บทที่ 5
เทคนิคการควบคุมคุณภาพอื่น ๆ

จากการใช้แผนภูมิควบคุมชนิดต่างๆสำหรับวิเคราะห์ความสามารถของกระบวนการซึ่งให้สอดคล้องกับคุณสมบัติผลิตภัณฑ์นั้น ๆ ถ้าลักษณะของแผนภูมิควบคุมมีจุดตกนอกพิกัดควบคุม ถือว่ากระบวนการผลิตไม่อยู่ภายใต้การควบคุมต้องไปเสาะหาปัญหาที่เกิดขึ้นจากกระบวนการผลิต เมื่อทราบปัญหาก็ต้องหาสาเหตุที่ทำให้เกิดปัญหาซึ่งกระบวนการค้นหาจำแนกข้อมูลออกมาต้องอาศัยเทคนิคการควบคุมคุณภาพอื่น ๆซึ่งประกอบด้วยเทคนิคเหล่านี้คือ ฮิสโตแกรม แผนภูมิพาเรโต ไดอะแกรมเหตุและผล และแผนภูมิการกระจาย

5.1 ฮิสโตแกรม

ข้อมูลที่จะสร้างฮิสโตแกรมต้องเป็นค่าที่เป็นตัวเลขจากการชั่งตวง วัดเก็บรวบรวมเป็นจำนวนมากเพื่อดูว่าการกระจายของข้อมูลเป็นลักษณะใด การเก็บรวบรวมข้อมูลต้องกำหนดชัดเจน เช่นเก็บมาจากแต่ละกะหรือแต่ละวันหรือแต่ละลอต หาค่าพิสัยของข้อมูลทั้งหมด แล้วพิจารณาจำนวนชั้นได้จากตารางมาตรฐานหรือจะประมาณจำนวนชั้นจาก $\sqrt{N}$ เมื่อ N คือจำนวนข้อมูลทั้งหมดหาความกว้างของแต่ละชั้นเพื่อสร้างตารางแจกแจงความถี่ อาจจะเริ่มค่าน้อยที่สุดของชั้นแรกเท่ากับค่าที่น้อยที่สุดของข้อมูล (X_{min}) จะหาความถี่ของแต่ละชั้นโดยเขียนรอยขีดของข้อมูลลงในชั้นตามค่าของข้อมูล เขียนกราฟแท่งของแต่ละชั้นโดยมีความกว้างเท่ากับค่าที่หาไว้และความสูงของกราฟแท่งเท่ากับความถี่ของข้อมูลแต่ละชั้น

การพิจารณาจำนวนชั้น หรือ แท่ง (k) ได้จากตารางมาตรฐาน คือ

จำนวนข้อมูล (N)	จำนวนชั้น (k)
ต่ำกว่า 50	5-7
50 - 100	6-10
100 - 250	7-12
มากกว่า 250	10-20

ตัวอย่างที่ 1 โรงงานได้เก็บตัวอย่างมาวันละ 4 ชิ้น เป็นเวลา 20 วัน ได้ข้อมูลดังนี้

วันที่	รอยตำหนิของกลุ่ม				วันที่	รอยตำหนิของกลุ่ม			
	1	2	3	4		1	2	3	4
1	40	49	38	37	2	22	39	26	18

วันที่	รอยตำหนิของกลุ่ม				วันที่	รอยตำหนิของกลุ่ม			
	1	2	3	4		1	2	3	4
3	30	36	34	18	12	24	32	22	22
4	41	37	27	32	13	38	40	31	52
5	5	20	43	26	14	22	52	33	27
6	38	26	38	25	15	46	32	20	50
7	27	38	40	33	16	27	29	24	15
8	20	23	28	35	17	31	26	34	35
9	29	29	34	29	18	32	46	30	32
10	25	35	37	42	19	35	20	34	46
11	42	59	38	28	20	55	25	33	54

จงสร้างฮิสโตแกรม

เฉลย

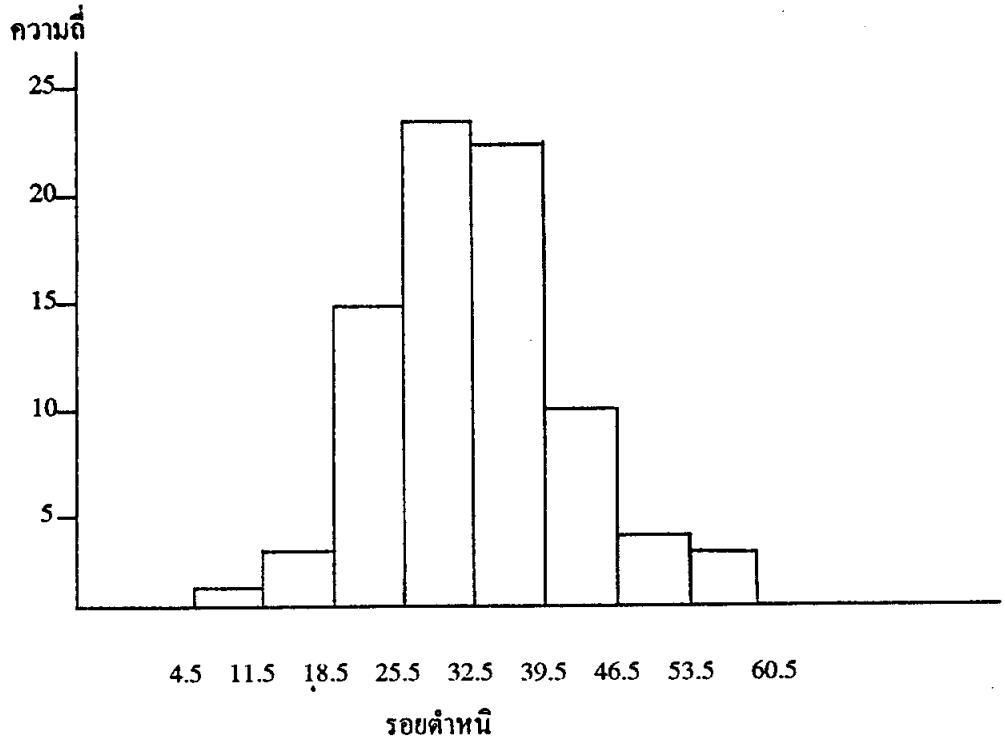
จากข้อมูลได้ $X_{max} = 59$ $X_{min} = 5$

$R = 59 - 5 = 54$

จำนวนชั้นจากตาราง $\sqrt{N} = \sqrt{80}$ ได้ = 8 ชั้น

ความกว้าง = i = พิสัย / จำนวนชั้น = 54 / 8 = 6.7 ได้ความกว้าง = 7

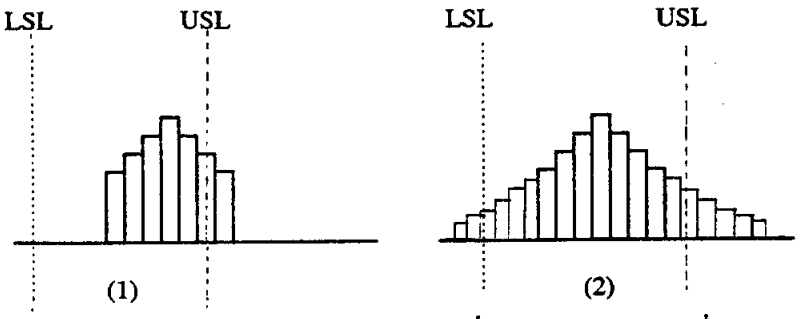
รอยตำหนิ	รอยขีด	ความถี่
5 - 11	I	1
12 - 18	III	3
19 - 25	𝍸 𝍸 IIII	14
26 - 32	𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 III	23
33 - 39	𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 II	22
40 - 46	𝍸 𝍸	10
47 - 53	IIII	4
54 - 60	III	3
	รวม	80



การแปลความหมายของฮิสโตแกรม

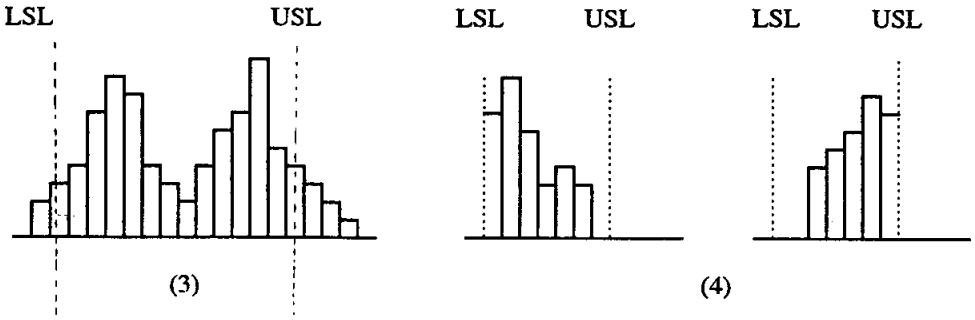
ลักษณะการกระจายของข้อมูลตรวจสอบได้จากลักษณะของฮิสโตแกรมว่ากระจายอยู่ตรงกึ่งกลางฐานหรือเอียงไปทางด้านใดด้านหนึ่งหรือไม่เกินขอบเขตที่กำหนดหรือไม่ ลักษณะเช่นนี้ถ้าเกิดขึ้นในฮิสโตแกรมก็สามารถที่จะวิเคราะห์ได้ว่าเกิดจากปัญหาใด สามารถไปหาสาเหตุนั้น ๆได้ ลักษณะของฮิสโตแกรมที่ควรต้องแก้ไขมีดังนี้

1. การกระจายฐานแคบแต่มีด้านใดด้านหนึ่งออกนอกขอบเขตที่กำหนดลักษณะเช่นนี้ต้องปรับวิธีการทำงานให้ค่าเฉลี่ยอยู่กึ่งกลางระหว่าง USL และ LSL



2. การกระจายมีฐานกว้างและอยู่นอกขอบเขตที่กำหนดบ่งบอกถึงเครื่องจักรขาดการบำรุงรักษามาเป็นเวลานานและกระบวนการผลิตอยู่นอกการควบคุม

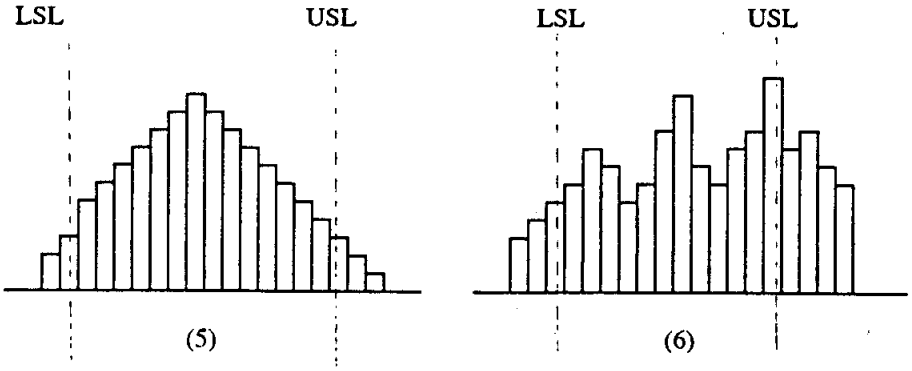
3. การกระจายเป็นสองยอดอาจเกิดจากการใช้เครื่องจักร 2 เครื่อง หรือใช้วัตถุดิบจากแหล่งผลิตแตกต่างกันหรือวัตถุดิบคนละรุ่นกันหรือเกิดการเปลี่ยนแปลงอุปกรณ์ในการทำงาน



4. การกระจายเป็นลักษณะผาชันแสดงว่ามีการคัดวัตถุดิบที่เสียก่อนเข้ากระบวนการผลิตหรือเกิดจากการอ่านค่าไม่ถูกต้องหรือเกิดจากการทำงานโดยเครื่องอัตโนมัติ

5. การกระจายเป็นลักษณะสันเขา เกิดจากการใช้เครื่องจักรหลายเครื่องหรืออาจเกิดจากวิธีการทำงานยังไม่เหมาะสม

6. การกระจายของข้อมูลเกิดจากการเก็บข้อมูลไม่ถูกต้อง เครื่องวัดอ่านค่าไม่ชัดเจนหรืออาจเกิดจากการทำงานของเครื่องจักรหลายเครื่อง



5.2 แผนภูมิพาเรโต

มีลักษณะเป็นแผนภูมิแท่งแสดงปริมาณของสาเหตุที่มีปริมาณมากที่สุดเรียงตามลำดับจนถึงปริมาณที่น้อยที่สุด ความกว้างของกราฟแท่งจะแทนสาเหตุความสูงแทนปริมาณของสาเหตุ ปัญหาที่เกิดขึ้นในโรงงานอุตสาหกรรมต้องนำมาวิเคราะห์ว่าจะแก้ปัญหาใดก่อนซึ่งควรจะเลือกปรับปรุงแก้ไขปัญหาที่สำคัญที่สุด จากนั้นรวบรวมปริมาณของสาเหตุที่ก่อให้เกิดปัญหาโดยกำหนดระยะเวลาที่แน่นอนพิจารณาว่าสาเหตุใดมีปริมาณมากที่สุดให้นำสาเหตุนั้นๆมาปรับปรุงแก้ไขก่อน

ขั้นตอนในการเขียนแผนภูมิพาเรโต มี

(1) เขียนรายการของปัญหาที่เกิดขึ้นอย่างชัดเจน

(2) กำหนดระยะเวลาที่จะทำการรวบรวมสาเหตุต่างๆที่ก่อให้เกิดปัญหา ช่วงเวลาของงาน อาจจะเป็นชั่วโมง กะ วัน สัปดาห์ เดือน สามเดือน หรือหนึ่งปี ทุกครั้งที่ทำการรวบรวมสาเหตุ ให้ถือระยะเวลาที่กำหนดไว้เริ่มแรกด้วย เพื่อประโยชน์ในการเปรียบเทียบปริมาณสาเหตุต่อไป

(3) บันทึกเป็นตารางรวบรวมสาเหตุแต่ละประเภท หาผลรวมทั้งหมดที่เกิดขึ้นของแต่ละสาเหตุ

(4) เรียงลำดับจากปริมาณสาเหตุมากที่สุดไปหาปริมาณสาเหตุน้อยที่สุด คำนวณเปอร์เซนต์และเปอร์เซนต์สะสมของแต่ละสาเหตุ

(5) เขียนกราฟแท่งโดยความสูงของแต่ละแท่งเท่ากับเปอร์เซนต์ของแต่ละสาเหตุ ความกว้างของแต่ละแท่งจะต้องเท่ากัน แต่ละแท่งกราฟเขียนสาเหตุกำกับไว้โดยเรียงลำดับจากแท่งกราฟที่มีเปอร์เซนต์สูงสุดไปหาต่ำสุด

(6) เขียนกราฟเส้นตรงจากปลายมุมล่างด้านซ้ายของแท่งแรกตามเปอร์เซนต์สะสมของแต่ละสาเหตุ จนครบทุกสาเหตุ

ตัวอย่างที่ 2 จากการตรวจสอบผลิตภัณฑ์ที่มีข้อบกพร่องต้องคัดทิ้งในแต่ละสัปดาห์ได้ข้อมูลดังนี้

สาเหตุ	สัปดาห์ที่										รวม
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
ตะเข็บไม่ดี	3	1	6	5	2	2	1	4	7	1	32
ลืมหมุด	0	1	1	1	1	1	0	0	1	2	8
การหมุนไม่ถูกต้อง	7	3	16	5	11	9	4	12	18	6	91
ช่องว่างไม่ถูกต้อง	2	3	4	1	3	2	0	2	5	3	25
แผ่นรองพื้นแตก	3	10	7	4	5	3	6	2	3	8	51
แรงบิดไม่ดี	0	2	0	2	1	1	2	3	1	0	12
มุมไม่ถูก	1	1	2	1	1	0	1	1	2	0	10
สาเหตุอื่น ๆ	1	5	4	2	3	6	2	7	5	6	41
									รวม		270

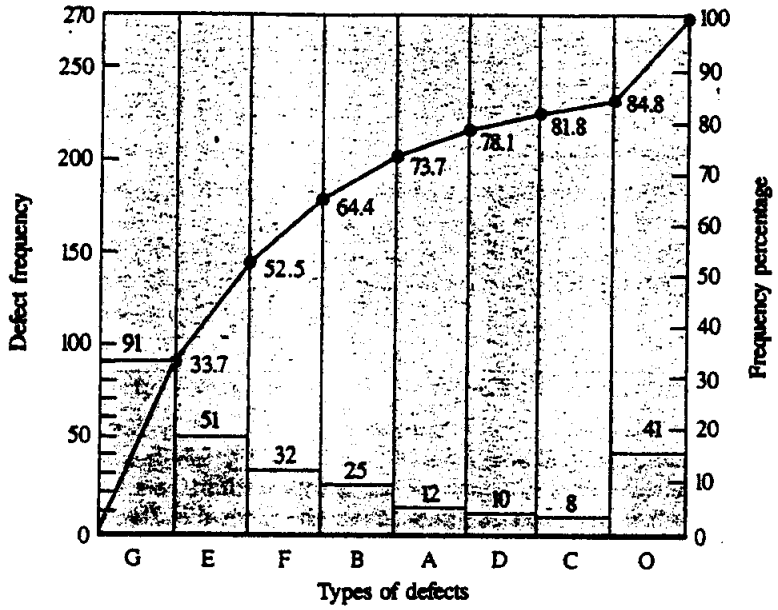
จงเขียนแผนภูมิพาเรโตและวิเคราะห์ว่าจะแก้ไขสาเหตุใดบ้าง

<u>เฉลย</u> ให้เรียงลำดับจากปริมาณสาเหตุมากที่สุดไปหาน้อยที่สุดโดยให้สาเหตุต่าง ๆ แทนด้วยอักษรต่อไปนี้

G = การหมุนไม่ถูกต้อง E = แผ่นรองพื้นแตก F = ตะเข็บไม่ดี A = แรงบิดไม่ดี

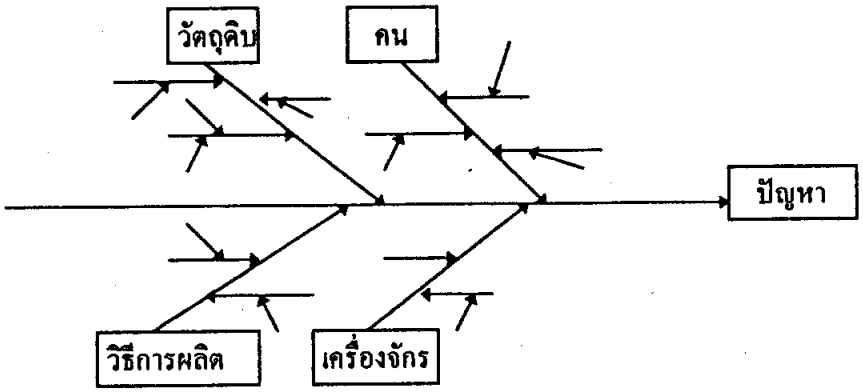
B = ช่องว่างไม่ถูกต้อง C = ลืมหมุด D = มุมไม่ถูก O = สาเหตุอื่น ๆ รวมกัน

สาเหตุ	จำนวน	เปอร์เซนต์	เปอร์เซนต์สะสม
G	91	91	33.7
E	5I	142	52.5
F	32	174	64.4
B	25	199	73.7
A	12	211	78.1
D	10	221	81.8
C	8	229	84.8
O	41	270	100



5.3 ไดอะแกรมเหตุและผล

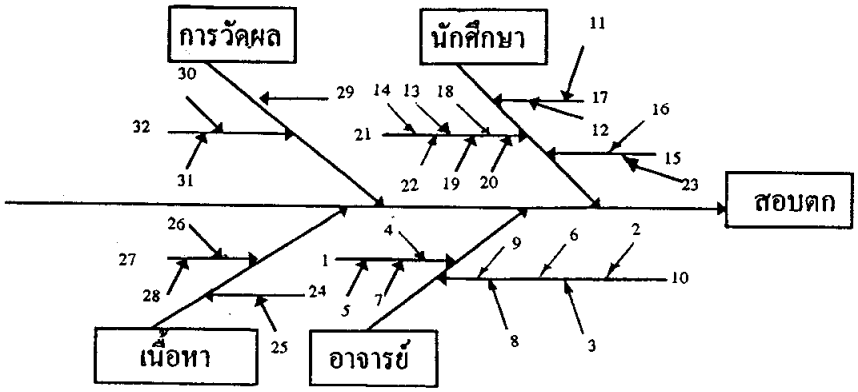
แผนภูมินี้เหมาะสำหรับการระดมความคิดเห็นเพื่อวิเคราะห์หาสาเหตุต่างๆ ที่ทำให้เกิดปัญหาทำให้ทราบว่าปัญหาเกิดจากสาเหตุอะไรบ้าง แต่ละสาเหตุเกี่ยวข้องกันหรือไม่ เพื่อนำผลจากการวิเคราะห์ไปใช้ในการปรับปรุงแก้ไข การเขียนไดอะแกรมเหตุและผล ให้พิจารณาว่าโรงงานเกิดปัญหาอะไรเกี่ยวกับคุณภาพของผลิตภัณฑ์โดยเขียนลูกศรเป็นเส้นแกนหัวลูกศรอยู่ทางขวามือเขียนปัญหาไว้ที่หัวลูกศร เขียนลูกศรย่อยแทนสาเหตุใหญ่ ๆ ที่ก่อให้เกิดปัญหา จากสาเหตุใหญ่แต่ละสาเหตุเขียนสาเหตุย่อยที่กี่ยวข้องเป็นลูกศรย่อย



ตัวอย่างที่ 3 ในการเรียนการสอนของสถาบันการศึกษาแห่งหนึ่ง ต้องการสำรวจความคิดเห็นของนักศึกษาว่าทำไมจึงสอบตกเพื่อนำมาวิเคราะห์ปรับปรุงการเรียนการสอนได้ผลดังนี้

1.สอนแต่ละครั้งเนื้อหามากเกินไป
2.ไม่เตรียมการสอน
3.ไม่สนใจนักศึกษา
4.อาจารย์มาสาย
5.สอนเร็ว
6.ไม่มีประสบการณ์ในการสอน
7.วันหยุดมาก
8.ไม่สอนจากง่ายไปหายาก
9.สอนไม่ละเอียด
10.สอนไม่ดี
11.นักศึกษามีปัญหาทางครอบครัว
12.นักศึกษาไม่มีเงิน
13.นักศึกษามีปัญหาแล้วไม่ถามอาจารย์
14.ไม่มีการทบทวนเนื้อหาที่ได้เรียนมา
15.ขาดเรียนบ่อย
16.เข้าเรียนสาย
17.ไม่สนใจเรียน
18.ไม่ทำการบ้าน
19.พื้นฐานเดิมไม่ดี
20.ชอบคุยในห้องเรียน
21.เรียนไม่รู้เรื่อง
22.ไม่ค้นคว้าเพิ่มเติม
23.ทำกิจกรรมมากเกินไป
24.เนื้อหาวิชายาก
25.เป็นวิชาใหม่
26.ไม่มีตำราเรียน
27.ตำราเรียนเข้าใจยาก
28.ตำราที่เป็นภาษาไทยมีน้อย
29.เกณฑ์การตัดสินสูงเกิน
30.ข้อสอบไม่ชัดเจนและมีข้อผิดหลายข้อ
31.ให้เวลาทำข้อสอบน้อยเกินไป
32.ข้อสอบยาก

เฉลย จากการวิเคราะห์ ข้อ 1 - 10 เป็นปัญหาที่เกิดจากอาจารย์
ข้อ 11 - 23 เป็นปัญหาที่เกิดจากนักศึกษา
ข้อ 24 - 28 เป็นปัญหาที่เกิดจากเนื้อหา
ข้อ 29 - 32 เป็นปัญหาที่เกิดจากการวัดผล



5.4 แผนภูมิการกระจาย

แผนภูมิการกระจายจะช่วยให้สามารถตรวจสอบความสัมพันธ์ของข้อมูลสองชุดได้ หรือตรวจสอบคุณสมบัติตามที่ต้องการจะควบคุมว่ามีความสัมพันธ์กันหรือไม่ ถ้ามีความสัมพันธ์กันก็ไม่จำเป็นที่จะต้องควบคุมทุกคุณสมบัติ แต่สามารถเลือกควบคุมคุณสมบัติใดคุณสมบัติหนึ่งที่เก็บรวบรวมข้อมูลได้สะดวกรวดเร็วการพิจารณาว่าคุณสมบัติสองคุณสมบัติมีความสัมพันธ์กันหรือไม่ สามารถกระทำได้ 3 วิธี คือ

(1) เขียนแผนภูมิการกระจาย

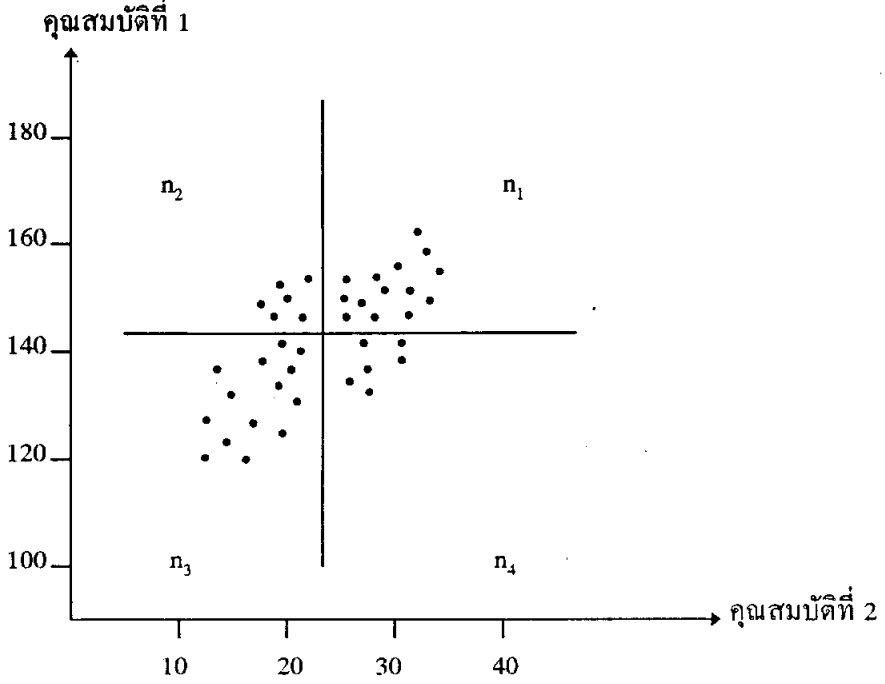
- รวบรวมข้อมูลของคุณสมบัติทั้งสอง เขียนลงตารางเป็นคู่ๆ

-นำกระดาษกราฟธรรมดาเขียนเส้นตรงตามแกนตั้งแบ่งสเกลสำหรับคุณสมบัติที่ 1 และเขียนเส้นตรงตามแกนนอนแบ่งสเกลสำหรับคุณสมบัติที่ 2 นำข้อมูลจากตารางมาเขียนจุดแสดงคุณสมบัติทีละคู่บนกราฟ

- แผนภูมิที่ได้จะแสดงการกระจายของจุด ให้ลากเส้นตรงขนานกับแกนตั้งแบ่งครึ่งจำนวนจุดทั้งหมดโดยจำนวนจุดที่อยู่ทางซ้ายมือจะต้องเท่ากับจำนวนจุดทางขวามือ ถ้าจำนวนจุดเป็นเลขคี่ให้ลากเส้นขนานกับแกนตั้งผ่านจุด ๆ หนึ่งที่อยู่ตรงกลาง

- ลากเส้นตรงขนานกับแกนนอนให้แบ่งครึ่งจำนวนจุดทั้งหมดคือจำนวนจุดที่อยู่เหนือเส้นนี้จะต้องเท่ากับจำนวนจุดที่อยู่ใต้เส้นนี้ เช่นเดียวกันถ้าจำนวนจุดทั้งหมดเป็นเลขคี่ให้ลากเส้นขนานกับแกนนอน โดยผ่านจุดๆ หนึ่งที่อยู่ตรงกลาง

- เส้นตรงที่ได้ทั้งสองเส้นจะแบ่งส่วนได้ 4 ส่วนคือ ส่วนที่ 1 จำนวนจุดที่อยู่ใน Quadrant ที่ 1 ให้เท่ากับ n_1 ส่วนที่ 2 จำนวนจุดที่อยู่ใน Quadrant ที่ 2 ให้เท่ากับ n_2 ส่วนที่ 3 จำนวนจุดที่อยู่ใน Quadrant ที่ 3 ให้เท่ากับ n_3 และส่วนที่ 4 จำนวนจุดที่อยู่ใน Quadrant ที่ 4 ให้เท่ากับ n_4



- เปรียบเทียบจำนวนจุด $n_1 + n_3$ และ $n_2 + n_4$ ดังนี้

ก. ถ้า $n_1 + n_3 > n_2 + n_4$ แสดงว่า คุณสมบัติทั้งสองมีความสัมพันธ์กันในทางบวก หรือ คุณสมบัติทั้งสองมีความสัมพันธ์ในทิศทางเดียวกัน

ข. ถ้า $n_1 + n_3 < n_2 + n_4$ แสดงว่า คุณสมบัติทั้งสองมีความสัมพันธ์กันในทางลบ หรือ คุณสมบัติทั้งสองมีความสัมพันธ์ในทิศทางตรงข้ามกัน

ค. ถ้า $n_1 + n_3 = n_2 + n_4$ แสดงว่า คุณสมบัติทั้งสองไม่มีความสัมพันธ์กัน

(2) การคำนวณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์และการทดสอบสมมติฐาน

ก.การใช้สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ การใช้แผนภูมิการกระจายจะทราบเพียงแต่ว่าคุณสมบัติทั้งสองมีความสัมพันธ์กันหรือไม่ ไม่ทราบถึงขนาดของความสัมพันธ์ สิ่งที่จะบอกขนาดของความสัมพันธ์คือ สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ โดย ρ คือสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของประชากร r คือ สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของตัวอย่าง ซึ่งจะนำค่า r ไปประมาณค่า ρ โดยที่

$$r = \frac{n\sum XY - (\sum X)(\sum Y)}{\sqrt{[n\sum X^2 - (\sum X)^2][n\sum Y^2 - (\sum Y)^2]}}$$

เมื่อ X, Y คือค่าสมบัติที่ 1 และ 2 ตามลำดับ

n เป็นจำนวนคู่ของคุณสมบัติที่ 1 และ 2 ค่า r มีความหมายดังนี้

- ถ้า r เป็นบวก แสดงว่า คุณสมบัติทั้งสองมีความสัมพันธ์ในทิศทางเดียวกัน

- ถ้า r เป็นลบ แสดงว่า คุณสมบัติทั้งสองมีความสัมพันธ์ในทิศทางตรงข้ามกัน

- ถ้า r เป็น 0 แสดงว่า คุณสมบัติทั้งสองไม่มีความสัมพันธ์กัน

การทดสอบสมมติฐาน

$H_0: \rho = 0 \quad H_a: \rho \neq 0$

หรือ H_0 : คุณสมบัติทั้งสองไม่มีความสัมพันธ์กัน H_a : คุณสมบัติทั้งสองมีความสัมพันธ์กัน

ตัวสถิติที่ใช้ทดสอบ

$$t = [\, r\sqrt{(n-2)}\,] \,/\sqrt{1-r^2}$$

เปรียบเทียบค่า t กับ $t_{\alpha/2,\, n-2}$ คือ $|t| > t_{\alpha/2,\, n-2}$ จะปฏิเสธ H_0 นั่นคือ คุณสมบัติทั้งสองมีความสัมพันธ์กัน

ข. การใช้ Spearman rank correlation coefficient (r_s)

ค่าของ r_s มีความหมายเช่นดียวกับค่า r โดย

$$r_s = 1 - \frac{6\sum d^2}{n(n^2-1)}$$

เมื่อ d คือผลต่างระหว่างอันดับของคุณสมบัติทั้งสอง

n คือขนาดตัวอย่าง

การคำนวณค่า r_s กระทำได้โดยการรวบรวมข้อมูลเป็นคู่ๆให้อันดับของค่าคุณสมบัติที่ 1 ซึ่งจะเรียงจากค่าคุณสมบัติน้อยที่สุดไปหาค่ามากที่สุด ค่าใดเท่ากันจะต้องมีอันดับเดียวกันจากนั้นหาอันดับค่าคุณสมบัติที่ 2 เพื่อนำไปคำนวณค่า r_s

การทดสอบสมมติฐาน ค่า r_s เปรียบเทียบกับค่าวิกฤติ จากตาราง Rank Correlation Coefficient จะปฏิเสธ H_0 เมื่อ $|r_s| >$ ค่าวิกฤติ ถ้า n โต จะได้ว่า จะปฏิเสธ H_0 เมื่อ $|r_s\sqrt{n-1}| \geq Z_{\alpha/2}$

(3) การพยากรณ์โดยใช้เส้นสมการถดถอย

เป็นการศึกษาถึงความสัมพันธ์ของคุณสมบัติทั้งสองว่าคุณสมบัติใดเป็นตัวแปรอิสระ (X) และคุณสมบัติใดเป็นตัวแปรตาม (Y) โดยใช้สมการถดถอย คือ

$$\hat{Y} = b_0 + b_1 X$$

เมื่อ

$$b_1 = \frac{n\sum XY - (\sum X)(\sum Y)}{n\sum X^2 - (\sum X)^2}$$

$$b_0 = \bar{Y} - b_1\bar{X}$$

การทดสอบสมมติฐาน

$$H_0 : \beta_1 = 0 \qquad H_a : \beta_1 > 0$$

ตัวสถิติที่ใช้ คือ $$t = \frac{b_1}{\sqrt{\frac{\sum Y^2 - b_0\sum Y - b_1\sum XY}{(n-2)\sum(X-\bar{X})^2}}}$$

เปรียบเทียบ t กับค่า $t_{\alpha, n-2}$ จากตาราง คือจะปฏิเสธ H_0 เมื่อ $t > t_{\alpha, n-2}$

ตัวอย่างที่ 4 ในการศึกษาเกี่ยวกับอุณหภูมิหลอมเหลวและความแข็งของแท่งลิปสติกได้ผลดังนี้

อุณหภูมิ	72.8	73.1	74.2	71.5	73.2	74.2	73.4	72.2	72.5	73.4	74.5	72.3
ความแข็ง	22.7	23.3	24.6	22.9	23.5	23.9	24.8	24.9	24.2	23.3	24.6	23.6
อุณหภูมิ	72.4	73.4	72.3	74.1	71.9	73.7	72.5	72.2	74.5	71.9	73.5	73.8	74.3
ความแข็ง	25	25.5	23.6	26.9	24.9	26.2	24.7	24.6	27.6	26.8	26.2	25.3	26.8

(1) จงหาขนาดของความสัมพันธ์ (r) และทดสอบที่ระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.01$ ว่าอุณหภูมิหลอมเหลวมีความสัมพันธ์โดยตรงกับความแข็งของแท่งลิปสติกหรือไม่

(2) จงหาขนาดของความสัมพันธ์โดยใช้ Spearman rank correlation coefficient และวิเคราะห์ว่าอุณหภูมิหลอมเหลวขึ้นอยู่กับความแข็งของแท่งลิปสติกหรือไม่ ให้เปรียบเทียบผลที่ได้จากข้อ (1)

<u>เฉลย</u>

(1) ให้ X = ความแข็ง Y = อุณหภูมิ

$\sum Y = 1{,}827.8$ $\sum X = 620.4$ $\sum Y^2 = 133{,}653.82$ $\sum X^2 = 15{,}439.2$ $\sum XY = 45{,}370.43$, $n = 25$

$$r = \frac{n\sum XY - (\sum X)(\sum Y)}{\sqrt{[n\sum X^2 - (\sum X)^2][n\sum Y^2 - (\sum Y)^2]}} = \frac{25(45{,}370.43) - (620.4)(1{,}827.8)}{\sqrt{[25(15{,}439.2) - (620.4)^2][25(133{,}653.82) - (1{,}827.8)^2]}}$$

$r = (293.63) / \sqrt{(1{,}083.84)(492.66)} = 293.63 / 730.7288 = 0.4018$

ขนาดของความสัมพันธ์ = 0.4018

การทดสอบสมมติฐาน $H_0 : \rho = 0$ $H_a : \rho \neq 0$

$$t = \frac{r\sqrt{(n-2)}}{\sqrt{1-r^2}} = \frac{(0.4018)\sqrt{23}}{\sqrt{1-(0.4018)^2}} = \frac{1.927}{0.9157} = 2.10$$

$t_{\alpha/2,\, n-2} = t_{0.005,\, 23} = 2.807$ นั่นคือ $t < t_{0.005,\, 23}$ เราจะไม่ปฏิเสธ H_0

นั่นคือ อุณหภูมิและความแข็งไม่มีความสัมพันธ์กัน

(2) เรียงค่าข้อมูลแต่ละชุดจากน้อยไปหามาก และให้อันดับของข้อมูลแต่ละชุดนั้นหาค่า d

อันดับของ Y	11	12	21.5	1	13	21.5	15	4.5	9.5	15	24.5	6.5
อันดับของ X	1	3.5	11	2	5	8	14	15.5	9	3.5	11	6.5
d	10	8.5	11.5	-1	8	13.5	1	-11	0.5	11.5	13.5	0
อันดับของ Y	8	15	6.5	20	2.5	18	9.5	4.5	24.5	2.5	17	19	23
อันดับของ X	17	19	6.5	24	15.5	20.5	13	11	25	22.5	20.5	18	22.5
d	-9	-4	0	-4	-13	-2.5	-3.5	-6.5	-0.5	-20	-3.5	1	0.5

$r_s = 1 - \{6\sum d^2/[n(n^2-1)]\} = 1 - \{6(1745) / [25(25^2-1)]\} = 1 - 0.6712 = 0.3288$

ความสัมพันธ์ของอุณหภูมิและความแข็งของผลิตภัณฑ์ มีขนาด = 0.3288

การทดสอบสมมติฐาน $H_0 : \rho = 0$ $H_a : \rho \neq 0$

$r_s = 0.3288$, $|r_s\sqrt{n-1}| = (0.3288)(24) = 1.61$

$Z_{\alpha/2} = Z_{0.005} = 2.58$ $\therefore r_s\sqrt{(n-1)} < 2.58$ จะได้ว่าเราไม่ปฏิเสธ H_0

นั่นคือ ความแข็งไม่มีความสัมพันธ์กับอุณหภูมิ

เฉลยแบบฝึกหัด

1. โรงงานผลิตไม้อัด พบว่ามีการคัดไม้อัดทิ้งจำนวนมาก เพราะไม้อัดมีรอยตำหนิต่างๆ กัน จึงรวบรวมข้อบกพร่องที่เกิดขึ้นทั้งหมด เป็นเวลา 8 สัปดาห์ ได้ข้อมูลดังนี้

ลักษณะที่บกพร่อง	สัปดาห์ที่								
	1	2	3	4	5	6	7	8	รวม
รอยแตก	12	21	30	5	8	7	15	17	115
รอยขีดข่วน	8	2	3	9	5	1	3	4	35
รอยพอง	30	42	16	22	10	9	32	43	204
รอยตัดไม่เรียบ	4	1	1	3	2	13	15	2	41
รอยตาไม้	2	5	3	4	8	9	1	1	33

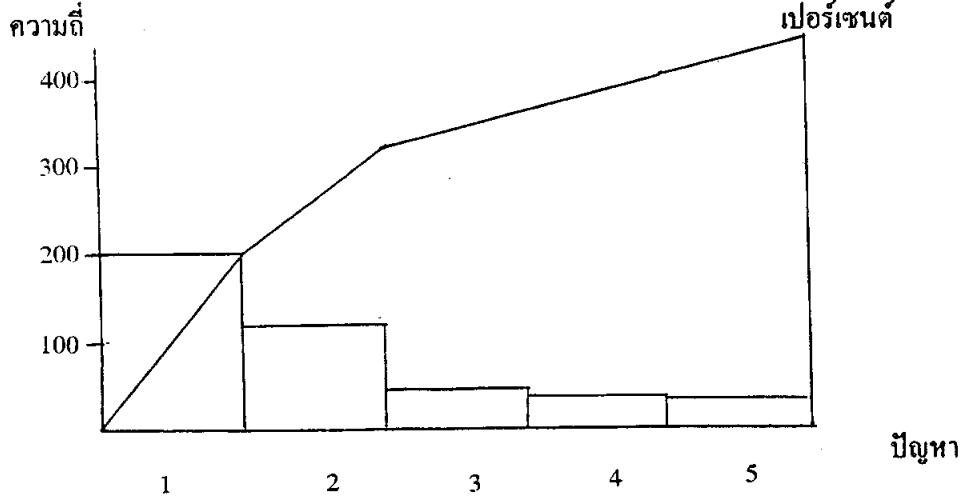
โรงงานมีเป้าหมายว่าจะต้องลดจำนวนไม้อัดที่คัดทิ้ง ท่านคิดว่าควรทำอย่างไร มีวิธีการแก้ไขอย่างไร

ในการลดจำนวนไม้อัดที่คัดทิ้งได้ข้อมูลว่าจำนวนที่ไม้เกิดรอบพองและรอยแตกมีเป็นจำนวนมากเพื่อพิจารณาว่าจะแก้ไขที่สาเหตุใดก่อนจึงควรเขียนแผนภูมิพาเรโต ซึ่งมีวิธีการดังนี้

(1) เรียงลำดับสาเหตุที่มีปริมาณมากที่สุดไปหาน้อยที่สุด คำนวณเปอร์เซนต์สะสมของแต่ละสาเหตุ

สาเหตุ	จำนวน	ความถี่สะสม	เปอร์เซนต์สะสม
รอยพอง (1)	204	204	47.7
รอยแตก (2)	115	319	74.5
รอยตัดไม่เรียบ (3)	41	360	84.1
รอยขีดข่วน (4)	35	395	92.3
รอยตาไม้ (5)	33	428	100.0

(2) เขียนแผนภูมิ ได้ดังนี้



(3) จากแผนภูมิพิจารณาแล้วได้ว่า ปัญหาที่ทำให้ต้องคัดไม้อัดทิ้งที่เป็นสาเหตุสำคัญ ๆ ที่ต้องพิจารณาแก้ไขก่อน คือ รอยพองและรอยแตก การแก้ไขก็ต้องไปเขียนแผนภูมิก้างปลาเพื่อหาสาเหตุย่อย ๆและดำเนินการแก้ไขสาเหตุนั้นต่อไป

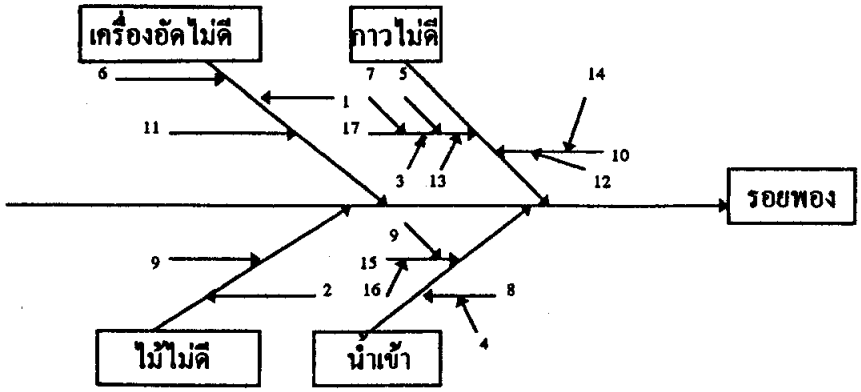
2. จากข้อ 1 ปัญหาของโรงงานผลิตไม้อัด คือ รอยพองของไม้อัด มีปริมาณมากที่สุด โรงงานจึงรวบรวมสาเหตุที่ทำให้เกิดรอยพอง จากทุกแผนกที่เกี่ยวข้อง ได้สาเหตุใหญ่ๆ คือ

(1) เครื่องอัดไม่ดี (2) ไม้ที่นำมาอัดไม่ดี (3) น้ำเข้า (4) กาวที่ใช้ไม่ดี

และรวบรวมสาเหตุจากความคิดเห็นของพนักงาน ได้ข้อมูลดังนี้

1. ความดันต่ำ
2. ไม้แข็ง
3. กาวถูกความร้อน
4. ฝนตกใส่ไม้
5. กาวหมดอายุ
6. ไอน้ำน้อยเกินไป
7. ฝาปิดขวดกาว ปิดไม่สนิท
8. ความชื้นสูง
9. ไม้ผุ
10. กาวคุณภาพต่ำ
11. ท่อไอน้ำของเครื่องอัดรั่ว
12. กาวมีความเหนียวน้อย
13. ฝาภาชนะถูกเปิดทิ้งไว้
14. กาวมีความข้นต่ำ
15. ท่อน้ำรั่ว
16. วาวหลวม
17. กาวเสื่อมสภาพ

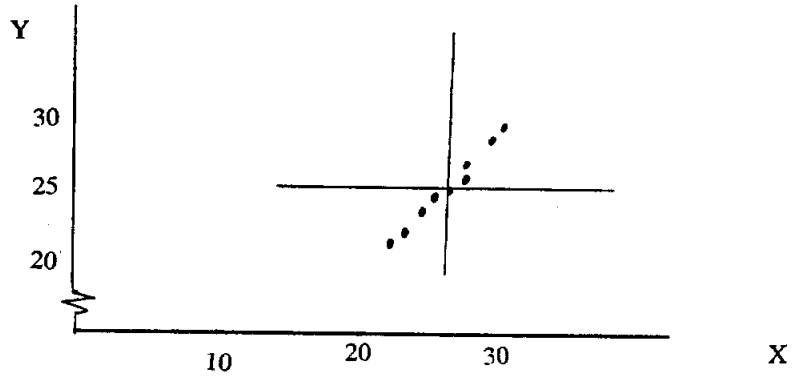
จงเขียนไดอะแกรมเหตุและผล



3. ในการปรับปรุงคุณภาพของผลิตภัณฑ์มีทางเลือก 2 ทางคือ ถ้าต้องการความถูกต้องแม่นยำของค่าที่วัดได้ จะต้องใช้เครื่องวัดที่มีราคาแพง แต่ถ้าใช้เครื่องวัดที่มีราคาไม่แพงนักจะได้ค่าที่วัดได้ มีความถูกต้องน้อย ถ้ากำหนดให้ Y คือเครื่องมือที่ราคาถูก และ X คือเครื่องวัดที่ให้ ค่าความถูกต้องแม่นยำ จึงเก็บข้อมูลจากเครื่องมือ 10 เครื่อง และค่าที่วัดไว้จากเครื่องมือเหล่านั้น

X	24	26	25	29	30	27	25	23	22	27
Y	23	25	24	28	29	26	24	22	21	27

จงเขียนแผนภูมิการกระจาย และพยากรณ์เส้นสมการถดถอย พร้อมทั้งทดสอบสมมติฐาน สรุปผลที่ได้



$\Sigma X = 258 \quad \Sigma Y = 249 \quad \Sigma X^2 = 6,714 \quad n = 10 \quad \Sigma Y^2 = 6,261$

$\Sigma XY = 6,483 \quad \overline{X} = 25.8 \quad \overline{Y} = 24.9$

$b_1 = [n \Sigma XY - (\Sigma X)(\Sigma Y)] / [n \Sigma X^2 - (\Sigma X)^2]$

$= [10(6,428) - (258)(249)] / [10(6,714) - (258)^2] = 588 / 576 = 1.0208$

$b_0 = \overline{Y} - b_1 \overline{X} = 24.9 - (1.0208)(25.8) = -1.4366$

เส้นสมการถดถอย คือ $\hat{Y} = -1.4366 + 1.0208 X$

การทดสอบสมมติฐาน

$H_0 : \beta_1 = 0 \qquad H_1 : \beta_1 > 0$

$$t = b_1 / \sqrt{(\Sigma Y^2 - b_0 \Sigma Y - b_1 \Sigma XY) / [(n-2) \Sigma (X - \overline{X})^2]}$$

$$t = \frac{(1.0208)\sqrt{8[6,714 - ((258)^2 / 10)]}}{\sqrt{6,261 + (1.4366)(249) - (1.0208)(6,483)}} = (21.91275) / \sqrt{0.867}$$

$= 23.53$ เปรียบเทียบกับค่า $t_{\alpha, n-2} = t_{0.05, 8} = 15.507$

ได้ว่า $t > t_{\alpha, n-2}$ เราจะปฏิเสธ H_0

นั่นคือ ในการปรับปรุงคุณภาพของผลิตภัณฑ์เครื่องวัดที่ให้ความถูกต้องแม่นยำมีอิทธิพลต่อราคาของเครื่องมือ

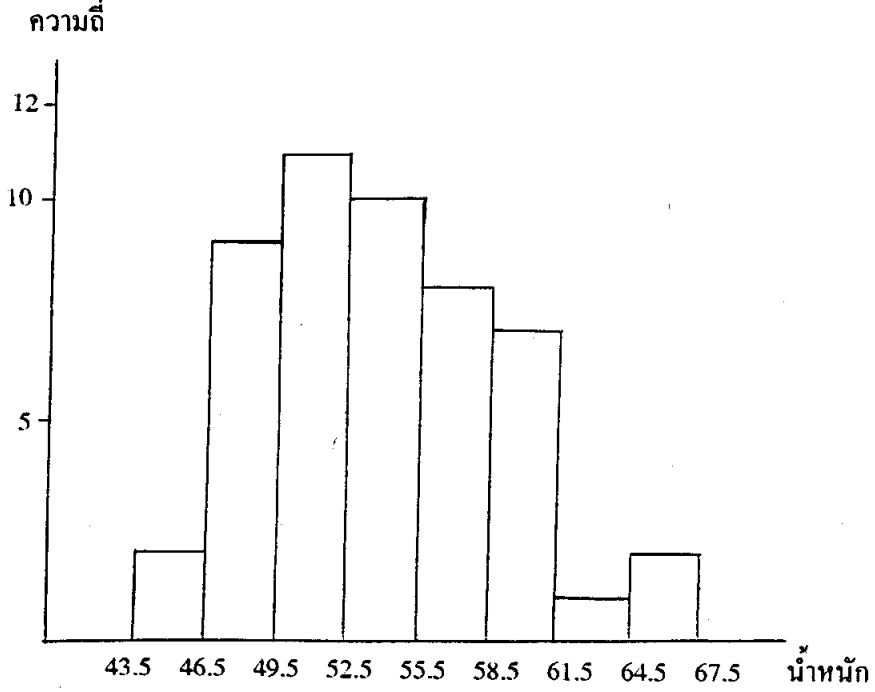
4. จากการเก็บตัวอย่างชิ้นส่วนของอุปกรณ์ ชั่งน้ำหนักเป็นกรัม เก็บข้อมูลมา 5 วัน วันละ 10 ชิ้น ได้ข้อมูล ดังนี้

วันที่	น้ำหนัก (กรัม)									
1	47	52	47	60	47	49	50	46	48	53
2	57	50	49	49	62	59	50	65	52	57
3	60	52	66	51	56	57	45	53	55	61
4	56	52	61	54	48	55	59	50	57	54
5	55	56	52	55	60	54	51	55	49	56

จงสร้างฮิสโตแกรม ที่มีจำนวนชั้น = 8

พิสัย = 66 - 45 = 21 ความกว้าง = 21 / 8 = 3

น้ำหนัก (กรัม)	รอยขีด	ความถี่
44 - 46	||	2
47 - 49	𝍸 ||||	9
50 - 52	𝍸 𝍸 |	11
53 - 55	𝍸 𝍸	10
56 - 58	𝍸 |||	8
59 - 61	𝍸 ||	7
62 - 64	|	1
65 - 67	||	2

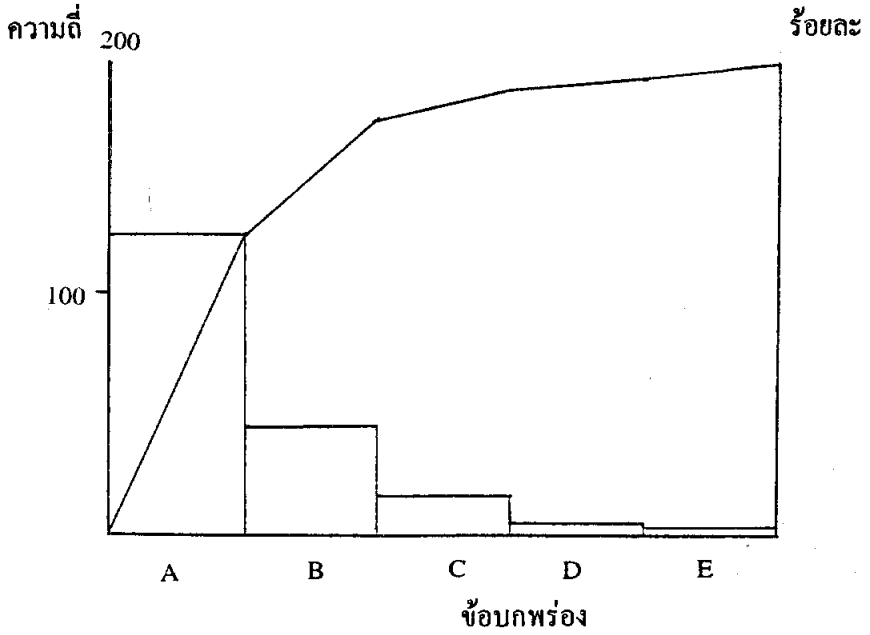


5. โรงงานผลิตลูกบิดเบเกอร์ไลท์แห่งหนึ่ง ได้ทำตารางบันทึกจำนวนข้อบกพร่องที่เกิดขึ้น ในแต่ละประเภท ที่เกิดขึ้น จากเครื่องจักรที่แตกต่างกัน และจากพนักงานที่ควบคุมเครื่องจักร 4 คน ได้ข้อมูล ดังนี้

	เครื่องจักร	1		2	
	คนงาน	ก	ข	ค	ง
ชนิด	รอยขูดขีดที่ผิว	26	47	25	26
ของ	รอยแตก	15	18	3	6
ข้อ	รูปร่างผิดปกติ	0	0	2	4
บก	ไม่เรียบร้อย	5	7	2	5
พร่อง	อื่นๆ	0	0	2	2

จงสร้างแผนภูมิพาเรโต พร้อมทั้งวิจารณ์ข้อบกพร่องที่จะแก้ไข

ประเภทข้อบกพร่อง	จำนวน	ความถี่สะสม	เปอร์เซนต์สะสม
รอยขูดขีด A	124	124	63.6
รอยแตก B	42	166	85.1
ไม่เรียบร้อย C	19	185	94.9
รูปร่างผิดปกติ D	6	191	97.9
อื่น ๆ E	4	195	100.0



6. ในการผลิตชิ้นส่วน D ของโรงงานแห่งหนึ่ง ต้องการศึกษาว่าความแข็งของชิ้นส่วน มีความสัมพันธ์กับปริมาณวัตถุดิบที่ใช้ในการผลิตหรือไม่ จึงรวบรวมข้อมูลได้ดังนี้

ปริมาณวัตถุดิบที่ใช้	34	30	40	34	39	35	42	40	40
ความแข็ง	22	22	25	28	15	24	24	22	15

(1) จงหาขนาดของความสัมพันธ์ (r) และทดสอบสมมติฐานที่ $\alpha = 0.01$

(2) จงหาค่า r_s และทดสอบสมมติฐาน ที่ $\alpha = 0.01$ เปรียบเทียบผลสรุปที่ได้กับข้อ (1)

(1) ให้ X = ปริมาณวัตถุดิบที่ใช้ Y = ความแข็งของชิ้นส่วน

$\Sigma X = 334 \quad \Sigma Y = 197 \quad \Sigma X^2 = 12,522 \quad \Sigma Y^2 = 4,463$

$\Sigma XY = 7,273 \quad n = 9$

$$r = [\, n\Sigma XY - (\Sigma X)(\Sigma Y)\,] / \sqrt{[\, n\Sigma X^2 - (\Sigma X)^2\,][\, n\Sigma Y^2 - (\Sigma Y)^2\,]}$$

$$r = [\, 9(7,273) - (334)(197)\,] / \sqrt{[\, 9(12,522) - (334)^2\,][\, 9(4,463 - (197)^2\,]}$$

$$r = -341 / \sqrt{(1,142)(1,358)} = -341 / (1,245.326) = -0.2738$$

ขนาดของความสัมพันธ์ = - 0.2738

$H_0 : \rho = 0 \qquad H_1 : \rho \neq 0$

$$t = r\sqrt{n-2} / \sqrt{1 - r^2} = (-0.2738)(\sqrt{7}) / \sqrt{1 - (-0.2738)^2}$$

$t = -0.7244 / (0.9618) = -0.753 \qquad -t_{0.005,7} = -3.499$

$t > -t_{0.005,7}$ จึงไม่ปฏิเสธ H_0

นั่นคือ ความแข็งของชิ้นส่วนไม่มีความสัมพันธ์กับปริมาณวัตถุดิบที่ใช้ในการผลิต

(2)

อันดับของ X	2.5	1	7	2.5	5	4	9	7	7
อันดับของ Y	4	4	8	9	1.5	6.5	6.5	4	1.5
d	-1.5	-3	-1	-6.5	3.5	-2.5	2.5	3	5.5

$$r_s = 1 - [\, \{\, 6\Sigma d^2 \,\} / (\, n\,(n^2 - 1)\,)\,] = 1 - [\, 6(118.5) / 9(80)\,]$$

$r_s = 1 - 0.9875 = 0.0125$

$H_0 : \rho = 0 \qquad H_1 : \rho \neq 0$

$\left| r_s \sqrt{n-1} \right| \geq Z_{\alpha/2}$ จะปฏิเสธ H_0

$(0.0125)\sqrt{8} = 0.0354 \qquad Z_{0.005} = 2.58$

แต่ $r_s \sqrt{n-1} < Z_{0.005}$ เราจะไม่ปฏิเสธ H_0

นั่นคือ ความแข็งของชิ้นส่วนไม่มีความสัมพันธ์กับปริมาณวัตถุดิบที่ใช้ในการผลิต

ผลสรุปที่ได้จะเช่นเดียวกับข้อ (1)