ตัวอย่างข้อสอบ และเฉลย

1. โรงงานผลิตมาการีนแห่งหนึ่ง ระบุน้ำหนักมาการีนสุทธิไว้บนกระป๋อง หนัก 250 กรัม โรงงานต้องการทำแผนภูมิควบคุม จึงสุ่มตัวอย่างละ 5 กระป๋อง จำนวน 24 ตัวอย่าง ได้น้ำหนักเฉลี่ยและพิสัยของแต่ละตัวอย่าง ดังนี้

ตัวอย่างที่	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
น้ำหนักมาการีนเฉลี่ย	252	251	253	249	251	252	251	252	249	251	251	252	249
พิสัย (R)	2	3	4	2	1	2	4	1	1	1	2	1	1
ตัวอย่างที่	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24		
น้ำหนักมาการีนเฉลี่ย	251	252	249	249	251	249	249	252	249	249	251		
พิสัย (R)	2	3	2	2	1	2	3	4	1	1	2		

กำหนด ค่า $\bar{R} = 2$

1.1 จงหา control limits ของ $\bar{X}$ chart และ R chart พร้อมทั้งพิจารณาว่ากระบวนการผลิตอยู่ภายใต้การควบคุมหรือไม่

1.2 ถ้ากระบวนการผลิตอยู่นอกการควบคุม จงใช้การทดสอบแบบรัน ทดสอบว่า ผลที่เกิดขึ้นเนื่องมาจากกระบวนการแบบสุ่มหรือไม่ (กำหนดค่าวิกฤต k = 8)

1.3 โรงงานกำหนดขอบเขตอยู่ในช่วง 250 ± 3 กรัม จงประมาณเปอร์เซนต์ของน้ำหนักมาการีนที่ไม่ได้มาตรฐาน จากกระบวนการผลิตนี้

เฉลย 1.1 จากแผนภูมิ $\bar{X}$ chart และ R chart ได้

$\bar{X}' = 250$ $\bar{R} = 2$ จาก $n = 2$ โจทย์กำหนดค่าจากตารางได้ $A_2 = 0.577$, $D_3 = 0$, $D_4 = 2.115$ และ $d_2 = 2$

$\bar{X}$ chart : UCL = 250 + (0.577)2 = 251.154

LCL = 250 - 1.154 = 248.846 CL = 250

R chart : UCL = (2.115)2 = 4.23

LCL = 0 CL = 2

เมื่อพิจารณาค่าจากตัวอย่างได้ว่า ไม่มีจุดใดตกนอกเส้นควบคุมของแผนภูมิ R chart แต่ $\overline{X}$ chart มีจุดที่ตกนอกเส้นควบคุมคือ ตัวอย่างที่ 1, 3, 6, 8, 12, 15, 21 ดังนั้น R chart อยู่ภายใต้การควบคุม แต่ $\overline{X}$ chart อยู่นอกการควบคุม

1.2 H_0 : ผลที่เกิดขึ้น เนื่องมาจากกระบวนการแบบสุ่ม

H_1 : ผลที่เกิดขึ้น ไม่ได้มาจากกระบวนการแบบสุ่ม

ค่าจากตัวอย่างใด ถ้ามากกว่า 250 จะเป็นเครื่องหมาย + แต่ถ้าน้อยกว่า 250 จะเป็นเครื่องหมาย - จะได้ + + + - + + + + - + + + - + + - - + - - + - - + U = 13, r = 9, S = 15

ค่าวิกฤต k = 8

ดังนั้น $U > k$ จะไม่ปฏิเสธ H_0

นั่นคือ กระบวนการผลิต เป็นไปแบบเชิงสุ่ม

1.3 ประมาณค่า σ' ได้จาก $\overline{R}/d_2 = 2/2 = 1$

$$P[\text{น้ำหนักมากาารีนไม่ได้มาตรฐาน}] = 1 - P[247 < X < 253]$$
$$= 1 - P[Z \leq (253 - 250)/1] + P[Z \leq (247 - 250)/1]$$
$$= 1 - 0.9987 + 0.0013$$
$$= 0.0026$$

ดังนั้น เปอร์เซนต์ของน้ำหนักมากาารีนที่ไม่ได้มาตรฐาน จากกระบวนการผลิตนี้ = 0.26%

2. ก่อนส่งผ้าไปให้ตัวแทนจำหน่าย ฝ่ายควบคุมคุณภาพ จะตรวจสอบคุณภาพของผ้าที่ผลิตได้ โดยการสุ่มตัวอย่าง ผ้ามาลอตละ 100 ตารางหลา นับจำนวนรอยตำหนิบนผ้าได้ข้อมูล ดังนี้

ลอตที่	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
จำนวนรอยตำหนิ	1	3	2	2	3	12	1	2	1	5	11	1	0	3	13

ผลรวมของจำนวนรอยตำหนิ = 60 กำหนด $\sqrt{2} = 1.41$ และกำหนดความน่าจะเป็นคือ

np' \ X	2	3	4	5	6	7	8	9
2	.677	.857	.947	.983	.995	.999	1.000	–
4	.238	.433	.629	.785	.889	.949	.979	.992

2.1 จงหาพิกัดควบคุม (control limits) พร้อมทั้งสรุปผลที่ได้

2.2 ถ้ามีจุดที่ตกนอกพิกัดควบคุม ถือว่าทุกจุดมีสาเหตุระบุได้ (assignable cause) จงประมาณจำนวนรอยตำหนิโดยเฉลี่ยที่จะใช้ในการควบคุมการผลิตต่อไป

2.3 ถ้าโรงงานตั้งเกณฑ์ไว้ว่า ตัวอย่างจากลอตใด ตรวจพบจำนวนรอยตำหนิ มากกว่า 6 จุด ถือว่า เป็นผ้าที่มีตำหนิ เมื่อกระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุม จงประมาณเปอร์เซนต์ของผ้าที่มีตำหนิ

เฉลย 2.1 $\bar{C} = 60/15 = 4$ ดังนั้น $CL = 4$

$$UCL = \bar{C} = 3\sqrt{\bar{C}} = 4 + 3\sqrt{4} = 10$$

$$LCL = 0$$

จากตัวอย่างมีลอตที่ 6, 11, 15 ตกนอกเส้นควบคุมบน ของแผนภูมิ C chart นั่นคือกระบวนการผลิตอยู่นอกการควบคุม

2.2 ให้ตัดค่าจำนวนรอยตำหนิของลอตที่ 6, 11, 15 ทิ้ง และปรับค่า C ใหม่ จะได้

$$\bar{C} = (60 - 12 - 11 - 13)/12 = 2$$

$$UCL = 2 + 3\sqrt{2} = 6.23 \quad CL = 2 \quad LCL = 0$$

จะได้ว่า จำนวนรอยตำหนิโดยเฉลี่ยที่จะใช้ในการควบคุมการผลิตต่อไป = 2

2.3 $P[\text{ผ้าที่มีตำหนิ}] = P[X > 6 \mid np' = 2]$

$$= 1 - P[X \leq 6 \mid np' = 2]$$

$$= 1 - 0.995 = 0.005$$

ดังนั้น เปอร์เซนต์ของผ้าที่มีตำหนิ เท่ากับ 0.5%

3. เทคนิคการควบคุมคุณภาพแบบอื่นๆ มีแผนภูมิฮิสโตแกรม พาเรโต ก้างปลา และแผนภูมิการกระจาย แต่ละแผนภูมิมีลักษณะอย่างไร นำไปใช้แก้ปัญหาอะไร มีประโยชน์อย่างไร จงบอกรายละเอียดของแต่ละแผนภูมิ

เฉลย แผนภูมิฮิสโตแกรม เป็นกราฟแท่ง ที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง ความถี่ กับค่าของข้อมูล เหมาะสำหรับงานที่มีข้อมูลเป็นเชิงปริมาณ ความกว้างของกราฟแท่ง แทนความกว้างของชั้นข้อมูล ความสูงแทนความถี่ของข้อมูล มีประโยชน์ คือ สามารถดูการกระจายของค่าของข้อมูล ว่ามีการกระจายที่ดีหรือไม่ อยู่ภายในเกณฑ์หรือขอบเขตที่โรงงานกำหนดไว้หรือไม่ อีกทั้งยังนำไปเปรียบเทียบระหว่าง ก่อนการแก้ไขข้อมูล และหลังการแก้ไขปรับปรุง ว่ากราฟมีการกระจายที่ดีขึ้นหรือไม่

แผนภูมิพาเรโต เป็นกราฟแท่ง แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง สาเหตุ กับปริมาณของปัญหา เพื่อเป็นแนวทางในการเลือกสาเหตุที่สำคัญๆ มาแก้ไขปรับปรุง ก่อนสาเหตุอื่นๆ ความกว้างของ

กราฟแทนสาเหตุของปัญหา และความสูงแทนปริมาณของสาเหตุ มีประโยชน์คือ สามารถเลือกสาเหตุที่สำคัญ 2-3 สาเหตุ มาแก้ไขก่อน และยังเปรียบเทียบปริมาณของปัญหา ก่อนและหลัง การแก้ไขปรับปรุง

แผนภูมิก้างปลา เป็นผังลักษณะคล้ายๆ ก้างปลา แสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่างปัญหากับสาเหตุที่ก่อให้เกิดปัญหา เขียนก้างปลาใหญ่ไว้ตรงกลาง เขียนปัญหาไว้ทางขวามือ พิจารณาว่ามีสาเหตุใหญ่ๆ มีอะไรบ้าง เขียนแทนเป็นก้างย่อย ไว้ทางซ้ายมือ แล้วพิจารณาว่าแต่ละก้างย่อยมีสาเหตุย่อยๆ อะไรอีก ให้เขียนก้างย่อยแตกแขนงอีก มีประโยชน์ในการค้นหาสาเหตุ ว่ามีความสัมพันธ์กันอย่างไร จึงก่อให้เกิดปัญหาขึ้น และเป็นแนวทางในการแก้ไขปัญหาเหล่านั้น

แผนภูมิการกระจาย เป็นกราฟแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล ว่าข้อมูล 2 ชุด มีความสัมพันธ์กันหรือไม่ สัมพันธ์กันในแนวใด มีประโยชน์ในการนำข้อมูลชุดหนึ่งไปใช้แทนข้อมูลอีกชุดหนึ่ง ถ้าทดสอบแล้วว่า ข้อมูล 2 ชุด มีความสัมพันธ์กันจริง

4. สินค้าจากกระบวนการผลิต มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของน้ำหนักเป็น 2.0 กรัม เกณฑ์ต่ำสุดของน้ำหนักของสินค้า เป็น 60 กรัม ในการตรวจสอบสินค้านี้ ใช้แผน $n = 8$ $M = 3.68$ สุ่มตัวอย่างสินค้าจากลอต วัดน้ำหนัก ได้ข้อมูลดังนี้ 65.06, 66.26, 65.24, 61.55, 65.76, 64.85, 63.88, 60.83 ได้ผลรวมของน้ำหนักสินค้าในตัวอย่าง เป็น 513.43 จงประมาณเปอร์เซนต์ของชำรุดในลอตสินค้านี้ พร้อมกับ การตัดสินใจ ว่าควรจะยอมรับลอตนี้หรือไม่

เฉลย $\bar{X} = 513.43/8 = 64.18$

$$Q_L = \left[(\bar{X} - L)/\sigma'\right]\sqrt{n/(n-1)} = [(64.18 - 60)/2]\sqrt{8/7} = 2.23$$

เปิดตาราง C ได้พื้นที่ที่อยู่เหนือจุด $Q_L = 2.23$ มีค่า $\hat{P}_L = 1 - 0.9871 = 0.0129$

ดังนั้นมี เปอร์เซนต์ของเสียในลอต เท่ากับ 1.29%

แต่ค่า M กำหนดให้เท่ากับ 3.68

ดังนั้นเราจะยอมรับลอตสินค้านี้

5. แผนตัวอย่างคู่ มี $n_1 = 150$ $n_2 = 300$ $c_1 = 1$ $c_2 = 4$ ตรวจรับลอตสินค้าที่มีของเสียอยู่ 2% $N = 2{,}000$ ถือว่าลอตมีขนาดโตมาก

5.1 จงบอกความหมาย อธิบาย แผนตัวอย่างคู่นี้

5.2 จงหาความน่าจะเป็นของการปฏิเสธลอต จากตัวอย่างแรก

5.3 จงหาความน่าจะเป็นที่จะสุ่มตัวอย่างที่ 2

5.4 จงหา ASN และอธิบายค่าที่ได้

5.5 AOQ และ ATI พร้อมทั้งบอกความหมายของค่าที่ได้ เมื่อใช้นโยบาย Rectifying Inspection

เมื่อ $np' = 3$ ได้ความน่าจะเป็นดังนี้

x	0	1	2	3	4	5
$P[X \leq x]$	.050	.199	.423	.647	.815	.916

และเมื่อ $np' = 6$ จะได้ความน่าจะเป็นดังนี้

x	0	1	2	3	4	5
$P[X \leq x]$	.002	.017	.062	.151	.285	.446

เฉลย 5.1 จัดลอตสินค้า ลอตละ 2,000 ชิ้น สุ่มตัวอย่างแรกจากลอตมาจำนวน 150 ชิ้น

ถ้า 1. ตรวจพบสินค้าที่มีตำหนิ 0 หรือ 1 ชิ้น จะยอมรับลอตสินค้านี้ทันที และหยุดการตรวจสอบ

2. ตรวจพบสินค้ามีตำหนิ เกิน 4 ชิ้น จะปฏิเสธลอต และหยุดตรวจ

3. ตรวจพบสินค้ามีตำหนิ 2 หรือ 3 หรือ 4 ชิ้น จะสุ่มตัวอย่างที่ 2 อีกจำนวน 300 ชิ้น ตรวจสินค้ารวม 450 ชิ้น ถ้า

3.1 ตรวจพบสินค้ามีตำหนิ รวมในสองตัวอย่าง ได้จำนวนน้อยกว่าหรือเท่ากับ 4 ชิ้น จะยอมรับลอต ในตัวอย่างที่สอง

3.2 ตรวจพบสินค้ามีตำหนิ รวมกันในสองตัวอย่าง มีจำนวนมากกว่า 4 ชิ้น จะปฏิเสธลอต

5.2 $P[\text{ปฏิเสธลอตจากตัวอย่างแรก}] = P[X > 4 \mid np' = 3]$

$$= 1 - P[X \leq 4 \mid np' = 3]$$

ความน่าจะเป็นที่จะปฏิเสธลอต จากตัวอย่างแรก = 1 -0.815 = 0.185

5.3 $P[\text{การสุ่มตัวอย่างที่ 2}] = P[X = 2 \mid np' = 3] + P[X = 3 \mid np' = 3] + P[X = 4 \mid np' = 3]$

$$= (0.423 - 0.199) + (0.647 - 0.423) + (0.815 - 0.647)$$

ความน่าจะเป็นที่จะสุ่มตัวอย่างที่สอง = 0.616

5.4 $ASN = n_1P_1 + (n_1 + n_2)(1 - P_1)$

P_1 คือความน่าจะเป็นของการยอมรับลอต หรือปฏิเสธ จากตัวอย่างแรก

P_a คือความน่าจะเป็นของการยอมรับลอต จากตัวอย่างแรก

ดังนั้น $P_{a_1} = P[X \leq 1 \mid np' = 3] = 0.199$

$P_1 = 0.199 + 0.185 = 0.384$

ASN = 150(0.384) + 450(1 - 0.384)

= 57.2 + 277.2 = 334.8 $\cong$ 335

ASN = 335 หมายความว่า ถ้านำแผนตัวอย่างคู่นี้มาใช้ โดยคุณภาพของสินค้าจากลอตเป็น 2% แล้วขนาดตัวอย่างโดยเฉลี่ยที่จะต้องตรวจสอบในแต่ละลอต เท่ากับ 335 ชิ้น

5.5 $AOQ = P_a p'$ เพราะถือว่าขนาดของลอตโตมาก

$P_a = P_{a_1} + P_{a_2}$

ค่า P_{a_2} หาได้จาก

S_1	S_2	ความน่าจะเป็น		
2	≤ 2	(.224)(.062) =	รวมกันได้ 0.018	ผลคูณของค่าสามค่านี้ โจทย์กำหนดมาให้ ถ้าคิดถูกต้อง จะตรงกับที่โจทย์กำหนด
3	≤ 1	(.224)(.017) =		
4	0	(.168)(.002) =		

ดังนั้น $P_a = 0.199 + 0.018 = 0.217$

AOQ = (0.217)(0.02) = 0.00434

AOQ = 0.434% หมายความว่า ถ้านำแผนตัวอย่างคู่นี้มาใช้ คุณภาพของสินค้า ภายหลังการตรวจสอบโดยใช้นโยบายที่ว่า ลอตใดที่ถูกปฏิเสธ จะตรวจสอบ 100% พบของเสียให้คัดออก แล้วนำของดีใส่แทนที่ จะมีค่าเท่ากับ 0.434%

$ATI = n_1 P_{a_1} + (n_1 + n_2) P_{a_2} + N(1 - P_a)$

= 150(.199) + 450(.018) + 2,000(1 - 0.217)

= 29.85 + 8.1 + 1,566 = 1,603.95 $\cong$ 1,604

ATI = 1,604 หมายความว่า ถ้าใช้นโยบายที่จะตรวจสอบสินค้าทุกชิ้นสำหรับลอตที่ถูกปฏิเสธ แล้ว โดยเฉลี่ยในแต่ละลอต จะตรวจสินค้าทั้งหมด 1,604 ชิ้น

6. จงหาแผนการสุ่มตัวอย่างเชิงปริมาณ ที่จะตรวจรับลอต ของสินค้าชนิดหนึ่ง ซึ่งในแต่ละลอตมีขนาด 2,000 ชิ้น ตรวจสอบโดยใช้ตารางมาตรฐาน 414 ระดับ II มี AQL = 1.0% จากตารางได้อักษร H ใช้วิธีพิสัย แบบ 2 ถ้าวัดค่าของสินค้าแต่ละชิ้น (X) คำนวณได้ค่า $\sum X = 1575$, $\sum R = 50$ เกณฑ์ต่ำที่สุดของสินค้าเท่ากับ 55 จงสรุปผลที่ได้

จากตาราง ได้ n = 25 $d_2^* = 2.358$ M = 2.82

$\bar{X} = 1,575/25 = 63$

$\bar{R} = 50/5 = 10$

$Q_L = (\bar{X} - L)/(\bar{R}/d_2^*) = (63 - 55) / (10/2.358) = 1.8864$

จากตาราง $Q_L = 1.88$ ประมาณค่า $\hat{P}_L = 2.38$

จะได้ว่า $\hat{P}_L < M$ นั่นคือ เราจะยอมรับลอต

7. โรงงานแห่งหนึ่งวัดค่าตัวแปรที่จะควบคุม โดยเก็บตัวอย่างมา 25 ตัวอย่าง ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 6 มี $\bar{X}' = 35$

7.1 เมื่อทราบ $\sigma' = 5$ จงหาค่าแกนกลาง และพิกัดควบคุมของ $\bar{X}$ chart, R chart, σ chart

7.2 ถ้าผู้ซื้อระบุขอบเขตเป็น 40 ± 7 จงประมาณเปอร์เซนต์ของสินค้าที่ไม่ได้มาตรฐาน

เฉลย 7.1 **$\bar{X}$ chart**

$CL = 35$

$UCL = \bar{X}' + A\sigma' = 35 + (1.23)5 = 41.15$

$LCL = \bar{X}' - A\sigma' = 35 - (1.23)5 = 28.85$

R chart $CL = d_2\sigma' = (2.53)5 = 12.65$

$UCL = D_2\sigma' = (5.08)5 = 25.40$

$LCL = D_1\sigma' = 0$

σ' chart $CL = c_2\sigma' = (0.86)5 = 4.3$

$UCL = B_2\sigma' = (1.71)5 = 8.55$

$LCL = B_1\sigma' = (0.03)5 = 0.15$

7.2 $USL = 47$, $LSL = 33$, $\bar{X}' = 35$, $\sigma' = 5$

P[สินค้าไม่ได้มาตรฐาน] $= 1 - P(33 \le X \le 47)$

$= 1 - P\left((33-35)/5 \le Z \le (47-35)/5\right)$

$= 1 - 0.9918 + 0.3446 = 0.3528$

ดังนั้น มีเปอร์เซนต์ของสินค้าที่ไม่ได้มาตรฐานอยู่ 35.28%

8. ผู้ผลิตสินค้าส่งสินค้าให้โรงงานโดยจัดส่งเป็นลอตๆ ละ 250 ชิ้น ใช้ตารางการตรวจสอบของตารางมาตรฐาน 414 ระดับ II มี AQL = 1.5% ได้อักษร D

8.1 จงหาแผนการสุ่มตัวอย่าง ใช้ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน แบบ 1 และแบบ 2

8.2 จงหาแผนการสุ่มตัวอย่าง ใช้พิสัย แบบ 1 และแบบ 2

เฉลย 8.1 ใช้ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานจากตัวอย่าง

แบบ 1 ได้แผนตัวอย่าง คือ $n = 5$ $k = 1.4$

แบบ 2 ได้แผนตัวอย่าง คือ n = 5 M = 5.83

8.2 ใช้พิสัยจากตัวอย่าง

แบบ 1 ได้แผนตัวอย่าง คือ n = 5 k = 0.565

แบบ 2 ได้แผนตัวอย่าง คือ n = 5 M = 5.93