บทที่ 7
การคำนวณเบี้ยประกันสุทธิจ่ายครั้งเดียว
(Net Single Premium)
ของการประกันชีวิตแบบต่าง ๆ

บทที่ 7
การคำนวณเบี้ยประกันสุทธิจ่ายครั้งเดียว
(Net Single Premium)
ของการประกันชีวิตแบบต่าง ๆ

หลักสำคัญของการประกันชีวิต คือ การรวมกลุ่มของบุคคลเข้ามาเป็นกลุ่มใหญ่ โดยที่บุคคลเหล่านั้นมีโอกาสที่จะประสบอันตรายจากโรคภัยไข้เจ็บ และจากภัยต่าง ๆ ด้วยกันทั้งสิ้น ซึ่งบุคคลเหล่านั้นไม่สามารถทราบได้ล่วงหน้าว่าภัยจะเกิดขึ้นแก่ตนเมื่อใด ดังนั้นบุคคลกลุ่มนี้จึงเข้าร่วมกันเพื่อปกป้องและเพื่อแบ่งเบาภาระความสูญเสียซึ่งกันและกัน เมื่อบุคคลใดบุคคลหนึ่งในกลุ่มได้รับความเสียหายหรือประสบภัยอันตรายต่าง ๆ บุคคลอื่น ๆ ในกลุ่มจะช่วยกันเฉลี่ยคนละเล็กคนละน้อย โดยสม่ำเสมอ และยุติธรรม เพื่อช่วยเหลือค่าเสียหายที่เกิดขึ้นแก่บุคคลที่ได้รับความเสียหาย

เมื่อบุคคลใดบุคคลหนึ่งได้ทำประกันกับบริษัท บุคคลนั้นกับบริษัทก็จะตกลงทำสัญญากันขึ้น สัญญาที่ทำขึ้นมานั้น เรียกว่า กรมธรรม์ (Policy) ในกรมธรรม์ผู้เอาประกัน (insured หรือ policyholder) ตกลงจะจ่ายเงินจำนวนหนึ่งให้กับบริษัท ซึ่งเงินจำนวนนี้ เรียกว่า เบี้ยประกัน-รวม (gross premium) โดยบริษัทจะจ่ายเงินจำนวนหนึ่งให้ ถ้ามีเหตุการณ์ที่ได้ตกลงกันไว้เกิดขึ้น เงินที่บริษัทจ่ายให้กับผู้เอาประกันนี้ เรียกว่า เงินเอาประกัน (face amount of insurance) ซึ่งเงินนี้จะจ่ายให้กับผู้รับประโยชน์ (beneficiary)

สำหรับวันที่สัญญามีผลบังคับนั้น เรียกว่า "date of issue" หรือ "Policy date" คือ วันที่เริ่มทำสัญญานั่นเอง และปีต่อไปหลังจาก date of issue เรียกว่า policy years (ปีกรมธรรม์)

บริษัทประกันชีวิตส่วนมาก จะเก็บเบี้ยประกันรวม (Gross premium) โดยพิจารณาจากอายุที่เริ่มทำประกัน หรือ อายุที่ใกล้วันเกิดที่สุดในวันที่ทำสัญญา และอายุที่ใกล้วันเกิด (age nearest birthday) นี้ก็จะเป็นอายุที่เริ่มทำประกัน (age at issue)

เบี้ยประกันสุทธิ (net premiums) ของกรมธรรม์ ซึ่งคือ ค่าปัจจุบันทั้งหมด จะมีค่าเท่ากับค่าปัจจุบันของเงินทุนประกันที่บริษัทจะต้องจ่ายให้กับผู้รับประโยชน์ตามที่ตกลงไว้ในสัญญา ซึ่งจะต้องอยู่ภายใต้สมมติฐานต่อไปนี้

ก. ผลประโยชน์ภายใต้ของสัญญาจะต้องจ่ายเมื่อวันสิ้นสุดของปีกรมธรรม์ ในปีที่เหตุการณ์นั้นเกิดขึ้น

ข. เงินที่บริษัทนำไปลงทุนจะต้องนำไปหาผลประโยชน์ในอัตราดอกเบี้ยที่กำหนดไว้อย่างแน่นอน

ค. การตายระหว่างผู้เอาประกันด้วยกันจะเกิดขึ้นตามอัตรามรณะที่กำหนดไว้ในตารางมรณะที่ได้ปรับปรุงแล้ว

ภายใต้สมมติฐานทั้ง 3 ข้อนี้ และถ้าบริษัททำธุรกิจนี้โดยไม่คิดกำไร และค่าใช้จ่าย เบี้ยประกันสุทธิ (Net premium) ก็จะคือ ค่าปัจจุบันของเงินทุนประกัน นั่นเอง เบี้ยประกันสุทธิที่จ่ายครั้งละเท่า ๆ กันตลอดปีของกรมธรรม์ (Policy years) เรียกว่า เบี้ยประกันสุทธิอัตราคงที่ (Net level premiums) และเบี้ยประกันสุทธิที่ผู้เอาประกันชำระครั้งเดียวในวันที่ทำสัญญา เรียกว่า เบี้ยประกันสุทธิจ่ายครั้งเดียว (Net single premium)

ดังนั้น เบี้ยประกันรวม (Gross premium or office premium) จริง ที่บริษัทเรียกเก็บจากผู้เอาประกัน คือ เบี้ยประกันสุทธิบวกกับเงินจำนวนหนึ่งที่เรียกว่า ค่าใช้จ่าย หรือส่วนเพิ่ม (Expenses or Loading) สำหรับในบทนี้จะกล่าวถึงเบี้ยประกันสุทธิเท่านั้น ซึ่งการคำนวณหา

เบี้ยประกันสุทธินี้ จะคำนวณจากอัตรามรณะ (Mortality rate) **และอัตราดอกเบี้ย** (interest rate) **โดยสมมติว่าไม่มีค่าใช้จ่ายใด ๆ ทั้งสิ้น และการจ่ายเงินในกรณีที่ผู้เอาประกันได้ตายลงนั้น จะจ่ายตอนสิ้นปีของปีกรมธรรม์** (Policy year) **ของปีที่การตายนั้นเกิดขึ้น และการคำนวณหาเบี้ยประกันสุทธิจะคำนวณตามลักษณะของกรมธรรม์แบบต่าง ๆ ที่กล่าวมาแล้วในบทที่ 4 ซึ่งมีแบบชั่วระยะเวลา** (Term insurance) **แบบตลอดชีพ** (Whole life insurance) **และแบบสะสมทรัพย์** (Endowment insurance) **ดังนี้**

7.1 การประกันชีวิตแบบชั่วระยะเวลา

เป็นการประกันชีวิตที่บริษัทสัญญาว่าจะจ่ายเงินที่เอาประกันให้ผู้รับประโยชน์ เมื่อผู้เอาประกันตายในช่วงระยะเวลาที่กำหนดไว้ในสัญญา และจะไม่มีการจ่ายเงินใด ๆ ทั้งสิ้น ถ้าผู้เอาประกันมีชีวิตอยู่เมื่อครบกำหนดสัญญา เช่น สัญญาประกัน 10 ปี บริษัทจะจ่ายเงินเอาประกันให้ต่อเมื่อผู้เอาประกันตายภายใน 10 ปีเท่านั้น

ถ้าให้ $A^{1}_{x:\overline{n|}}$ เป็นเบี้ยประกันสุทธิจ่ายครั้งเดียว (Net Single premium) สำหรับการประกันชีวิตแบบชั่วระยะเวลา n ปี ของเงิน 1 บาท ของคนที่มีอายุ x ปี นั่นคือ

$A^{1}_{x:\overline{n|}}$ เป็นค่าปัจจุบันของเงินที่จะจ่ายจำนวน 1 บาท เมื่อสิ้นปี ที่คนอายุ x ปีตาย โดยมีเงื่อนไขว่าเขาจะต้องตายภายในอายุ $x + n$ ปี เท่านั้น

subscript x นั้นหมายถึง อายุที่เริ่มทำประกัน (age at issue) subscript n นั้นหมายถึง ระยะเวลาชั่วคราวที่มีผลบังคับเลข 1 ที่อยู่เหนือ suscript x หมายถึง ผลประโยชน์ที่จะได้รับเมื่อผู้เอาประกันตายก่อนที่จะหมดระยะเวลาที่มีผลบังคับ n ปี

ถ้าให้ระยะเวลาที่สัญญามีผลบังคับเป็น 1 ปี (n = 1) จะเห็นได้ว่า จากคนที่มีอายุ x ปี จำนวน ℓ_x คน ตกลงที่จะจ่ายเงินคนละ k บาท เป็นกองทุน และพอถึงสิ้นปีก็จะจ่ายเงินให้ผู้รับประโยชน์ของผู้ที่ตายลงในช่วงเวลา 1 ปี แต่ละคน ๆ ละ 1 บาท ซึ่งมีค่าเท่ากับ $1 \times d_x$ เท่ากับ d_x บาท และเงินที่จ่ายทั้งหมด d_x บาทนี้ จะต้องเท่ากับเงินที่คน ℓ_x คน มาร่วมลงทุนคนละ k บาท รวมกับดอกเบี้ยที่ได้รับจากเงินส่วนนี้ที่นำไปลงทุน

เงินที่คน ℓ_x คน มาร่วมลงทุนคนละ k บาท รวมเท่ากับ = $k.\ell_x$ นำเงิน $k.\ell_x$ บาท ไปลงทุน 1 ปี ด้วยอัตราดอกเบี้ย i เพราะฉะนั้นเงินรวมจะเท่ากับ $k.\ell_x(1+i)$ บาท

$$\therefore \quad k.\ell_x(1+i) = d_x$$

$$\therefore \quad k = \frac{d_x}{\ell_x(1+i)}$$

$$= \frac{v\,d_x}{\ell x} \qquad (\text{จาก } v = \frac{1}{1+i})$$

ซึ่ง k ก็คือ เบี้ยประกันสุทธิสำหรับการประกันแบบชั่วระยะเวลาที่มีสัญญาประกัน 1 ปี (one year term insurance หรือบางทีเรียกว่า natural premium ของคนอายุ x ปีนั่นเอง) ซึ่งปกติแล้วเราจะใช้สัญลักษณ์ c_x แทน k

$$\therefore \quad c_x = \frac{v\,dx}{\ell_x}$$

คูณทั้งเศษและส่วนด้วย v^x ได้

$$c_x = \frac{v^x \,.\, v\,d_x}{v^x \,.\, \ell_x} = \frac{v^{x+1}\,d_x}{v^x\,\ell_x}$$

จาก Commutation function

$$D_x = v^x \,.\, \ell_x$$

และถ้าให้ Commutation function C_x มีค่า

$$C_x = v^{x+1} d_x$$

$$\therefore \quad \boxed{c_x = \frac{C_x}{D_x}}$$

จะเห็นได้ว่า c_x คือ $A^{1}_{x:\overline{1}|}$ นั่นเอง

ถ้าให้ระยะเวลาที่สัญญามีผลบังคับเป็น n ปี (n year term insurance)

ให้ $A^{1}_{x:\overline{n}|}$ เป็นค่าปัจจุบัน (present value) ของ term insurance ของเงินเอาประกัน 1 บาท ที่มีระยะเวลาของสัญญาเป็น n ปี สำหรับคนอายุ x ปี

$$\ell_x \cdot A^{1}_{x:\overline{n}|} = vd_x + v^2d_{x+1} + v^3d_{x+2} + \ldots + v^nd_{x+n-1}$$

$$\therefore \quad A^{1}_{x:\overline{n}|} = \frac{vd_x + v^2d_{x+1} + v^3d_{x+2} + \ldots + v^nd_{x+n-1}}{\ell_x}$$

คูณเศษและส่วนด้วย v^x จะได้

$$A^{1}_{x:\overline{n}|} = \frac{v^x(vd_x + v^2d_{x+1} + v^3d_{x+2} + \ldots + v^nd_{x+n-1})}{v^x\ell_x}$$

$$= \frac{v^{x+1} d_x + v^{x+2} d_{x+1} + v^{x+3} d_{x+2} + \ldots + v^{x+n} d_{x+n-1}}{v^x\ell_x}$$

ใช้ Commutation Symbols จะได้

$$A^{1}_{x:\overline{n}|} = \frac{C_x + C_{x+1} + C_{x+2} + \ldots + C_{x+n-1}}{D_x}$$

ถ้าให้ $M_x = C_x + C_{x+1} + C_{x+2} + \ldots + C_{x+n-1} + C_{x+n} + \ldots + C_{\omega-1}$

และ $M_{x+n} = C_{x+n} + \ldots C_{\omega-1}$

$$\therefore \quad M_x - M_{x+n} = C_x + C_{x+1} + C_{x+2} + \dots + C_{x+n-1}$$

$$\therefore \quad A^{1}_{x:\overline{n}|} = \frac{M_x - M_{x+n}}{D_x}$$

ค่า C_x, M_x เปิดได้จากตารางที่ III

ตัวอย่าง

จงหาเบี้ยประกันสุทธิจ่ายครั้งเดียวของการประกันแบบชั่วระยะเวลา ที่ระยะเวลาของสัญญาเท่ากับ 5 ปี ของทุนประกัน 1,000 บาท ของคนอายุ 50 ปี

จาก $A^{1}_{x:\overline{n}|} = \frac{M_x - M_{x+n}}{D_x}$ คือ เบี้ยประกันสุทธิจ่ายครั้งเดียวของการ Term insurance ภายในระยะเวลา 11 ปี ของทุนประกัน 1 บาท

$\therefore$ ถ้าทุนประกันเป็น 1,000 บาท เบี้ยประกันสุทธิจ่ายครั้งเดียวจะมีค่าเท่ากับ

$1000 \times A^{1}_{x:\overline{n}|}$

ถ้าอายุประกัน (x) เท่ากับ 50 ปี และระยะเวลาของสัญญาเป็น 5 ปี

$\therefore$ เบี้ยประกันสุทธิที่จ่ายครั้งเดียวที่ต้องการมีค่า $= 1000A^{1}_{50:\overline{5}|}$

$$= 1000 \times \left[\frac{M_{50} - M_{55}}{D_{50}} \right]$$

เปิดตารางที่ III ได้ค่า

$M_{50} = 1,028,988.184$

$M_{55} = 939,363.348$

$D_{50} = 1,998,744.0$

$$\therefore \text{ Net Single premium} = 1000\left[\frac{1,028,988.184 - 939,363.348}{1,998,744.0}\right]$$

$$= 1000 \times 0.0448405$$

$$= 44.84 \quad \text{บาท}$$

หรือจะเปิดตารางที่ XI ซึ่งให้ค่า $1000\,A^{1}_{x:\overline{n}|} = 1000\left(\frac{M_x - M_{x+n}}{D_x}\right)$ ไว้ ก็จะได้ค่าตรงกัน คือ เลือก n = 5 และดูที่ x = 50 ก็จะได้ $1000\,A^{1}_{50:\overline{5}|} = 44.8406 = 44.84$ บาท เท่ากัน

7.2 การประกันชีวิตแบบตลอดชีพ (Whole life insurance)

เป็นการประกันชีวิตที่ผู้รับประกันจะจ่ายเงินเอาประกันให้กับผู้รับประโยชน์ เมื่อผู้เอาประกันตายโดยไม่คำนึงถึงว่าความตายจะเกิดขึ้นเมื่อใด

เบี้ยประกันสุทธิจ่ายครั้งเดียว สำหรับ Whole life insurance คือ ค่าปัจจุบันของเงินเอาประกันที่จ่ายให้ผู้รับประโยชน์ เมื่อปลายปีที่ผู้เอาประกันตาย ซึ่งขึ้นอยู่กับอัตรามรณะและอัตราดอกเบี้ย

ถ้าให้ A_x เป็น net single premium ของ whole life insurance ของเงินเอาประกัน 1 บาท ของคนอายุ x ปี ซึ่งก็คือ ค่าปัจจุบันของเงิน 1 บาท ที่จ่ายเมื่อตอนสิ้นปี สำหรับคนอายุ x ปี ในขณะที่ทำสัญญาตายไปนั่นเอง

ถ้าบริษัทรับประกันคนอายุ x ปี ซึ่งมีจำนวน ℓ_x คน ในวันเดียวกัน เพราะฉะนั้น Net single premium ทั้งหมดที่เก็บได้ จะมีค่าเท่ากับ $A_x \cdot \ell_x$ บาท ในปีแรกของสัญญาจะมีคนตายไป d_x คน จากจำนวนคน ℓ_x คน ดังนั้น เมื่อปลายปีที่ 1 บริษัทจะต้องจ่ายเงินให้กับผู้รับประโยชน์ของผู้เอาประกัน d_x คน ที่ตายไปเท่ากับ $1 \times d_x$ บาท ซึ่งเท่ากับ d_x บาท ซึ่งค่าปัจจุบันของเงิน

d_x บาท คือ $v\,d_x$ บาท เช่นเดียวกัน ในปีที่ 2 ของสัญญาจะมีคนตายไป d_{x+1} คน บริษัทจะต้องจ่ายเงินเอาประกันให้กับผู้รับประโยชน์ของผู้เอาประกันที่ตายไป d_{x+1} คน รวมทั้งสิ้น $1 \times d_{x+1}$ บาท เท่ากับ d_{x+1} บาท ซึ่งค่าปัจจุบันของเงิน d_{x+1} บาท คือ $v^2 d_{x+1}$ บาท ทำเช่นนี้ไปเรื่อย ๆ จนกระทั่งคนอายุ x ปี ℓ_x คน จะตายหมด ดังนั้นจะได้ว่า

$$\ell_x \, . \, A_x = vd_x + v^2 d_{x+1} + v^3 d_{x+2} + \ldots + v^{\omega - x} d_{\omega - 1}$$

$$\therefore \qquad A_x = \frac{vd_x + v^2 d_{x+1} + v^3 d_{x+3} + \ldots + v^{\omega - x} d_{\omega - 1}}{\ell_x}$$

คูณเศษและส่วนด้วย v^x จะได้

$$A_x = \frac{v^{x+1} d_x + v^{x+2} d_{x+1} + v^{x+3} d_{x+2} + \ldots + v^{\omega} d_{\omega - 1}}{v^x \ell_x}$$

จาก Commutation function ที่ว่า $C_x = v^{x+1} d_x$ และ $D_x = v^x \ell_x$

$$\therefore \qquad A_x = \frac{C_x + C_{x+1} + C_{x+2} + \ldots + C_{\omega - 1}}{D_x}$$

ถ้าให้ $\qquad M_x = C_x + C_{x+1} + C_{x+2} + \ldots + C_{\omega - 1}$

$$\therefore \qquad \boxed{A_x = \frac{M_x}{D_x}}$$

สำหรับ whole life insurance ที่เงินเอาประกันเป็น R บาท คือ

$$R \, . \, A_x = R \cdot \frac{M_x}{D_x}$$

ซึ่งค่า M_x และ D_x ทำได้โดยเปิดตาราง III ส่วนตารางที่ IV นั้นให้ค่า $1000A_x$ และ $1/A_x$

ตัวอย่าง

จงหา Net Single premium ของ Whole life insurance ของเงินเอาประกัน 4,000 บาท ของผู้เอาประกันอายุ 20 ปี

$$\therefore \quad \text{Net Single premium} = 4000 \times A_{20}$$

$$= 4000 \times \frac{M_{20}}{D_{20}}$$

เปิดตารางที่ III ได้ค่า $M_{20} = 1,321,870.636$

$D_{20} = 5,351,272.8$

$$\therefore \quad NSP = 4000 \times \frac{1,321,870.6}{5,351,272.8}$$

$$= 4000 \times 0.2470198$$

$$= 988.0792$$

$= 988.08$ บาท Ans

หรือจะเปิดตารางที่ IV ก็ได้ จากตารางที่ IV ได้ค่า

$$1000A_{20} = 247.0199$$

$$\therefore \quad 4000A_{20} = 4 \times 1000A_{20} = 4 \times 247.0199$$

$= 988.0796 = 988.08$ บาท Ans

ความสัมพันธ์ระหว่าง A_x และ $\ddot{a}_x$

จาก $d_x = \ell_x - \ell_{x+1}$

คูณด้วย v^{x+1} จะได้

$$v^{x+1} d_x = v^{x+1} \ell_x - v^{x+1} \ell_{x+1}$$

$$v^{x+1} d_x = v \,.\, v^x \ell_x - v^{x+1} \ell_{x+1}$$

ทำให้อยู่ในรูปของ Commutation Symbol โดยให้

$$D_x = v^x \ell_x$$

$$\therefore \quad D_{x+1} = v^{x+1} \ell_{x+1}$$

และ

$$C_x = v^{x+1} d_x$$

ซึ่งจะได้

$$C_x = v \,.\, D_x - D_{x+1}$$

ดังนั้น ถ้าจะหา $C_{x+1}, C_{x+2}, \ldots$ จะได้

$$C_{x+1} = v\, D_{x+1} - D_{x+2}$$

$$C_{x+2} = v\, D_{x+2} - D_{x+3}$$

และจะเป็นเช่นนี้ไปเรื่อย ๆ จนหมดตาราง และนำมารวมกันหมดจะได้

$$C_x + C_{x+1} + C_{x+2} + \ldots + C_{\omega-1} = v \,.\, D_x - D_{x+1} + vD_{x+1}\ 1\ D_{x+2} + \ldots$$

$\because \quad M_x = C_x + C_{x+1} + \ldots + C_{\omega-1}$ และ $N_x = D_x + D_{x+1} + \ldots + D_{\omega-1}$

นำไปแทนค่าจะได้

$$M_x = vN_x - N_{x+1}$$

นำ D_x หารทั้ง 2 ข้างจะได้

$$\frac{M_x}{D_x} = \frac{v \,.\, N_x - N_{x+1}}{D_x}$$

$$A_x = v\,\frac{N_x}{D_x} - \frac{N_{x+1}}{D_x}$$

$$\therefore \quad A_x = v\ddot{a}_x - a_x$$

แทนค่า $a_x = \ddot{a}_x - 1$ จะได้

$$A_x = v\ddot{a}_x - \ddot{a}_x + 1$$

$$= \frac{1}{1+i}\ddot{a}_x - \ddot{a}_x + 1$$

$$= 1 + \left[\frac{\ddot{a}_i}{1+i} - \ddot{a}_x\right]$$

$$= 1 + \left[\frac{\ddot{a}_x - (1+i)\ddot{a}_x}{1+i}\right]$$

$$= 1 + \left[\frac{\ddot{a}_x - \ddot{a}_x - i\ddot{a}_x}{1+i}\right]$$

$$= 1 - \frac{i}{1+i}\ddot{a}_x$$

$$= 1 - d\ddot{a}_x \qquad \left(\because d = \frac{i}{1+i}\right)$$

$$\therefore \quad \boxed{A_x = 1 - d\ddot{a}_x}$$

ตัวอย่าง

จงหาค่า a_x ถ้า $A_x = 0.21000$ และ $i = 4\%$

จาก $A_x = 1 - \frac{i}{1+i}\ddot{a}_x$

$$0.21000 = 1 - \frac{i}{1+i}(1 + a_x)$$

$$0.21000 = 1 - \frac{.04}{1.04}(1 + a_x)$$

$$0.21000 = 1 - 0.039\,(1 + a_x)$$

$$0.21000 = 1 - 0.039 - 0.039a_x$$

$$\therefore \quad 0.039a_x = 1 - 0.039 - 0.21000$$

$$= 1 - 0.249 = 0.751$$

$$\therefore \quad a_x = \frac{0.751}{0.039} = 19.2564 \qquad \text{Ans}$$

7.3 การประกันชีวิตแบบสะสมทรัพย์ (Endowment insurance)

เป็นการประกันชีวิตที่ผู้รับประกันสัญญาว่าจะจ่ายเงินเอาประกันให้กับผู้รับประโยชน์ ถ้าผู้เอาประกันตายภายในระยะเวลาที่กำหนดไว้ในสัญญา หรือจ่ายให้กับผู้เอาประกัน ถ้าผู้เอาประกันมีชีวิตอยู่รอดเมื่อครบกำหนดสัญญา

ดังนั้นจะเห็นได้ว่า การประกันชีวิตแบบสะสมทรัพย์ เป็นการประกันชีวิตที่มีลักษณะของการประกัน 2 แบบรวมกัน คือ แบบชั่วระยะเวลา (Term insurance) กับ แบบสะสมทรัพย์ที่แท้จริง (Pure endowment insurance)

ถ้าให้ Net Single Premium ของการประกันชีวิตแบบสะสมทรัพย์ที่มีระยะเวลาของการสะสมทรัพย์ (endowment period) เป็น n ปี ของเงินเอาประกัน 1 บาท คือ $A_{x:\overline{n}|}$ ซึ่ง

$$A_{x:\overline{n}|} = A^{1}_{x:\overline{n}|} + {}_nE_x$$

โดยที่ $A^1_{x:\overline{n}|}$ เป็น Net Single Premium ของการประกันชีวิตแบบชั่วระยะเวลา และ $_nE_x$ เป็น Net Single premium ของการประกันแบบสะสมทรัพย์ที่แท้จริง (Pure endowment insurance)

ดังนั้น ค่าของ $A_{x:\overline{n}|}$ เปิดได้จากตารางที่ XI (ซึ่งให้ค่า $A^1_{x:\overline{n}|}$) กับตารางที่ VII (ซึ่งให้ค่า $1000{}_nE_x$)

จาก $$A_{x:\overline{n}|} = A^1_{x:\overline{n}|} + {}_nE_x$$

ถ้าใช้ Commutation Symbols จะได้

$$A_{x:\overline{n}|} = \frac{M_x - M_{x+n}}{D_x} + \frac{D_{x+n}}{D_x}$$

$$\therefore \quad A_{x:\overline{n}|} = \frac{M_x - M_{x+n} + D_{x+n}}{D_x}$$

$A_{x:\overline{n}|}$ อาจจะเขียนอยู่ในรูปอีกแบบหนึ่งได้ดังนี้

จาก $$M_x = vN_x - N_{x+1} = (1 - d)N_x - (N_x - D_x)$$

$$\therefore \quad M_x = D_x - dN_x \qquad \ldots(1)$$

$$\therefore \quad M_{x+n} = D_{x+n} - dN_{x+n} \qquad \ldots(2)$$

(1) − (2), ได้

$$M_x - M_{x+n} = D_x - D_{x+n} - d(N_x - N_{x+n})$$

บอกทั้ง 2 ข้างด้วย D_{x+n} จะได้

$$M_x - M_{x+n} + D_{x+n} = D_x - D_{x+n} - d(N_x - N_{x+n}) + D_{x+n}$$

$$M_x - M_{x+n} + D_{x+n} = D_x - d(N_x - N_{x+n})$$

หารทั้ง 2 ข้างด้วย D_x จะได้

$$\frac{M_x - M_{x+n} + D_{x+n}}{D_x} = \frac{D_x - d(N_x - N_{x+n})}{D_x}$$

$$A_{x:\overline{n}|} = 1 - d\left(\frac{N_x - N_{x+n}}{D_x}\right)$$

$$\therefore \quad A_{x:\overline{n}|} = 1 - d\ddot{a}_{x:\overline{n}|}$$

ตัวอย่าง

จงหา Net Single Premium ของ Endowment insurance ที่มี endowment period เท่ากับ 20 ปี และเงินเอาประกัน 1,000 บาท ที่ซื้อประกันเมื่ออายุ 20 ปี

$$\text{Net Single premium} = 1000 \times A_{20:\overline{20}|}$$

จาก $$A_{x:\overline{n}|} = A^{1}_{x:\overline{n}|} + {}_nE_x$$

$$\therefore \quad A_{20:\overline{20}|} = A^{1}_{20:\overline{20}|} + {}_{20}E_{20}$$

$$\therefore \quad \text{Net Single Premium} = 1000\left[A^{1}_{20:\overline{20}|} + {}_{20}E_{20}\right]$$

$$= 1000 \times A^{1}_{20:\overline{20}|} + 1000 \times {}_{20}E_{20}$$

เปิดตารางที่ XI ได้ค่า $1000A^{1}_{20:\overline{20}|} = 31.7709$

และเปิดตารางที่ VII ได้ค่า $1000 \times {}_{20}E_{20} = 529.4071$

$$\therefore \quad \text{Net Single Premium} = 31.7709 + 529.4071$$

$= 561.178$ บาท Ans

7.4 เบี้ยประกันรายปี (Net annual premium)

โดยทั่ว ๆ ไปแล้ว บริษัทประกันชีวิตมักจะให้ผู้เอาประกันจ่ายเงินเบี้ยประกันเป็นรายปีเป็นจำนวนเท่า ๆ กัน โดยกำหนดให้จ่ายตอนต้นปีของทุก ๆ ปี เนื่องจากการจ่ายเบี้ยประกันสุทธิครั้งเดียว มักจะเป็นปัญหากับผู้เอาประกัน เพราะต้องชำระเงินเป็นก้อนใหญ่ จึงได้มีการเสนอการจ่ายเบี้ยประกันเป็นรายปี โดยจ่ายเท่า ๆ กันทุกปี และการจ่ายอาจจะจ่ายไปจนตลอดชีวิตของผู้เอาประกัน หรืออาจจะจ่ายในช่วงระยะเวลาที่กำหนดไว้ก็ได้ ดังนั้นในการประกันชีวิตแบบตลอดชีพ ซึ่งเคยกล่าวไว้ในบทที่ 4 แล้วว่า กรมธรรม์ของการประกันแบบตลอดชีพมี 3 แบบด้วยกัน คือ

ก. **แบบตลอดชีพสามัญ** (Ordinary life) เป็นการประกันชีวิตแบบที่ผู้เอาประกันจะต้องชำระเบี้ยประกันเป็นรายปีไปเรื่อย ๆ จนตลอดชีวิตของผู้เอาประกัน

ข. **แบบตลอดชีพจำกัดเวลา** (Limited payment life) เป็นการประกันชีวิตแบบที่ผู้เอาประกันชำระเบี้ยประกันเป็นรายปี ภายในระยะเวลาที่กำหนดไว้ เช่น 20 ปี หรือ 25 ปี เป็นต้น ซึ่งเมื่อครบกำหนดระยะเวลาแล้วก็จะหยุดจ่ายเบี้ยประกันแต่สัญญายังมีผลบังคับอยู่

ค. **แบบตลอดชีพชำระเบี้ยประกันครั้งเดียว** (Single premium life) เป็นการประกันชีวิตแบบที่ผู้เอาประกันชำระเบี้ยประกันครั้งเดียวเป็นการเสร็จสิ้นไป

ถ้าให้ P_x เป็นเบี้ยประกันสุทธิรายปีอัตราคงที่ (Net level annual premium) ของการประกันแบบตลอดชีพที่จ่ายเบี้ยประกันไปจนตลอดชีวิตของผู้เอาประกัน (Ordinary life insurance) สำหรับผู้เอาประกันที่ทำประกันเมื่ออายุ x ปี และเนื่องจากการชำระเบี้ยประกันชำระตอนต้นปี ดังนั้น เบี้ยประกันรายปี (annual premium) จะเป็นในลักษณะของ life annuity due ซึ่งมีค่าปัจจุบันเป็น $P_x \cdot \ddot{a}_x$

ซึ่งค่าปัจจุบันของเบี้ยประกันรายปีเหล่านี้ จะมีค่าเท่ากับเบี้ยประกันสุทธิจ่ายครั้งเดียวสำหรับกรมธรรม์แบบเดียวกันนั่นเอง ดังนั้น

$$P_x \cdot \ddot{a}_x = A_x$$

$$\therefore \quad P_x = \frac{A_x}{\ddot{a}_x}$$

ถ้าแทนด้วย Commutation Symbols จะได้

$$P_x = \frac{\frac{M_x}{D_x}}{\frac{N_x}{D_x}} = \frac{M_x}{N_x}$$

จาก $P_x = \frac{A_x}{\ddot{a}_x}$ แทนค่า A_x ด้วย $1 - d\ddot{a}_x$ จะได้

$$P_x = \frac{1 - d\ddot{a}_x}{\ddot{a}_x}$$

$$\therefore \quad P_x = \frac{1}{\ddot{a}_x} - d$$

ถ้าให้ nP_x เป็น Net level annual premium สำหรับการประกันชีวิตแบบตลอดชีพจำกัดเวลา (Limited payment life policy) ที่จ่ายเบี้ยประกันเป็นรายปี ภายในระยะเวลา n ปีของผู้เอาประกันที่ทำประกันเมื่ออายุ x ปี

ซึ่งในกรณีนี้จะเป็นลักษณะของการชำระเบี้ยประกันแบบค่ารายปี ที่อาศัยการทรงชีพแบบชั่วคราว (Temporary life annuity) ซึ่งมีค่าปัจจุบันเป็น $nP_x \cdot \ddot{a}_{x:\overline{n}|}$

$$\therefore \quad nP_x \cdot \ddot{a}_{x:\overline{n}|} = A_x$$

$$nP_x = \frac{A_x}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}$$

หรือ
$$nP_x = \frac{\frac{M_x}{D_x}}{\frac{N_x - N_{x+n}}{D_x}}$$

$$\therefore \quad nP_x = \frac{M_x}{N_x - N_{x+n}}$$

ค่าของ M_x และ N_x เปิดได้จากตารางที่ III

ตัวอย่างที่ 1

จงหา net annual premium ของการประกันชีวิตแบบตลอดชีพที่มีระยะเวลาจ่ายเบี้ยประกัน 20 ปี ที่มีมูลค่า 5,000 บาท สำหรับผู้มีอายุ 60 ปี

$$\text{Net annual premium} = 5000 \times 20P_{60}$$

$$= 5000 \times \frac{A_{60}}{\ddot{a}_{60:\overline{20}|}}$$

$$= 5 \times \frac{1000A_{60}}{\ddot{a}_{60:\overline{20}|}}$$

เปิดตารางที่ IV ได้ค่า $1000A_{60} = 631.9987$ และเปิดตารางที่ IX ได้ค่า $\ddot{a}_{60:\overline{20}|} = 11.5665$

$$\therefore \quad \text{Net annual premium} = 5 \times \frac{631.9987}{11.56665}$$

$$= 5 \times 54.6397$$

$= 273.1987$ บาท Ans

ตัวอย่างนี้อาจจะหาจากสูตร $nP_x = \frac{M_x}{N_x - N_{x+n}}$ **ก็ได้**

ตัวอย่างที่ 2

จงหา Net annual premium ของการประกันชีวิตแบบตลอดชีพสามัญ ที่มีมูลค่า 5,000 บาท สำหรับผู้มีอายุ 35 ปี

$$\text{Net annual premium} = 5000 \times P_{35}$$

$$= 5000 \times \frac{A_{35}}{\ddot{a}_{35}}$$

$$= 5 \times \frac{1000A_{35}}{\ddot{a}_{35}}$$

เปิดตารางที่ IV ได้ค่า $1000A_{35} = 358.6624$ และได้ค่า $\ddot{a}_{35} = 22.01926$

$$\therefore \quad \text{Net annual premium} = 5 \times \frac{358.6624}{22.01926}$$

$$= 5 \times 16.288576$$

$$= 81.44 \text{ บาท} \qquad \text{Ans}$$

ตัวอย่างนี้อาจจะหาจากสูตร $P_x = \frac{M_x}{N_x}$ ก็ได้

$$\therefore \quad \text{Net annual premium} = 5000 \times \frac{M_{35}}{N_{35}}$$

เปิดตารางที่IIIได้ค่า $M_{35} = 1,194,810.489$

$N_{35} = 73,352,648.1$

แทนค่าจะได้

$$\text{Net annual premium} = 5000 \times \frac{1,194,810.489}{73,352,648.1}$$

$$= 5000 \times 0.0162.885$$

$$= 81.4425 = 81.44$$ บาท Ans

สำหรับเบี้ยประกันรายปีสุทธิ (Net annual premium) ของการประกันแบบชั่วระยะเวลา (Term insurance) ของเงิน 1 บาท ที่มีระยะเวลาของการประกัน n ปี และระยะเวลาในการชำระเบี้ยประกันเท่ากับ n ปี สำหรับผู้เอาประกันที่มีอายุ x ปี คือ $P^{1}_{x:\overline{n}|}$ โดยที่

$$P^{1}_{x:\overline{n}|} = \frac{A^{1}_{x:\overline{n}|}}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}$$

$$= \frac{M_x - M_{x+n}}{N_x - N_{x+n}}$$

ส่วน Net annual premium ของ n year term insurance ที่มีระยะเวลาในการชำระเบี้ยประกัน m ปี ($m \leqslant n$) ของเงินเอาประกัน 1 บาท สำหรับคนอายุ x ปี คือ $mP^{1}_{x:\overline{n}|}$ ซึ่งหาได้จาก

$$mP^{1}_{x:\overline{n}|} \cdot \ddot{a}_{x:\overline{m}|} = A^{1}_{x:\overline{n}|}$$

$$\therefore \quad mP^{1}_{x:\overline{n}|} = \frac{A^{1}_{x:\overline{n}|}}{\ddot{a}_{x:\overline{m}|}}$$

$$= \frac{M_x - M_{x+n}}{N_x - N_{x+m}}$$

ตัวอย่างที่ 1

จงหา Net annual premium ของการประกันชีวิตแบบชั่วระยะเวลา 25 ปี สำหรับคนอายุ 30 ปี ทุนประกัน 20,000 บาท ถ้าระยะเวลาในการชำระเบี้ยประกันเท่ากับ 25 ปี

$$\therefore \quad \text{Net annual premium} = 20{,}000 \times P^{1}_{30:\overline{25}|}$$

$$= 20{,}000 \times \frac{A^{1}_{30:\overline{25}|}}{\ddot{a}_{30:\overline{25}|}}$$

เปิดตารางที่ XI ได้ค่า $1000A^{1}_{30:\overline{25}|} = 75.6800$ และเปิดตารางที่ IX ได้ค่า $\ddot{a}_{30:\overline{25}|} = 17.32464$ แทนค่าจะได้

$$\text{Net annual premium} = 20 \times \frac{1000A^{1}_{30:\overline{25}|}}{\ddot{a}_{30:\overline{25}|}}$$

$$= 20 \times \frac{75.6800}{17.32464}$$

$$= 20 \times 4.3683447$$

$$= 87.366$$

$$= 87.37 \quad \text{บาท}$$

หรืออาจจะหาจากสูตร $P^{1}_{x:\overline{n}|} = \dfrac{M_x - M_{x+n}}{N_x - N_{x+n}}$

$$\text{Net annual premium} = 20{,}000 \times P^{1}_{30:\overline{25}|}$$

$$= 20{,}000 \times \frac{M_{30} - M_{30+25}}{N_{30} - N_{30+25}}$$

$$= 20{,}000 \times \frac{M_{30} - M_{55}}{N_{30} - N_{55}}$$

เปิดตารางที่ III ได้ค่า $M_{30} = 1,234,952.990$

$$M_{55} = 939,363.348$$

$$M_{30} = 91,698,461.8$$

$$N_{55} = 24,032,177.4$$

$$\therefore \quad \text{Net annual premium} = 20,000 \times \frac{1,234,952.990 - 939,363.348}{91,698,461.8 - 24,032,177.4}$$

$$= 20,000 \times \frac{295,589.642}{67,666,284.4}$$

$$= 20,000 \times 0.0043683$$

$$= 87.366$$

$$= 87.37 \quad \text{บาท} \qquad \text{Ans}$$

เบี้ยประกันสุทธิรายปี (Net annual premium) **ของการประกันชีวิตแบบสะสมทรัพย์** n **ปี ทุนประกัน** 1 บาท กำหนดระยะเวลาชำระเบี้ยประกัน m ปี ($m < n$) สำหรับผู้ที่มีอายุ x ปี คือ $mP_{x:\overline{n}|}$ ซึ่งหาได้จาก

$$mP_{x:\overline{n}|} \cdot \ddot{a}_{x:\overline{m}|} = A_{x:\overline{n}|}$$

$$\therefore \quad mP_{x:\overline{n}|} = \frac{A_{x:\overline{n}|}}{\ddot{a}_{x:\overline{m}|}}$$

$$= \frac{M_x - M_{x+n} + D_{x+n}}{N_x - N_{x+m}}$$

ถ้าระยะเวลาในการชำระเบี้ยประกันเท่ากับระยะเวลาของสัญญาประกัน คือ $m = n$ ดังนั้น $nP_{x:\overline{n}|}$ จะเขียนเป็น $P_{x:\overline{n}|}$ ซึ่ง

$$P_{x:\overline{n}|} = \frac{A_{x:\overline{n}|}}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}$$

$$= \frac{M_x - M_{x+n} + D_{x+n}}{N_x - N_{x+n}}$$

ตัวอย่างที่ 2

จงหา Net annual premium ของกรมธรรม์ประกันแบบสะสมทรัพย์ 20 ปี ที่มีระยะเวลาในการชำระเบี้ยประกัน 15 ปี สำหรับคนอายุ 35 ปี ทุนประกัน 50,000 บาท

$$\text{Net annual premium} = 50{,}000 \times {}_{15}P_{35:\overline{20}|}$$

$$= 50{,}000 \times \frac{A_{35:\overline{20}|}}{\ddot{a}_{35:\overline{15}|}}$$

$$= 50 \times 1000 \times \left[\frac{A^{1}_{35:\overline{20}|} + {}_{20}E_{35}}{\ddot{a}_{35:\overline{15}|}}\right]$$

เปิดตารางที่ XI ได้ค่า $1000A^{1}_{35:\overline{20}|} = 76.6810$ ตารางที่ VII ให้ค่า $1000 \times {}_{20}E_{35} = 492.0998$ และเปิดตารางที่IX ได้ค่า $\ddot{a}_{35:\overline{15}|} = 12.02466$

$$\therefore \quad \text{Net annual premium} = 50 \times \left[\frac{76.6810 + 492.0998}{12.02466}\right]$$

$$= 50 \times \frac{568.7808}{12.02466} = 50 \times 47.301196$$

$$= 2365.0598$$

$$= 2365.06$$ Ans

หรือหาจาก

$$\text{Net annual premium} = 50{,}000 \times \frac{M_{35} - M_{55} + D_{55}}{N_{35} - N_{50}}$$

เปิดตารางที่ III ได้ค่า $M_{35} = 1{,}194{,}810.489$

$M_{55} = 939{,}636.348$

$D_{55} = 1{,}639{,}329.7$

$N_{35} = 73{,}352{,}648.1$

$N_{50} = 33{,}294{,}950.9$

แทนค่าจะได้

$$\text{Net annual premium} = 50{,}000 \times \left[\frac{1{,}194{,}810.4 - 939{,}636.348 + 1{,}639{,}329.7}{73{,}352{,}648.1 - 33{,}294{,}950.9} \right]$$

$$= 50{,}000 \times \frac{1{,}894{,}503.8}{40{,}057{,}697} = 50000 \times 0.0472943$$

$$= 2364.7$$

$\therefore$ Net annual premium = 2364.70 บาท Ans

ซึ่งทั้ง 2 คำตอบต่างกันเพียงเล็กน้อย แต่ถ้าปัดเศษแล้วจะได้จำนวนเต็มเท่ากัน

แบบฝึกหัดบทที่ 7

1. จงหา Net Single premium ของ whole life insurance ของเงินเอาประกัน 5,000 บาท สำหรับคนอายุ 25 ปี, 35 ปี และ 80 ปี

2. จงหาจำนวนทุนประกันของผู้เอาประกันที่มีอายุ 30 ปี ที่มีเงินสด 3,000 บาท และต้องการซื้อกรมธรรม์ประกันชีวิตแบบตลอดชีพที่จ่ายเบี้ยประกันครั้งเดียว

3. จงพิสูจน์ว่า

   ก. $A_x = v(q_x + p_x A_{x+1})$

   ข. $A_x U_x = A_{x+1} + \dfrac{q_x}{P_x}$

   ค. $P_x = \dfrac{1 - (1 + i)A_x}{1 - A_{x+1}}$

   ง. $q_x = \dfrac{(1 + i)A_x - A_{x+1}}{1 - A_{x+1}}$

4. จงแสดงว่า

   ก. $v^n = 1 - d \cdot \ddot{a}_{\overline{n}|}$

   ข. $\ell_x(1 + i)A_x = d_x + \ell_{x+1} A_{x+1}$

   ค. $\ell_x \cdot a_x = \ell_{x+1} \cdot A_{x+1} + \ell_{x+2} \cdot A_{x+2} + \ldots + A_{\omega-1} A_{\omega-1}$

   ง. $v^n = v \cdot \ddot{a}_{\overline{n}|} - \ddot{a}_{\overline{n-1}|}$

5. จงแสดงว่า

   ก. $M_x = D_x - dN_x$

ข. $A_x = v(1 - ia_x) = v - (1 - v)a_x = v - da_x$

ค. $A_x = \dfrac{P_x}{P_x + d}$

ง. $P_x = \dfrac{vq_x + P_{x+1} . a_x}{\ddot{a}_x}$

6. จงหาอัตราดอกเบี้ย ถ้า $\ddot{a}_x = 14.260$ และ $A_x = 0.19283$

7. จงหาค่าของ a_x ถ้า $A_x = 0.21000$ และ $i = 5\%$

8. จงหาเบี้ยประกันสุทธิรายปี (Net annual premium) สำหรับแต่ละกรมธรรม์ดังต่อไปนี้ ที่ซื้อเมื่ออายุ 25 ปี และแต่ละกรมธรรม์ มีทุนประกัน 5,000 บาท
   ก. ประกันแบบตลอดชีพจ่ายเบี้ยประกัน 5 งวด (five - payment life)
   ข. ประกันแบบตลอดชีพจ่ายเบี้ยประกัน 10 งวด (ten - payment life)
   ค. ประกันแบบตลอดชีพจ่ายเบี้ยประกัน 15 งวด (fifteen - payment life)

9. จงตรวจสอบค่าของ P_{45} ที่กำหนดให้ในตารางที่ 5 โดยหาค่า P_{45} จากสูตร $P_x = \dfrac{1}{\ddot{a}_x} - d$

10. จงหา Net annual premium สำหรับ การประกันแบบตลอดชีพจ่ายเบี้ยประกัน 20 ปี หาเงินเอาประกัน 10,000 บาท ถ้าซื้อประกันเมื่ออายุ 50 ปี, 30 ปี และ 20 ปี

11. นายสมชาย อายุ 45 ปี ต้องการจะซื้อกรมธรรม์ประกันชีวิตแบบตลอดชีพ โดยจ่ายเบี้ยประกันสุทธิเป็นรายปี ๆ ละ 3,000 บาท จงคำนวณหาทุนประกัน

12. จงหาอัตราดอกเบี้ยต่อปี ถ้า $P_x = 0.010809$ และ $A_x = 0.18500$

13. จงพิสูจน์ว่า $P_x = \dfrac{d\,P_x}{\dfrac{1}{\ddot{a}_x} - P_x}$

14. จงหา Net annual premium ของการประกันแบบชั่วระยะ เวลาของแต่ละกรมธรรม์ที่ซื้อประกัน เมื่ออายุ 35 ปี และเงินทุนประกันของแต่ละกรมธรรม์เท่ากับ 10,000 บาท ถ้า

ก. ระยะเวลาของสัญญาเป็น 10 ปี (ten-year term)

ข. ระยะเวลาในการชำระเบี้ยประกันเป็น 10 ปี และระยะเวลาของสัญญาเป็น 20 ปี (ten-payment twenty-year term)

ค. ระยะเวลาของสัญญาเป็น 15 ปี (fifteen-year term)

15. จงพิสูจน์ว่า

ก. $A_x = c_x + 1E_x c_{x+1} + 2E_x\, c_{x+2} + \ldots$

ข. $A_{x:\overline{n}|} = v\ddot{a}_{x:\overline{n}|} - a_{x+:\overline{n-1}|}$

ค. $a_{x:\overline{n}|} = \dfrac{v - A_{x:\overline{n+1}|}}{d}$

ง. $A^{1}_{x:\overline{n}|} = v \,.\, \ddot{a}_{x:\overline{n}|} - a_{x:\overline{n}|}$

จ. $P^{1}_{x:\overline{n}|} = v - \dfrac{a_{x:\overline{n}|}}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}$

16. จงหาทุนประกัน ของกรมธรรม์ประกันชีวิตแบบชั่วระยะเวลา ซึ่งจะหมดผลบังคับตอนผู้ซื้ออายุ 65 ปี โดยจ่ายเบี้ยประกันสุทธิรายปี ๆ ละ 3,000 บาท ถ้าเขาซื้อประกัน เมื่ออายุ 30 ปี

17. จงหา Net annual premium ของกรมธรรม์ประกันชีวิตแบบชั่วระยะเวลา ที่มีกำหนด 5 ปี ทุนประกัน 100,000 บาท ที่ซื้อเมื่ออายุ 45 ปี

18. จงหา Natural premium สำหรับกรมธรรม์ประกันชีวิตแบบชั่วระยะเวลา ทุนประกัน 100,000 บาท ที่ซื้อประกันเมื่ออายุ 45, 46, 47, 48 และ 49

19. จงเปรียบเทียบคำตอบในข้อ 17 และข้อ 18 และอยากทราบว่า ทำไมผลรวมของคำตอบทั้ง 5 ในข้อ 18 จึงไม่เท่ากับคำตอบในข้อ 17

20. จงหา Net annual premium ของการประกันแบบชั่วระยะ 12 ปี ระยะเวลาชำระเบี้ยประกัน 5 ปี ซื้อเมื่ออายุ 40 ปี ทุนประกัน 20,000 บาท

21. จงหา Net annual premium ของ Endowment insurance ที่ซื้อเมื่ออายุ 30 ปี ทุนประกัน 50,000 บาท ถ้า

ก. ระยะเวลาของสัญญาเป็น 10 ปี (ten-year endowment)

ข. ระยะเวลาจ่ายเบี้ยประกัน 10 ปี และสัญญามีผลบังคับถึงอายุ 65 ปี

ค. ระยะเวลาจ่ายเบี้ยประกัน 20 ปี และสัญญามีผลบังคับ 30 ปี

22. จงแสดงว่า

$$\frac{1 - i\, a_{x:\overline{t-1}|}}{1 + i} = \frac{M_x - M_{x+t} + D_{x+t}}{D_x}$$

23. จงหา Net annual premium ของ Endowment insurance ที่มีกำหนดระยะเวลา 20 ปี ทุนประกัน 10,000 บาท ที่ซื้อเมื่ออายุ 20 ปี, 40 ปี และ 60 ปี

24. จงหาทุนประกันของกรมธรรม์ประกันชีวิตแบบสะสมทรัพย์ ที่มีกำหนดระยะเวลา 20 ปี ชำระเบี้ยประกัน 10 ปี ๆ ละ 5,000 บาท ที่ซื้อเมื่ออายุ 32 ปี

25. จงหาผลต่างของ Net annual premium ระหว่างกรมธรรม์ 2 ชนิด คือ กรมธรรม์แบบตลอดชีพที่ซื้อประกันเมื่ออายุ 30 ปี ทุนประกัน 2,000 บาท และกรมธรรม์แบบสะสมทรัพย์ 55 ปีที่ซื้อประกันเมื่ออายุ 30 ปี ทุนประกัน 2,000 บาท เหมือนกัน