บทที่ 3
แผนภูมิควบคุมเชิงปริมาณ

เมื่อค่าคุณสมบัติของผลิตภัณฑ์เป็นค่าสังเกตที่วัดได้จากผลผลิตในกระบวนการผลิตซึ่งเกี่ยวกับความยาว น้ำหนัก ความเหนียว ความแข็งแรงเป็นค่าที่ต่อเนื่อง เราจะควบคุมเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยและความผันแปรของกระบวนการหรือจะควบคุมค่าเฉลี่ยของกระบวนการเท่านั้น ในการควบคุมค่าเฉลี่ยของกระะบวนการใช้ $\bar{X}$ chart ซึ่งจะหาค่าเฉลี่ยของตัวอย่างจากแต่ละกลุ่มย่อย ขณะที่การควบคุมความผันแปรของกระบวนการ จะใช้ R chart หรือ σ chart

ในการควบคุมคุณภาพของผลิตภัณฑ์เกิดการเปลี่ยนแปลงได้ 3 ลักษณะ คือ

1.เมื่อค่าเฉลี่ยของกระบวนการเปลี่ยนแปลงแต่ความผันแปรของกระบวนการคงที่ซึ่งลักษณะเช่นนี้จะมีผลต่อแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยจะไม่มีผลต่อแผนภูมิควบคุมพิสัยหรือแผนภูมิควบคุมส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

2.เมื่อความผันแปรของกระบวนการเปลี่ยนแปลงและค่าเฉลี่ยของกระบวนการคงที่ลักษณะเหตุการณ์เช่นนี้มีผลต่อแผนภูมิควบคุมพิสัยหรือแผนภูมิส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานแต่ไม่มีผลต่อแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ย

3. เกิดการเปลี่ยนแปลงทั้งค่าเฉลี่ยของกระบวนการ และความผันแปรของกระบวนการ

ในการทำแผนภูมิควบคุมชนิดใด ต้องคำนึงถึงรายละเอียดดังนี้

1. ควรสุ่มตัวอย่างกี่กลุ่มย่อย

2.ในแต่ละกลุ่มย่อยควรจะสุ่มกี่หน่วยจึงจะประหยัดและไม่เสียเวลาขนาดตัวอย่างที่ใช้จะเป็น 4,5,6 หรือ 10 หน่วย

3. เลือกชนิดของแผนภูมิให้สอดคล้องกับข้อมูลที่เก็บรวบรวมมา และสอดคล้องกับสิ่งที่จะควบคุม

4. ดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลเบื้องต้น

5. ควรมีการปรับเปลี่ยนพิกัดควบคุมหรือไม่

3.1 การคำนวณพิกัดควบคุมของแผนภูมิ $\bar{X}$ chart R chart และ σ chart

จะได้เส้นแกนกลาง เส้นควบคุมล่างและเส้นควบคุมบนของแผนภูมิแต่ละชนิดดังนี้

	เส้นแกนกลาง	LCL	UCL
$\bar{X}$ chart 1. ทราบค่า σ	$\bar{X}'$ หรือ $\bar{\bar{X}}$	$\bar{X}' - A\sigma'$	$\bar{X}' + A\sigma'$
2. ไม่ทราบค่า σ' แต่ทราบ R	$\bar{X}'$ หรือ $\bar{\bar{X}}$	$\bar{\bar{X}} - A_2\bar{R}$	$\bar{\bar{X}} + A_2\bar{R}$
3. ไม่ทราบค่า σ' แต่ทราบ σ	$\bar{\bar{X}}$	$\bar{\bar{X}} - A_1\bar{\sigma}$	$\bar{\bar{X}} + A_1\bar{\sigma}$
R chart 1. ทราบค่า σ'	$d_2\sigma'$	$D_1\sigma'$	$D_2\sigma'$
2. ไม่ทราบค่า σ' แต่ทราบ $\bar{R}$	$\bar{R}$	$D_3\bar{R}$	$D_4\bar{R}$
σ chart 1. ทราบค่า σ'	$c_2\sigma'$	$B_1\sigma'$	$B_2\sigma'$
2.ไม่ทราบค่า σ' แต่ทราบ $\bar{\sigma}$	$\bar{\sigma}$	$B_3\bar{\sigma}$	$B_4\bar{\sigma}$

หมายเหตุ ค่า A, A_1, A_2, B_1, B_2, B_3, B_4, D_1, D_2, D_3, D_4 สามารถหาได้จากตาราง A

ตัวอย่างที่ 1 จากกระบวนการผลิตอุปกรณ์ชนิดหนึ่งต้องการควบคุมกระบวนการผลิตโดยใช้แผนภูมิควบคุม $\bar{X}$ chart และ R chart จึงสุ่มตัวอย่างอุปกรณ์มา 20 ตัวอย่าง ๆ ละ 5 ชิ้นดังข้อมูลต่อไปนี้

ต.ย.ที่	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
X_1	15	14	13	15	9	11	13	10	8	10	13	7	11	11	13	17	4	8	9	15
X_2	11	16	6	25	12	14	12	15	12	10	16	10	7	7	9	10	14	9	10	10
X_3	8	11	9	9	9	11	9	12	14	9	19	9	16	10	12	11	5	6	7	12
X_4	15	14	5	15	8	12	6	4	9	14	18	11	10	10	13	9	11	13	10	12
X_5	6	7	10	7	8	5	10	6	10	14	18	16	14	7	17	8	11	9	13	16
$\bar{X}$	11	12.4	8.6	14.2	9.2	10.6	10	9.4	10.6	11.4	16.8	10.6	11.6	9	12.8	11	9	9	9.8	13

R	9	9	8	18	4	9	7	11	6	5	6	9	9	4	8	9	10	7	6	6

(1) จงคำนวณค่าพิกัดควบคุมของ $\overline{X}$ chart และ R chart พร้อมทั้งเขียนแผนภูมิ $\overline{X}$ chart และ R chart จงพิจารณาว่ากระบวนการผลิตอยู่ภายใต้การควบคุมหรือไม่

(2) จงใช้การทดสอบแบบรันตรวจสอบว่ากระบวนการเป็นไปแบบสุ่มหรือไม่

(3)เมื่อตรวจสอบกระบวนการผลิตหาสาเหตุของการอยู่นอกการควบคุมได้ว่าเป็นสาเหตุที่ไม่สามารถระบุได้ จงประมาณค่าเฉลี่ยของกระบวนการและความผันแปรของกระบวนการที่จะใช้ในกระบวนการผลิตต่อไป

<u>เฉลย</u> (1) $\overline{\overline{X}} = \sum X_i /20 = 220/20 = 11$ $\overline{X}$ chart $CL = \overline{\overline{X}} = 11$

$\overline{R} = \sum R_i /20 = 160/20 = 8$ $UCL = \overline{\overline{X}} + A_2 \overline{R} = 11 + (0.577)(8) = 15.62$

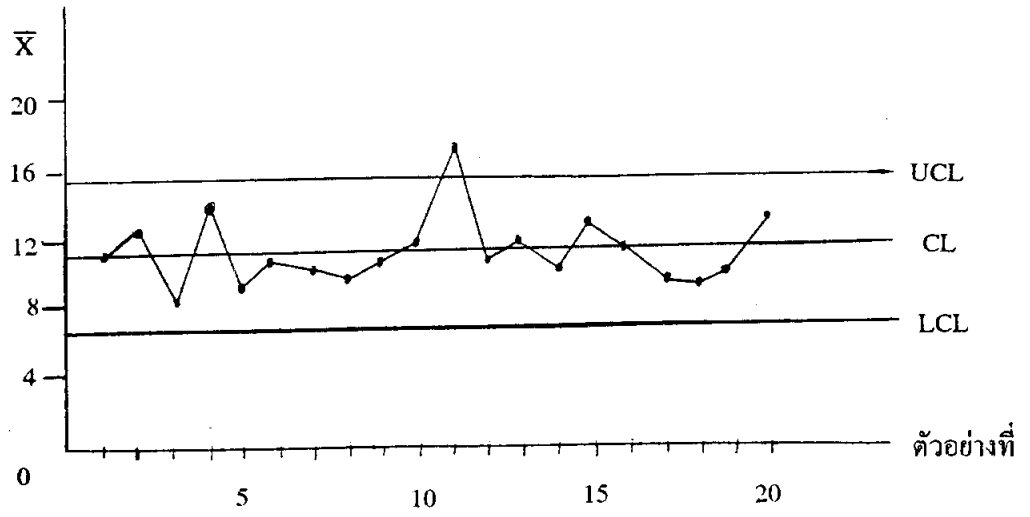
$LCL = \overline{\overline{X}} - A_2 \overline{R} = 11 - (0.577)(8) = 6.38$

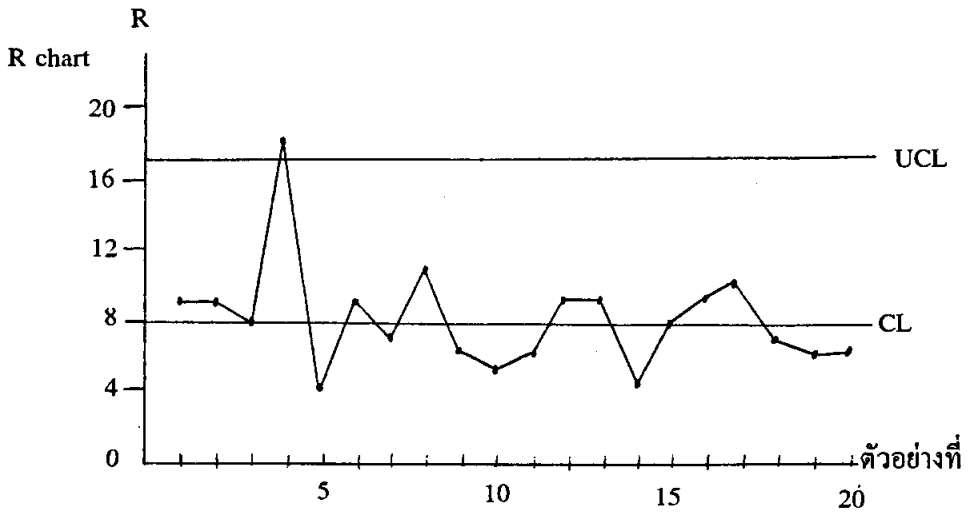
R chart $CL = 8$

$UCL = D_4\overline{R} = (2.115)(8) = 16.92$

$LCL = D_3 \overline{R} = 0$

เขียนแผนภูมิได้ดังนี้ $\overline{X}$ chart





จากแผนภูมิ $\bar{X}$ chart มีตัวอย่างที่ 11 ตกนอกพิกัดควบคุมและแผนภูมิ R chart มีตัวอย่างที่ 4 ตกนอกพิกัดควบคุม ดังนั้นกระบวนการผลิตอยู่นอกการควบคุม

(2) H_0: ข้อมูลมาจากกระบวนการแบบสุ่ม H_1 : ข้อมูลไม่ได้มาจากกระบวนการแบบสุ่ม

จากแผนภูมิ $\bar{X}$ chart ได้เครื่องหมายดังนี้

+ - + - - - - - + + - + - + - - - + u = 11 r = 7 s = 11

จากตาราง B ได้ k = 5 ได้ u > k เราจะไม่ปฏิเสธ H_0

นั่นคือ กระบวนการผลิตเป็นไปแบบเชิงสุ่ม

(3) $\bar{X}' = \bar{\bar{X}} = 11$ $\sigma' = \bar{R} / d_2 = 8/(2.326) = 3.44$

ดังนั้น ค่าเฉลี่ยของกระบวนการ = 11

และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของกระบวนการ = 3.44

3.2 ความสัมพันธ์ระหว่าง ขอบเขตที่กำหนด กับช่วงกว้างของกระบวนการ

ขอบเขตที่กำหนดนี้วิศวกรโรงงานเป็นผู้กำหนดโดยพิจารณาจากความต้องการของลูกค้าและความพร้อมของโรงงาน และต้องคำนึงถึงคุณภาพของสินค้าว่าควรอยู่ในขอบเขตเท่าไรแต่ช่วง

กว้างของกระบวนการเป็นค่าที่ได้จากสินค้าทีละชิ้น โดยระยะห่างของค่าที่วัดได้จากค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดของสินค้าเป็นช่วงกว้างของกระบวนการ คือ $6\sigma'$ ซึ่งช่วงกว้างของกระบวนการเป็นการกระจายของข้อมูลค่าเดียวไม่ใช่ค่าเฉลี่ยของแต่ละกลุ่มย่อย

ก. กรณีขอบเขตที่กำหนดมีทั้ง USL และ LSL แบ่งได้เป็น 3 กรณี คือ

1. เมื่อ $6\sigma' < USL - LSL$ ช่วงกว้างของกระบวนการ แคบกว่า ขอบเขตที่กำหนดโรงงานมีความพอใจถ้ารักษาระดับคุณภาพของสินค้าตรงตามความต้องการของลูกค้าและควรปรับระดับค่าเฉลี่ยของกระบวนการให้อยู่ในระดับที่เหมาะสม คือให้ค่า $\overline{X}'$ อยู่ระหว่าง USL กับ LSL เพราะถ้าเส้นควบคุมบนหรือล่างอยู่เกินขอบเขต USL หรือ LSL ข้างใดข้างหนึ่งจะได้คุณภาพของสินค้าไม่ตรงตามมาตรฐาน สินค้าที่ผลิตออกมาจึงอาจมีความแตกต่างกัน

2. เมื่อ $6\sigma' = USL - LSL$ กรณีเช่นนี้โรงงานจะต้องเคร่งครัดเรื่องของเครื่องจักรการบำรุงรักษาเป็นอย่างดีพนักงานจะต้องมีความรู้ความสามารถความชำนาญการเป็นอย่างดีมีการฝึกอบรมอยู่ตลอดเวลา นอกจากนี้วัตถุดิบที่จะป้อนเข้าโรงงานจะต้องเลือกเฟ้นคุณภาพที่ดีจริง ๆลักษณะเช่นนี้จะทำให้พนักงานมีความอึดอัดในการทำงาน ทางออกควรจะเพิ่มขอบเขตที่กำหนดให้กว้างขึ้นหรืออาจจะลดความผันแปรของกระบวนการมิฉะนั้นโรงงานจะต้องเสียค่าใช้จ่ายสูงตามไปด้วย

3. ถ้า $6\sigma' > USL - LSL$ ลักษณะนี้กระบวนการผลิตอยู่ภายใต้การควบคุม แต่สินค้าที่ผลิตออกมาไม่ตรงตามเกณฑ์มาตรฐานที่โรงงานกำหนดไว้และถ้าเกิดการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยของกระบวนการก็จะยิ่งทำให้มีเปอร์เซนต์ของสินค้าที่ไม่ตรงตามมาตรฐานที่กำหนดมากขึ้น จึงหาทางแก้ไข ดังนี้

1. ควรปรึกษากับวิศวกรโรงงานถึงการขยายขอบเขตที่กำหนด
2. ควรตรวจสินค้าแบบ 100 % (100 % inspection) เมื่อพบสินค้าที่เสียให้คัดทิ้งทันที

3. ควรลดการกระจายของตัวเลขที่เก็บรวบรวมมาโดยทำให้ค่าที่ได้ห่างจากค่ากลางน้อยที่สุด ซึ่งมีผลให้ช่วงกว้างของกระบวนการแคบลง

4. เมื่อจะมีการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยของกระบวนการ ควรจะพิจารณาผลที่เกิดขึ้นระหว่างจำนวนสินค้าที่ผลิตแล้วใช้ไม่ได้เลย (scrap) กับจำนวนสินค้าที่ผลิตแล้วไม่ได้มาตรฐานแต่สามารถแก้ไขได้ (rework)

ตัวอย่างที่ 2 จากข้อมูลต่อไปนี้ต้องการควบคุมค่าคุณสมบัติของผลิตภัณฑ์จากกระบวนการผลิตที่เกิดจำนวนสินค้าที่ต้องทำ rework จำนวนมากจึงสุ่มผลิตภัณฑ์จากพนักงานคนเดียวจากเครื่องจักรเครื่องเดียวเป็นเวลา 10 วัน วันละ 2 กลุ่มย่อยขนาดตัวอย่างจากแต่ละกลุ่มย่อยเป็น 5

กลุ่มย่อยที่	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\bar{X}$	177.6	176.6	178.4	176.6	177	179.4	178.6	179.6	178.8	178.2
R	23	8	22	12	7	8	15	6	7	12
กลุ่มย่อยที่	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$\bar{X}$	179.8	176.4	178.4	178.2	180.6	179.6	177.8	178.4	181.6	177.6
R	9	8	7	4	6	6	10	9	7	10

1. จงคำนวณค่าพิกัดควบคุมของ $\bar{X}$ chart และ R chart พร้อมทั้งพิจารณาว่ากระบวนการผลิตอยู่ภายใต้การควบคุมหรือไม่

2. ถ้าขอบเขตที่กำหนด คือ 171 ± 11 และถ้าผลิตภัณฑ์ใดมีค่าคุณสมบัติน้อยกว่า 160 จะเป็นผลิตภัณฑ์ที่ใช้ไม่ได้เลย (scrapped) ขณะที่ผลิตภัณฑ์ใดมีค่าคุณสมบัติมากกว่า 182 จะเป็นผลิตภัณฑ์ที่สามารถแก้ไขได้(rework)เมื่อค่าเฉลี่ยของกระบวนการและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็นค่าที่ได้จาก (1) เมื่อกระบวนการผลิตอยู่ภายใต้การควบคุม จงหาเปอร์เซนต์ของผลิตภัณฑ์ที่เป็น scrapped และ rework

3.ถ้าค่าเฉลี่ยของกระบวนการเปลี่ยนไปโดยส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานไม่เปลี่ยนแปลงจงหาค่านี้ควรจะเป็นเท่าใดจึงจะทำให้ผลิตภัณฑ์ที่เป็น scrapped มีกี่เปอร์เซนต์เกิดขึ้นน้อยที่สุดขณะที่ผลิตภัณฑ์ที่เป็น rework มีเปอร์เซนต์เกิดขึ้นไม่มากเกินไป เพราะโรงงานต้องเสียค่าใช้จ่ายสำหรับผลิตภัณฑ์ที่เป็น scrapped มากกว่าผลิตภัณฑ์ที่เป็น rework

<u>เฉลย</u> (1) $\sum \bar{X} = 3,569.2$ $\bar{\bar{X}} = 178.46$ $\sum R = 196$ $\bar{R} = 9.8$

$\bar{X}$ chart CL = 178.46

UCL = 178.46 + (0.577)(9.8) = 184.1

LCL = 178.46 - (0.577)(9.8) = 172.8

R chart CL = 9.8

UCL = $D_4\bar{R}$ = (2.115)(9.8) = 20.7

LCL = 0

จากแผนภูมิ $\bar{X}$ chart ไม่มีจุดใดตกนอกพิกัดควบคุม แต่แผนภูมิ R chart มีกลุ่มย่อยที่ 1 และ 3 ตกนอกเส้นควบคุมบน ดังนั้นกระบวนการผลิตอยู่นอกการควบคุม

ปรับค่า $\bar{R}$ = (196 - 23 - 22) / 18 = 8.4

พิกัดควบคุมของ $\bar{X}$ chart จะเปลี่ยนเป็น

UCL = $\bar{\bar{X}} + A_2\bar{R}$ = 178.46 + (0.577)(8.4) = 183.3

LCL = 178.46 - (0.577)(8.4) = 173.6

CL = 178.46

(2) $\sigma' = \bar{R} / d_2 = 8.4 / 2.326 = 3.61 \quad \bar{X}' = 178.46$

P[เกิด rework] = P[X > USL] = P[Z > ((182 - 178.46)/3.61)] =

P[Z > 0.98] = 0.1635 เปอร์เซนต์ที่จะมีผลิตภัณฑ์เป็น rework = 16.35

P[เกิด scrapped] = P[X < LSL] = P[Z < ((160-178.46)/(3.61))]

= P[Z < -5.1] = 0

(3) ความน่าจะเป็นที่จะเกิด scrapped และ rework จะน้อยที่สุด เมื่อความน่าจะเป็นที่จะเกิด scrapped เท่ากับความน่าจะเป็นที่จะเกิด rework นั่นคือ

$P[X < LSL] = P[X > USL]$

$P[Z < (160 - \bar{X}') / (3.61)] = P[Z > (182 - \bar{X}') / (3.61)]$

$\therefore \bar{X}' = 342 / 2 = 171$

$P[Z < (160 - 171) / 3.61] = P[Z < -3.05] = 0.0011$

$P[Z > (182 - 171) / 3.61] = P[Z > 3.05] = 0.0011$

แต่ความน่าจะเป็นที่จะเกิด scrapped ต้องน้อยกว่าความน่าจะเป็นที่จะเกิด rework จึงต้องขยับค่า $\bar{X}'$ เพื่อให้ค่าความน่าจะเป็นที่จะเกิด scrapped น้อยกว่า

ถ้า P[เกิด scrapped] = 0.001

= P [Z < -3.08]

$-3.08 = (160 - \bar{X}') / 3.61 \quad ; \quad \bar{X}' = 171.12$

P [เกิด rework] = 0.0012 = P[Z > 3.03]

$3.03 = (182 - \bar{X}') / 3.61 \quad ; \quad \bar{X}' = 171.06$

ซึ่งค่า $\bar{X}'$ ทั้งสองกรณีไม่เท่ากันต้องขยับอีกครั้ง

P [เกิด scrapped] = 0.001 = P [Z < -3.1]

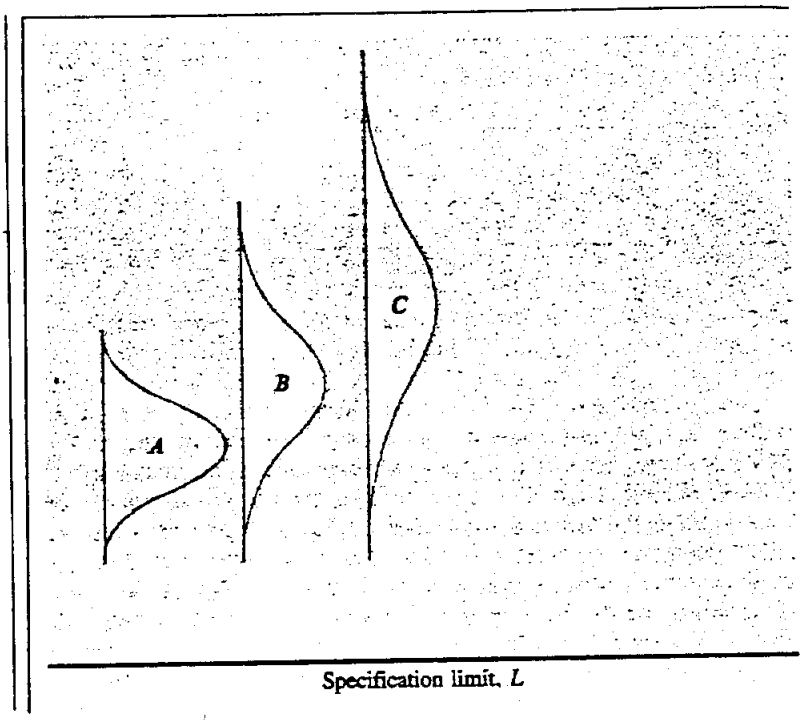
$-3.1 = (160 - \bar{X}') / 3.61 \quad ; \quad \bar{X}' = 171.2$

นั่นคือ ค่าเฉลี่ยของกระบวนการที่เหมาะสมและเป็นไปตามเงื่อนไขดังกล่าวได้ค่าเป็น

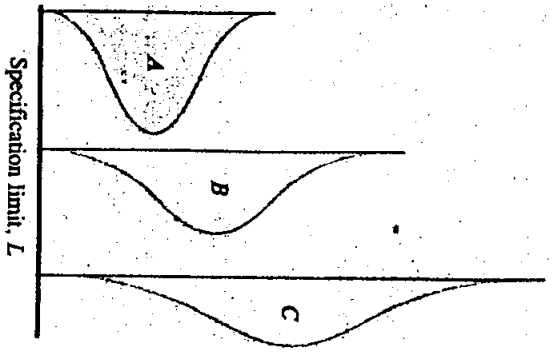
171.2

ข. กรณีที่ขอบเขตที่กำหนดมีเพียงด้านใดด้านหนึ่ง แบ่งได้เป็น 3 กรณี คือ

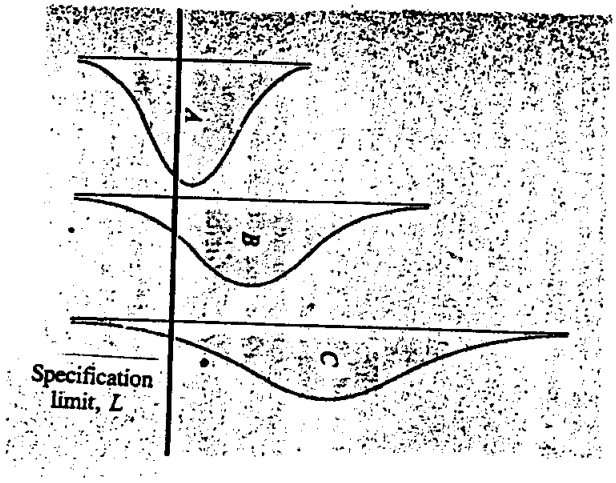
1. ค่าต่ำสุดของตัวเลขที่ได้จากกระบวนการผลิตมีค่าสูงกว่าขอบเขตกำหนดล่าง จากรูปทั้งการกระจายของเส้นโค้ง A, B และ C มีค่าต่ำสุดเท่ากัน การกระจายของเส้นโค้ง B มีช่วงกว้างของกระบวนการและค่าเฉลี่ยของกระบวนการมากกว่าเส้นโค้ง A และการกระจายของเส้นโค้ง C มีช่วงกว้างของกระบวนการและค่าเฉลี่ยของกระบวนการมากกว่าเส้นโค้ง Aลักษณะนี้สินค้าที่ผลิตทุกชิ้นได้มาตรฐาน โรงงานอาจจะไม่ต้องทำแผนภูมิควบคุมได้



2. ค่าต่ำสุดของตัวเลขที่ได้จากกระบวนการผลิตมีค่าเท่ากับขอบเขตกำหนดล่าง ถ้าขยับค่าเฉลี่ยกระบวนการลง เปอร์เซนต์สินค้าที่ไม่ได้มาตรฐานที่ได้จากเส้นโค้ง A จะมีมากกว่า ที่ได้จากเส้นโค้ง C (โดยดูจาก พื้นที่ใต้เส้นโค้งที่ต่ำกว่าขอบเขตกำหนดล่าง ของเส้นโค้ง A และเส้นโค้ง C)



3. ค่าต่ำสุดของตัวเลขที่ได้จากกระบวนการผลิตน้อยกว่าขอบเขตที่กำหนดล่าง



3.3 ความผิดพลาดที่เกิดขึ้นในการทดสอบสมมติฐาน

ในการทดสอบสมมติฐานการตั้งสมมติฐานจะเป็นการทดสอบเกี่ยวกับสิ่งที่อ้างถึงซึ่งเป็นสมมติฐานหลักจากแผนภูมิควบคุม ในการตั้งสมมติฐานหลัก H_0: กระบวนการผลิตอยู่ภายใต้การควบคุม การตัดสินใจจะยอมรับ H_0 หรือปฏิเสธ H_0 อาจเกิดความผิดพลาดได้ 2 แบบ คือ

ก. ความผิดพลาดประเภทที่ 1 (Type I error) คือความน่าจะเป็นที่เกิดจากการตัดสินใจว่ากระบวนการผลิตอยู่นอกการควบคุมแต่จริงแล้วกระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุม ความน่าจะเป็นที่จะเกิดความผิดพลาดประเภทนี้ = ระดับนัยสำคัญ α

$$\alpha = P[\bar{X} > UCL \ , \ \bar{X} < LCL \mid \bar{X}']$$

เมื่อ $\bar{X}'$ เป็นค่าเฉลี่ยของกระบวนการที่กระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุม

ข. ความผิดพลาดประเภทที่ 2 (Type II error) เกิดจากการตัดสินใจว่า กระบวนการผลิตอยู่ภายใต้การควบคุมแต่แท้จริงแล้ว มันอยู่นอกการควบคุมความน่าจะเป็นที่จะเกิดความผิดพลาดประเภทที่ 2 หรือระดับความเสี่ยงของผู้บริโภค ก็คือ ระดับนัยสำคัญ β

$$\beta = P[\ LCL \leq \bar{X} \leq UCL \mid \bar{X}'_1\ ]$$

เมื่อ $\bar{X}_1'$ เป็นค่าเฉลี่ยของกระบวนการที่เปลี่ยนแปลงไป เมื่อกระบวนการอยู่นอกการควบคุม

เฉลยแบบฝึกหัด

1. ข้อมูลเก็บรวบรวม จาก 30 ตัวอย่าง ขนาด n = 7 ได้ค่า $\bar{\bar{X}} = 240$ และ $\bar{R} = 28$ จงคำนวณหาพิกัดควบคุม (control limits) ของ $\bar{X}$ และ R chart พร้อมทั้งประมาณค่า σ'

$\bar{X}$ chart CL = 240

$$UCL = \bar{\bar{X}} + A_2\bar{R} = 240 + (0.419)(28) = 251.73$$

$$LCL = \bar{\bar{X}} + A_2\bar{R} = 240 - 11.73 = 228.27$$

R chart CL = 28

$$UCL = D_4\bar{R} = (1.924)(28) = 53.87$$

$$LCL = D_3\bar{R} = (.076)(28) = 2.13$$

$$\sigma' = \bar{R} / d_2 = 28 / (2.704) = 10.36$$

2. สุ่มข้อมูล มา 28 ตัวอย่างๆ ละ 4 ชิ้น คำนวณได้ ค่า $\overline{\overline{X}} = 10.84$ $\overline{R} = 3.6$ จงคำนวณหาพิกัดควบคุมของ $\overline{X}$ chart และ R chart พร้อมทั้งประมาณค่า σ'

$\overline{X}$ chart CL = 10.84

UCL = 10.84 + (.729)(3.6) = 13.46

LCL = 10.84 - (.729)(3.6) = 8.22

R chart CL = 3.6

UCL = (2.282)(3.6) = 8.22 LCL = 0

$\sigma' = \overline{R} / d_2 = 3.6 / 2.059 = 1.75$

3. กำหนด $\overline{X}' = 35$ และ $\sigma' = 6.7$, n = 4 จงคำนวณหาพิกัดควบคุมของ $\overline{X}$ chart, R chart และ σ chart

$\overline{X}$ chart CL = 35 UCL = $\overline{X}' + A\sigma' = 35 + (1.5)(6.7) = 45.05$

LCL = $\overline{X}' - A\sigma' = 35 - 10.05 = 24.95$

R chart CL = $d_2\sigma' = (2.328)(6.7) = 15.6$

UCL = $D_2\sigma' = (4.698)(6.7) = 31.48$

LCL = $D_1\sigma' = 0$

σ chart CL = $c_2\sigma' = (0.7979)(6.7) = 5.35$

UCL = $B_2\sigma' = (1.808)(6.7) = 12.11$

LCL = $B_1\sigma' = 0$

4. ถ้า n = 15 จาก 25 ตัวอย่าง ได้ค่า $\overline{\overline{X}} = 115.4$, $\overline{\sigma} = 21.2$ จงคำนวณหาพิกัดควบคุมสำหรับ $\overline{X}$ chart และ σ chart พร้อมทั้งประมาณค่า σ'

$\bar{X}$ chart CL = 115.4

$UCL = \bar{\bar{X}} + A_1\bar{\sigma} = 115.4 + (.816)(21.2) = 132.7$

$LCL = \bar{\bar{X}} - A_1\bar{\sigma} = 115.4 - 17.3 = 98.1$

σ chart CL = 21.2

$UCL = B_4\bar{\sigma} = (1.572)(21.2) = 33.33$

$LCL = B_3\bar{\sigma} = (.428)(21.2) = 9.07$

$\sigma' = \bar{\sigma} / c_2 = 21.2 / 0.94 = 22.55$

5. เก็บตัวอย่าง จาก 50 ตัวอย่างๆ ละ 10 ชิ้นได้ $\Sigma\bar{X} = 785$ และ $\Sigma R = 65$ จงคำนวณหาพิกัดควบคุมสำหรับ $\bar{X}$ chart และ R chart

$\bar{X}$ chart $\bar{\bar{X}}$ = CL = 785 / 50 = 15.7

UCL = 15.7 + (0.308)(1.3) = 16.1

LCL = 15.7 - (0.308)(1.3) = 15.3

R chart $\bar{R}$ = CL = 1.3

$UCL = D_4\bar{R} = (1.777)(1.3) = 2.31$

$LCL = D_3\bar{R} = (0.223)(1.3) = 0.29$

6. สุ่มตัวอย่างมา 28 ตัวอย่าง ขนาดตัวอย่างละ 4 ได้ผลดังตาราง

(1) จงเขียนแผนภูมิควบคุมของ $\bar{X}$ chart และ R chart พร้อมทั้งสรุปผลที่ได้จากแผนภูมิว่ากระบวนการผลิตอยู่ภายใต้การควบคุมหรือไม่

(2) จงใช้การทดสอบแบบรัน ทดสอบว่าผลที่เกิดขึ้นเนื่องจากกระบวนการไม่เป็นเชิงสุ่มหรือไม่

กลุ่มตัวอย่างที่	X_1	X_2	X_3	X_4	กลุ่มตัวอย่างที่	X_1	X_2	X_3	X_4
1	18	16	14	0	15	20	21	5	14
2	9	0	3	5	16	16	0	6	11
3	14	11	0	4	17	13	8	11	8
4	20	12	23	13	18	11	5	25	12
5	16	8	18	22	19	1	3	1	7
6	2	0	14	17	20	4	12	4	13
7	5	1	2	2	21	11	17	12	10
8	5	20	6	2	22	5	12	10	3
9	9	16	12	8	23	1	0	2	18
10	3	35	15	0	24	1	8	3	16
11	11	11	3	4	25	7	14	18	1
12	19	4	9	21	26	3	19	5	8
13	17	14	4	19	27	4	3	19	12
14	5	6	22	11	28	8	18	0	7

(1) $\bar{\bar{X}} = 271.5 / 28 = 9.7$ $\bar{R} = 493 / 28 = 17.61$

$\bar{X}$ chart CL = 9.7

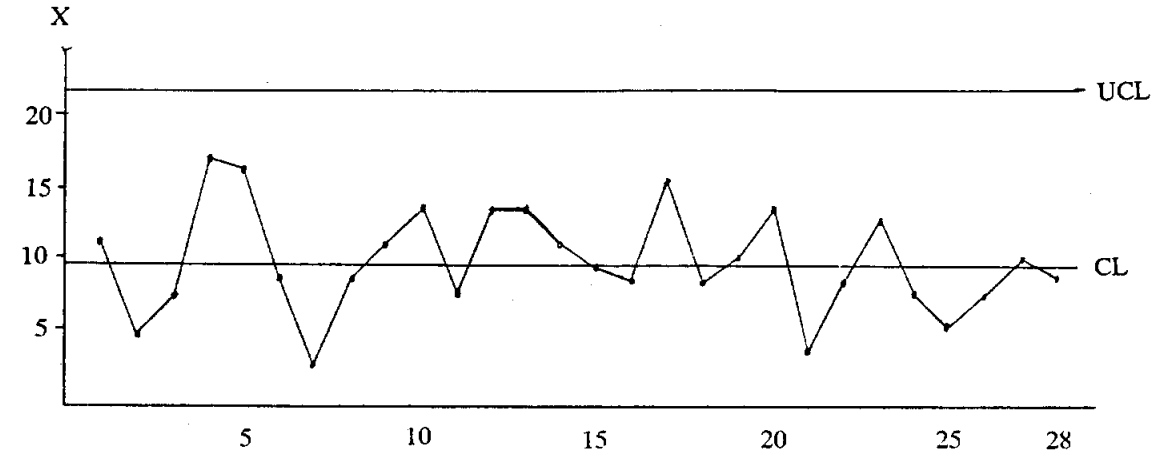
$UCL = \bar{\bar{X}} + A_2\bar{R} = 9.7 + (.729)(17.61) = 22.54$

$LCL = \bar{\bar{X}} - A_2\bar{R} = 9.7 - 12.84 = 0$ (เพราะได้ค่าเป็นลบ)

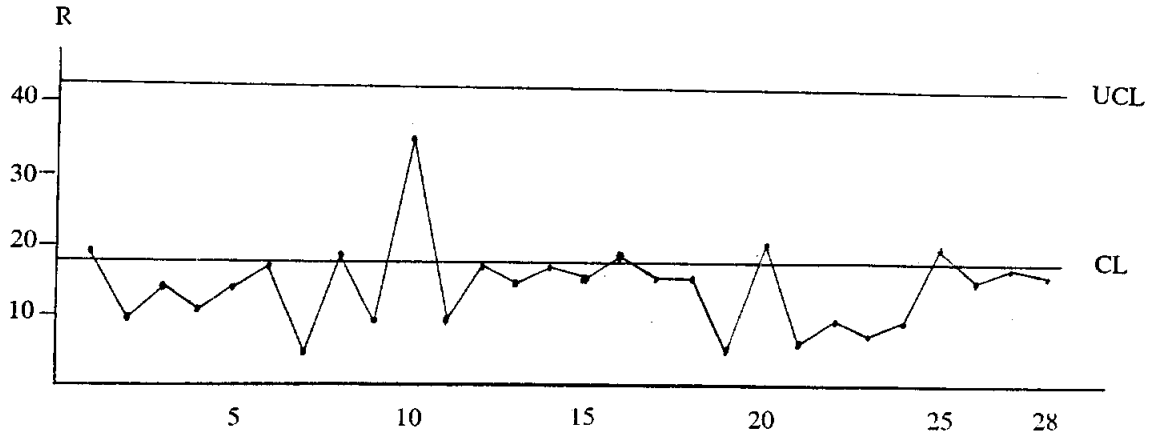
R chart CL = 17.61

$UCL = D_4 \bar{R} = (2.282)(17.61) = 40.19$

$LCL = D_3 \bar{R} = 0$



ตัวอย่างที่



ตัวอย่างที่

ทุกจุดอยู่ภายใต้พิกัดควบคุม ดังนั้นกระบวนการผลิตอยู่ภายใต้การควบคุม

(2) H_0 : ผลที่เกิดขึ้นเนื่องมาจากกระบวนการแบบสุ่ม

H_1 : ผลที่เกิดขึ้นเนื่องมาจากระบวนการไม่เป็นเชิงสุ่ม

จากแผนภูมิ $\bar{X}$ chart ได้เครื่องหมายดังนี้

+ - - + + - - - + + - + + + - - + - + + - - + - - - + -

$u = 16$ $r = 13$ $s = 15$ จากตาราง B ได้ค่าวิกฤติ $k = 10$

$u > k$ เราไม่ปฏิเสธ H_0 นั่นคือ ผลที่เกิดขึ้นเนื่องมาจากกระบวนการแบบสุ่ม

7. วัดชิ้นส่วนประกอบไฟฟ้าเป็นโอห์ม จากการสุ่มตัวอย่างมา 30 ตัวอย่าง ตัวอย่างละ 3 ชิ้น

(1) จงเขียนแผนภูมิควบคุมของ $\bar{X}$ chart และ R chart พร้อมทั้งสรุปผลจากแผนภูมิว่ากระบวนการผลิตอยู่ภายใต้การควบคุมหรือไม่

(2) จงใช้การทดสอบแบบรัน ทดสอบว่า ผลที่เกิดขึ้นสืบเนื่องมาจากกระบวนการที่ไม่เป็นเชิงสุ่มหรือไม่

(3) กระบวนการอยู่นอกการควบคุม โดยถือว่าทุกจุดที่อยู่นอกเส้นควบคุม เป็นสาเหตุที่สามารถระบุได้ (assignable causes) จงคำนวณหาพิกัดควบคุมใหม่ที่ใช้ในการควบคุมปัจจุบันได้

ตัวอย่างที่	X_1	X_2	X_3	$\bar{X}$	R	ตัวอย่างที่	X_1	X_2	X_3	$\bar{X}$	R
1	207	194	201	200.7	13	9	188	199	191	192.7	11
2	204	191	203	199.3	13	10	171	200	201	190.7	30
3	198	201	196	198.3	5	11	200	201	192	197.7	9
4	195	199	181	191.7	18	12	204	207	194	201.7	13
5	199	221	218	212.7	22	13	191	215	200	202	24
6	200	200	207	202.3	7	14	201	204	200	201.7	4
7	222	195	205	207.3	27	15	198	212	206	205.3	14
8	215	186	181	194	34	16	231	188	223	214	43

ตัวอย่างที่	X_1	X_2	X_3	$\bar{X}$	R	ตัวอย่างที่	X_1	X_2	X_3	$\bar{X}$	R
17	202	210	219	210.3	17	24	199	199	208	202	9
18	187	190	205	194	18	25	214	203	195	204	19
19	194	196	207	199	13	26	208	202	199	203	9
20	196	199	190	195	9	27	202	205	185	197.3	20
21	199	208	200	202.3	9	28	195	210	199	201.3	15
22	185	206	201	197.3	21	29	206	191	200	199	15
23	209	225	226	220	17	30	198	205	202	201.7	7

(1) $\bar{\bar{X}} = 6038.3 / 30 = 201.28$ $\bar{R} = 485 / 30 = 16.17$

$\bar{X}$ chart CL = 201.28

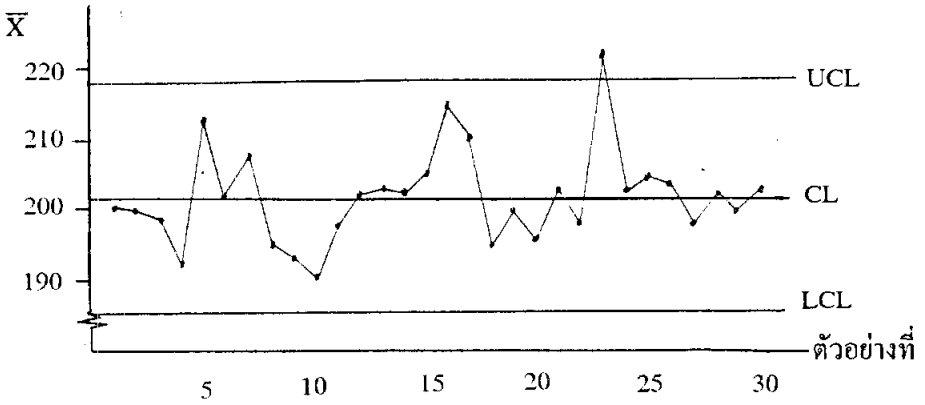
UCL = 201.28 + (1.023)(16.17) = 217.82

LCL = 201.28 - 16.54 = 184.74

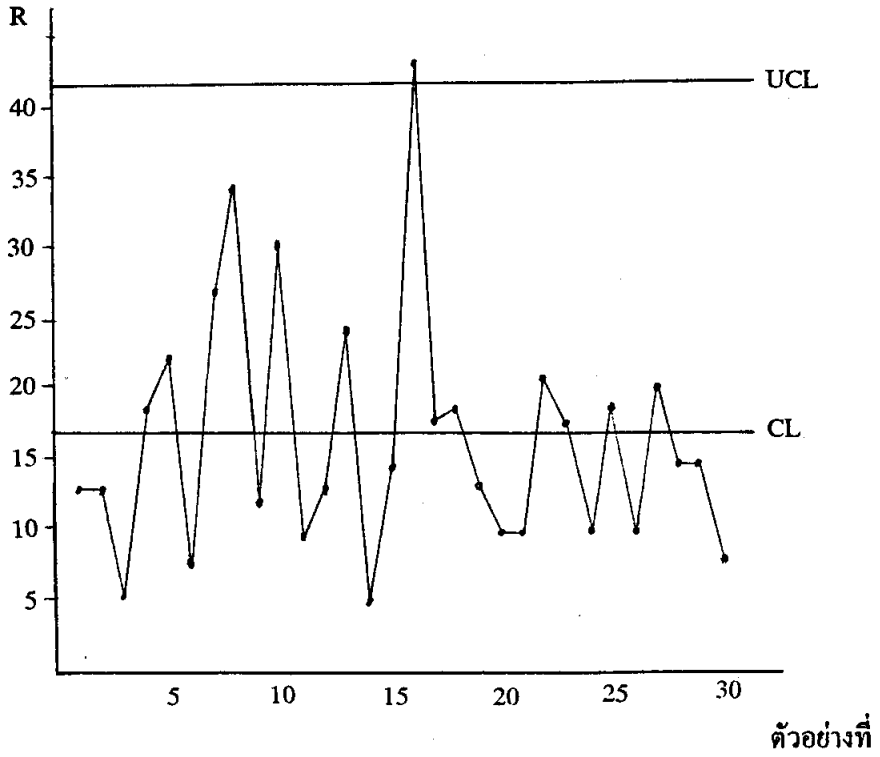
R chart CL = 16.17

UCL = $D_4\bar{R}$ = (2.575)(16.17) = 41.64 LCL = $D_3\bar{R}$ = 0

$\bar{X}$ chart



R chart



$\overline{X}$ chart มีจุดตกนอกเส้นควบคุมบน คือตัวอย่างที่ 23

R chart มีจุดตกนอกเส้นควบคุมบน คือ ตัวอย่างที่ 16

ดังนั้น กระบวนการผลิตอยู่นอกการควบคุม

(2) H_0 : ผลที่เกิดขึ้นเนื่องมาจากกระบวนการแบบสุ่ม

H_1 : ผลที่เกิดขึ้นเนื่องมาจากกระบวนการที่ไม่เป็นเชิงสุ่ม

จาก $\overline{X}$ chart ได้เครื่องหมาย ดังนี้

+ - - - + + + - - - - + + + + + + - - - + - + + + + - + - +

u = 13 r = 13 s = 17 จากตาราง B ได้ค่าวิกฤติ = 10

$u > k$ นั่นคือ ไม่ปฏิเสธ H_0 กระบวนการเป็นไปแบบสุ่ม

(3) ต้องปรับค่า $\bar{\bar{X}}$ และ $\bar{R}$ เพื่อหาพิกัดควบคุมใหม่ใน $\bar{X}$ chart และ R chart

$\bar{\bar{X}} = (6038.3 - 220) / 29 = 200.63$ $\bar{R} = (485 - 43) / 29 = 15.24$

$\bar{X}$ chart CL = 200.63

UCL = 200.63 + (1.023)(15.24) = 216.22

LCL = 200.63 - 15.59 = 185.04

R chart CL = 15.24

UCL = (2.575)(15.24) = 39.24 LCL = 0

พิกัดควบคุมที่ได้เป็นพิกัดควบคุมใหม่ที่ใช้ในการควบคุมปัจจุบันได้ของทั้ง $\bar{X}$ chart และ R chart

8. ข้อมูลต่อไปนี้เป็นค่าเฉลี่ยและพิสัยของความยาวฐานลูกระเบิดที่ผลิตในสงครามโลก โดยวัดความยาวเป็นนิ้ว ขนาดตัวอย่าง $n = 4$ ได้ผลดังต่อไปนี้

กลุ่มที่	$\bar{X}$	R	กลุ่มที่	$\bar{X}$	R	กลุ่มที่	$\bar{X}$	R
1.....	0.8372	0.010	5.....	0.8346	0.005	9.....	0.8308	0.002
2.....	0.8324	0.009	6.....	0.8332	0.011	10.....	0.8350	0.006
3.....	0.8318	0.008	7.....	0.8340	0.009	11.....	0.8380	0.006
4.....	0.8344	0.004	8.....	0.8344	0.003	12.....	0.8322	0.002

กลุ่มที่	$\bar{X}$	R
13.....	0.8372	0.010
14.....	0.8322	0.005
15.....	0.8304	0.008
16.....	0.8536	0.013

กลุ่มที่	$\bar{X}$	R
17.....	0.8282	0.006
18.....	0.8346	0.005
19.....	0.8360	0.004
20.....	0.8374	0.006

(1) จงหาพิกัดควบคุมของ $\bar{X}$ chart และ R chart พร้อมทั้งหาพิกัดควบคุมที่สามารถใช้ควบคุมการผลิตลูกระเบิดต่อไปได้

(2) ถ้าขอบเขตที่กำหนดคือ 0.83 ± 0.01 นิ้ว โดยความยาวของลูกระเบิดมีการแจกแจงแบบปกติ จงหา % ของความยาวฐานลูกระเบิดที่อยู่นอกขอบเขตกำหนดล่าง และนอกขอบเขตกำหนดบน ซึ่งถือว่าเป็นชิ้นส่วนที่ใช้การไม่ได้

(3) ถ้าต้องการให้ เปอร์เซนต์ของชิ้นส่วนที่ใช้การไม่ได้ มีค่าเป็น 0 จะต้องเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยกระบวนการเป็นเท่าไร

(1) $\bar{\bar{X}} = (16.6976) / 20 = 0.8349$

$\bar{R} = (0.132) / 20 = 0.0066$

$\bar{X}$ chart $CL = 0.8349$

$UCL = 0.8349 + (.729)(0.0066) = 0.8397$

$LCL = 0.8349 - 0.0048 = 0.8301$

R chart $CL = 0.0066$

$UCL = (2.282)(0.0066) = 0.0151$

LCL = 0

แผนภูมิ $\bar{\bar{X}}$ chart มีจุดตกนอกพิกัดควบคุม คือ กลุ่มที่ 16 และ 17

แต่แผนภูมิ R chart ไม่มีจุดตกนอกพิกัดควบคุม

นั่นคือกระบวนการผลิตอยู่นอกการควบคุม ดังนั้นต้องปรับค่า $\bar{\bar{X}}$ ได้จาก

$$\bar{\bar{X}} = (16.6976 - 0.8536 - 0.8282) / 18 = 0.8342$$

พิกัดควบคุมของ $\bar{\bar{X}}$ chart คือ

$$CL = 0.8342$$

$$UCL = 0.8342 + (.729)(.0066) = 0.839$$

$$LCL = 0.8342 - 0.0048 = 0.8294$$

ดังนั้น $\bar{X}' = \bar{\bar{X}} = 0.8342$

$$\sigma' = \bar{R} / d_2 = 0.0066 / 2.059 = 0.0032$$

(2) USL = 0.84 LSL = 0.82

P[ความยาวของฐานลูกระเบิดอยู่นอกขอบเขตกำหนดล่าง] = P[X < LSL]

$$= P[Z < \{(LSL - X') / \sigma'\}] = P[Z < \{ (0.82 - 0.8342) / 0.0032\}]$$

$$= P[Z < -4.44] = 0$$

P[ความยาวของฐานลูกระเบิดอยู่นอกขอบเขตกำหนดบน] = P[X > USL]

$$= P[Z > \{ (USL - \bar{X}') / \sigma'\}] = P[Z > \{(0.84 - 0.8342) / 0.0032 \}]$$

$$= P[Z > 1.81] = 0.0351$$

ดังนั้นเปอร์เซนต์ของความยาวฐานลูกระเบิดที่อยู่นอกขอบเขตกำหนดบน = 3.51

(3) เนื่องจากเปอร์เซนต์ของความยาวของฐานลูกระเบิดที่อยู่นอกขอบเขตกำหนดล่างมีค่าเป็นศูนย์อยู่แล้วจึงปรับเฉพาะเปอร์เซนต์ของความยาวของฐานลูกระเบิดที่อยู่นอกขอบเขตกำหนดบนให้เป็นศูนย์จึงจะได้เปอร์เซนต์ของชิ้นส่วนที่ใช้การไม่ได้เป็นศูนย์

$$P[Z > \{ (USL - \bar{X}') / \sigma' \}] = P[Z > 3.2]$$

$$(0.84 - \bar{X}') / 0.0032 = 3.2 \quad \text{ได้} \quad \bar{X}' = 0.8298$$

พิจารณาเปอร์เซนต์ของความยาวของฐานลูกระเบิดที่อยู่นอกขอบเขตกำหนดล่าง

$$P[Z < \{(LSL - \bar{X}') / \sigma' \}] = P[Z < \{(0.82 - 0.8298) / 0.0032 \}]$$

$$= P [Z < - 3.06] = 0.0011$$

จะได้ว่าเปอร์เซนต์ของชิ้นส่วนที่ใช้การไม่ได้เข้าใกล้ 0 ค่าเฉลี่ยของกระบวนการมีค่าเป็น 0.8298

9. ข้อมูลความสูงของหัวระเบิด ได้ค่าเฉลี่ยและพิสัยของแต่ละตัวอย่าง ดังนี้

ตัวอย่างที่	$\bar{X}$	R	ตัวอย่างที่	$\bar{X}$	R	ตัวอย่างที่	$\bar{X}$	R
1.....	0.4402	0.015	9.....	0.4360	0.011	17.....	0.4392	0.006
2.....	0.4390	0.018	10.....	0.4402	0.007	18.....	0.4378	0.008
3.....	0.4448	0.018	11.....	0.4332	0.008	19.....	0.4362	0.016
4.....	0.4432	0.006	12.....	0.4356	0.017	20.....	0.4348	0.009
5.....	0.4228	0.008	13.....	0.4314	0.010	21.....	0.4338	0.005
6.....	0.4382	0.010	14.....	0.4362	0.015	22.....	0.4366	0.014
7.....	0.4358	0.011	15.....	0.4380	0.019	23.....	0.4346	0.009
8.....	0.4440	0.019	16.....	0.4350	0.008	24.....	0.4374	0.015

ตัวอย่างที่	$\bar{X}$	R	ตัวอย่างที่	$\bar{X}$	R	ตัวอย่างที่	$\bar{X}$	R
25.....	0.4366	0.010	27.....	0.4378	0.011	29.....	0.4339	0.024
26.....	0.4368	0.011	28.....	0.4384	0.009	30.....	0.4368	0.014

(1) จากข้อมูล 20 ตัวอย่างแรก จงเขียนแผนภูมิควบคุมของ $\bar{X}$ chart และ R chart แล้วใช้ข้อมูล 10 ตัวอย่างที่เหลือ เขียนจุดบนแผนภูมิที่ได้ พร้อมทั้งวิเคราะห์ผลสรุปว่า กระบวนการผลิตอยู่ภายใต้การควบคุมหรือไม่ ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 5

(2) จงหาค่าเฉลี่ยของกระบวนการที่ใช้ในกระบวนการผลิตต่อไป ($\bar{X}'$) พร้อมทั้งประมาณค่า σ'

(1) $\bar{\bar{X}} = 8.7632 / 20 = 0.4382$ $\bar{R} = 0.241 / 20 = 0.012$

$\bar{X}$ chart CL = 0.4382

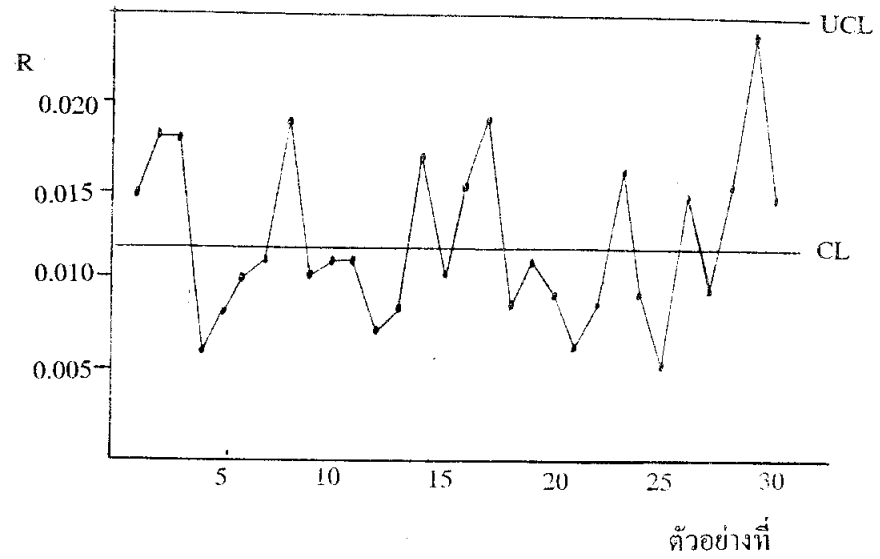
UCL = 0.4382 + (0.577)(0.012) = 0.4451

LCL = 0.4382 - 0.0069 = 0.4313

R chart CL = 0.012

UCL = $D_4\bar{R}$ = (2.115)(0.012) = 0.025 LCL = $D_3\bar{R}$ = 0

R chart



สรุปได้ว่า กระบวนการผลิตอยู่ภายใต้การควบคุม

(2) $\bar{\bar{X}}' = \bar{\bar{X}} = 0.4382$ $\sigma' = \bar{R} / d_2 = 0.012 / 2.328 = 0.005$

10. ค่าของ $\bar{X}$ และ R ที่ได้จากตัวอย่าง 20 ตัวอย่าง ขนาด n = 4 ได้ $\sum\bar{X} = 41.34$, $\sum R = 0.32$

(1) จงหาพิกัดควบคุมของ $\bar{X}$ chart และ R chart

(2) จงประมาณค่า σ' ที่ใช้ในกระบวนการผลิตต่อไป

(3) ขอบเขตที่กำหนด คือ 2.05 ± 0.02 ถ้าค่าที่ตกอยู่เหนือ USL จะถือว่าเป็นสินค้าประเภท rework และค่าต่ำกว่า LSL ถือว่าเป็นสินค้าประเภท scrap จงหา % ของสินค้าที่เป็นทั้ง rework และ scrap

(1) $\bar{\bar{X}} = 41.34 / 20 = 2.067$, $\bar{R} = 0.32 / 20 = 0.016$

$\bar{X}$ chart CL = 2.067

UCL = 2.067 + (0.729)(0.016) = 2.079

LCL = 2.067 - 0.012 = 2.055

R chart CL = 0.016

$$UCL = D_4\bar{R} = (2.282)(0.016) = 0.037$$

$$LCL = D_3\bar{R} = 0$$

(2) $\sigma' = \bar{R} / d_2 = 0.016 / 2.059 = 0.0078$

(3) P[สินค้าเป็น rework] $= P[X > USL] = P[Z > (USL - \bar{X}') / \sigma']$

$= P[Z > (2.07 - 2.067) / 0.0078] = P[Z > 0.38] = 0.352$

∴ สินค้าที่เป็น rework มีประมาณ 35.2 %

P [สินค้าที่เป็น scrap] $= P[X < LSL] = P[Z < (LSL - \bar{X}') / \sigma']$

$= P[Z < (2.03 - 2.067) / 0.0078] = P[Z < -4.74] = 0$

นั่นคือ สินค้าที่เป็น scrap มี 0 %

11. ในการผลิตสวิตส์ไฟฟ้า ได้สุ่มตัวอย่าง 30 กลุ่มๆ ละ 5 อัน ถูกทดสอบในแต่ละชั่วโมง โดยตั้งเครื่องอัตโนมัติ บังคับอุณหภูมิให้คงที่ วัดค่าได้ผลดังนี้

ตัวอย่างที่	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	ตัวอย่างที่	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
1	54	56	56	56	55	6	53	47	58	55	54
2	51	52	54	56	49	7	52	55	54	55	56
3	54	52	50	57	55	8	56	53	53	54	55
4	56	55	56	53	50	9	55	52	53	56	55
5	53	54	57	56	52	10	50	54	53	55	55

ตัวอย่างที่	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	ตัวอย่างที่	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
11	57	54	53	52	53	21	53	55	57	56	55
12	52	52	54	53	55	22	59	54	53	54	55
13	54	53	55	52	52	23	54	55	58	55	54
14	54	55	54	53	55	24	56	53	51	55	59
15	56	53	57	56	54	25	56	55	55	55	55
16	58	57	56	54	54	26	54	53	54	55	54
17	55	55	55	56	53	27	53	52	55	54	53
18	54	57	54	55	54	28	53	52	53	57	53
19	54	53	56	53	55	29	53	51	55	50	55
20	53	53	57	54	53	30	57	54	56	54	55

(1) จงหาพิกัดควบคุมของ $\bar{X}$ chart และ R chart และสรุปผลที่ได้

(2) ถ้าขอบเขตที่กำหนดเป็น 54 ± 4 กำหนด $\bar{X}' = 54$, $\sigma' = 1.75$ จงหาว่าสินค้าที่ไม่ได้มาตรฐาน มีกี่ %

(3) เมื่อค่าเฉลี่ยของกระบวนการ และความผันแปรของกระบวนการเป็นค่าที่ได้จากข้อ 1 จงหาว่า มีสินค้าที่ไม่ได้มาตรฐานกี่เปอร์เซนต์

จากการคำนวณค่า $\bar{X}$ และ R ของแต่ละตัวอย่างได้ดังนี้

ตัวอย่างที่	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
$\bar{X}$	55.4	52.4	53.6	54.0	54.4	53.4	54.4	54.2	54.2	53.4	53.8	53.2	53.2	54.2
R	2	7	7	6	5	11	4	3	4	5	5	3	3	2

ตัวอย่างที่	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
$\bar{X}$	55.2	55.8	54.8	54.8	54.2	54	55.2	55	55.2	54.8	55.2	54	53.4
R	4	4	3	3	3	4	4	6	4	8	1	2	3

ตัวอย่างที่	28	29	30
$\bar{X}$	53.6	52.8	55.2
R	5	5	3

(1) $\bar{\bar{X}} = 1627 / 30 = 54.2 \quad \bar{R} = 129 / 30 = 4.3$

$\bar{X}$ chart CL = 54.2

UCL = 54.2 + (.577)(4.3) = 56.68

LCL = 54.2 - (.577)(4.3) = 51.72

R chart CL = 4.3 UCL = (2.115)(4.3) = 9.09 LCL = 0

$\bar{X}$ chart ไม่มีจุดตกนอกพิกัดควบคุมแต่ R chart มีจุดตกนอกเส้นควบคุมบนหนึ่งจุดคือ กลุ่มที่ 6

สรุปว่ากระบวนการผลิตอยู่นอกการควบคุม

(2) P[สินค้าไม่ได้มาตรฐาน] = P [X > USL] + P [X < LSL]

= P [Z > (58 - 54) / 1.75] + P [Z < (50 - 54) / 1.75]

= P [Z > 2.29] + P [Z < - 2.29] = 2(0.011) = 0.022

สินค้าที่ไม่ได้มาตรฐานมีอยู่ 2.2 %

(3) $\bar{X}' = \bar{\bar{X}} = 54.2$ $\sigma' = \bar{R} / d_2 = 4.3 / 2.328 = 1.85$

P [สินค้าไม่ได้มาตรฐาน] = P [Z > (58 - 54.2) / 1.85] +

P [Z < (50 - 54.2) / 1.85]

= P [Z > 2.05] + P [Z < - 2.27] = 0.0116 + 0.0202 = 0.0318

∴ สินค้าที่ไม่ได้มาตรฐานมีอยู่ 3.18 %

12. แผนภูมิควบคุม $\bar{X}$ chart ได้พิกัดควบคุม คือ UCL = 129, CL = 125, LCL = 121, n = 9

(1) ถ้าขอบเขตที่กำหนดเป็น 127 ± 8 มีกี่ % ที่สินค้าที่ผลิตออกมา อยู่นอกขอบเขตที่กำหนด เมื่อถือว่า สินค้าแต่ละชิ้นที่ผลิตได้มีการแจกแจงแบบปกติ

(2) ถ้าค่า $\bar{X}'$ เปลี่ยนแปลงไปโดยที่ σ' ไม่เปลี่ยนแปลง ค่า $\bar{X}'$ จะมีค่าเท่าไร จึงจะทำให้เปอร์เซนต์ของสินค้าที่อยู่นอกขอบเขตที่กำหนดมีค่าต่ำที่สุด

(3) จากค่า $\bar{X}'$ ในข้อ 2 มีสินค้าที่ไม่ได้มาตรฐานกี่ %

(1) USL = 135 LSL = 119 $\bar{X}' = 125$

UCL = $\bar{X}' + 3\sigma_{\bar{x}} = 125 + 3\sigma_{\bar{x}} = 129$

$\sigma_{\bar{x}} = 4/3 = \sigma' / \sqrt{n}$ ได้ $\sigma' = (4/3)(\sqrt{9}) = 4$

P [สินค้าที่อยู่นอกขอบเขตที่กำหนด] = P [X < LSL] + P [X > USL]

= P [Z < (119 - 125) / 4] + P [Z > (135 - 125) / 4]

= P [Z < - 1.5] + P [Z > 2.5] = 0.0668 + 0.0062 = 0.073

ดังนั้นสินค้าที่ผลิตออกมาอยู่นอกขอบเขตที่กำหนดมี 7.3 %

(2) เปอร์เซนต์ของสินค้าที่อยู่นอกขอบเขตที่กำหนดมีค่าต่ำสุด เมื่อเปอร์เซนต์ของค่าคุณสมบัติสินค้าที่มีค่าน้อยกว่า LSL เท่ากับเปอร์เซนต์ของค่าคุณสมบัติสินค้าที่มีค่ามากกว่า USL

$P[X > USL] = P[X < LSL]$

$P[Z > (135 - \bar{X}')/4] = P[Z < (119 - \bar{X}')/4]$

จะได้ $(135 - \bar{X}')/4 = -(119 - \bar{X}')/4$

$\bar{X}' = 127$

(3) $P[Z > (135 - 127)/4] + P[Z < (119 - 127)/4] = 2(0.0228) = 0.0456$

มีสินค้าที่ไม่ได้มาตรฐานจำนวน 4.56 %

18. ในการผลิตลูกสูบให้ได้มาตรฐาน โดยมีขอบเขตที่กำหนด 1.007 ± 0.013 นิ้ว สุ่มตัวอย่าง 25 ตัวอย่างๆ ละ 5 ชิ้น ได้ค่าเฉลี่ย และพิสัยของแต่ละตัวอย่าง ดังนี้

ตัวอย่างที่	ค่าเฉลี่ย (นิ้ว)	พิสัย (นิ้ว)	ตัวอย่างที่	ค่าเฉลี่ย (นิ้ว)	พิสัย (นิ้ว)
1	0.9992	0.005	11	1.0034	0.008
2	1.0046	0.004	12	1.0026	0.012
3	0.9988	0.009	13	0.9968	0.020
4	0.0064	0.008	14	0.9980	0.004
5	1.0016	0.006	15	0.9988	0.008
6	0.9996	0.006	16	1.0006	0.007
7	1.0048	0.007	17	1.0034	0.009
8	1.0044	0.010	18	0.9970	0.010
9	1.0006	0.003	19	1.0108	0.011
10	0.9970	0.005	20	1.0040	0.005

ตัวอย่างที่	ค่าเฉลี่ย (นิ้ว)	พิสัย (นิ้ว)	ตัวอย่างที่	ค่าเฉลี่ย (นิ้ว)	พิสัย (นิ้ว)
21	0.9970	0.005	24	1.0020	0.010
22	0.9998	0.011	25	1.0014	0.006
23	0.9976	0.015			

(1) จงหาพิกัดควบคุม ของ $\bar{X}$ chart และ R chart พร้อมทั้งพิจารณาว่ากระบวนการผลิตอยู่ภายใต้การควบคุมหรือไม่

(2) ถ้ากระบวนการอยู่นอกการควบคุม จงหาพิกัดควบคุมที่สามารถใช้ในการผลิตต่อไป พร้อมทั้งค่าประมาณ $\bar{X}'$ และ σ'

(3) เมื่อกระบวนการผลิตอยู่ภายใต้การควบคุม จงประมาณเปอร์เซนต์ของลูกสูบที่ไม่ได้มาตรฐาน

(1) $\bar{\bar{X}} = 25.0302 / 25 = 1.0012$ $\bar{R} = 0.204 / 25 = 0.008$

$\bar{X}$ chart CL = 1.0012

UCL = 1.0012 + (.577)(0.008) = 1.0058

LCL = 1.0012 - (.577)(0.008) = 0.9966

R chart CL = 0.008 LCL = 0

UCL = (2.115)(0.008) = 0.017

$\bar{X}$ chart มีจุดตกนอกพิกัดควบคุม คือ ตัวอย่างที่ 4 , 20

R chart มีจุดตกนอกพิกัดควบคุม คือ ตัวอย่างที่ 14

ดังนั้นกระบวนการผลิตอยู่นอกการควบคุม

(2) ให้ปรับค่า $\bar{\bar{X}}$ และ $\bar{R}$ โดยตัดจุดที่ตกนอกพิกัดควบคุมออก ได้

$\bar{\bar{X}}$ = (25.0302 -1.0064 - 1.0108) / 23 = 23.013 / 23 = 1.0006

$\bar{R}$ = (0.204 - 0.02) / 24 = 0.184 / 24 = 0.0077

พิกัดควบคุมที่ใช้ในกระบวนการผลิตต่อไป ของ $\bar{X}$ chart และ R chart คือ $\bar{X}$ chart มี

UCL = 1.0006 + 0.0046 = 1.0052 CL = 1.0006 LCL = 1.0006 - 0.0046 = 0.996

R chart UCL = (2.115)(0.0077) = 0.016

CL = 0.0077 LCL = 0

กระบวนการผลิตอยู่ภายใต้การควบคุม ได้ค่าเฉลี่ยกระบวนการ เท่ากับ 1.0006

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของกระบวนการ σ' เท่ากับ 0.0077 / 2.326 = 0.0033

(3) P [ลูกสูบที่ไม่ได้มาตรฐาน] = P [Z > (1.02 - 1.0006) / (0.0033)]

+ P [Z < (0.994 - 1.0006) / (0.0033)]

= P [Z > 5.88] + P [Z < - 2] = 0 + 0.0228 = 0.0228

ดังนั้น ลูกสูบที่ไม่ได้มาตรฐาน มี 2.28 %

14. เก็บตัวอย่างตะปูที่มีความยาว 3/4 นิ้ว จากเครื่องจักรมา 20 ครั้งๆ ละ 4 อัน วัดความยาวของตะปูแต่ละอัน เป็นมิลลิเมตร คำนวณหาค่าเฉลี่ย พิสัย ของแต่ละครั้ง ได้ค่าดังนี้

ครั้งที่	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\bar{X}$	20.60	20.69	20.62	20.66	20.71	20.70	20.68	20.64	20.63	20.70
R	0.12	0.15	0.09	0.21	0.18	0.14	0.15	0.10	0.08	0.25
ครั้งที่	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**
$\bar{X}$	20.68	20.58	20.63	20.71	20.65	20.72	20.69	20.74	20.68	20.69
R	0.19	0.17	0.18	0.24	0.20	0.15	0.12	0.17	0.21	0.10

(1) จงหาพิกัดควบคุมของ $\bar{X}$ chart และ R chart

(2) ถ้าขอบเขตที่กำหนดเป็น 20.50 $\pm$ 0.20 มิลลิเมตร ถ้าตะปูที่มีความยาวเกิน USL จะต้องนำไปตัดใหม่ เป็นสินค้าชนิด rework และตะปูที่มีความยาวน้อยกว่า LSL เป็นสินค้าชนิด scrap จงหาว่ามีกี่ % ที่เป็นตะปูประเภท rework และมีกี่ % ที่เป็นตะปูประเภท scrap

(1) $\bar{\bar{X}}$ = 413.4 / 20 = 20.67 $\bar{R}$ = 3.2 / 20 0.16

$\bar{X}$ chart CL = 20.67

UCL = 20.67 + (.729)(.16) = 20.79

LCL = 20.67 - (.729)(.16) = 20.55

R chart CL = 0.16

UCL = (2.282)(0.16) = 0.37

LCL = $D_3\bar{R}$ = 0

(2) USL = 20.7 LSL = 20.3 $\sigma' = \bar{R} / d_2$ = 0.16 / 2.059 = 0.078

P [เกิดสินค้าประเภท scrap] = P [X < LSL]

= P [Z < (20.3 - 20.67) / 0.078] = P [Z < - 4.74] = 0

P [เกิดสินค้าประเภท rework] = P [X > USL]

= P [Z > (20.7 - 20.67) / 0.078] = P [Z > 0.38] = 0.352

แสดงว่ามีตะปูประเภท rework อยู่ 35.2 % และประเภท scrap อยู่ 0 %

15. จากการเก็บตัวอย่างน้ำหนักจารบี 10 ตัวอย่างตัวอย่างละ 50 ชิ้น ได้ค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ดังนี้

ตัวอย่างที่	$\bar{X}$	ขนาดตัวอย่าง	σ
1	35.1	50	5.35
2	34.6	50	4.73
3	33.2	50	3.73
4	34.8	50	4.55
5	33.4	50	4.00
6	33.9	50	4.30
7	34.4	50	4.98
8	33.0	50	5.30
9	32.8	50	3.29
10	34.8	50	3.77
รวม	340.0	500	44.0
เฉลี่ย	34		4.4

จงเขียนแผนภูมิควบคุม พร้อมทั้งสรุปผลที่ได้

$\bar{X}$ chart CL = 34 UCL = $\bar{\bar{X}} + A_1 \bar{\sigma}$ = 34 + (0.424)(4.4) = 35.87

จากตารางขนาดตัวอย่างมากกว่า 25 ได้ $A_1 = 3/\sqrt{n} = 0.424$

LCL = 34 - (0.424)(4.4) = 32.13

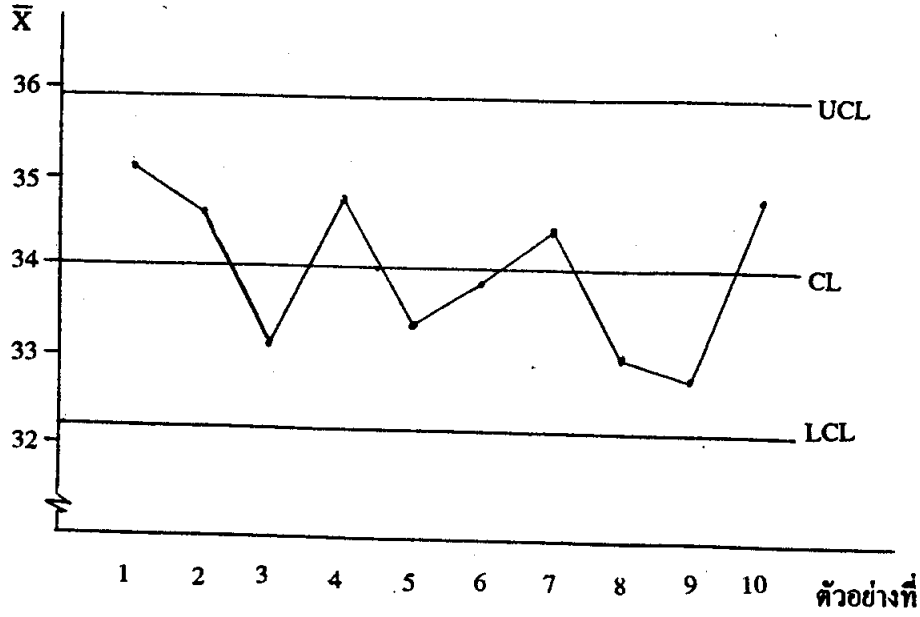
σ chart CL = 4.4

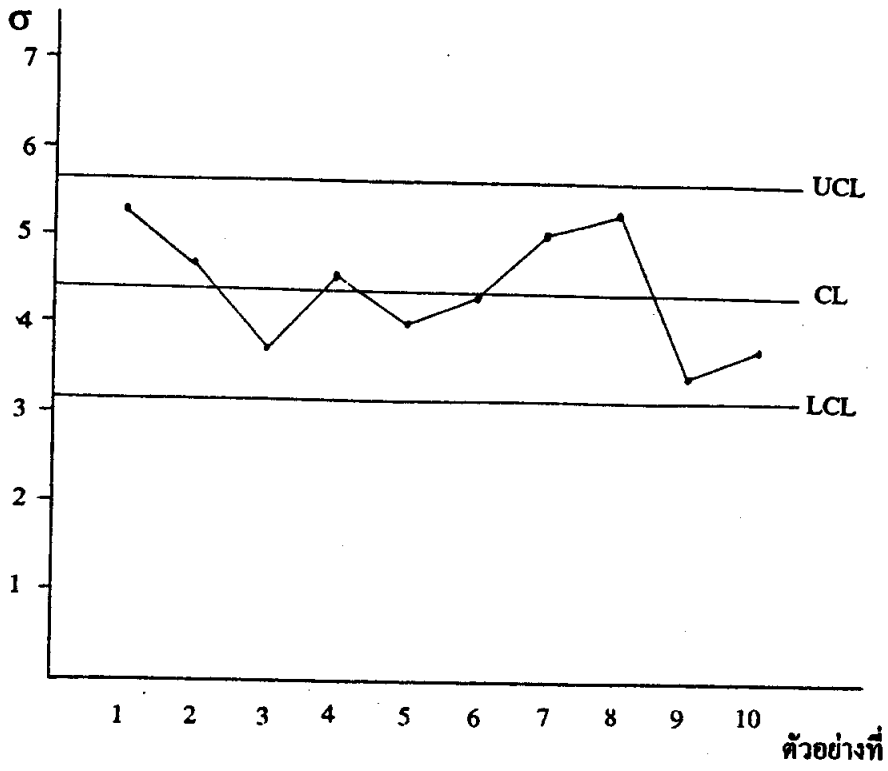
UCL = $B_4 \bar{\sigma}$ = (1.3)(4.4) = 5.72

LCL = $B_3 \bar{\sigma}$ = (0.7)(4.4) = 3.08

เมื่อ $n > 25$ $\quad B_4\sigma = 1 + (3/\sqrt{2n}) = 1 + (3/\sqrt{100}) = 1.3$

$\quad B_3\sigma = 1 - (3/\sqrt{2n}) = 1 - (3/\sqrt{100}) = 0.7$





จากแผนภูมิ $\bar{X}$ chart และ σ chart ไม่มีจุดตกนอกพิกัดควบคุม

นั่นคือ กระบวนการผลิตอยู่ภายใต้การควบคุม

16. เก็บตัวอย่างจากลอต ศึกษาเกี่ยวกับแรงพินาศลวดเหล็กเกลียว ได้ข้อมูลดังนี้

ลอต	แรงพินาศ				$\bar{X}$	σ	R
	X_1	X_2	X_3	X_4			
1	7490	7535	7455	7480	7490	28.94	80
2	6550	6495	6525	6465	6508.75	31.90	85
3	6995	6995	6970	6880	6960	47.30	115
4	7045	7060	7095	7035	7058.75	22.74	60
5	6715	6740	6780	6720	6738.75	25.59	65
6	6585	6630	6675	6645	6633.75	32.48	90
7	6600	6590	6610	6650	6612.5	22.78	60
8	6665	6670	6630	6660	6656.25	15.56	40
9	6440	6425	6460	6470	6448.75	17.46	45
10	6660	6630	6605	6625	6630	19.69	55
ค่าเฉลี่ย					6773.75	26.44	69.5

จงเขียนแผนภูมิควบคุม พร้อมทั้งสรุปผล

กรณีใช้ $\bar{R}$

$\bar{X}$ chart CL = 6773.75

$$UCL = \bar{\bar{X}} + A_2\bar{R} = 6773.75 + (.729)(69.5) = 6824.42$$

$$LCL = \bar{\bar{X}} - A_2\bar{R} = 6773.75 - (.729)(69.5) = 6723.08$$

R chart CL = 69.5

$$UCL = D_4\bar{R} = (2.282)(69.5) = 158.6$$

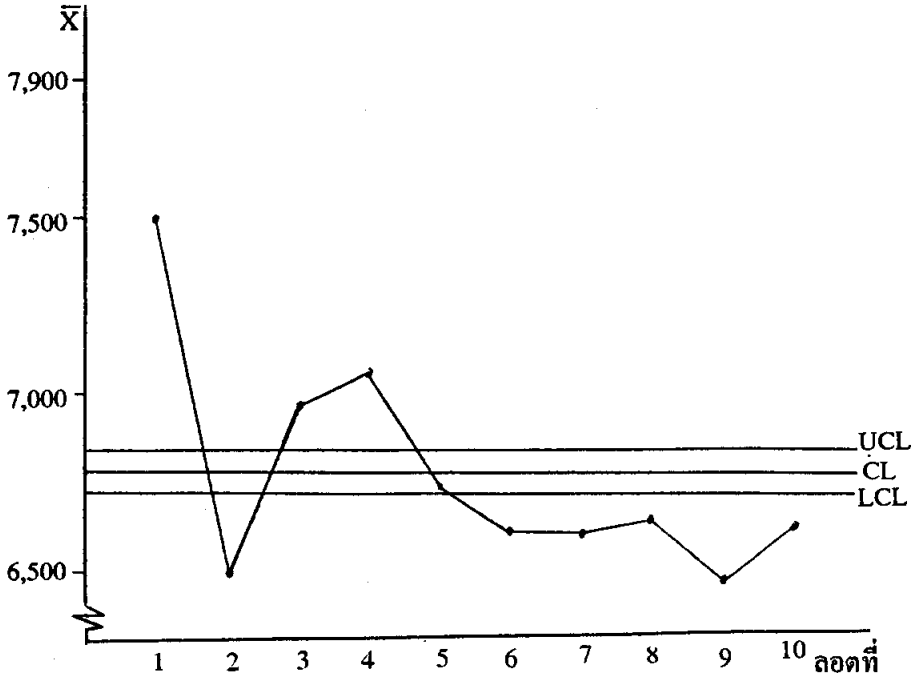
$$LCL = D_3\bar{R} = 0$$

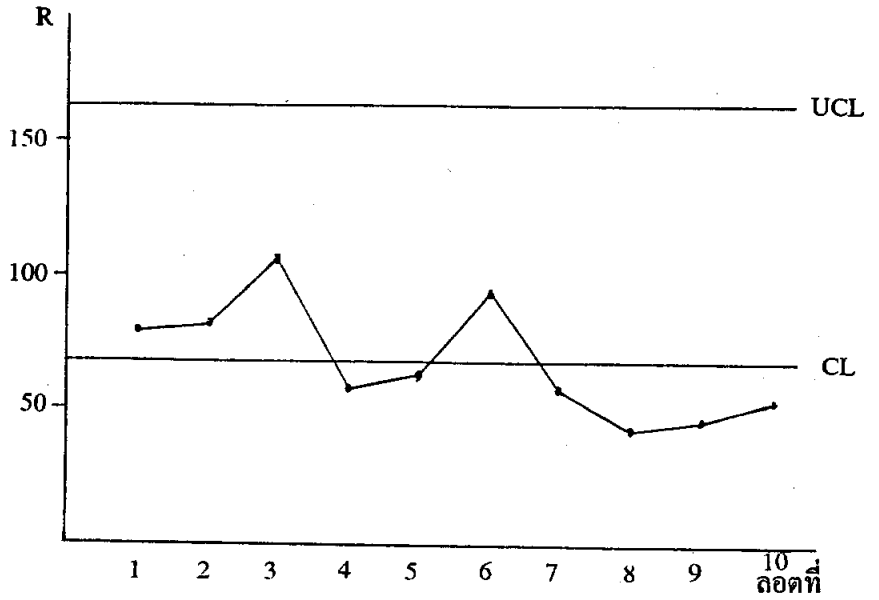
กรณีใช้ $\bar{\sigma}$

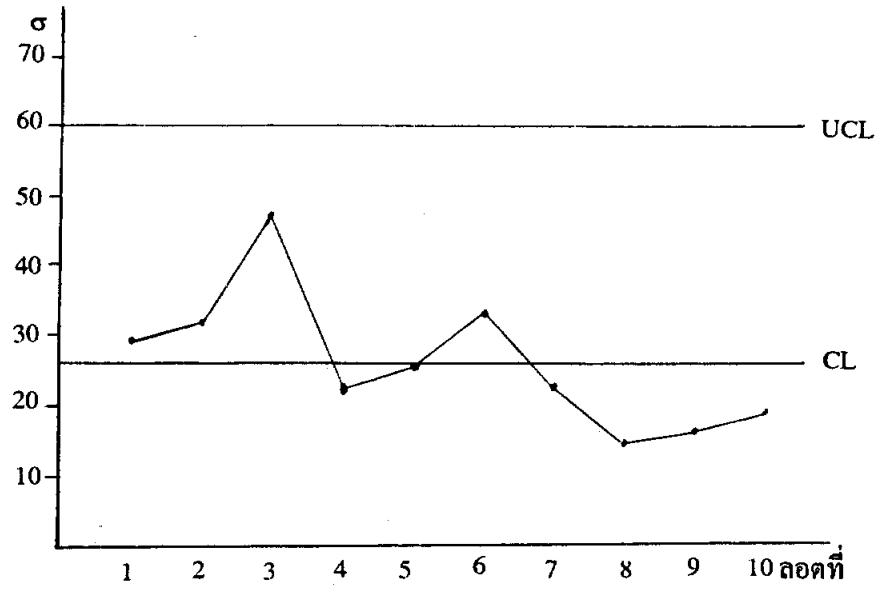
σ chart CL = 26.44

$$UCL = B_4\,\bar{\sigma} = (2.266)(26.44) = 59.91$$

$$LCL = B_3\,\bar{\sigma} = 0$$







แผนภูมิ $\bar{X}$ chart มีจุดตกนอกพิกัดควบคุมหลายจุด

แต่ R chart และ σ chart ไม่มีจุดตกนอกพิกัดควบคุม

นั่นคือ กระบวนการผลิตอยู่นอกการควบคุม

17. โรงงานแห่งหนึ่ง เก็บข้อมูลมา 25 ตัวอย่าง ๆ ละ 6 ชิ้น ได้ค่าดังนี้

ตัวอย่างที่	$\bar{X}$	R	σ
1	35.7	11.7	4.60
2	36.4	13.0	5.15
3	33.2	13.2	5.20
4	35.2	11.4	4.50
5	35.0	12.0	4.75
6	32.7	10.2	4.10
7	34.4	13.3	5.25
8	33.8	14.3	5.65
9	35.6	12.8	5.10
10	35.9	12.4	4.80
11	34.0	12.3	4.85
12	37.1	12.8	5.05
13	35.3	10.7	4.25
14	34.9	14.5	5.75
15	34.0	10.2	4.00
16	35.6	10.6	5.35
17	36.2	9.9	3.90

ตัวอย่างที่	$\bar{X}$	R	σ
18	35.2	13.8	3.90
19	35.0	13.2	5.20
20	35.1	15.0	6.00
21	34.4	12.8	5.05
22	33.9	11.9	4.70
23	35.0	10.9	4.35
24	35.8	12.9	5.10
25	36.1	13.7	5.40
Totals	875.5	312.5	123.50

(1) ถ้า $\sigma' = 5.10$ จงหาพิกัดควบคุมของ $\bar{X}$ chart, R chart และ σ chart

(2) กรณีไม่ทราบค่า σ' จงหาพิกัดควบคุมของ $\bar{X}$ chart, R chart และ σ chart โดยประมาณค่า σ' จากค่า $\bar{R}$

(3) ต้องการทราบค่าแกนกลาง และพิกัดควบคุมบน-ล่างของ R chart ถ้ากำหนดความน่าจะเป็นที่ค่า R ตกนอกพิกัดควบคุมแต่ละข้างเท่ากับ 0.01

คำนวณค่าได้ $\bar{\bar{X}} = 875.5 / 25 = 35.02$ $\bar{R} = 312.5 / 25 = 12.5$

$\bar{\sigma} = 123.5 / 25 = 4.94$

(1) $\bar{X}$ chart CL = 35.02

UCL $= \bar{\bar{X}} + A\sigma' = 35.02 + (1.225)(5.1) = 41.27$

$$LCL = \overline{\overline{X}} - A\sigma' = 35.02 - (1.225)(5.1) = 28.77$$

R chart $CL = d_2\sigma' = (2.534)(5.1) = 12.92$

$$UCL = D_2\sigma' = (5.078)(5.1) = 25.90$$

$$LCL = D_1\sigma' = 0$$

σ chart $CL = c_2\sigma' = (0.5686)(5.1) = 2.90$

$$UCL = B_2\sigma' = (1.711)(5.1) = 8.73$$

$$LCL = B_1\sigma' = (0.026)(5.1) = 0.13$$

(2) $\overline{X}$ chart $CL = 35.02$

$$UCL = 35.02 + (0.483)(12.5) = 41.06$$

$$LCL = 35.02 - 6.04 = 28.98$$

R chart $CL = 12.5$

$$UCL = D_4\overline{R} = (2.004)(12.5) = 25.05$$

$$LCL = D_3\overline{R} = 0$$

σ chart $CL = 4.94$

$$UCL = B_4\overline{\sigma} = (1.97)(4.94) = 9.73$$

$$LCL = B_3\overline{\sigma} = (0.03)(4.94) = 0.15$$

$\sigma' = \overline{R} / d_2 = 12.5 / 2.534 = 4.93$

(3) จากตาราง D ที่ $n = 6$ ได้ $d_2 = 2.534$

$P[W \leq 0.87] = 0.01$ $P[W \leq 4.76] = 0.99$

$w = R / \sigma'$ ได้ $R = w\sigma'$; $UCL = w_{0.99}\sigma'$

UCL = (4.76)(4.93) = 23.47

LCL = $w_{0.01}\ \sigma'$ = (0.87)(4.93) = 4.29 CL = 12.5

18. โรงงานผลิตมากาารีนแห่งหนึ่ง ระบุน้ำหนักมากาารีนสุทธิไว้บนกระป๋องหนัก 250 กรัม โรงงานกำหนด Specification Limit 247-253 กรัม โรงงานต้องการทำ $\bar{X}$ chart จึงสุ่มมากาารีนมาตัวอย่างละ 5 กระป๋อง หาค่าน้ำหนักถัวเฉลี่ยได้ดังนี้

ตัวอย่างที่	น้ำหนักม่ากาารีน (กรัม)	ตัวอย่างที่	น้ำหนักมากาารีน (กรัม)
1	252	13	249
2	251	14	251
3	253	15	252
4	250	16	250
5	251	17	250
6	252	18	251
7	251	19	249
8	252	20	249
9	250	21	252
10	251	22	249
11	251	23	250
12	252	24	251

(1) จงหาพิกัดควบคุมของแผนภูมิ $\bar{X}$ chart พร้อมทั้งพิจารณาว่ากระบวนการผลิตอยู่ภายใต้การควบคุมหรือไม่ เมื่อ σ' = 1

2. จงใช้ run test ทดสอบว่า มีความโน้มเอียงในค่าเฉลี่ยหรือไม่

3. จงวิจารณ์ว่า สภาพของการผลิตในขณะนี้ ควรใช้ Control Chart หรือไม่ ถ้าควรใช้ อยากทราบว่า ควรสุ่มตัวอย่างบ่อยหรือไม่

(1) CL = 250 UCL = 250 + (1.342)(1) = 251.342

LCL = 250 - 1.342 = 248.658

มีจุดตกนอกพิกัดควบคุม 7 จุด ดังนั้น กระบวนการผลิตอยู่นอกการควบคุม

(2) H_0 : ไม่มีความโน้มเอียงในค่าเฉลี่ย

H_1 : มีความโน้มเอียงในค่าเฉลี่ย

ใช้ runs up and down ได้ DUDUUDUDU/UDUUD/UD/UDUU

u = 16 r = 8 s = 12 จากตาราง B ได้ k = 6

u > k เราไม่ปฏิเสธ H_0 นั่นคือ ไม่มีความโน้มเอียงในค่าเฉลี่ย

(3) กระบวนการผลิตของโรงงานขณะนี้ ควรใช้แผนภูมิควบคุมเพราะมีจุดตกนอกพิกัดควบคุมถึง แม้จะทดสอบแล้วได้ผลว่าการอยู่นอกการควบคุมนั้นเกิดจากสาเหตุที่ไม่สามารถระบุได้ (random) เป็นสาเหตุเล็ก ๆ น้อย ๆ แต่ควรสุ่มตัวอย่างไม่ต้องบ่อยมากให้สุ่มตัวอย่างเช่นปกติดังได้เคยปฏิบัติมาแล้ว

##########