

3.1 แผนภูมิการควบคุมค่าเฉลี่ยและพิสัย

เป็นแผนภูมิที่แสดงค่าเฉลี่ย ($\overline{X}$) และค่าพิสัย (R) ควบคู่กันไป เพื่อให้เห็นแนวโน้มของการเปลี่ยนแปลงของค่าคุณสมบัติ การทำแผนภูมิ $\overline{X}-R$ จะต้องกำหนดคุณสมบัติที่แน่นอนลงไป ซึ่งขึ้นอยู่กับดุลยพินิจของเราว่า คุณสมบัตินั้นเป็นสิ่งสำคัญของผลิตภัณฑ์นั้นหรือไม่ เช่น การตรวจสอบกระบวนการผลิตหม้อแบตเตอรี่ เราต้องการดูน้ำหนักหรือขนาดบรรจุ หรือจะดูคุณภาพอื่นใดบ้าง ปัญหาในการตรวจสอบต้องมาพิจารณาว่า จะตรวจสอบบ่อยครั้งแค่ไหนเวลาใดบ้าง ซึ่งก็ต้องดูว่าคุ้มกับค่าใช้จ่าย และได้ข้อมูลที่มีความสำคัญมากน้อยแค่ไหน ขนาดตัวอย่าง โดยทั่ว ๆ ไป จะแบ่งเป็นกลุ่ม แต่ละกลุ่มตัวอย่างจะมีขนาดเป็น 4, 5 หรือ 6 การใช้ขนาดตัวอย่างเล็ก ทำให้โอกาสที่จะมีการเปลี่ยนแปลงเกิดขึ้นในระหว่างการเก็บตัวอย่าง มีน้อยกว่าตัวอย่างที่มีขนาดโต ด้วยเหตุที่ว่า ขนาดตัวอย่างยิ่งเล็กลงเท่าใด ค่าเฉลี่ยของตัวอย่างยิ่งไม่มีผลต่อการเปลี่ยนแปลง นอกจากนี้การใช้ตัวอย่างขนาดเล็ก ทำให้เก็บตัวอย่างได้บ่อยครั้ง มีความถี่มากกว่าตัวอย่างขนาดโต เป็นผลให้สามารถจับการเปลี่ยนแปลงที่อาจเกิดขึ้นในระหว่างกระบวนการได้เร็วกว่า

แผนภูมิการควบคุมค่าเฉลี่ยของกระบวนการ $\overline{X}$-chart จะแสดงให้เห็นถึงความผันแปรของค่าเฉลี่ยจากตัวอย่าง และแผนภูมิควบคุมความผันแปรของกระบวนการ R-chart จะแสดงให้เห็นถึงความผันแปรของค่าพิสัยจากตัวอย่าง

3.1.1 หลักการทำแผนภูมิควบคุมการกระจายแบบปกติ

เรากำหนด X เป็นค่าที่วัดได้ของคุณสมบัติที่เราต้องการควบคุม X จะมีการแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ย $\overline{X}'$ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน σ' (ในที่นี้เราใช้ $\overline{X}'$ แทน μ) เราเก็บตัวอย่างจากกระบวนการนี้ โดยการแบ่งเป็นกลุ่มย่อย N กลุ่ม แต่ละกลุ่มมีขนาด n (n อาจจะเป็น 4 หรือ 5 ก็ได้) คำนวณหาค่าเฉลี่ยตัวอย่างของกลุ่มที่ j จะได้

$$\overline{X}_j = \sum_{i=1}^{n} \frac{X_{ij}}{n} \quad , j = 1, 2, \ldots, N$$

ในเมื่อ X_{ij} เป็นค่าคุณสมบัติชิ้นที่ i ในกลุ่มที่ j ดังนั้น $\overline{X}_j$ จะมีการแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ย $\overline{X}'$ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน $\sigma'/\sqrt{n}$

หาพิสัยตัวอย่างของกลุ่มที่ j, R_j จะได้

R_j = ค่าสูงสุด X_{ij} – ค่าต่ำสุด X_{ij}, j = 1, 2,...,N

R_j จะเป็นตัวแปรเชิงสุ่ม ที่มีค่าเฉลี่ย $d_2\sigma'$ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน $d_3\sigma'$

การคำนวณเขตการควบคุม (control limits) นิยมใช้ช่วงความเชื่อมั่น 99.73% นั่นคือที่ระดับนัยสำคัญ 0.27% (α หรือ P (ความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1) นั่นเอง) หรืออีกนัยหนึ่งก็คือ ใช้ 3 σ – control limits มีความหมายว่า ค่าเฉลี่ยตัวอย่างอยู่ในช่วง $\overline{X}'-3\sigma'/\sqrt{n}$ กับ $\overline{X}'+3\sigma'/\sqrt{n}$

ดังนั้น $P(\overline{X}' - 3\sigma'/\sqrt{n} \leqslant \overline{X}_j \leqslant \overline{X}' + 3\sigma'|\sqrt{n}) = 0.9973$

นั่นก็คือ โดยเฉลี่ยแล้ว จะมีอยู่ 27 ตัวอย่างในจำนวน 10,000 ตัวอย่างที่มีค่าเฉลี่ยอยู่นอกเขตควบคุม

ในกรณีของพิสัยก็เช่นเดียวกัน เราจะได้ $P(d_2\sigma' - 3d_3\sigma' \leqslant R_j \leqslant d_2\sigma' + 3d_3\sigma') = 0.9973$ แฟกเตอร์ d_2 และ d_3 อ่านค่าได้จากตารางที่ III ซึ่งจะมีค่าแปรผันไปตามขนาดตัวอย่าง n

โดยทั่วไป เรามักจะไม่ทราบค่า $\overline{X}'$ และ σ' อาจจะเนื่องมาจากเป็นการทำในระยะแรก หรืออาจจะมีการเปลี่ยนแปลงบางอย่างเพื่อความเหมาะสม กรณีเช่นนี้ เราใช้การประมาณค่า ค่าประมาณที่ไม่เอียงเฉของ $\overline{X}'$ กำหนดได้จาก

$$\overline{\overline{X}} = \sum_{j=1}^{N} \frac{\overline{X}_j}{N}$$

ค่าประมาณแบบไม่เอียงเฉของ σ' จะกำหนดได้โดย $\overline{R}/d_2$ ในเมื่อ

$$\overline{R} = \sum_{j=1}^{N} \frac{R_j}{N}$$

ดังนั้น

$$\bar{X}' - \frac{3\sigma'}{\sqrt{n}} \text{ จะประมาณได้ด้วย } \bar{\bar{X}} - \frac{3\bar{R}}{d_2\sqrt{n}} = \bar{\bar{X}} - A_2\bar{R}$$

$$\bar{X}' - \frac{3\sigma'}{\sqrt{n}} \text{ จะประมาณได้ด้วย } \bar{\bar{X}} - \frac{3\bar{R}}{d_2\sqrt{n}} = \bar{\bar{X}} - A_2\bar{R}$$

และ

$$d_2\sigma' - 3d_3\sigma' \text{ จะประมาณได้ด้วย } \bar{R} - \frac{3d_3}{d_2}\bar{R} = D_3\bar{R}$$

$$d_2\sigma' + 3d_3\sigma' \text{ จะประมาณได้ด้วย } \bar{R} + \frac{3d_3}{d_2}\bar{R} = D_4\bar{R}$$

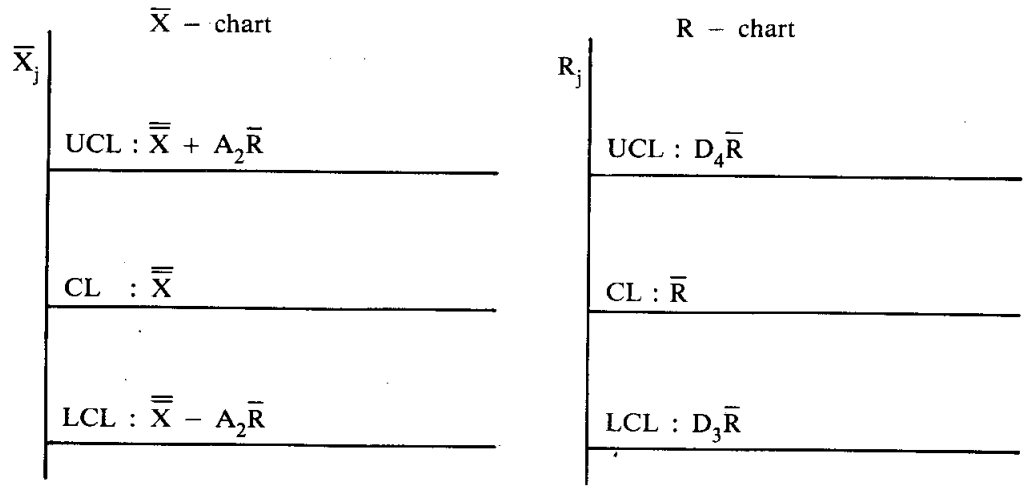
ในเมื่อ

$$A_2 = \frac{3}{d_2\sqrt{n}}, \quad D_3 = 1 - \frac{3d_3}{d_2}, \quad D_4 = 1 + \frac{3d_3}{d_2}$$

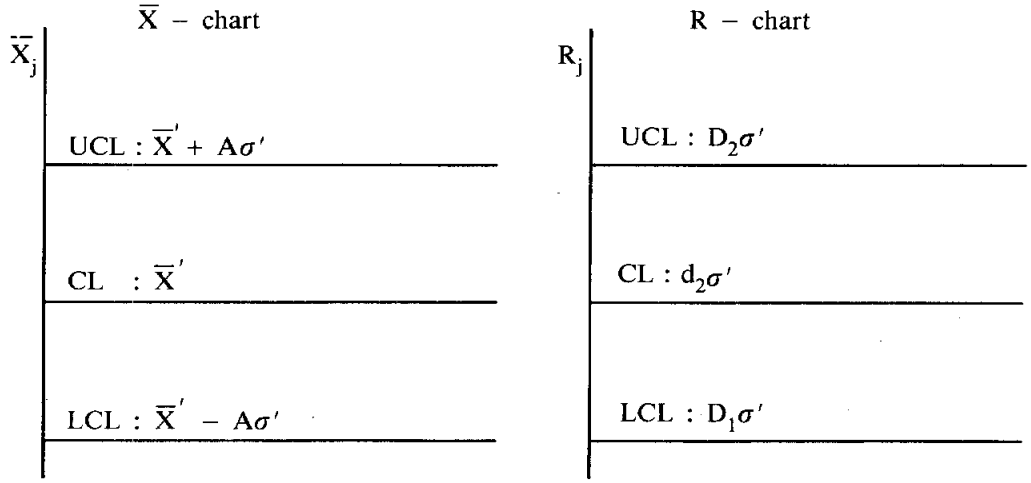
เป็นแฟกเตอร์ที่กำหนดค่าไว้ในตารางที่ III ท้ายเล่ม

การเขียนแผนภูมิการควบคุมสำหรับค่าเฉลี่ยและพิสัย แยกเป็น 2 วิธีการ ขึ้นอยู่กับวัตถุประสงค์ของการควบคุม ซึ่งก็ขึ้นอยู่กับว่า เรารู้ค่าเฉลี่ย $\bar{X}'$ หรือส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน σ' หรือไม่ การทำแผนภูมิการควบคุมมีดังนี้

1) แผนภูมิในการวิเคราะห์ข้อมูลที่แล้วมา (past data)



2) แผนภูมิในการควบคุมข้อมูลปัจจุบัน (current control)



ในเมื่อ $A = 3/\sqrt{n}$, $D_1 = (d_2 - 3d_3)$ และ $D_2 = (d_2 + 3d_3)$ เป็นแฟกเตอร์ที่ขึ้นอยู่กับค่าของ n กำหนดไว้ในตาราง III

ข้อแตกต่างในการใช้แผนภูมิทั้งสองก็คือ การใช้แผนภูมิในการวิเคราะห์ข้อมูลที่แล้วมาจะต้องเก็บรวบรวมข้อมูลมาครบทุกตัวอย่าง คำนวณหาค่าเฉลี่ย $\bar{X}$ และพิสัย R ของแต่ละตัวอย่าง หาค่า $\bar{\bar{X}}$ และ $\bar{R}$ ให้ได้เสียก่อน จึงจะสร้างแผนภูมิ และวิเคราะห์ผลได้ ส่วนการใช้แผนภูมิในการควบคุมข้อมูลปัจจุบันนั้น เราเขียนแผนภูมิก่อนที่จะเก็บตัวอย่าง สำหรับค่า $\bar{X}'$ และ σ' เราถือว่าเป็นค่ามาตรฐาน ซึ่งอาจจะได้มาจากการวิเคราะห์ข้อมูลที่แล้วมา หรืออาจจะได้มาจากการเลือกของผู้มีอำนาจในการตัดสินใจอันเป็นการกำหนดค่าเพื่อให้ได้ตามจุดประสงค์ที่ตั้งไว้โดยเฉพาะ

3.1.2 ขั้นตอนในการทำแผนภูมิการควบคุมค่าเฉลี่ยและพิสัย

เมื่อเราเลือกได้คุณสมบัติที่จะศึกษา กำหนดขนาดตัวอย่างความถี่ในการตรวจสอบ วิธีการตรวจสอบ และสำรวจเครื่องมือที่จะใช้ในการตรวจสอบ สร้างตารางข้อมูลซึ่งจะเป็นกระดาษที่ใช้ในการเก็บข้อมูล บันทึกรายละเอียดที่จำเป็น เพื่อการตรวจสอบเมื่อมีปัญหา ดำเนินการเก็บตัวอย่างข้อมูลมาวัดหาคุณสมบัติที่ต้องการ บันทึกผลที่ได้ในตารางข้อมูล คำนวณหาค่า ดังต่อไปนี้

1. หาค่า $\bar{X}$ และ R ของแต่ละตัวอย่าง (ถ้าเป็นการควบคุมข้อมูลปัจจุบัน เราเขียน $\bar{X}$ และ R บนแผนภูมิที่มีอยู่ นอกนั้นต้องดำเนินการในขั้นที่ 2 ต่อไป)

2. คำนวณหา $\overline{\overline{X}} = \Sigma\overline{X}/N$ และ $\overline{R} = \Sigma R/N$ ในเมื่อ N เป็นจำนวนกลุ่มตัวอย่างทั้งหมด

3. คำนวณหาเส้นควบคุมบนและเส้นควบคุมล่างของ $\overline{X}$ และ R ตามลำดับ

4. เขียนแผนภูมิควบคุมสำหรับ $\overline{X}$ และสำหรับ R

5. เขียน $\overline{X}$ และ R บนแผนภูมิควบคุม $\overline{X}$-chart และ R-chart ตามลำดับ

ต่อไป เป็นการวิเคราะห์ผลจากการอ่านแผนภูมิควบคุม เพื่อจะได้ค้นหาสาเหตุ และปรับปรุงแก้ไข ดำเนินการให้กระบวนการผลิตของเราอยู่ในมาตรฐานที่กำหนด

การอ่านและตีความหมายจากแผนภูมิ ถ้ามีจุด $\overline{X}$ และ R ของ $\overline{X}$-chart และของ R-chart ตามลำดับ อยู่ภายในเส้นควบคุมทุกจุด และไม่มีอะไรที่แสดงให้เห็นถึงการเกิดขึ้นของสาเหตุผิดปกติ เราจะสรุปว่า กระบวนการผลิตและความผันแปรของกระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุม นั่นก็คือ กระบวนการนั้นใช้ได้ อย่างไรก็ตาม ผลสรุปที่ว่า อยู่ภายใต้การควบคุมไม่ได้เป็นหลักประกันว่า กระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุมจริง ๆ ผลสรุปหมายความเพียงว่า ในความหมายทางด้านปฏิบัติถือว่า ไม่มีความผันแปรเกิดจากสาเหตุที่ระบุได้

เราจะใช้ค่าที่เส้นกลางและแผนภูมิ เป็นค่ามาตรฐานในการผลิตต่อไป หรือนำไปใช้ในการควบคุมปัจจุบันต่อไป เพื่อวิเคราะห์ว่า การควบคุมในระดับนี้เป็นปกติ สม่ำเสมอหรือไม่ หรือควรจะมีการแก้ไขให้เหมาะสมต่อไป

ถ้ามี $\overline{X}$ บางจุดอยู่นอกเส้นควบคุมของ $\overline{X}$-chart ถือว่ากระบวนการอยู่นอกการควบคุม และถ้ามี R จุดใดอยู่นอกเส้นควบคุมของ R-chart ถือว่า ความผันแปรของกระบวนการอยู่นอกการควบคุม

ข้อสังเกต พิจารณาจากสูตรที่ใช้ จะเห็นว่า วิธีที่ดีที่สุด เราควรทำ R-chart ก่อน ทั้งนี้เพราะว่าเส้นควบคุมบนและล่างของ $\overline{X}$ chart ขึ้นอยู่กับค่าประมาณแบบไม่เอียงเฉของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานกระบวนการ (process standard deviation)

ซึ่งอาจคำนวณได้จาก R chart กล่าวคือ $\hat{\sigma} = \overline{R}/d_2$ หรือกล่าวได้ว่า เส้นควบคุมของ $\overline{X}$ chart ขึ้นอยู่กับค่า $\overline{R}$ ที่ได้จาก R chart นั่นก็คือ ช่วงกว้างของเขตการควบคุม $\overline{X}$ chart เท่ากับ $2A_2\overline{R}$

ตัวอย่างที่ 3.1 (ตัวอย่างจากหนังสือ Quality Control and Industrial Statistics ของ Acheson J. Duncan)

ในตารางข้อมูลต่อไปนี้ แสดงความสูงของชิ้นส่วนผลิตภัณฑ์ จากการเก็บตัวอย่างมา 20 กลุ่ม ๆ ละ 5 ชิ้น คำนวณค่า $\overline{X}$ และ R ของแต่ละตัวอย่าง เพื่อนำไปสร้าง $\overline{X}$-R chart ในการวิเคราะห์ข้อมูลที่แล้วมา (past data)

ตารางเก็บข้อมูล

ผลิตภัณฑ์	:	ชิ้นส่วนประกอบ	หมายเลขชิ้นส่วน	:	เอ. 128
เครื่องจักร	:	M 100	ผู้ควบคุมเครื่องจักร	:	ประดิษฐ์
คุณสมบัติที่วัด	:	ความสูง	พนักงานตรวจสอบ	:	พิธา
เกณฑ์กำหนด	:	0.830±0.10 นิ้ว	บันทึกโดย	:	สมชาย

กลุ่มที่	ค่าที่วัดได้ (นิ้ว)					$\overline{X}$	R	หมายเหตุ
	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5			
1	0.831	0.829	0.836	0.840	0.826	0.8324	0.014	
2	0.834	0.826	0.831	0.831	0.831	0.8306	0.008	
3	0.836	0.826	0.831	0.822	0.816	0.8262	0.020	
4	0.833	0.831	0.835	0.831	0.833	0.8326	0.004	
5	0.830	0.831	0.831	0.833	0.820	0.8290	0.013	
6	0.829	0.828	0.828	0.832	0.841	0.8316	0.013	
7	0.835	0.833	0.829	0.830	0.841	0.8336	0.012	
8	0.818	0.838	0.835	0.834	0.830	0.8310	0.020	
9	0.841	0.831	0.831	0.833	0.832	0.8336	0.010	
10	0.832	0.828	0.836	0.832	0.825	0.8306	0.011	
11	0.831	0.838	0.844	0.827	0.826	0.8332	0.018	
12	0.831	0.826	0.828	0.832	0.827	0.8288	0.006	
13	0.838	0.822	0.835	0.830	0.830	0.8310	0.016	
14	0.815	0.832	0.831	0.831	0.838	0.8294	0.023	
15	0.831	0.833	0.831	0.834	0.832	0.8322	0.003	
16	0.830	0.819	0.819	0.844	0.832	0.8288	0.025	
17	0.826	0.839	0.842	0.835	0.830	0.8344	0.016	
18	0.813	0.833	0.819	0.834	0.836	0.8270	0.023	
19	0.832	0.831	0.825	0.831	0.850	0.8338	0.025	
20	0.831	0.838	0.833	0.831	0.833	0.8332	0.007	

จงเขียนแผนภูมิควบคุม $\overline{X}$ chart และ R chart ผลสรุปที่ได้จะเป็นอย่างไร

ถ้ากระบวนการใช้ได้ เก็บตัวอย่างจากกระบวนการเดิมอีก 9 กลุ่มตัวอย่าง ๆ ละ 5 ชิ้น วัดค่าที่ได้ในแต่ละตัวอย่าง หาค่า $\overline{X}$ และ R ของแต่ละตัวอย่าง เขียน $\overline{X}$ และ R ในแผนภูมิ $\overline{X}$ และ R เดิม ท่านจะสรุปผลได้อย่างไร ถ้าผลที่ได้จากการเก็บตัวอย่างเพิ่มเติมมีดังนี้

กลุ่มที่	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	$\bar{X}$	R
21	0.823	0.830	0.832	0.835	0.835	0.8310	0.012
22	0.835	0.829	0.834	0.826	0.828	0.8304	0.009
23	0.833	0.836	0.831	0.832	0.832	0.8328	0.005
24	0.826	0.835	0.842	0.832	0.831	0.8332	0.016
25	0.833	0.823	0.816	0.831	0.838	0.8282	0.022
26	0.829	0.830	0.830	0.833	0.831	0.8306	0.004
27	0.850	0.834	0.827	0.831	0.835	0.8354	0.023
28	0.835	0.846	0.829	0.833	0.822	0.8330	0.024
29	0.831	0.832	0.834	0.826	0.833	0.8312	0.008

วิธีทำ

ในตอนเริ่มต้น เราคำนวณจาก 20 กลุ่มแรก จะได้ว่า

$$\bar{\bar{X}} = \sum_{j=1}^{20} \frac{\bar{X}}{20} = 0.8312 \text{ เป็นค่ากลางของ } \bar{X} \text{ chart}$$

และ

$$\bar{R} = \sum_{j=1}^{20} \frac{R}{20} = 0.01435 \text{ เป็นค่ากลางของ R chart}$$

จากตารางที่ III (ตารางแสดงค่าแฟกเตอร์ในแผนภูมิการควบคุม) จะเห็นว่า เมื่อ $n=5$, $A_2 = 0.577$, $D_3=0$ และ $D_4 = 2.115$ คำนวณหาเส้นควบคุมของ $\bar{X}$ และ ของ R ได้ดังต่อไปนี้

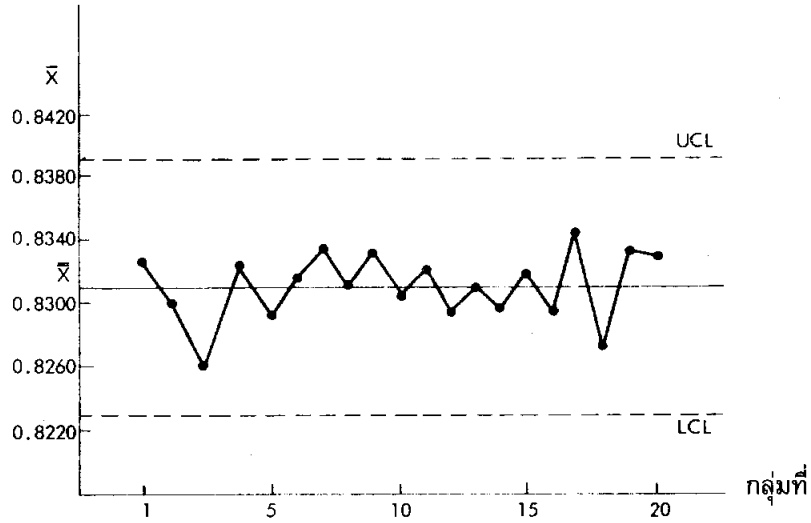
$$UCL_{\bar{X}} = 0.8312 + (0.577)(0.01435) = 0.8395$$

$$LCL_{\bar{X}} = 0.8312 - (0.577)(0.01435) = 0.8229$$

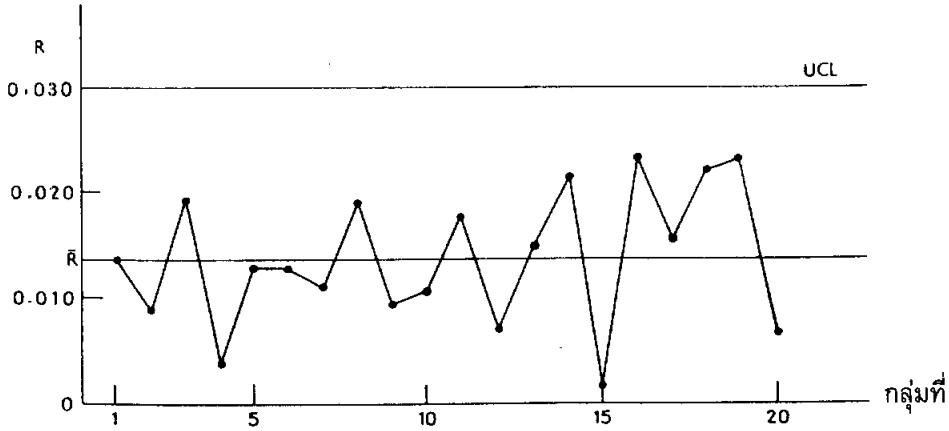
$$UCL_R = (2.115)(0.01435) = 0.03034 \text{ และ } LCL_R = 0$$

สร้างแผนภูมิการควบคุม $\bar{X}$ และ R เขียน $\bar{X}$ และ R ลงในแต่ละแผนภูมิตามลำดับ ปรากฏผลดังต่อไปนี้

$\overline{X}$ chart **ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลที่แล้วมา**



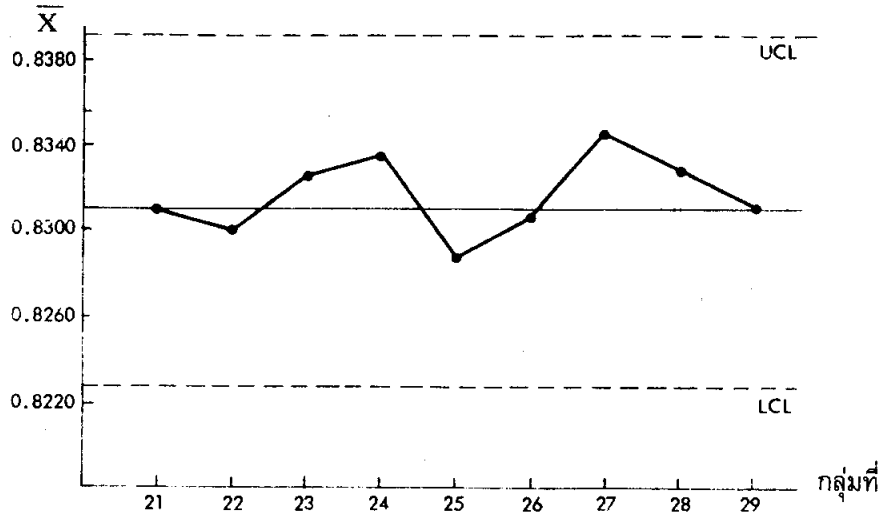
R Chart **ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลที่แล้วมา**



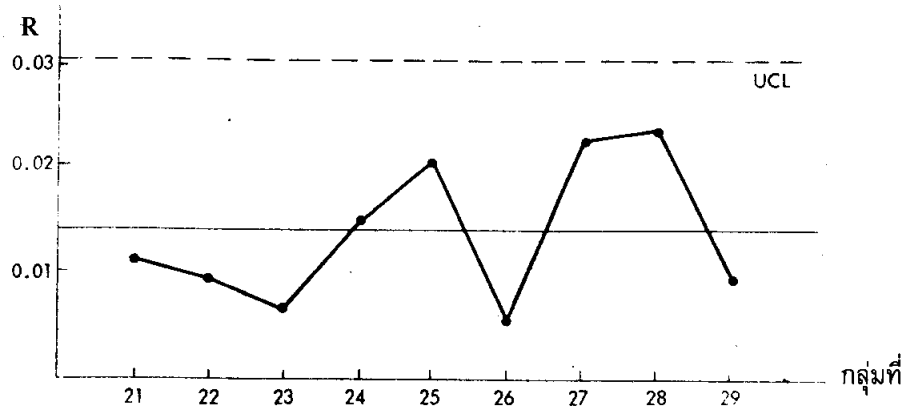
จากแผนภูมิ $\overline{X}$ และ แผนภูมิ R แต่ละแผนภูมิ ไม่มีจุดใดอยู่นอกเส้นควบคุม และไม่มีสิ่งผิดปกติอันใดที่จะชี้ว่าเกิดความผันแปรที่ระบุสาเหตุได้ เราจึงถือว่ากระบวนการและความผันแปรของกระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุม และจะใช้แผนภูมิการควบคุมนี้ในการควบคุมกระบวนการผลิตต่อไป นั่นก็คือ

นำค่า $\overline{X}$ และ R ที่ได้จากการเก็บตัวอย่างเพิ่มเติมอีก 9 กลุ่ม เขียนลงในแผนภูมินี้ ปรากฏผลดังนี้

$\overline{X}$-chart



R-chart



จากแผนภูมิทั้งสองจะเห็นว่า ทั้ง $\overline{X}$ และ R ทุกจุดอยู่ภายใต้เส้นควบคุม ผลที่ได้แสดงให้เห็นว่า กระบวนการผลิตชิ้นส่วนนี้ยังคงอยู่ภายใต้การควบคุมที่ระดับของค่าเฉลี่ย และความผันแปรที่ต้องการ นั่นก็คือกระบวนการผลิตนี้ถูกต้องและใช้ได้ เราจะถือว่า ค่า $\overline{\overline{X}} = 0.8312$ เป็นค่าเฉลี่ยของประชากร และเป็นค่ามาตรฐาน $\overline{X}'$ และ $\frac{0.01435}{2.326} = 0.006169$ เป็นส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน หรือค่ามาตรฐาน σ' ที่กำหนดให้นั่นเอง

ตัวอย่างที่ 3.2

การผลิตอาหารกระป๋องด้วยเครื่องจักรที่ทันสมัย ให้ได้น้ำหนักในเกณฑ์ที่กำหนดให้ และมีคุณภาพสม่ำเสมอ การตรวจสอบน้ำหนักอาหารกระป๋อง ได้เก็บตัวอย่างมาชั่งน้ำหนัก โดยแบ่งเป็นการตรวจสอบ 25 ครั้ง ๆ ละ 4 กระป๋อง ชั่งน้ำหนักที่ได้เป็นกรัม คำนวณหาค่าเฉลี่ย $\overline{X}$ และพิสัย R ในแต่ละครั้ง ปรากฏผลดังนี้

ครั้งที่	$\overline{X}$	R	ครั้งที่	$\overline{X}$	R	ครั้งที่	$\overline{X}$	R
1	227.0	13.5	10	238.0	5.0	18	262.0	21.5
2	240.0	15.5	11	214.0	19.5	19	238.5	11.0
3	231.5	25.0	12	207.0	28.0	20	243.0	13.5
4	228.5	8.0	13	218.5	13.5	21	266.5	15.0
5	208.5	11.0	14	246.0	15.5	22	248.5	5.5
6	247.0	28.5	15	255.5	7.5	23	241.0	10.5
7	263.0	32.5	16	214.0	11.0	24	258.0	8.0
8	272.5	18.0	17	255.5	7.0	25	261.5	12.0
9	225.5	12.5						

1. จงหาเขตการควบคุม (control limits) ของกระบวนการนี้
2. เราจะนำผลที่ได้จากการควบคุมนี้ ไปใช้ควบคุมน้ำหนักอาหารกระป๋องที่ผลิตต่อไปจากกระบวนการนี้ได้หรือไม่ เพราะเหตุใด
3. จงใช้การเกาะกลุ่ม (runs) เหนือและล่างเส้นกลางในการทดสอบ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ว่า มีแนวโน้มเอียง (trend) ในค่าของ $\overline{X}$ หรือไม่ (ประมาณด้วยการแจกแจงแบบปกติมาตรฐาน)

วิธีทำ

หาผลรวมของ $\overline{X}$ และผลรวมของ R จะได้

$\Sigma\overline{X} = 6011, \ \Sigma R = 368.5$

คำนวณค่าได้

$$\overline{\overline{X}} = \frac{6011}{25} = 240.44, \quad \overline{R} = \frac{368.5}{25} = 14.74$$

จากตาราง III เมื่อ $n=4$, $A_2 = 0.729$, $D_3 = 0$, $D_4 = 2.282$ หาเส้นควบคุมของ $\overline{X}$ และของ R จะได้

$$UCL_{\overline{X}} = 240.44 + (0.729)(14.74) = 251.18$$

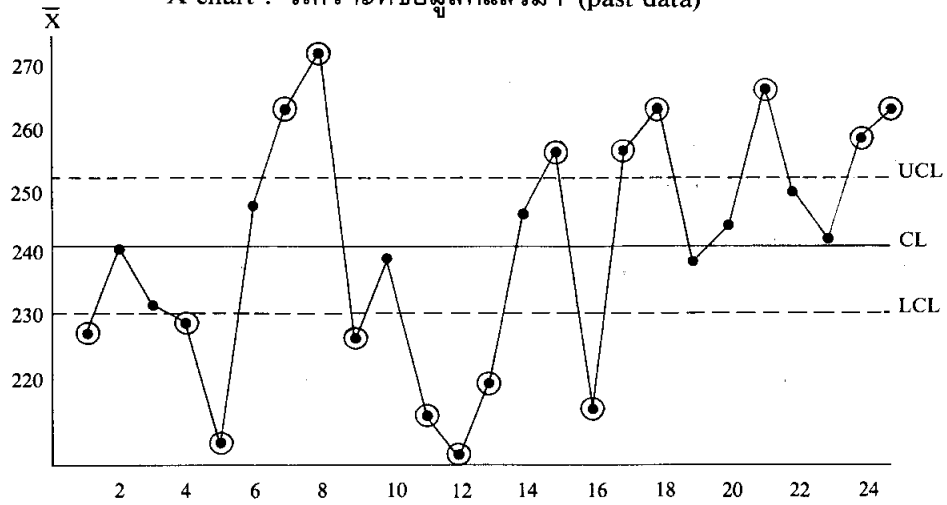
$$LCL_{X} = 240.44 - (0.729)(14.74) = 229.69$$

$$UCL_{R} = (2.282)(14.74) = 33.63$$

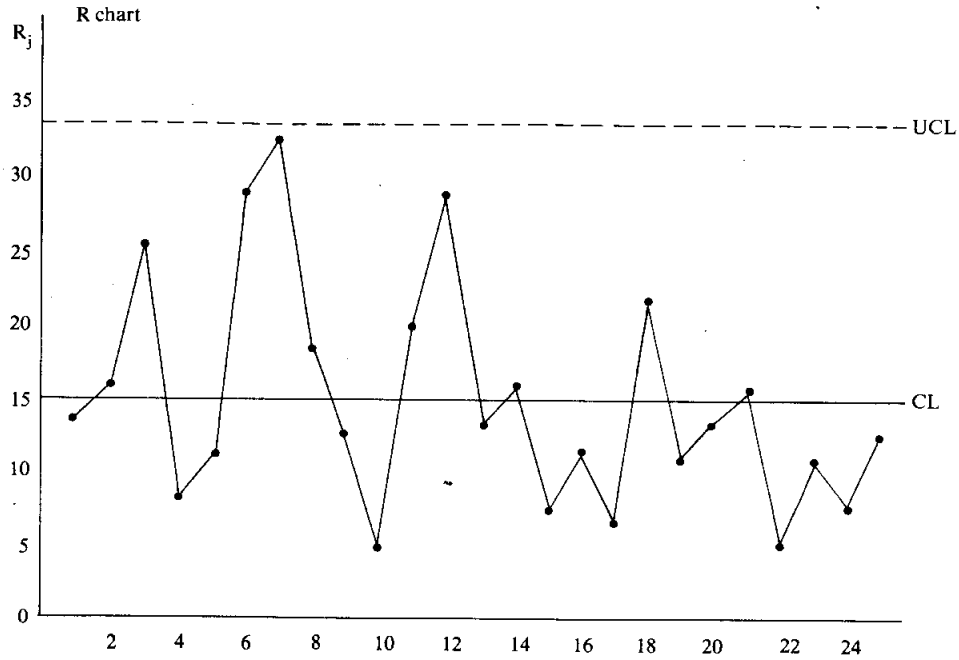
$$LCL_{R} = 0$$

เขียน $\overline{X}$ chart, R chart เขียนจุด $\overline{X}$ และ R ที่ได้ในแต่ละครั้งลงในแผนภูมิตามลำดับ ปรากฏผลดังนี้

$\overline{X}$ chart : วิเคราะห์ข้อมูลที่แล้วมา (past data)



พิจารณาจากแผนภูมิ จะเห็นว่ากระบวนการนี้ ยังใช้ไม่ได้ ยังมีจุดอยู่นอกเส้นควบคุมถึง 16 จุดด้วย เหนือเส้นควบคุมบน 8 จุด และใต้เส้นควบคุมล่าง 8 จุด เราจำเป็นต้องกลับไปตรวจสอบเหตุผิดปกติของ 16 จุดนี้ เพื่อหาทางแก้ไขต่อไป



พิจารณาจากแผนภูมิ จะเห็นว่าไม่มีจุดอยู่นอกเส้นควบคุม เราถือว่า ความผันแปรของกระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุม

ผลจากการวิเคราะห์ข้อมูลที่แล้วมา แสดงให้เห็นว่า กระบวนการยังใช้ไม่ได้ เราจึงใช้แผนภูมินี้ในการควบคุมกระบวนการต่อไปไม่ได้ ต้องปรับปรุงแก้ไขให้ดีก่อน

การทดสอบว่า มีแนวโน้มเอียงในค่าเฉลี่ย $\overline{X}$ หรือไม่ นั่นก็คือการทดสอบตามขั้นตอนดังต่อไปนี้

(1) H_o : ไม่มีความโน้มเอียงในค่าเฉลี่ย

H_a : มีความโน้มเอียงในค่าเฉลี่ย

(2) $\alpha = 0.05$

(3) เราจะปฏิเสธ H_o ถ้า

$$|Z| > Z_{.025} = 1.96$$

(4) จาก $\overline{X}$ chart เรากำหนด + แทนจุดเหนือเส้นกลาง และค่า − แทนจุดใต้เส้นกลาง จะได้ข้อมูลเรียงลำดับดังนี้

− − − − − + + + − − − − − + + − + + − + + + + + +

ได้จำนวน runs (u) = 8

มีจำนวนเครื่องหมาย + (s) = 13 จำนวนเครื่องหมาย −(r) = 12 ดังนั้น

$$\mu_u = \frac{2(13)\ (12)}{25} + 1 = 13.48$$

$$\sigma_u = \sqrt{\frac{2(13)\ (12)\{2(13)\ (12)-25\}}{(25^2)\ (24)}} = 2.443$$

$$Z = \frac{8-13.48}{2.443} = -2.24$$

(5) สรุปได้ว่า มีความโน้มเอียงในค่าเฉลี่ย

โดยทั่วไป เมื่อมีจุดอยู่นอกเส้นควบคุม เราสามารถปรับเขตการควบคุม (control limits) ได้ใหม่ ดังนี้

1) จาก R chart ทำให้กลับไปสู่การควบคุม โดยตัดจุด R ที่อยู่นอกเส้นควบคุม คำนวณเส้นควบคุมใหม่จากค่า R ที่เหลือ ทำจนกระทั่งไม่มี R จุดใดอยู่นอกเส้นควบคุม เราใช้ $\overline{R}$ ที่ได้จากการปรับค่าใหม่นี้ เป็นค่ามาตรฐานที่จะนำไปใช้ในการคำนวณเส้นควบคุมสูงสุด และต่ำสุดของ $\overline{X}$ chart (กรณีที่ผลของการตรวจสอบจุดอยู่นอกเส้นควบคุมพบว่าเกี่ยวข้องทั้งค่าเฉลี่ย $\overline{X}$ และ พิสัย R เมื่อตัด R ของกลุ่มตัวอย่างใดออก ก็ควรจะตัด $\overline{X}$ ในกลุ่มตัวอย่างเดียวกันออกด้วย)

2) ถ้าผลที่ได้จาก R chart แสดงว่าความผันแปรของกระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุม แต่จาก $\overline{X}$ chart มี $\overline{X}$ บางจุดอยู่นอกเส้นควบคุม ซึ่งแสดงว่า กระบวนการอยู่นอกการควบคุม เราปรับเขตการควบคุมของ $\overline{X}$ chart ใหม่ โดยรักษาช่วงกว้างของเขตการควบคุมไว้ เช่นเดิม คือ $2A_2\overline{R}$ เปลี่ยนเฉพาะตำแหน่งเท่านั้น นั่นก็คือ ตัด $\overline{X}$ ที่อยู่นอกเส้นควบคุมออก แล้วคำนวณหาค่ากลาง $\overline{\overline{X}}$ ใหม่จาก $\overline{X}$ ที่เหลือ

3) ถ้าทั้ง $\overline{X}$ และ R chart อยู่นอกเขตการควบคุม เราเปลี่ยนเส้นควบคุมใหม่ ตามวิธีที่กล่าวมาแล้วในข้อ (1) และ (2)

ในบางครั้ง เราอาจจะต้องเก็บข้อมูลเพิ่มเติม

3.1.3 การใช้แผนภูมิควบคุมเพื่อการตรวจสอบตามเกณฑ์กำหนด

เมื่อสามารถรักษากระบวนการให้อยู่ภายใต้การควบคุมแล้ว ปัญหาที่จะต้องพิจารณาต่อไปนี้ก็คือ การควบคุมนี้อยู่ในระดับที่เหมาะสม เป็นที่น่าพอใจหรือยัง

เรานิยามระดับที่เหมาะสมว่า เป็นระดับที่ให้ผลิตภัณฑ์แต่ละชิ้นที่ผลิตออกมามีคุณภาพตามเกณฑ์กำหนดในจำนวนที่มี % สูง ซึ่งประมาณว่าเท่ากับ 99.73% นั่นก็คือ แผนภูมิควบคุมจะต้องมีเส้นควบคุมบน น้อยกว่าหรือเท่ากับเกณฑ์กำหนดขั้นสูง (Upper Specification Limit : S_U) และมีเส้นควบคุมล่างเท่ากับหรือมากกว่าเกณฑ์กำหนดขั้นต่ำ (Lower Specification Limit : S_L)

โดยเหตุที่เส้นควบคุมเป็นเส้นที่คำนวณจากหลักสถิติไม่ใช่เส้นควบคุมจากค่าเกณฑ์กำหนด ซึ่งฝ่ายวิศวกรผู้ออกแบบได้กำหนดไว้ล่วงหน้า การพิจารณาระดับการควบคุมที่เหมาะสม จึงใช้วิธีการเปรียบเทียบ เส้นควบคุมกับเส้นในเกณฑ์กำหนด จากนิยามดังกล่าวจะเห็นได้ว่า เส้นควบคุมจะต้องเป็นไปตามเกณฑ์กำหนดหรือมิฉะนั้นก็ต้องดีกว่าเกณฑ์กำหนดจึงจะถือว่าเป็นระดับการควบคุมที่น่าพอใจ หากไม่ได้ตามนี้ จะต้องมีการปรับปรุงกระบวนการผลิตหรือเกณฑ์กำหนดใหม่ แล้วแต่ว่ามีสาเหตุอะไรที่ไม่เหมาะสม

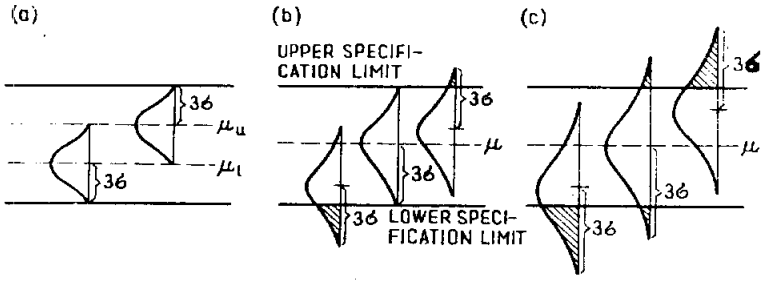
เมื่อกระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุม และระดับการควบคุมนี้คงที่ สม่ำเสมอที่ $\overline{X}'$ และ σ' (เราประมาณ $\overline{X}'$ จาก $\overline{\overline{X}}$ และ σ' จาก $\overline{R}/d_2$) นั่นก็คือ ค่าของคุณสมบัติผลิตภัณฑ์แต่ละชิ้น (X) จะมีการแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ย $\overline{X}'$ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน σ'

เราเรียก $\overline{X}' \pm 3\sigma'$ ว่า natural tolerance limits และเรียก $6\sigma'$ ว่า natural tolerance หรือช่วงกว้างของการควบคุม หรือ สมรรถนะของกระบวนการ (Process Capability)

ถ้าฝ่ายวิศวกรผู้ออกแบบกำหนดคุณภาพว่า จะต้องอยู่ในช่วง S_L ถึง S_U นั่นก็คือ คุณสมบัติของผลิตภัณฑ์ที่ผลิตออกมาจะต้องมีค่าสูงกว่าเกณฑ์กำหนดขั้นต่ำ S_L และมีค่าไม่เกิน

เกณฑ์กำหนดขั้นสูง S_U หาก $C_p = \frac{S_U - S_L}{6\sigma'} \geqslant 1$ แสดงว่า กระบวนการมีสมรรถนะดี

เราเปรียบเทียบ $6\sigma'$ กับ $S_U - S_L$ หรือหา C_p ได้ดังนี้



1) ถ้า $6\sigma' \leqslant S_U - S_L$ ตามรูป (a) หรือ (b)

1.1 ค่า $\overline{X}' \pm 3\sigma'$ เท่ากับหรืออยู่ในระหว่าง S_L กับ S_U ไม่ต้องทำอะไรอีกแล้ว เพราะผลที่ได้แสดงว่า การควบคุมกระบวนการอยู่ในระดับที่เหมาะสม ได้คุณภาพผลิตภัณฑ์ตรงตามเกณฑ์กำหนดตราบเท่าที่เรายังคงรักษาระดับการควบคุมนี้ไว้ได้

1.2 ถ้าค่า $\overline{X}' + 3\sigma' > S_U$ หรือ $\overline{X}' - 3\sigma' < S_L$ อย่างใดอย่างหนึ่ง แสดงว่า ค่าเฉลี่ยสูงเกินไปหรือต่ำเกินไป โดยที่การกระจายของค่าคุณสมบัติเหมาะสมดีแล้ว เนื่องจาก $6\sigma'$ ของพิสัยอยู่ในช่วง $S_U - S_L$ การแก้ไขจึงเพียงแต่เปลี่ยนระดับการควบคุมใหม่โดยปรับค่าศูนย์กลางการควบคุมหรือ $\overline{X}'$ ให้มาอยู่ที่จุดกลางระหว่าง S_U กับ S_L นั่นก็คือ เราต้องเปลี่ยนเงื่อนไข ปัจจัยการผลิตบางอย่างเสียใหม่ เพื่อให้ได้ระดับการควบคุมเช่นเดียวกับ (1.1)

2) ถ้า $6\sigma' > S_U - S_L$ แสดงว่า ระดับการควบคุมไม่เป็นที่น่าพอใจ ทั้ง ๆ ที่กระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุม แต่คุณสมบัติยังไม่เป็นไปตามเกณฑ์กำหนด กรณีเช่นนี้ เราต้องดำเนินการต่อไป ดังนี้

2.1 ลดความผันแปรในกระบวนการผลิต นั่นก็คือจะต้องปรับทั้งค่าเฉลี่ยและความผันแปรเสียใหม่ ซึ่งจะทำเช่นนี้ได้ ก็ต้องเปลี่ยนเงื่อนไขเกี่ยวกับการผลิต ซึ่งอาจเป็นเพียงการติดตั้งเครื่องจักรใหม่ หรือปรับปรุงเครื่องมือที่ใช้ประกอบการให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น แต่บางครั้ง ก็อาจถึงขั้นการเปลี่ยนแปลงขนานใหญ่ เช่นเปลี่ยนวัตถุดิบ เปลี่ยนเครื่องจักรใหม่ หรือเปลี่ยนกระบวนการผลิตใหม่ อย่างไรก็ตามการเปลี่ยนแปลงดังกล่าว ก็ย่อมเสียค่าใช้จ่ายและเวลามากด้วย

2.2 กรณีที่ไม่อาจเปลี่ยนปัจจัยการผลิตใด ๆ ได้อีกแล้ว แม้ว่าจะได้คุณภาพไม่ตรงตามเกณฑ์กำหนดก็ตาม เราอาจจะ

2.2.1 ขอให้วิศวกรผู้ออกแบบ แก้ไขปรับปรุงเกณฑ์กำหนดเสียใหม่ โดยยึดหลักขีดขั้นความสามารถ ในการผลิตของเครื่องจักร ขีดขั้นความสามารถในการผลิตของโรงงาน เพื่อจะทำให้ได้ค่า $S_U - S_L$ ที่พอดีหรือคลุม natural tolerance limits แต่ถ้าไม่อาจเปลี่ยนได้ ก็ต้องยอมรับความจริงว่า คุณสมบัติของผลิตภัณฑ์ที่ได้ มีคุณภาพไม่ตรงตามเกณฑ์กำหนด ในอัตราส่วนที่ต้องการได้

2.2.2 รักษาระดับการควบคุมนี้ไว้ โดยไม่สนใจว่า จะเป็นระดับที่เหมาะสมหรือไม่ จะตรงตามเกณฑ์กำหนดหรือไม่ เมื่อเลือกวิธีนี้แล้ว ฝ่ายบริหารก็ต้องตระหนักว่า ฝ่ายควบคุมและดำเนินงานในการผลิต ย่อมจะไม่รับผิดชอบกรณีของคุณภาพไม่ได้มาตรฐาน เมื่อยอมรับความจริงอันนี้ ก็ไม่จำเป็นที่จะต้องแก้ไขอะไรอีก

เมื่อกระบวนการไม่อยู่ภายใต้การควบคุมที่เหมาะสม ปัญหาที่จะต้องพิจารณาต่อไปก็คือ จะมีประมาณกี่เปอร์เซ็นต์ ที่จะได้ผลิตภัณฑ์ไม่มีคุณสมบัติตามมาตรฐาน ดังที่ได้กล่าวมาแล้วว่า ค่าที่วัดได้ของคุณสมบัติ X จากกระบวนการที่อยู่ภายใต้การควบคุมนี้ มีการแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ย $\overline{X}'$ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน σ' หรืออาจจะไม่ทราบการแจกแจง แต่รู้ว่ามีคุณสมบัติต่อเนื่อง ที่รู้ค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ดังนั้น เราใช้หลักทฤษฎีการเข้าสู่ส่วนกลาง จะสามารถประมาณ % หรือสัดส่วนของที่ได้มาตรฐาน ซึ่งจะเท่ากับ $P(S_L \leqslant X \leqslant S_U)$ หรือเท่ากับ $\Phi_U - \Phi_L$

ในเมื่อ $1-\Phi_U = P[Z \geqslant (S_U - \overline{X}')/\sigma']$ เป็น สัดส่วนของที่มีคุณภาพสูงกว่ามาตรฐาน

และ $\Phi_L = P[Z \leqslant (S_L - \overline{X}')/\sigma']$ เป็นสัดส่วนของที่มีคุณภาพต่ำกว่ามาตรฐาน

ตัวอย่างที่ 3.3

ในการผลิตลูกสูบให้มีมาตรฐานตามที่กำหนด นั่นก็คือ จะต้องมีเส้นผ่าศูนย์กลางของลูกสูบอยู่ในช่วง 1.007±0.013 นิ้ว จากการเก็บตัวอย่างมา 25 ตัวอย่าง ตัวอย่างละ 5 ชิ้น วัดเส้นผ่าศูนย์กลางของแต่ละชิ้นในแต่ละตัวอย่าง คำนวณได้ค่าเฉลี่ยและพิสัยของแต่ละตัวอย่างได้ดังต่อไปนี้

ตัวอย่างที่	ค่าเฉลี่ย (นิ้ว)	พิสัย (นิ้ว)	ตัวอย่างที่	ค่าเฉลี่ย (นิ้ว)	พิสัย (นิ้ว)
1	0.9992	0.005	14	0.9980	0.004
2	1.0046	0.004	15	0.9988	0.008
3	0.9988	0.009	16	1.0006	0.007
4	0.9964	0.008	17	1.0034	0.009
5	1.0016	0.006	18	0.9970	0.010
6	0.9996	0.006	19	1.0108	0.011
7	1.0048	0.007	20	1.0040	0.005
8	1.0044	0.010	21	1.0006	0.023
9	1.0006	0.003	22	0.9998	0.011
10	0.9970	0.005	23	0.9976	0.015
11	1.0034	0.008	24	1.0020	0.010
12	1.0026	0.012	25	1.0014	0.006
13	0.9968	0.020			

ก) จงพิจารณาว่ากรรมวิธีการผลิตจะอยู่ภายใต้การควบคุมหรือไม่

ข) ถ้าไม่ จงคำนวณหา control limits สำหรับการผลิตในครั้งต่อไป

ค) ถ้าเส้นผ่าศูนย์กลางมีการกระจายแบบปกติ จงหา natural tolerance limits ของกรรมวิธีการผลิตนี้

ง) เมื่อกรรมวิธีการผลิตอยู่ภายใต้การควบคุม จงประมาณเปอรเซ็นต์ของลูกสูบที่ไม่ได้มาตรฐาน จากกระบวนการนี้

วิธีทำ

หาผลรวมของค่าเฉลี่ย = 25.0238 และผลรวมของพิสัย = 0.222

จะได้ $\overline{\overline{X}} = \frac{25.0238}{25} = 1.00095$

$\overline{R} = \frac{0.222}{25} = 0.0089$

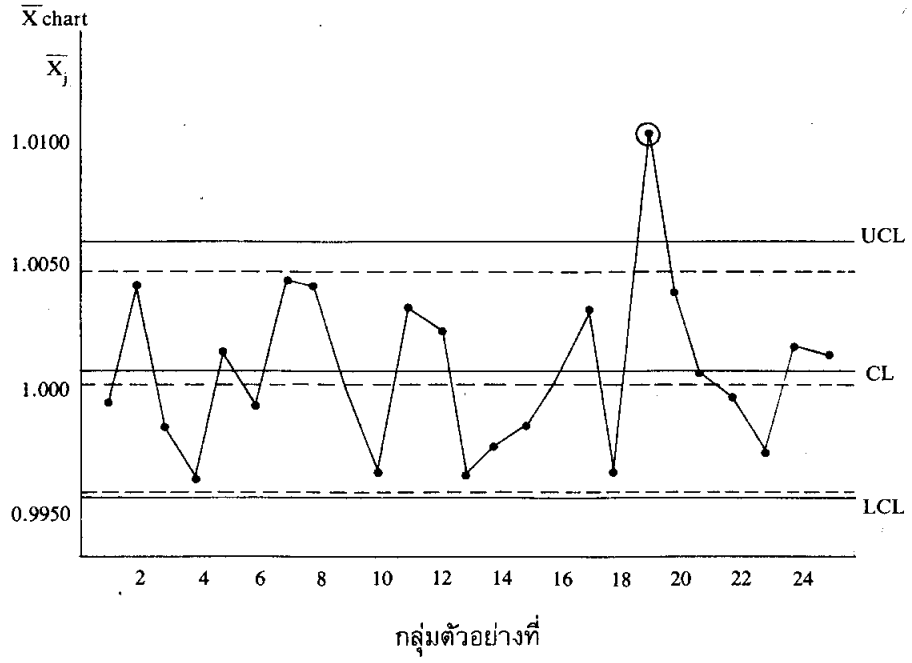
$UCL_{\overline{X}} = 1.00095 + (0.577)(0.0089) = 1.0061$

$LCL_{\overline{X}} = 1.00095 - (0.577)(0.0089) = 0.9958$

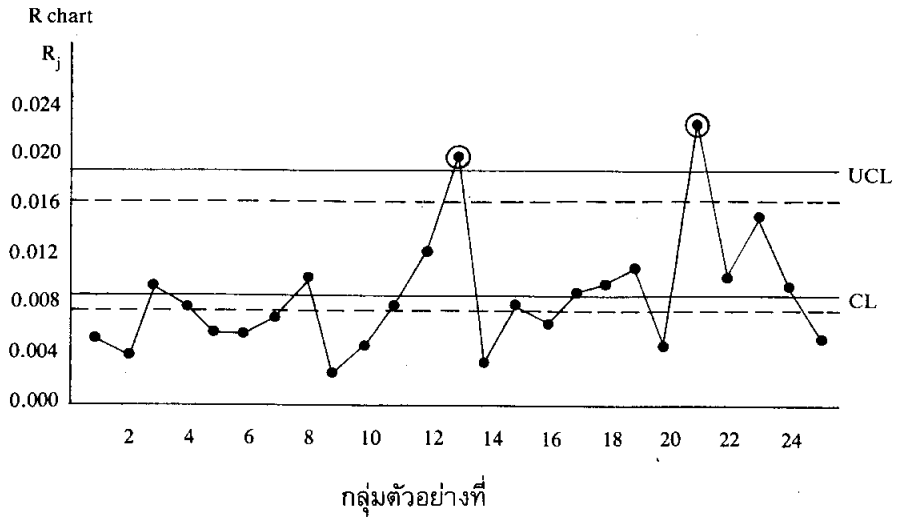
$UCL_R = (2.115)(0.0089) = 0.0188$

$LCL_R = 0$

เขียนแผนภูมิสำหรับ $\overline{X}$ และ R ดังต่อไปนี้



หมายเหตุ เส้น———— แสดงถึงเส้นควบคุมเดิม
เส้น---------- แสดงถึงเส้นควบคุมใหม่



หมายเหตุ เส้น———— แสดงถึงเส้นควบคุมเดิม
เส้น---------- แสดงถึงเส้นควบคุมใหม่

สรุปผลที่ได้จากแผนภูมิทั้งสอง (เส้นควบคุมเดิม)

ก. จาก $\overline{X}$ chart มีจุดของตัวอย่างที่ 19 อยู่เหนือเส้นควบคุมบน แสดงว่า กรรมวิธีการผลิตอยู่นอกการควบคุม

จาก R chart มีจุดของตัวอย่างที่ 12 และ 21 อยู่เหนือเส้นควบคุม แสดงว่า ความผันแปรของกรรมวิธีการผลิตอยู่นอกการควบคุม

ข. เราคำนวณหาเขตการควบคุมใหม่ โดยตัดจุดที่ 19 ของ $\overline{X}$ ออก และตัดจุดที่ 12, 21 ของ R ออก ดังนั้น

$$\overline{\overline{X}} = \frac{25.0238 - 1.0108}{24} = 1.00054$$

$$\overline{R} = \frac{.222 - .020 - .023}{23} = 0.0078$$

$$UCL_{\overline{X}} = 1.00054 + (0.577)(0.0078) = 1.005$$

$$LCL_{\overline{X}} = 1.00054 - (0.577)(0.0078) = 0.996$$

$$UCL_R = (2.115)(0.0078) = 0.0165, \; LCL_R = 0$$

เขียนเส้นควบคุมที่ได้ใหม่ บนแผนภูมิการควบคุม ผลปรากฏว่า ทั้ง $\overline{X}$ chart และ R chart ไม่มีจุดอยู่นอกเส้นควบคุม สรุปได้ว่า กรรมวิธีการผลิตและความผันแปรอยู่ภายใต้การควบคุม และเราจะใช้ระดับการควบคุมนี้ ในการควบคุมการผลิตครั้งต่อไป นั่นก็คือ ระดับที่ถือว่า $\overline{X}' = 1.00054$ นิ้ว และ

$$\sigma' = \frac{0.0078}{2.326} = 0.0033 \text{ นิ้ว}$$

ค. ถ้าเส้นผ่าศูนย์กลางของลูกสูบมีการกระจายแบบปกติ กล่าวคือ

$$X \sim N(1.00054, 0.0033)$$

จะได้

$$\overline{X}' + 3\sigma' = 1.00054 + (3)(0.0033) = 1.0104 \text{ นิ้ว}$$

$$\overline{X}' - 3\sigma' = 1.00054 - (3)(0.0033) = 0.9906 \text{ นิ้ว}$$

natural tolerance limits ของกรรมวิธีการผลิตนี้ จะอยู่ในช่วง (0.9906, 1.0104)

ง. กำหนดเกณฑ์ของคุณภาพในช่วง 1.007±0.013 นั่นก็คือ มีเส้นผ่าศูนย์กลางระหว่าง 0.994 ถึง 1.020 นิ้ว

ดังนั้น ความน่าจะเป็นของลูกสูบไม่ได้มาตรฐาน

$$= 1 - P(0.994 \leqslant X \leqslant 1.020)$$

$$= 1 - \Phi\left(\frac{1.020 - 1.00054}{0.0033}\right) + \Phi\left(\frac{0.994 - 1.00054}{0.0033}\right)$$

$$= 1 - 1 + .0239$$

การผลิตจากกระบวนการนี้ จะมีของชำรุดประมาณ 2.39%

หมายเหตุ ถ้าเราเปรียบเทียบเส้นควบคุมบน กับ S_U จะเห็นว่า UCL น้อยกว่า S_U ซึ่งแสดงว่า ไม่มีลูกสูบใดที่มีเส้นผ่าศูนย์กลางเกินมาตรฐาน กรณีนี้เราอาจจะหาเพียงความน่าจะเป็นของลูกสูบที่ต่ำกว่ามาตรฐานก็พอ

3.2 แผนภูมิควบคุมเชิงปริมาณอื่น ๆ

3.2.1 แผนภูมิค่ามัธยฐานและพิสัย (M-R chart)

M-R chart ใช้หลักการแบบเดียวกับ $\bar{X}$-R chart แต่การคำนวณค่ามัธยฐาน M ทำได้รวดเร็วและง่ายกว่าค่าเฉลี่ย $\bar{X}$ การหาค่ามัธยฐาน ก็คือการจัดเรียงลำดับข้อมูลจากค่าต่ำสุดไปหาค่าสูงสุด หรือตรงกันข้าม ค่าตัวเลขที่อยู่กลางจะเป็นค่ามัธยฐานของข้อมูลกลุ่มนั้น เพื่อความสะดวกและง่ายเรามักจะใช้ขนาดตัวอย่างเป็นจำนวนเลขคี่ การคำนวณหาเส้นควบคุมของมัธยฐานทำได้ง่าย และใช้ได้เสมอไม่ว่ากระบวนการจะให้ค่าข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบปกติ หรือการแจกแจงแบบใดก็ตาม เส้นควบคุมบนของมัธยฐาน UCL_M และเส้นควบคุมล่างของมัธยฐาน LCL_M คำนวณได้จาก

$$UCL_M = \bar{X}' + F\bar{R}$$

$$LCL_M = \bar{X}' - F\bar{R}$$

F เป็นแฟกเตอร์ ที่มีค่าแปรตามขนาดตัวอย่าง n ดังนี้

n	2	3	4	5	6	7	8	9	10
F	2.92	1.23	1.09	0.72	0.70	0.53	0.53	0.43	0.44

3.2.2 แผนภูมิค่าเฉลี่ยของพิสัย ($\bar{R}$ chart)

เมื่อขนาดตัวอย่างโต เช่น n>12 การใช้พิสัยในการคำนวณจะได้ค่าที่หยาบเกินไป การใช้ R chart ไม่มีประสิทธิภาพพอ ทางที่ดีควรจะแบ่งตัวอย่างออกเป็นกลุ่มย่อยที่มีขนาด 4 หรือ 5 นั่นคือ ใช้ $\bar{R}$ chart

จากตัวอย่างย่อย g ตัวอย่าง แต่ละตัวอย่างมีขนาด m (จากตัวอย่างสุ่ม gm ชิ้น) เส้นกึ่งกลางของ $\bar{R}$ chart สำหรับข้อมูลจากการผลิตครั้งก่อน ๆ จะอยู่ที่ $\bar{R}$
และ 3-sigma จะอยู่ใน

$$(1 \pm \frac{3d_3}{d_2\sqrt{g}})\ \bar{R}$$

กรณีที่เราทราบค่าที่แท้จริงของ σ' เส้นกึ่งกลางจะอยู่ที่ $d_2\sigma'$ และขอบเขตการควบคุม

$$(d_2 \pm \frac{3d_3}{\sqrt{g}})\ \sigma'$$

อย่างไรก็ตามการใช้ $\bar{R}$ chart ยังไม่เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพ เนื่องจากเราไม่ได้ใช้ข้อมูลทั้งหมด

3.2.3 แผนภูมิส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานตัวอย่าง (S chart)

เมื่อเราไม่ทราบค่ามาตรฐาน σ' และสิ่งที่เรามีคือ เรารู้ค่า s ของตัวอย่างทุกตัวอย่าง กรณีนี้ใช้ S chart ซึ่งทำได้ดังนี้

คำนวณค่าเฉลี่ยของ s และกำหนดเส้นกึ่งกลางของการควบคุมอยู่ที่ $\bar{s}$ ที่คำนวณได้ดังนี้

เราทราบว่า ถ้า X มีการแจกแจงแบบปกติ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของ s คือ $\sigma'\sqrt{1-c_4^2}$ และเรามี $E(S) = c_4\sigma'$ ดังนั้น $\bar{s}/c_4$ จะให้ค่าประมาณที่ไม่เอียงเฉของ σ' นั่นก็คือ เราได้ค่าประมาณของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของ s เท่ากับ $\frac{s}{c_4}\sqrt{1-c_4^2}$ เขตการควบคุมของ S chart ประมาณไว้ดังนี้

$$LCL = \bar{s} - 3\frac{\bar{s}}{c_4}\sqrt{1-c_4^2} = (1 - \frac{3}{c_4}\sqrt{1-c_4^2})\ \bar{s} = B_3\bar{s}$$

$$UCL = \bar{s} + 3\frac{\bar{s}}{c_4}\sqrt{1-c_4^2} = (1 + \frac{3}{c_4}\sqrt{1-c_4^2})\ \bar{s} = B_4\bar{s}$$

หากเราทราบค่าของ σ' เส้นกึ่งกลางของ S chart จะอยู่ที่ $c_4\sigma'$ และขอบเขตการควบคุม

$$LCL = c_4\sigma' - 3\sigma'\sqrt{1-c_4^2} = (c_4 - 3\sqrt{1-c_4^2})\ \sigma' = B_5\sigma'$$

$$UCL = c_4\sigma' + 3\sigma'\sqrt{1-c_4^2} = (c_4 + 3\sqrt{1-c_4^2})\ \sigma'' = B_6\sigma'$$

ในทางปฏิบัติ นักคณิตศาสตร์ นักสถิติ มักจะใช้ S^2 chart ในการควบคุมความผันแปรของกรรมวิธีการผลิต เมื่อขนาดตัวอย่างโต เราคำนวณ

$$S_j^2 = \frac{\Sigma_i(X_{ij} - \overline{X}_j)^2}{n-1}$$

แล้วคำนวณค่าเฉลี่ยของ S_j^2 คือ $\bar{S}_j^2$ ซึ่งจะเป็นค่ากำหนดเส้นกึ่งกลางของแผนภูมิ และ 0.001 probability limits จะอยู่ในช่วง

$$\frac{\bar{S}_j^2}{(n-1)} \chi^2_{0.999, n-1} \quad \frac{\bar{S}_j^2}{(n-1)} \chi^2_{0.001, n-1}$$

3.2.4 แผนภูมิ X – แผนภูมิค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่และพิสัยเคลื่อนที่

มีหลายสภาวการณ์ที่ขนาดตัวอย่างในการควบคุมกระบวนการ คือ n = 1 เหตุการณ์นี้เกิดบ่อยครั้ง เมื่อต้องใช้การตรวจสอบแบบอัตโนมัติและใช้เทคโนโลยีการวัด และทุก ๆ หน่วยที่ผลิตออกมาจะต้องนำไปวิเคราะห์ นั่นคือ ต้องการควบคุมข้อมูลเป็นตัว ๆ นอกจากนี้ อาจเกิดขึ้นเนื่องจาก อัตราการผลิตค่อนข้างจะช้ามากไม่สะดวกในการใช้ n>1 หรือระยะเวลาที่จะได้ข้อมูลเป็นเวลายาวมาก ถ้าจะแบ่งกลุ่ม อาจจะกำหนดมาตรการแก้ไขไม่ทันในบางกรณี ถ้ากำลังความสามารถของการผลิตมีเพียงพอ กระบวนการผลิตมีเสถียรภาพมักจะใช้ n = 1 เช่นกัน แผนภูมิควบคุมที่เหมาะสมสำหรับกรณีเหล่านี้ ก็คือแผนภูมิ $X - R_m$ (พิสัยเคลื่อนที่) หรือ $\bar{X}_m$ (ค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่) $-R_m$ (พิสัยเคลื่อนที่) ตัวอย่างเช่น เราเก็บตัวอย่างมา 10 ชิ้น วัดค่าแต่ละชิ้นได้ดังนี้

5 4 6 3 2 9 5 4 3 4

โดยปกติ เราจะแบ่งข้อมูลที่ได้ทั้งหมดเป็น 2 กลุ่ม แต่ละกลุ่มมีขนาดตัวอย่าง 5 ชิ้น คำนวณค่าของค่าเฉลี่ยและของพิสัยในกลุ่มที่ 1 และในกลุ่มที่ 2 ตามลำดับ นี่เป็นวิธีการเดิมของเรา มาถึงตอนนี้ เมื่อเราประยุกต์ใช้กับค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ และพิสัยเคลื่อนที่ เราเริ่มต้นจากการหาค่าเฉลี่ยและพิสัยของกลุ่มแรกนั่นก็คือ 5 ชิ้นแรก แล้วตัดข้อมูลตัวแรกออก เพิ่มตัวที่ 6 เข้ามา คำนวณค่าเฉลี่ยและพิสัยของกลุ่มนี้ใหม่ เป็นชุดที่ 2 ต่อไปตัดข้อมูลตัวที่ 2 เพิ่มตัวที่ 7 เข้ามา ทำเช่นนี้เรื่อย ๆ ดังนั้นจากข้อมูลตัวอย่างนี้ เราจะได้ค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่และพิสัยเคลื่อนที่ ดังต่อไปนี้

กลุ่มที่	ข้อมูลในกลุ่ม	ค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ $\overline{X}$	พิสัยเคลื่อนที่ R
1	5 4 6 3 2	4.0	4
2	4 6 3 2 9	4.8	7
3	6 3 2 9 5	5.0	7
4	3 2 9 5 4	4.6	7
5	2 9 5 4 3	4.6	7
6	9 5 4 3 4	5.0	6

แผนภูมิค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่และพิสัยเคลื่อนที่ ใช้ในการควบคุมกระบวนการปัจจุบัน โดยอาศัยผลจากข้อมูลที่แล้วมา การคำนวณหาเขตควบคุมใช้หลักการเดียวกับ $\overline{X}$-R chart เพียงแต่ว่าเราเริ่มต้นการวิเคราะห์ข้อมูลที่แล้วมาตามวิธีการเดิมที่กล่าวไว้ในหัวข้อ 3.1.2 จนกระทั่งได้ แผนภูมิที่แสดงเส้นควบคุมและเส้นกลางของกระบวนการที่อยู่ภายใต้การควบคุม เราจึงเขียนจุดของค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ และของพิสัยเคลื่อนที่ ลงในแผนภูมิ $\overline{X}$ chart และ R chart ตามลำดับ ซึ่งจะวิเคราะห์ได้ว่า กระบวนการปัจจุบันเป็นอย่างไร แผนภูมิการควบคุมแบบนี้ไม่เพียงแต่การควบคุมตามปกติ หากยังสามารถนำไปใช้ในการปรับกระบวนการให้ทันสมัยด้วย

การพิจารณาจุดนอกเส้นควบคุม ใช้หลักการเดิม มีข้อสังเกตว่า $\overline{X}$-R chart เดิม มีจุดที่เป็นอิสระต่อกัน แต่ในแผนภูมินี้แต่ละจุดจะมีความสัมพันธ์กัน

3.3 บทสรุป

การทำแผนภูมิการควบคุม ดำเนินการตามขั้นตอน ดังต่อไปนี้

1) ขั้นเตรียมการ

1.1 กำหนดเป้าหมายในการทำแผนภูมิการควบคุม

1.2 เลือกตัวแปร ซึ่งสามารถวัดค่าได้เป็นตัวเลข

1.3 การตัดสินใจในเรื่องกลุ่มย่อย การเลือกกลุ่มย่อยแต่ละกลุ่มต้องพยายามให้ได้กลุ่มที่เป็นแบบเดียวกันให้มากที่สุด

1.4 การตัดสินใจเกี่ยวกับขนาดและความถี่ของกลุ่มย่อย

1.5 แบบฟอร์มของกระดาษบันทึกข้อมูลหรือตารางตรวจสอบ

1.6 วิธีการวัด เครื่องมือที่ใช้วัด

2) ขั้นดำเนินการทำแผนภูมิควบคุม

2.1 วัดค่าตามวิธีการที่กำหนดไว้

2.2 บันทึกค่าที่ได้และสิ่งที่เกี่ยวข้องลงในกระดาษบันทึกข้อมูล

2.3 คำนวณค่าตัวสถิติที่ใช้ เช่น $\overline{X}$, R, S เป็นต้น

2.4 เขียนค่าที่ได้ลงในแผนภูมิ

3) ขั้นการหาเส้นควบคุม

3.1 กำหนดจำนวนกลุ่มย่อยที่เหมาะสม ก่อนการคำนวณหาเส้นควบคุม

3.2 คำนวณหาเส้นกลางและเส้นควบคุม เช่น ในกรณีของ $\overline{X}$ chart เราหาค่า $\overline{\overline{X}}$ และ $UCL = \overline{\overline{X}} + A_2\overline{R}$, $LCL = \overline{\overline{X}} - A_2\overline{R}$ หรือ R chart เราหาค่า $\overline{R}$ และ $UCL = D_4\overline{R}$, $LCL = D_3\overline{R}$ เป็นต้น

3.3 เขียนแผนภูมิการควบคุม

4) ขั้นอ่านและสรุปผลที่ได้จากแผนภูมิควบคุม

4.1 พิจารณาว่าผลที่ได้แสดงถึงการควบคุมหรือขาดการควบคุม

4.2 ชี้ความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่กระบวนการกำลังทำและคาดว่าจะต้องทำ

4.3 ข้อเสนอแนะที่ได้จากแผนภูมิ

5) ขั้นนำแผนภูมิไปใช้

5.1 ปรับเส้นควบคุมและเส้นกลางให้เหมาะสม

5.2 ใช้แผนภูมิในการดำเนินงานกับกระบวนการผลิต เช่น การขจัดสาเหตุที่ระบุได้ของความผันแปรที่มาจากจุดอยู่นอกเส้นควบคุม หรือการกำหนดค่ามาตรฐาน $\overline{X}'$ หรือ σ' เป็นต้น

5.3 ใช้แผนภูมิการควบคุม ควบคู่กับการตรวจสอบเพื่อการยอมรับ

5.4 ใช้แผนภูมิการควบคุม ในการพิจารณาเกณฑ์กำหนด

แบบฝึกหัด

1. ชิ้นส่วน 4 ชิ้น มีความยาวต่างกันดังนี้

   12.612 11.907 11.901 12.136

   จงหาค่าเฉลี่ย พิสัยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (12.139, 0.711 . 0.289)

2. อายุการใช้งานของหลอดไฟชนิดหนึ่ง มีการแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ย 13.306 เดือน และ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.024 เดือน จงหา % ของหลอดไฟที่มีอายุการใช้งาน

   2.1 มากกว่า 13.342 เดือน (16.68)

   2.2 น้อยกว่า 13.368 เดือน (99.51)

   2.3 ระหว่าง 13.310 กับ 13.318 เดือน (12.4)

3. น้ำหนักของซีเมนต์เกรดดีบรรจุถุง เป็นตัวแปรเชิงสุ่มที่มีค่าเฉลี่ย 42 กรัม ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.5 กรัม ซีเมนต์เกรดรองลงมาจะมีน้ำหนักโดยเฉลี่ย 41 กรัม ความแปรปรวนของน้ำหนักเท่ากัน จงพิจารณาว่าขนาดตัวอย่างและเส้นควบคุมค่าเฉลี่ยควรจะเป็นเท่าใด จึงจะทำให้มี $\alpha<0.05$, $\beta<0.02$ $(n=5)$

4. ความยาวของชิ้นส่วนที่ผลิตจากกระบวนการหนึ่ง มีการแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ย 0.750 นิ้ว ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.006 นิ้ว โรงงานต้องการรักษาระดับการผลิตให้มีค่าเฉลี่ยนี้คงที่ และตรวจสอบโดยการเก็บตัวอย่างมาทีละ 9 ชิ้น วัดความยาวที่ได้คำนวณหาค่าเฉลี่ยตัวอย่างแล้วนำผลที่ได้เขียนบนแผนภูมิค่าเฉลี่ย จงคำนวณค่าของ

   4.1 เส้นกลางและเส้นควบคุมของแผนภูมิ

4.2 ถ้าค่าเฉลี่ยเพิ่มขึ้นเป็น 0.752 นิ้ว แต่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานยังคงเดิม ความน่าจะเป็นที่จะเกิดความคลาดเคลื่อนประเภท 2 จะเป็นเท่าใด

5. ในการผลิตสินค้า โรงงานต้องการควบคุมน้ำหนักสินค้าเหล่านี้ ให้ได้การแจกแจงของน้ำหนักที่มีค่าเฉลี่ย 6.750 กรัม ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.003 กรัม จากการทำแผนภูมิการควบคุมและเก็บตัวอย่างมาทีละ 6 ชิ้น เป็นระยะ ๆ ชั่งน้ำหนักสินค้าที่ได้ คำนวณหาค่าเฉลี่ยและพิสัยในแต่ละตัวอย่าง นำผลที่ได้เขียนในแผนภูมิการควบคุม ซึ่งจะมีเส้นกลางและเส้นควบคุมของแผนภูมิค่าเฉลี่ยและของพิสัยเป็นเท่าใด (6.7537, 6.7500, 6.7463, 0.0152, 0.0076, 0)

6. บริษัทต้องการใช้เส้นควบคุม 2-sigma บนแผนภูมิการควบคุมค่าเฉลี่ยและพิสัย เพื่อนำแผนภูมินี้มาวิเคราะห์ข้อมูลที่แล้วมา จากผลการเก็บตัวอย่างมา 30 ตัวอย่าง ๆ ละ 7 ชิ้น พบว่าได้ผลรวมของค่าเฉลี่ยตัวอย่าง เท่ากับ 6.318 และได้ผลรวมของพิสัยตัวอย่างเท่ากับ 0.891 ถ้าผลสรุปว่ากระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุม เส้นกลางและเส้นควบคุมของแผนภูมิทั้ง 2 จะเป็นเท่าใด (0.2189, 0.2106, 0.2023 ; 0.0480, 0.0297, 0.0114)

7. แรงดึงของวัสดุที่ผลิตจากกระบวนการหนึ่งมีการแจกแจงแบบปกติ จากการวิเคราะห์โดยใช้แผนภูมิค่าเฉลี่ยและพิสัยสรุปผลได้ว่า กระบวนการผลิตวัสดุนี้ มีความผันแปรของกระบวนการที่หาสาเหตุได้ และพบว่าค่าเฉลี่ยเปลี่ยนจาก $\overline{X}'$ ไปอยู่ที่ $\overline{X}'+2\sigma'$ แต่ค่าความแปรปรวนคงเดิม ถ้าขนาดตัวอย่างของกลุ่มย่อย $n=4$ จงหาความน่าจะเป็น

   7.1 ที่ค่าเฉลี่ยตัวอย่างจะอยู่นอกเส้นควบคุม ภายหลังที่มีการเปลี่ยนแปลงเกิดขึ้น (0.8413)

   7.2 ที่นิสัยตัวอย่างจะอยู่นอกเส้นควบคุม ภายหลังที่มีการเปลี่ยนแปลงเกิดขึ้น (0.01)

8. น้ำหนักของสินค้าที่ผลิตจากกระบวนการ มีการแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ย 8.0 กรัม ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.1 กรัม สุ่มตัวอย่างสินค้าจากกระบวนการมา 10 ตัวอย่าง อย่างละ 4 ชิ้น ชั่งน้ำหนัก และคำนวณได้ค่าเฉลี่ยตัวอย่าง $\overline{X}$ ดังนี้

ตัวอย่างที่	1	2	3	4	5
$\overline{X}$	8.075	7.919	8.101	8.073	7.88
ตัวอย่างที่	6	7	8	9	10
$\overline{X}$	7.974	7.810	8.027	7.895	7.917

8.1 จงเขียนแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ย และสรุปผลที่ได้จากแผนภูมิ

8.2 เมื่อกระบวนการอยู่นอกการควบคุม ค่าเฉลี่ยกระบวนการเปลี่ยนเป็น 8.2 กรัม จงหาความน่าจะเป็นที่จะเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ที่จะเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 2 และจงหาว่าเส้นควบคุมควรอยู่ที่ใด ถ้าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 น้อยกว่า 0.05

($\alpha = .00135$, $\beta = .159$, $8.0 \pm .098$)

9. โรงงานผลิตอาหารกระป๋องต้องการวิเคราะห์ผลที่ได้จากการผลิต โดยใช้แผนภูมิการควบคุมค่าเฉลี่ยและพิสัย จากการเก็บตัวอย่าง 27 ตัวอย่าง ชั่งน้ำหนักตัวอย่างอาหารที่ได้ ปรากฏผลดังนี้

ตัวอย่างที่	น้ำหนักอาหารกระป๋อง (กรัม)				
	1	2	3	4	5
1	140	143	137	134	135
2	138	143	145	143	146
3	139	133	147	148	139
4	143	141	137	138	140
5	142	142	145	135	136
6	136	144	143	136	137
7	142	147	137	142	138
8	143	137	145	137	138
9	141	142	147	140	140
10	142	137	145	140	132
11	137	147	142	137	135
12	137	146	142	142	140
13	142	142	139	141	142
14	137	145	144	137	140
15	144	142	143	135	144
16	140	132	144	145	141
17	137	137	142	143	141
18	137	142	142	145	143
19	142	143	140	135	142
20	136	142	140	139	137
21	142	144	140	138	143
22	139	146	143	140	139
23	140	145	142	139	137
24	134	147	143	141	142
25	138	145	141	137	141
26	140	145	143	144	138
27	145	145	137	138	140

ผลสรุปที่ได้จากข้อมูลนี้ เป็นอย่างไร (145.6, 140.6, 135.6;18.2, 8.6, 0)

10. ในการวิเคราะห์น้ำหนักของลูกแบดมินตัน จากกระบวนการผลิตที่แล้วมา เพื่อควบคุมน้ำหนักของลูกแบดให้อยู่ในมาตรฐาน การเก็บตัวอย่างทำทุก ๆ ชั่วโมง แต่ละชั่วโมงเก็บตัวอย่างลูกแบดมาชั่งน้ำหนัก 5 ลูก ผลปรากฏดังต่อไปนี้

ครั้งที่	น้ำหนักที่ชั่งได้ (กรัม)				
	1	2	3	4	5
1	5.11	5.09	5.16	5.20	5.06
2	5.14	5.06	5.11	5.11	5.11
3	5.16	5.06	5.11	5.02	4.96
4	5.13	5.11	5.15	5.11	5.13
5	5.09	5.02	5.01	5.00	4.93
6	5.09	5.08	5.08	5.12	5.21
7	5.15	5.13	5.09	5.10	5.21
8	4.98	5.18	5.15	5.14	5.10
9	5.21	5.11	5.11	5.13	5.12
10	5.12	5.15	5.16	5.12	5.05
11	5.11	5.18	5.24	5.07	5.06
12	5.11	5.06	5.08	5.12	5.07
13	5.18	5.02	5.15	5.10	5.10
14	4.95	5.12	5.11	5.11	5.18
15	5.11	5.13	5.11	5.14	5.12
16	5.10	4.99	4.99	5.24	5.12
17	5.13	5.21	5.23	5.26	5.24
18	4.93	5.13	4.99	5.14	5.10
19	5.12	5.11	5.05	5.11	5.30
20	5.11	5.18	5.13	5.11	5.13

10.1 จงเขียนแผนภูมิการควบคุมของค่าเฉลี่ย และของพิสัยตัวอย่าง ของน้ำหนักลูกแบดมินตัน ผลสรุปที่ได้จะเป็นอย่างไร

10.2 จงใช้การทดสอบแบบรัน ในการตรวจสอบว่าผลที่เกิดขึ้น สืบเนื่องมาจากการไม่เป็นเชิงสุ่มหรือไม่

10.3 จงหาระดับการควบคุมที่จะใช้การผลิตต่อไป ถ้าระดับนี้คงที่ และจากการเก็บตัวอย่างเพิ่มเติมอีก 9 ครั้ง ปรากฏผลดังต่อไปนี้

ครั้งที่	น้ำหนักที่ชั่งได้ (กรัม)				
	1	2	3	4	5
21	5.03	5.10	5.12	5.15	5.15
22	5.15	5.09	5.14	5.06	5.08
23	5.13	5.16	5.11	5.12	5.12
24	5.06	5.15	5.22	5.12	5.11
25	5.13	5.03	4.96	5.11	5.18
26	5.09	5.10	5.10	5.13	5.11
27	5.30	5.14	5.07	5.11	5.15
28	5.15	5.26	5.09	5.13	5.02
29	5.11	5.12	5.14	5.06	5.13

อาศัยข้อมูลที่ได้นี้ จะนำไปสรุปว่า กระบวนการผลิตยังคงอยู่ใต้การควบคุมที่ระดับกำหนดไว้ได้หรือไม่ จงแสดงให้เห็นด้วยกราฟ

(คำตอบ 5.029, 5.111, 5.193;0, 0.1425, 0.3014)

11. เพื่อการวิเคราะห์กระบวนการผลิตสินค้าหนึ่ง ว่าใช้ได้ดีหรือไม่ ได้เก็บตัวอย่างสินค้าแบบสุ่มมาวัดความยาวของแต่ละชิ้น ผลจากการเก็บตัวอย่าง 25 ตัวอย่าง ตัวอย่างละ 4 ชิ้น คำนวณได้ค่าเฉลี่ยและพิสัยของแต่ละตัวอย่าง ได้ดังต่อไปนี้

ตัวอย่างที่	$\overline{X}$	R	ตัวอย่างที่	$\overline{X}$	R	ตัวอย่างที่	$\overline{X}$	R
1	20.175	2.115	10	20.515	1.236	19	20.654	2.066
2	18.825	2.010	11	19.985	2.010	20	18.901	1.813
3	19.718	2.110	12	21.005	2.148	21	20.330	2.000
4	20.982	3.000	13	20.495	1.481	22	19.640	2.410
5	19.520	1.118	14	18.910	1.959	23	19.270	2.195
6	20.780	2.059	15	19.350	2.768	24	18.765	1.980
7	20.350	2.002	16	19.640	2.211	25	20.495	2.015
8	19.860	3.017	17	20.700	1.659			
9	20.990	2.040	18	20.245	2.052			

11.1 จงหาเส้นควบคุม 3σ ของการควบคุมค่าเฉลี่ยและของพิสัยตัวอย่าง

11.2 จงใช้การทดสอบแบบรัน ในการตรวจสอบว่า ข้อมูลที่ได้มีแนวโน้มเอียงไปทางใดทางหนึ่งหรือไม่

(คำตอบ 21.5, 18.5 ; 4.69, 0)

12. เก็บตัวอย่างเหล็กตะปูขนาด 6 หุน (3/4 นิ้ว) จากเครื่องจักรมาตรวจสอบความยาว โดยการสุ่มตัวอย่างมา 20 ครั้ง ๆ ละ 4 อัน วัดความยาวของแต่ละอันเป็นมิลลิเมตร คำนวณหาค่าเฉลี่ย และค่าพิสัยตัวอย่างของแต่ละครั้ง ปรากฏผลดังต่อไปนี้

ครั้งที่	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\overline{X}$	20.60	20.69	20.62	20.66	20.71	20.70	20.68	20.64	20.63
R	0.12	0.15	0.09	0.21	0.18	0.14	0.15	0.10	0.08

ครั้งที่	10	11	12	13	14	15	16
$\overline{X}$	20.70	20.68	20.58	20.63	20.71	20.65	20.72
R	0.25	0.19	0.17	0.18	0.24	0.20	0.15

ครั้งที่	17	18	19	20
$\overline{X}$	20.69	20.74	20.68	20.69
R	0.12	0.17	0.21	0.10

12.1 จงคำนวณหาเส้นควบคุม 3σ ของแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยและพิสัย

12.2 จงประมาณค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความยาวเหล็กตะปู

12.3 ถ้าเกณฑ์คุณภาพของเหล็กตะปูกำหนดในช่วง 20.50±0.20 มิลลิเมตร เหล็กตะปูที่มีความยาวเกินเกณฑ์กำหนดขั้นสูง จะต้องนำไปตัดใหม่ ส่วนเหล็กที่มีความยาวต่ำกว่าเกณฑ์กำหนดขั้นต่ำ ต้องคัดออกไป จงประมาณ % ของเหล็กตะปูที่จะต้องนำไปตัดใหม่ และที่ต้องคัดออกกำหนดว่า การทำงานของเครื่องจักรยังคงอยู่ภายใต้การควบคุม และความยาวของเหล็กที่ได้ มีการแจกแจงแบบปกติ

(คำตอบ 20.79, 20.55 ; 0.36, 0 ; 0.078 ; 35%, 0)

13. ในการวิเคราะห์ผลที่ได้จากการผลิตชิ้นส่วนประกอบ ได้เก็บตัวอย่างชิ้นส่วนจากการผลิตมา 30 ตัวอย่าง ตัวอย่างละ 3 ชิ้น วัดความเหนียวของแต่ละชิ้นเป็นปอนด์ คำนวณหาค่าเฉลี่ยและพิสัยของแต่ละตัวอย่าง ผลปรากฏดังนี้

ตัวอย่างที่	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\overline{X}$	362	402	435	390	398	454	352	441	439	432
R	44	52	35	62	58	32	26	37	19	71
ตัวอย่างที่	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$\overline{X}$	412	458	473	425	430	469	421	395	470	370
R	128	43	55	36	29	64	28	33	82	134
ตัวอย่างที่	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
$\overline{X}$	422	459	454	439	420	466	349	415	385	413
R	65	40	22	31	39	47	16	23	31	28

13.1 ท่านจะสรุปผลที่ได้จากตัวอย่างนี้อย่างไร

13.2 จงหาระดับการควบคุมที่จะใช้ในการผลิตชิ้นส่วนประกอบ

13.3 ถ้าการผลิตยังคงอยู่ภายใต้การควบคุม และความเหนียวของชิ้นส่วนที่ผลิตได้ มีการแจกแจงแบบปกติ จงประมาณ % ของชิ้นส่วนที่ไม่ได้มาตรฐาน กำหนดเกณฑ์คุณภาพต่ำสุดเท่ากับ 370 ปอนด์

(คำตอบ 471.899; 387.06; 105.57; 0.67%)

14. จากการเก็บตัวอย่างสินค้าจากกระบวนการผลิตหนึ่ง แบบสุ่มมา 25 ตัวอย่าง ๆ ละ 4 ชิ้น วัดหาความต้านทานของแต่ละชิ้น คำนวณค่าเฉลี่ยและพิสัยของแต่ละตัวอย่าง หาค่าผลรวมที่ได้ ปรากฏว่า ได้ผลรวมของค่าเฉลี่ย $\Sigma\overline{X}$ = 3,000 โอห์ม และผลรวมของพิสัย ΣR = 77.1 โอห์ม

14.1 จงคำนวณหาเส้นควบคุม 3σ ของแผนภูมิค่าเฉลี่ยและพิสัย

14.2 ถ้ากระบวนการผลิตอยู่ภายใต้การควบคุม จงหา natural tolerance limits

14.3 ถ้าเกณฑ์กำหนดของสินค้านี้ระบุในช่วง 120±5 โอห์ม จงหา % สินค้าที่ไม่ตรงตามเกณฑ์กำหนด เมื่อค่าเฉลี่ยกระบวนการเปลี่ยนเป็น 121 โอห์ม (0.38%)

15. จากการใช้แผนภูมิการควบคุมตรวจสอบกระบวนการผลิต เพื่อดูว่า การผลิตปัจจุบันยังคงอยู่ภายใต้การควบคุมที่มีเส้นควบคุม 3σ เป็น 121 และ 129 โดยมีค่าเฉลี่ย $\overline{X}'$ = 125.0 หรือไม่ การตรวจสอบกระทำโดยการสุ่มตัวอย่างเป็นกลุ่มย่อย กลุ่มละ 4 ชิ้น เก็บตัวอย่างมาทุก ๆ 2 ชั่วโมง

15.1 ถ้าผู้ซื้อระบุเกณฑ์กำหนดสินค้าเป็น 127.0±8.0 จงหา % สินค้าที่ไม่ตรงตามเกณฑ์ ถือว่าผลผลิตที่ได้จากกระบวนการนี้ มีการแจกแจงแบบปกติ

15.2 ถ้าค่าเฉลี่ยกระบวนการเปลี่ยนไป โดยไม่ทำให้ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเปลี่ยนแปลง จงหาค่านี้ควรจะเป็นเท่าใด จึงจะทำให้ได้สินค้าที่ไม่ตรงตามเกณฑ์กำหนดมีจำนวนต่ำสุดที่ค่าเฉลี่ยใหม่นี้ จงหา % ของสินค้าที่ไม่ตรงตามเกณฑ์กำหนด

(คำตอบ 1.22% ; 127 ; 0.27%)

16. แผนภูมิการควบคุมค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ถูกนำไปใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลที่แล้วมา จากการสุ่มตัวอย่าง 12 ตัวอย่าง ตัวอย่างละ 15 ชิ้น คำนวณหาค่าเฉลี่ย $\overline{X}$ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน S ของแต่ละตัวอย่าง ผลปรากฏว่าได้ $\Sigma\overline{X}$ = 1,307 และ ΣS = 191.5

16.1 จงหาเส้นควบคุม 3σ ของแผนภูมินี้

16.2 ถ้าผลการวิเคราะห์สรุปได้ว่า กระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุม จงประมาณค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของกระบวนการนี้

16.3 ถ้าเกณฑ์กำหนดต่ำสุดเป็น 90 จงประมาณ % ของที่มีคุณภาพต่ำกว่าเกณฑ์กำหนด

(คำตอบ 96.32, 121.51 ; 6.83, 25.09 ; 16.246 ; 12.2%)

17. ความหนืดของเคมีผลิตภัณฑ์ มีความสำคัญต่อคุณภาพมาก ผลิตภัณฑ์ที่ผลิตออกมาในแต่ละรุ่น ใช้เวลาในการผลิตหลายชั่วโมง อัตราการผลิตค่อนข้างช้า จนไม่สามารถเก็บตัวอย่างให้มีขนาดตัวอย่างเกิน 1 ได้ จากการวัดความหนืดของผลิตภัณฑ์ 15 รุ่นที่แล้วมาปรากฏผลดังนี้

รุ่นที่	1	2	3	4	5	6
ความหนืด	33.75	33.05	34.00	33.81	33.46	34.02
รุ่นที่	7	8	9	10	11	12
ความหนืด	33.68	33.27	33.49	33.20	33.62	33.00
รุ่นที่	13	14	15			
ความหนืด	33.54	33.12	33.84			

จงหาเส้นควบคุมค่า x และ เส้นควบคุมพิสัยเคลื่อนที่ ให้มีขนาดตัวอย่างในกลุ่มเป็น 2 ท่านจะสรุปผลที่ได้อย่างไร