

ภาคผนวก

บทที่ 1 หลักเบื้องต้นเกี่ยวกับการวางแผนงานทดลอง

ตัวอย่างงานทดลองในสาขาต่างๆ

1. งานทดลองด้านเกษตร

1.1 เปรียบเทียบพันธุ์ข้าวเจ้า 3 พันธุ์ ในแปลงทดลอง 12 แปลง ($r = 4$)

วิธีการ หรือ สิ่งทดลอง คือ พันธุ์ข้าว 3 พันธุ์

หน่วยทดลอง คือ แปลงข้าว 1 แปลง

response variable คือ ผลผลิตต่อ 1 แปลง

1.2 เปรียบเทียบปุ๋ย 3 ชนิด ในแปลงทดลอง 12 แปลง ($r = 4$)

วิธีการ หรือ สิ่งทดลอง คือ ปุ๋ย 3 ชนิด

หน่วยทดลอง คือ แปลงทดลองใส่ปุ๋ย 1 แปลง

response variable คือ ผลผลิตต่อ 1 แปลง

1.3 เปรียบเทียบสูตรอาหารเลี้ยงหนู 3 สูตร กับหนู 12 ตัว ($r = 4$)

วิธีการ หรือ สิ่งทดลอง คือ สูตรอาหารเลี้ยงหนู 3 ชนิด

หน่วยทดลอง คือ หนู 1 ตัว

response variable คือ น้ำหนักที่เพิ่มขึ้นของหนูแต่ละตัว

2. งานทดลองด้านการศึกษา

เปรียบเทียบวิธีสอนคณิตศาสตร์ แผนใหม่ 3 วิธี กับนักเรียน 30 คน ($r = 10$)

วิธีการ หรือ สิ่งทดลอง คือ วิธีสอนคณิตศาสตร์แผนใหม่ 3 วิธี

หน่วยทดลอง คือ นักเรียน 1 คน

response variable คือ คะแนนสอบนักเรียนแต่ละคน (ภายใต้ข้อสอบชุดเดียวกัน)

3. งานทดลองด้านธุรกิจ

3.1 เปรียบเทียบวิธีส่งเสริมการขาย 3 วิธี กับร้านทดลอง 12 ร้านค้า ($r = 4$)

วิธีการ หรือ สิ่งทดลอง คือ วิธีส่งเสริมการขาย 3 วิธี

หน่วยทดลอง คือ ร้านค้า 1 ร้าน

response variable คือ จำนวนขาย/ร้าน

3.2 เปรียบเทียบโปรแกรมฝึกอบรมพนักงาน 3 โปรแกรมกับพนักงาน 30 คน ($r = 10$)

วิธีการ หรือ สิ่งทดลอง คือ โปรแกรมฝึกอบรมพนักงาน 3 โปรแกรม

หน่วยทดลอง คือ พนักงาน 1 คน

response variable คือ จำนวนขาย / คน , ผลผลิต / คน

Experimental error วัดความผันแปรของข้อมูลที่มาจากหน่วยทดลองภายใต้วิธีการเดียวกัน

1.1 วัดความแตกต่างระหว่างผลผลิตข้าว 4 แปลงซึ่งเป็นข้าวพันธุ์เดียวกัน

จึงมี 3 df./วิธีการ มี 3 วิธีการ จึงมี error df. = $3(3) = 9$

1.2 วัดความแตกต่างระหว่างผลผลิต 4 แปลงซึ่งใช้ปุ๋ยชนิดเดียวกันเดียวกัน

จึงมี 3 df./วิธีการ มี 3 วิธีการ จึงมี error df. = $3(3) = 9$

1.3 วัดความแตกต่างระหว่างน้ำหนักที่เพิ่มขึ้นของหมู 4 ตัวซึ่งกินอาหารสูตรเดียวกัน

จึงมี 3 df./วิธีการ มี 3 วิธีการ จึงมี error df. = $3(3) = 9$

2. วัดความแตกต่างระหว่างคะแนนสอบของนักเรียน 10 คนซึ่งได้รับการสอนวิธีเดียวกัน

จึงมี 9 df./วิธีการ มี 3 วิธีการ จึงมี error df. = $3(9) = 27$

3.1 วัดความแตกต่างระหว่างจำนวนขายของร้านค้า 4 ร้านภายใต้วิธีส่งเสริมเดียวกัน

จึงมี 3 df./วิธีการ มี 3 วิธีการ จึงมี error df. = $3(3) = 9$

3.2 วัดความแตกต่างระหว่างจำนวนขาย (หรือผลผลิต) ของพนักงาน 10 คนที่อยู่ใน

โปรแกรมฝึกอบรมเดียวกัน จึงมี 9 df./วิธีการ มี 3 วิธีการ จึงมี error df. = $3(9) = 27$

บทที่ 2 แผนงานทดลองแบบสุ่มสมบูรณ์

การดำเนินการทดลองมี 6 ขั้นตอน ดังนี้

1. จุดประสงค์ เลือกแผนงานทดลอง วิธีการ (treatment) วิธีการเป็นแบบ Model 1 หรือ 2 จำนวนวิธีการ (t) จำนวนซ้ำ ($r = \text{replication}$) หน่วยทดลอง (experimental unit) จำนวนหน่วยทดลองทั้งหมด (N) response variable และตัวแบบแสดงส่วนประกอบของข้อมูลที่ได้จากการทดลอง (Linear additive model)
2. กำหนดแผนผังแสดงการจัดวิธีการให้หน่วยทดลอง (Lay out)
3. ดำเนินการทดลอง
4. เก็บข้อมูล (ผลทดลอง) จัดใส่ตารางสำหรับคำนวณค่าสถิติต่างๆ
5. ทำตารางวิเคราะห์ความแปรปรวน
6. สรุปผลการทดสอบและวิเคราะห์ผลที่ได้จากงานทดลอง

เปรียบเทียบ Model 1 (แบบกำหนด) และ Model 2 (แบบสุ่ม)

1 การได้มาของวิธีการ Model 1 ผู้ทดลองกำหนดเอง Model 2 ผู้ทดลองสุ่มจากประชากรของวิธีการ

2 assumption ของ τ_i : $\sum \tau = 0$ สำหรับ model 1

$E(\tau) = 0$, $V(\tau) = \sigma^2_\tau$ สำหรับ Model 2

3 Expected Mean Square ของวิธีการ $= \sigma^2 + r \sum \tau_i^2$ สำหรับ Model 1

$= \sigma^2 + r \sigma_\tau^2$ สำหรับ Model 2

รายละเอียดวิธีการหาค่า E(MS) ของทั้ง 2 Model ศึกษาได้จากหน้า 39 - 43

4 สมมติฐาน Model 1: $H_0: \tau_i = 0$, $H_a: \tau_i \neq 0$, $i = 1, 2, \dots, t$

Model 2: $H_0: \sigma^2_\tau = 0$, $H_a: \sigma^2_\tau \neq 0$

5 การ derive F-ratio จาก E(MS)

6 ข้อสรุปเกี่ยวกับอิทธิพลของวิธีการ

Model 1 : สามารถใช้ข้อสรุปเฉพาะวิธีการที่ได้ดำเนินการทดลองเท่านั้น

Model 2 : สามารถขยายผลถึงประชากรทั้งหมดของวิธีการ (ซึ่ง t วิธีการถูกสุ่มมา)

ข้อสังเกตเกี่ยวกับ Lay out ของงานทดลองที่มีตัวอย่างย่อย

งานทดลองที่มีตัวอย่างย่อยหมายถึงในขั้นตอนของการเก็บข้อมูลจะได้ข้อมูลมากกว่า 1 จำนวน/หน่วยทดลอง เช่นงานทดลองผลกระทบของสิ่งแวดล้อม 6 อย่าง ต่อการเติบโตของต้นไม้ 4 ต้นที่ปลูกใน กระถางเดียวกัน จำนวน 18 กระถาง (หน้า 65) ในขั้นตอนการทำ layout จะมีหน่วยทั้งหมดเพียง 18 หน่วยทดลอง (กระถาง) เพื่อสุ่มจัดให้วิธีการละ 3 กระถาง เมื่อดำเนินการทดลองสิ้นสุดแล้ว (1 สัปดาห์) จึงเก็บข้อมูลคือความสูงของต้นไม้แต่ละต้นซึ่งเป็นตัวอย่างย่อย จึงได้ข้อมูลเท่ากับจำนวนตัวอย่างย่อย $= 18(4) = 72 = N$

บทที่ 6 งานทดลองแบบแฟคทอเรียล

6.1 การทดสอบ Main Effects และ Interaction

การวิเคราะห์ผลการทดสอบในการทดลองแบบแฟคทอเรียลมีข้อควรระวังอย่างหนึ่งเกี่ยวกับอิทธิพลของ Interaction ดังนี้

ก) ถ้าผลการทดสอบของ Interaction **ไม่มีนัยสำคัญ** แสดงว่าอิทธิพลของ Main Effects ทั้งหมดเป็นอิสระกัน ให้ดำเนินการทดสอบ Main Effects และสรุปผลการทดสอบเช่นตัวอย่างที่ 1 เรื่องการทดลองหาค่าวิเคราะห์จำนวนวิตามินซีในใบผักคะน้าที่มีน้ำหนักต่างกัน 2 ขนาด (0.25 และ 1.00 กรัม) และอิทธิพลของต่างทับทิม (ไม่แช่ด่าง และ แช่ด่าง) พบว่าอิทธิพลของน้ำหนักและต่างทับทิมเป็นอิสระกัน จึงสามารถทดสอบ Main Effects ต่อไป ซึ่งผลการทดสอบพบว่า อิทธิพลของ main effect A (น้ำหนักของใบผัก) ไม่มีนัยสำคัญ แสดงว่าปริมาณวิตามินซีในใบผักทั้ง 2 ขนาดไม่แตกต่างกัน ส่วนผลการทดสอบ main effect B พบว่ามีนัยสำคัญ แสดงว่าปริมาณวิตามินซีมีความแตกต่างกันระหว่างระหว่างใบที่ไม่แช่ด่างและแช่ด่าง กล่าวคือการแช่ด่างทำให้น้ำได้้น้อยกว่า เพราะเห็นชัดเจนกว่า (146.2 และ 238.9)

ข) ถ้าผลการทดสอบของ Interaction **มีนัยสำคัญ** แสดงว่า Main Effects **มีอิทธิพลร่วมกัน** กรณีนี้ห้ามทดสอบ Main Effects เพราะไม่สามารถอธิบายผลการทดสอบได้อย่างถูกต้อง เช่นตัวอย่างที่ 2 เรื่องสูตรอาหารเลี้ยงหมุ่ที่เพิ่มไวตามิน B₁₂ และ แอนตีไบโอติก พบว่า interaction มีนัยสำคัญ มีทางเลือกต่อไปดังนี้

ข 1) ทดสอบเฉพาะอิทธิพลรวมของ Overall Treatments ซึ่งมี $(t - 1)$ df

ข 2) ทดสอบอิทธิพลของ Simple Effects

จากตัวอย่างที่ 2

ข 1) $F\text{-Test (treatments)} = .1374 / .00366 = 37.55$

สรุปว่าอาหาร 4 สูตรให้ผลแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญต่อน้ำหนักที่เพิ่มขึ้น

ข 2) การทดสอบ Simple Effects

A = ไวตามิน B₁₂ ($a_1 = 0$ mg., $a_2 = 5$ mg.)

B = แอนตีไบโอติก ($b_1 = 0$ mg., $b_2 = 40$ mg.)

วิธีการ ค่าเฉลี่ย	a_1b_1	a_1b_2	a_2b_1	a_2b_2	$\sum C_j \bar{X}$	SS	F - Ratio
1) A at b_1	-1	0	+1	0	.03	.00135	< 1
1) A at b_2	0	-1	0	+1	.51	.39015	106.6 **
1) B at a_1	-1	+1	0	0	-0.16	.0368	10.49 *
1) B at a_2	0	0	-1	+1	.32	.15649	41.97 **

หมายเหตุ : $SS (A \text{ at } b_1) = 3 (.03)(.03) / 2 = .00135 \quad (r = 3)$

$MS (error) = .00366 \quad (8 \text{ df})$

ค่าจากตาราง F ณ ระดับนัยสำคัญต่างของ $f_{1,8}$ มีดังนี้

ที่ $f_{.10} = 3.46 \quad f_{.05} = 5.32 \quad f_{.025} = 7.57 \quad f_{.01} = 11.26 \quad f_{.005} = 14.69$

สรุปผลการทดสอบ

- 1 การให้วิตามิน B₁₂ เพียงอย่างเดียวไม่มีผลต่อการเพิ่มน้ำหนัก
- 2 การให้วิตามิน B₁₂ ในขนาด 5 mg. ควบคู่กับ แอนตี้ไบโอติก ขนาด 40 mg. มีผลทำให้น้ำหนักเพิ่มขึ้นสูงกว่า การไม่ให้วิตามิน (คือมีเฉพาะแอนตี้ไบโอติก) ($p\text{-value} \approx 0$)
- 3 การให้แอนตี้ไบโอติกขนาด 40 mg. เพียงอย่างเดียวมีผลทำให้น้ำหนักสัตว์ลดลง ($.05 < p\text{-value} < .01$)
- 4 การให้แอนตี้ไบโอติกขนาด 40 mg. ควบคู่กับวิตามิน B₁₂ ขนาด 5 mg. ทำให้น้ำหนักเพิ่มขึ้นมากกว่าการไม่ให้แอนตี้ไบโอติก (คือมีเฉพาะวิตามิน B₁₂) ($p\text{-value} < .005$)

ค่า P - VALUE

ปัจจุบันนิยมสรุปผลโดยการระบุค่า $p\text{-value}$

$p\text{-value} = P(F > F \text{ สถิติที่คำนวณได้})$

เนื่องจากไม่ทราบพื้นที่ที่แท้จริงจึงใช้วิธีการระบุเป็นช่วงว่ามีพื้นที่ (prob) อยู่ระหว่างค่าใดบ้าง เพราะมีตารางโค้งปกติมาตรฐานเพียงตารางเดียวเท่านั้นที่สามารถระบุค่า $p\text{-value}$ (ซึ่งคือพื้นที่ภายใต้โค้ง) สำหรับทุกๆค่าของ Z ที่คำนวณได้ ส่วนค่าสถิติอื่นๆ เช่น ค่า T, F และ χ^2 จะระบุในรูป $>$ หรือ $<$ หรือระบุในรูปช่วง ดังนั้นการสรุปผลว่ามีนัยสำคัญที่ระดับใดจะต้องนำค่า $p\text{-value}$ เทียบกับระดับนัยสำคัญ α_0 ที่ระบุ

ถ้า $p\text{-value} < \alpha_0$ ให้ปฏิเสธ H_0 ที่ระดับนัยสำคัญ α_0

ถ้า $p\text{-value} > \alpha_0$ ยังปฏิเสธ H_0 ที่ระดับนัยสำคัญ α_0 ไม่ได้

QUASI F RATIOS

ในกรณีที่ไม่มี exact F ratio เพื่อทดสอบบางอิทธิพลในการทดลองแบบ Factorial (random model) จะต้องใช้ในส่วนผสมของค่า Mean Square ตั้งแต่ 2 จำนวนขึ้นไป โดยใช้การ Derive จากค่า Expected Mean Square ซึ่งเป็นวิธีการที่เสนอแนะโดย Satterthwaite เช่นในการทดสอบ Main effect (A) เพื่อให้ได้ตัวหารเท่ากับตัวตั้ง จะต้องใช้

$$\{ MS(AC) + MS(AB) - MS(ABC) \} = \{ MS_1 + MS_2 - MS_3 \}$$

ค่า F' ที่คำนวณได้ เรียกว่า quasi F ratio ให้นำไปเทียบกับ F ตารางที่ $df_1 = a - 1$ แต่ต้องประมาณค่า df_2 โดยวิธีการของ Satterthwaite ดังนี้

$$df_2 = \{ MS_1 + MS_2 - MS_3 \}^2 / \{ MS_1^2/df_1 + MS_2^2/df_2 + MS_3^2/df_3 \}$$

ปัญหาหนึ่งที่พบบ่อยคืออาจได้ ค่า df_2 เป็นค่าติดลบ จึงนิยมใช้การเพิ่มค่าให้กับตัวตั้ง มากกว่าการนำค่า Mean Square ไปหักออกจากตัวหาร ดังนั้นค่าทดสอบคือ

$$\begin{aligned} F'' &= \{ MS(A) + MS(ABC) \} / \{ MS(AC) + MS(AB) \} \\ &= \{ MS_1 + MS_2 \} / \{ MS_3 + MS_4 \} \end{aligned}$$

และต้องประมาณค่าทั้ง df_1 และ df_2 ดังนี้

$$df_1 = \{ MS_1 + MS_2 \}^2 / \{ MS_1^2/df_1 + MS_2^2/df_2 \} \quad \text{และ}$$

$$df_2 = \{ MS_3 + MS_4 \}^2 / \{ MS_3^2/df_3 + MS_4^2/df_4 \}$$

สำหรับ Quasi F Ratio สำหรับทดสอบ main effect (B) และ main effect (C) คือ

$$F' = \{ MS(B) \} / \{ MS(AB) + MS(BC) - MS(ABC) \} \quad \text{หรือ}$$

$$F' = \{ MS(B) + MS(ABC) \} / \{ MS(AB) + MS(BC) \}$$

และ

$$F'' = \{ MS(C) \} / \{ MS(AC) + MS(BC) - MS(ABC) \} \quad \text{หรือ}$$

$$F'' = \{ MS(C) + MS(ABC) \} / \{ MS(AC) + MS(BC) \}$$

บทที่ 7 การวางแผนแบบ SPLIT - PLOT

จากตัวอย่างที่ 2 เปรียบเทียบผลผลิตข้าวโพดในแปลงไม่ทอดน้ำ, ทอดน้ำ (a_1, a_2) โดยใช้ความหนาแน่น 3 ระดับ (b_1, b_2, b_3) และใช้ปุ๋ยไนโตรเจน 3 ระดับ (c_1, c_2, c_3) ผลการทดสอบพบว่า Interaction AB และ AC มีนัยสำคัญ แสดงว่าอิทธิพลของ Main Effect B (ความหนาแน่นของแปลงปลูก) และ Main Effect C (ปุ๋ย 3 ระดับ) นำจะให้ผลต่างกันที่ 2 ระดับของ A (ไม่ทอดน้ำ, ทอดน้ำ) จึงนำตรวจดูผลรวมของ AB และ AC จากตาราง

	b_1	b_2	b_3			c_1	c_2	c_3	
a_1	1064	1138	1002	3204	a_1	1047	1058	1099	3204
a_2	1142	1353	1461	3956	a_2	1163	1356	1437	3956
	2206	2491	2463	7160		2210	2414	2536	7160

จะเห็นว่าในแปลงที่ไม่มีการทอดน้ำ (a_1) การเพิ่มขึ้นของผลผลิตเมื่อเพิ่มความหนาแน่น (b_1, b_2, b_3) ไม่ชัดเจนมากนัก (1064, 1138, 1002) และไม่เพิ่มขึ้นชัดเจนเช่นกันเมื่อเพิ่มปุ๋ยไนโตรเจนในอัตราที่สูงขึ้น (1047, 1058, 1099) แต่ในแปลงที่มีการทอดน้ำ (a_2) จะมีการเปลี่ยนแปลงคือเพิ่มขึ้นที่ชัดเจน (1142, 1353, 1461 และ 1163, 1356, 1437)

เนื่องจากการเพิ่มขึ้นของผลผลิตซึ่งเป็นผลตอบสนองของ Main Effect (B) และ (C) เมื่อทดสอบแล้วพบว่าเป็นแบบเชิงเส้นตรง (Linear)

บทที่ 11 สถิติไม่มีพารามิเตอร์

แบบทดสอบเดอร์บิน (Durbin's Test for Balanced Incomplete Block Design)

ในการวางแผนทดลองชนิดแบ่งบล็อกสมบูรณ์นั้น ทุกกรรมวิธีจะใช้กับทุกบล็อก แต่ในบางครั้งก็เป็นไปไม่ได้ หรือไม่สะดวกในการทดลองแบบนั้น โดยเฉพาะกรณีที่มีจำนวนกรรมวิธีมาก และขนาดบล็อกจำกัด เช่นถ้ามีอาหารต่างๆ ที่ต้องชิมถึง 20 ชนิด และให้ผู้ตัดสินแต่ละคน (บล็อก) ชิมอาหารทั้ง 20 ชนิด นั้น แล้วให้อันดับที่แก่อาหารนั้น ซึ่งจะเป็นการยากมาก แต่ถ้าให้ชิมคนละ 5 ชนิด จะสะดวกกว่า และให้อันดับได้ถูกต้องกว่า อย่างไรก็ตาม อาหารแต่ละชนิดนั้นจะต้องได้รับการทดลอง (ชิม) เท่าๆ กัน การวางแผนการทดลองชนิดนี้เรียกกันว่า การวางแผนทดลองชนิดแบ่งบล็อกไม่สมบูรณ์แต่สมดุลย์ (BIBD, Balanced Incomplete Block Design) ซึ่งมีลักษณะที่สำคัญ ดังนี้

- 1 ทวี รื่นจินดา, สถิติไร้พารามิเตอร์, กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยรามคำแหง : เลขการพิมพ์ 39224 หน้า 138 - 141

- ทุกบล็อกมี t หน่วยทดลอง ($t < k$)
- ทุกกรรมวิธีจะปรากฏใน r บล็อก หรือกรรมวิธีหนึ่งๆ จะมี r หน่วยทดลอง ($r < b$)

ทุกกรรมวิธีจะปรากฏเป็นจำนวนครั้งเท่ากับกรรมวิธีอื่นๆ

เดอร์บิน (1951) ได้เสนอแบบทดสอบชนิดอันดับที่ เพื่อใช้ทดสอบสมมติฐานที่ว่า ไม่มีความแตกต่างระหว่างกรรมวิธี ในการวิเคราะห์ข้อมูลจากการทดลองเช่นนี้โดยอาศัยวิธีการเชิงพารามิเตอร์นั้นจะต้องขึ้นอยู่กับข้อกำหนดเกี่ยวกับความเป็นปกติ (Normality) ดังนั้นแบบทดสอบเดอร์บินจึงดีกว่าแบบทดสอบเชิงพารามิเตอร์ ถ้า (1) ข้อกำหนดเกี่ยวกับความเป็นปกติไม่เป็นจริง (2) ต้องการวิธีวิเคราะห์ที่ง่ายกว่า และ (3) ค่าสังเกตเป็นแบบอันดับที่เท่านั้น แบบทดสอบเดอร์บินนี้จะเป็นแบบทดสอบฟรีดแมน ถ้าจำนวนหน่วยทดลองในแต่ละบล็อกเท่ากับจำนวนกรรมวิธี

สมมติฐานหลักที่จะทดสอบก็จะเป็น ดังนี้

$$H_0 : M_1 = M_2 = \dots = M_k$$

$$\text{หรือ } H_0 : \tau_1 = \tau_2 = \dots = \tau_k$$

ในการทดสอบสมมติฐานหลักนี้ก็อาศัยการทดลองชนิดแบ่งบล็อกไม่สมบูรณ์แต่สมดุลย์ โดยให้บล็อกเป็นอิสระซึ่งกันและกัน และภายในแต่ละบล็อกนั้นค่าสังเกตที่ได้อาจจะเรียงลำดับแบบเพิ่มขึ้นโดยอาศัยเกณฑ์บางอย่างได้ ข้อมูลที่ได้จากการทดลองชนิดนี้จะแทนด้วย X_{ij} ในเมื่อ X_{ij} แทนผลทดลองจากกรรมวิธี j ในบล็อก i แล้วให้อันดับที่แก่ X_{ij} ภายในแต่ละบล็อก โดยกำหนดอันดับ 1 แก่ค่าสังเกตที่น้อยสุดในบล็อก i อันดับ 2 แก่ค่าที่น้อยสุดรองลงมา และต่อๆ ไปจนถึงอันดับที่ t (แต่ละบล็อกมีค่าสังเกตเท่ากัน)

ให้ $R(X_{ij})$ แทนอันดับที่ของ X_{ij} เมื่อ X_{ij} มีจริง และให้ R_j เป็นผลรวมของอันดับที่ซึ่งกำหนดให้แก่ r ค่าสังเกตในกรรมวิธี j นั้น นั่นคือ

$$R_j = \sum R(X_{ij})$$

ถ้าค่าสังเกตไม่เป็นตัวเลข (Nonnumeric) แต่สามารถจะเรียงอันดับ และกำหนดอันดับที่ได้ โดยอาศัยเกณฑ์บางอย่าง แล้วอันดับที่ของแต่ละค่าสังเกตก็สามารถทำได้เช่นเดียวกับที่อธิบายมานั้น สำหรับค่าสังเกตที่เท่ากันก็กำหนดอันดับที่โดยการเฉลี่ยอันดับที่

ให้ k เป็นจำนวนกรรมวิธีทดลอง t เป็นจำนวนกรรมวิธีที่จะเปรียบเทียบต่อบล็อก ($t < k$) b เป็นจำนวนบล็อกทั้งหมด r เป็นจำนวนครั้งที่แต่ละกรรมวิธีปรากฏ ($r < b$) λ เป็นจำนวนครั้งที่กรรมวิธี i และ j ปรากฏด้วยกัน (λ จะเท่ากันสำหรับทุกคู่ของกรรมวิธี) นั่นคือ $\lambda = r(t-1) / (k-1)$ และ R_j เป็นผลรวมของอันดับที่ในกรรมวิธี j แล้วตัวสถิติทดสอบเดอร์บิน D จะกำหนดไว้ดังนี้

$$D = \frac{12(k-1)}{rk(t-1)(t+1)} \sum (R_i - r(t+1)/2)^2$$

$$D = \frac{12(k-1)}{rk(t-1)(t+1)} \sum R_i^2 - 3r(k-1)(t+1)/(t-1)$$

ถ้าสมมติฐานหลักเป็นจริง และ r โดพอ แล้วตัวสถิติ D นี้จะมีการแจกแจงไคสแควร์ ด้วยองศาความเป็นอิสระ $k-1$ ดังนั้นเกณฑ์ตัดสินใจ ณ ระดับนัยสำคัญ จึงกำหนดไว้ว่า ปฏิเสธ H_0 ถ้า D มากกว่า $\chi_{\alpha}^{2(k-1)}$

เมื่อสมมติฐานหลักได้รับการปฏิเสธ แล้วทำการเปรียบเทียบพหุคูณได้ดังนี้

$$\text{ยอมรับ } M_i = M_j, i < j \text{ ถ้า } |R_i - R_j| \leq Z_{\alpha_0} \sqrt{\frac{bt(t-1)(t+1)}{6(k-1)}}$$

ในเมื่อ $\alpha_0 = \alpha/k(k-1)$

สำหรับการวางแผนชนิดแบ่งบล็อกไม่สมบูรณ์แต่สมดุลนี้ จะได้ว่า

$$bt = kr \text{ หรือ } r = bt/k$$

และเมื่อ $t = k$ แล้วตัวสถิติทดสอบเดอร์บิน D จะเป็นตัวสถิติฟรีดแมน S

ตัวอย่าง บริษัทผู้ผลิตไอศกรีมต้องการทดสอบรสชาติไอศกรีม 7 ชนิดว่าลูกค้าชอบแตกต่างกันหรือไม่ ในการทดลองนั้นได้ใช้การวางแผนทดลองชนิดแบ่งบล็อกไม่สมบูรณ์แต่สมดุล โดยให้ผู้รับการทดลองแต่ละคนชิมไอศกรีม 3 ชนิด แล้วกำหนดอันดับ 1, 2 และ 3 ให้แก่ไอศกรีมที่ชอบมากที่สุด รองลงมา และชอบน้อยที่สุด ตามลำดับ จากการทดลองที่ใช้ผู้ทดลอง 7 ราย ได้ผลการทดลองเป็นดังนี้

ไอศกรีม	1	2	3	4	5	6	7
ผู้รับการทดลอง 1	2	3		1			
2		3	1		2		
3			2	1		3	
4				1	2		3
5	3				1	2	
6		3				1	2
7	3		1				2
R_i	8	9	4	3	5	6	7

H_0 : ไอศกรีมทั้ง 7 ชนิด ลูกค้าชอบพอๆ กัน

จากการทดลองจะได้ $k = 7$, $t = 3$, $b = 7$, $r = 3$ และ $\lambda = 1$ นั่นคือ ไอศกรีมเป็นกรรมวิธีมี 7 ชนิด จำนวนไอศกรีมที่ใช้เปรียบเทียบครั้งหนึ่งๆ เท่ากับ 3 ชนิด ผู้รับการทดลอง (บล็อก) มี 7 ราย จำนวนครั้งที่ไอศกรีมแต่ละชนิดใช้ทดลองเป็น 3 ชนิด และจำนวนครั้งที่ไอศกรีมแต่ละชนิดเปรียบเทียบกับชนิดอื่นๆ เป็น 1 นั่นเอง

เซตวิกฤตขนาด .05 จะให้ค่าวิกฤตเป็น $\chi_{(7-1)}^{2(.05)} = 12.50$ ดังนั้นจะปฏิเสธสมมติฐานหลัก ถ้า D มากกว่า 12.50

ตัวสถิติเดอร์บิน คำนวณค่าได้เป็น

$$D = \frac{12(6)}{2(4)(3)(7)} \{(8-6)^2 + (9-6)^2 + \dots + (7-6)^2\}$$

$$= 12.00$$

ซึ่งไม่อยู่ในเขตวิกฤต ดังนั้นจึงยอมรับสมมติฐานหลัก นั่นคือรสชาติของไอศกรีมทั้ง 7 ชนิดนี้ ลูกค้าชอบพอๆ กัน

ในกรณีที่ปฏิเสธสมมติฐานหลัก และจะทำการวิเคราะห์หลังทดลอง (a Post Hoc) ในความแตกต่างที่สนใจได้ สำหรับความแตกต่าง

$$\varphi = a_1 M_1 + a_2 M_2 + \dots + a_k M_k, \sum a_i = 0$$

จะประมาณด้วย

$$\hat{\varphi} = a_1 R_1 + a_2 R_2 + \dots + a_k R_k$$

$$\text{ซึ่งมีความแปรปรวนเป็น } V(\hat{\varphi}) = \frac{k(t^2-1)}{12r(k-1)} \sum a_i^2$$

ดังนั้นการวิเคราะห์หลังทดลอง จึงได้ช่วงเชื่อมั่นสำหรับ φ เป็นดังนี้

$$\varphi = \hat{\varphi} \pm \sqrt{\chi_{\alpha}^2(k-1)} \sqrt{V(\hat{\varphi})}$$

และการเปรียบเทียบเป็นคู่ที่วางแผนไว้แล้ว จะใช้วิธีการทูก็ ซึ่งกำหนดช่วงไว้ดังนี้

$$\varphi = \hat{\varphi} \pm \frac{q(\alpha, k, \infty)}{\sqrt{2}} \sqrt{V(\hat{\varphi})}$$

เบนาร์ด และ เอลเทอเรน (Benard and Eltem, 1953) ได้ขยายแบบทดสอบเดอร์บินกับกรณีที่หน่วยทดลองมีหลาย ๆ ค่าสังเกต สมมติว่ามี s ค่าสังเกต ดังนั้นบล็อกหนึ่งจะมีค่าสังเกต st ค่า และการเรียงอันดับในแต่ละบล็อกจะเป็นอันดับ 1, 2, ..., st แล้วตัวสถิติทดสอบจะเป็นดังนี้

$$D_s = \frac{12(k-1)}{rsk(t+1)(t-1)} \sum \{R_i - rs(t+1)/2\}^2$$

$$= \frac{12(k-1)}{rks(t-1)(t-1)} \sum \{R_i^2 - 3rs(k-1)(t+1)/(t+1)\}$$

ซึ่งมีการแจกแจงไคสแควร์ ด้วยองศาความเป็นอิสระ k-1 ถ้าสมมติฐานหลักเป็นจริง

เมื่อสมมติฐานหลักได้รับการปฏิเสธ การเปรียบเทียบภายหลังจะทำได้โดยใช้ความแตกต่าง

$$\varphi = \sum a_i M_i, \quad \sum a_i = 0$$

ที่มีตัวประมาณค่าเป็น

$$\hat{\varphi} = \sum a_i R_i, \quad R_i = R_i/rs$$

โดยมีความแปรปรวนของ $\hat{\varphi}$ เป็น

$$V(\hat{\varphi}) = \frac{k(t^2-1)}{12rs(k-1)} \sum a_i^2$$

ดังนั้นช่วงเชื่อมั่นสำหรับความแตกต่าง φ จะเป็น

$$\varphi = \hat{\varphi} \pm \sqrt{\chi_{\alpha}^2(k-1)} \sqrt{V(\hat{\varphi})}$$

และสำหรับความแตกต่างเป็นคู่ จะได้ช่วงเชื่อมั่นเป็น

$$\varphi = \hat{\varphi} \pm \frac{q(\alpha, k, \infty)}{\sqrt{2}} \sqrt{V(\hat{\varphi})}$$

ตัวอย่างการประมวลผลโดยโปรแกรม SPSS for Windows

ตัวอย่างที่ 1 เป็นข้อมูลจากตัวอย่างที่ 1 ในบทที่ 6 ซึ่งเป็นการเปรียบเทียบค่าดูดซึมของไขมันในขนมโดนัทระหว่างไขมัน 4 ชนิด โดยใช้แผนงานทดลองแบบ CRD ($t = 4, r = 6, N = 24$)

ตัวอย่างที่ 2 ข้อมูลคือตัวอย่างที่ 3 ในบทที่ 2 ซึ่งคือแผนงานทดลองแบบ CRD แบบมีตัวอย่างย่อย ข้อมูลคือความสูงของต้นไม้ที่ปลูกในสภาพแวดล้อมที่ต่างกัน 6 อย่าง ๆ ละ 3 กระถาง โดยในแต่ละกระถางมีต้นไม้ 4 ต้น ($t = 6, r = 3, s = 4, N = 72$)

ตัวอย่างที่ 3 ข้อมูลคือแบบฝึกหัดที่ 2 ข้อ 3 เป็นการเปรียบเทียบความผิดพลาดในการหาทางออกระหว่างหนู 2 กลุ่มทดลอง โดยใช้แผนงานทดลองแบบ CRD ($t = 2, r = 20, n = 40$)

ตัวอย่างที่ 4 ข้อมูลจากแบบฝึกหัดที่ 2 ข้อ 5 เป็นการเปรียบเทียบเปอร์เซ็นต์การดูดซึมในแผ่นคอนกรีตซึ่งผลิตจากส่วนผสมหรือสูตรที่ต่างกัน 5 สูตร ๆ ละ 4 ก้อนโดยใช้แผนงานทดลองแบบ CRD ($t = 5, r = 4, N = 20$)

ตัวอย่างที่ 5 คือตัวอย่างในบทที่ 3 ข้อมูลคือจำนวนเมล็ดถั่วเหลืองที่ไม่งอกจากที่เพาะไว้ 100 เมล็ด ก่อนนำไปปลูกได้รูปฮอริโมนที่ต่างกัน 5 ชนิด โดยใช้แผนงานทดลองแบบ RCB ที่มี 5 บล็อก ($t = 5, r = 5, N = 25$)

ตัวอย่างที่ 6 คือตัวอย่างในบทที่ 4 ซึ่งคือแผนงานทดลองแบบจัดสุ่มลาดินขนาด 5×5 ข้อมูลคือผลผลิตข้าวมีเลห์ซึ่งปลูกโดยใช้ระยะห่างระหว่างต้นที่ต่างกัน 5 ขนาด

ตัวอย่างที่ 7 คือตัวอย่างที่ 1 ของบทที่ 6 ข้อมูลคือค่าวิเคราะห์ไคตาโมินซีจากใบผักคะน้า 2 ขนาด จากใบที่แช่ต่าง และไม่แช่ต่าง เป็นแผนงานทดลองแบบ 2×2 factorial ใน RCB ($a = 2, b = 2, t = 4, r = 3, n = 12$)

ตัวอย่างที่ 8 คือตัวอย่างที่ 2 บทที่ 6 ข้อมูลคือน้ำหนักที่เพิ่มขึ้นของหมูที่กินอาหารที่เพิ่มอาหารเสริม 4 สูตร เป็นแผนงานทดลองแบบ 2×2 factorial ใน CRD, factor A = ไวตาโมิน factor B = ยา antibiotics ($a = 2, b = 2, t = 4, r = 3, N = 12$)

ตัวอย่างที่ 9 คือแบบฝึกหัดที่ 6 ข้อ 5 เป็นแผนงานทดลองแบบ 3×3 factorial ใน CRD ข้อมูลคือคะแนนความสวยงามของพื้นห้องภายหลังการขัดถูด้วยขี้ผึ้งที่ต่างกัน 3 ชนิดโดยใช้เวลาที่ต่างกัน 3 ระยะเวลา ($a = 3, b = 3, t = 9, r = 2, N = 18$)

ตัวอย่างที่ 10 คือแบบฝึกหัดที่ 6 ข้อ 9 เป็น 3×3 factorial ใน CRD ข้อมูลคือจำนวนในโตรเจนขนาดต่างๆ 3 ขนาดที่เลื้อยจับอยู่ที่ใบไม้หลังจากทิ้งไว้ในระยะเวลาที่ต่างกัน 3 ระยะเวลา ($a = 3, b = 3, t = 9, r = 2, N = 18$)

ตัวอย่างที่ 11 คือตัวอย่างที่ 1 ในบทที่ 10 เป็นการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมในแผนงานทดลองแบบ CRD ของหนูที่เลี้ยงด้วยอาหาร 4 สูตรๆละ 6 ตัว Y คือน้ำหนักที่เพิ่มขึ้น X คือน้ำหนักของหนูตอนเริ่มต้นทำการทดลอง ($t = 4, r = 6, N = 24$)

ตัวอย่างที่ 12 คือตัวอย่างที่ 1 ในบทที่ 10 เป็นการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมในแผนงานทดลองแบบ RCB X คือผลผลิต/แปลงจากการทดลองก่อน Y คือผลผลิต/แปลงของพืช 3 สายพันธุ์ ($t = 3, r = 4, N = 12$)

ตัวอย่างที่ 13 คือตัวอย่างที่ 3 ในบทที่ 10 เป็นการวิเคราะห์ร่วมของงานทดลองแบบ 3×2 factorial ใน RCB ที่มี 5 blocks X คือน้ำหนักเริ่มต้นของหนูขณะเริ่มงานทดลอง Y คือน้ำหนักสุดท้ายเมื่อจบงานทดลอง factor คือสูตรอาหาร 3 สูตร factor คือเพศของสัตว์ทดลอง ($a = 3, b = 2, t = 6, r = 5$)

ตัวอย่างที่ 14 คือการใช้วิธีสถิติไม่มีพารามิเตอร์กับข้อมูลในตัวอย่างที่ 1 ของบทที่ 2 เป็นการเปรียบเทียบค่าดูดซึมในขนมโดนัทระหว่างไขมัน 4 ชนิดๆละ 6 ก้อน โดยใช้แบบทดสอบของ Kruskal – Wallis

ตัวอย่างที่ 15 คือตัวอย่างที่ 1 ในบทที่ 11 เป็นการใชแบบทดสอบ Kruskal– Wallis กับ ข้อมูลจากแผนงานทดลองแบบ CRD ข้อมูลคือคะแนนสอบของนักเรียน จำแนกตามสภาพเศรษฐกิจ 4 กลุ่มๆละ 8 คน ($t=4, r=8, N=32$)

ตัวอย่างที่ 16 คือตัวอย่างที่ 2 ในบทที่ 11 เป็นการใชแบบทดสอบ Friedman กับ ข้อมูลจากแผนงานทดลอง RCB ข้อมูลคือคะแนนสอบของนักเรียน จำแนกตามสภาพเศรษฐกิจ 4 อย่าง (วิธีการ) ใน 8 block ($t=4, r=8, N=32$)

ตัวอย่างที่ 1 เป็นข้อมูลจากตัวอย่างที่ 1 ในบทที่ 6 ซึ่งเป็นการเปรียบเทียบค่าดูดซึมของไขมัน
ในขนมโดนัทระหว่างไขมัน 4 ชนิด โดยใช้แผนงานทดลองแบบ CRD ($t = 4, r = 6, N = 24$)

	fat	x
1	1	64
2	1	72
3	1	68
4	1	77
5	1	56
6	1	95
7	2	78
8	2	91
9	2	97
10	2	82
11	2	85
12	2	77
13	3	75
14	3	93
15	3	78
16	3	71
17	3	63
18	3	76
19	4	55
20	4	66
21	4	49
22	4	64
23	4	70
24	4	68

ANOVA
VARIABLES=x
BY fat(1 4)
/MAXORDERS NONE
/METHOD UNIQUE .

ANOVA^{a,b}

	Unique Method				
	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Main Effects	1636.500	3	545.500	5.406	.007
Model	1636.500	3	545.500	5.406	.007
Residual	2018.000	20	100.900		
Total	3654.500	23	158.891		

a. X by FAT

b. All effects entered simultaneously

ตัวอย่างที่ 2 ข้อมูลคือตัวอย่างที่ 3 ในบทที่ 2 ซึ่งคือแผนงานทดลองแบบ CRD แบบมีตัวอย่างย่อย ข้อมูลคือความสูงของต้นไม้ที่ปลูกในสภาพแวดล้อมที่ต่างกัน 6 อย่าง ทุละ 3 กระถาง โดยในแต่ละกระถางมีต้นไม้ 4 ต้น ($t=6, r=3, s=4, N=72$)

	treat	pot	tree	x
1	1	1	1	3.5
2	1	1	2	4.0
3	1	1	3	3.0
4	1	1	4	4.5
5	1	2	1	2.5
6	1	2	2	4.5
7	1	2	3	5.5
8	1	2	4	5.0
9	1	3	1	3.0
10	1	3	2	3.0
11	1	3	3	2.5
12	1	3	4	3.0

69	6	3	1	11.0
70	6	3	2	7.0
71	6	3	3	9.0
72	6	3	4	8.0

MANOVA X BY TREAT(1,6) POT(1,3) TREE(1,4)
 /DESIGN TREAT POT WITHIN TREAT TREE WITHIN POT WITHIN TREAT.

* * * * * A n a l y s i s o f V a r i a n c e -- design 1 * * * * *

Tests of Significance for X using UNIQUE sums of squares

Source of Variation	SS	DF	MS	F	Sig of F
RESIDUAL	.00	0	.		
TREAT	179.64	5	35.93	.	.
POT WITHIN TREAT	25.83	12	2.15	.	.
TREE WITHIN POT WITH IN TREAT	50.44	54	.93	.	.
(Model)	255.91	71	3.60	.	.
(Total)	255.91	71	3.60		

R-Squared = 1.000

ตัวอย่างที่ 3 ข้อมูลคือแบบฝึกหัดที่ 2 ข้อ 3 เป็นการเปรียบเทียบความผิดพลาดในการหา
 ทางออกระหว่างหนู 2 กลุ่มทดลอง โดยใช้แผนงานทดลองแบบ CRD ($t = 2, r = 20, n = 40$)

T-Test

Group Statistics

	TREAT	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
X	1	20	9.25	2.83	.63
	2	20	7.85	2.23	.50

	treat	x
1	1	10
2	1	7
3	1	9
4	1	6
5	1	8
6	1	6
7	1	10
8	1	13
9	1	9
10	1	7
11	1	12
12	1	12
13	1	15
14	1	6
15	1	9
16	1	11
17	1	9
18	1	13
19	1	4
20	1	9
21	2	12
22	2	7
23	2	9
24	2	6
25	2	5
26	2	9
27	2	9
28	2	9
29	2	6
30	2	4

ST 332

31	2	8
32	2	4
33	2	9
34	2	10
35	2	11
36	2	6
37	2	9
38	2	7
39	2	10
40	2	7

T-TEST
 GROUPS=treat(1 2)
 /MISSING=ANALYSIS
 /VARIABLES=x
 /CRITERIA=CIN(.95) .

Independent Samples Test

		Levene's Test for Equality of Variances	
		F	Sig.
X	Equal variances assumed	.533	.470
	Equal variances not assumed		

341

Independent Samples Test

		t-test for Equality of Means						
		t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	95% Confidence Interval of the Mean	
							Lower	Upper
X	Equal variances assumed	1.739	38	.090	1.40	.81	-.23	3.03
	Equal variances not assumed	1.739	36.055	.091	1.40	.81	-.23	3.03

ตัวอย่างที่ 4 ข้อมูลจากแบบฝึกหัดที่ 2 ข้อ 5 เป็นการเปรียบเทียบเปอร์เซ็นต์การดูดซึมในแผ่นคอนกรีตซึ่งผลิตจากส่วนผสมหรือสูตรที่ต่างกัน 5 สูตรๆละ 4 ก้อนโดยใช้แผนงานทดลองแบบ CRD ($t=5, r=4, N=20$)

	formular	x
1	1	6.7
2	1	5.8
3	1	5.8
4	1	5.5
5	2	5.1
6	2	4.7
7	2	5.1
8	2	5.2
9	3	4.4
10	3	4.9
11	3	4.6
12	3	4.5
13	4	6.7
14	4	7.2
15	4	6.8
16	4	6.3
17	5	6.5
18	5	5.8
19	5	4.7
20	5	5.9

ANOVA
VARIABLES=x
BY formular(1 5)
/MAXORDERS ALL
/METHOD UNIQUE

- a. X by FORMULAR
- b. All effects entered simultaneously

ANOVA^{a,b}

		Unique Method			
		Sum of Squares	df	Mean Square	F
Main Effects	FORMULAR	11.163	4	2.791	13.102
Model		11.163	4	2.791	13.102
Residual		3.195	15	.213	
Total		14.358	19	.756	

ตัวอย่างที่ 5 คือตัวอย่างในบทที่ 3 ข้อมูลคือจำนวนเมล็ดตัวเหลืองที่ไม่งอกจากที่เพาะไว้ 100 เมล็ด ก่อนนำไปปลูกได้ชุดฮอร์โมนที่ต่างกัน 5 ชนิด โดยใช้แผนงานทดลองแบบ RCB ที่มี 5 บล็อก ($t = 5, r = 5, N = 25$)

	hormone	block	x
1	1	1	8
2	1	2	10
3	1	3	12
4	1	4	13
5	1	5	11
6	2	1	2
7	2	2	6
8	2	3	7
9	2	4	11
10	2	5	5
11	3	1	4
12	3	2	10
13	3	3	9
14	3	4	8
15	3	5	10
16	4	1	3
17	4	2	5
18	4	3	9
19	4	4	10
20	4	5	6
21	5	1	9
22	5	2	7
23	5	3	5
24	5	4	5
25	5	5	3

ANOVA
VARIABLES=x
BY block(1 5) hormone(1 5)
/MAXORDERS NONE
/METHOD UNIQUE .

ANOVA^{a,b}

		Unique Method				
		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
a. X by BLOCK, Hormone type b. All effects entered simultaneously	X	133.680	8	16.710	3.089	.026
	Main Effects (Combined)	49.840	4	12.460	2.303	.103
	BLOCK	83.840	4	20.960	3.874	.022
	Hormone type	133.680	8	16.710	3.089	.026
	Model	86.560	16	5.410		
	Residual	220.240	24	9.177		
	Total					

ตัวอย่างที่ 6 คือตัวอย่างในบทที่ 4 ซึ่งเป็นแผนงานทดลองแบบจัดสุทธาสลาคินขนาด 5 x 5
ข้อมูลคือผลผลิตข้าวมีเลทซึ่งปลูกโดยใช้ระยะห่างระหว่างต้นที่ต่างกัน 5 ขนาด

	row	col	treat	yield
1	1	1	2	257
2	2	1	4	245
3	3	1	5	182
4	4	1	1	203
5	5	1	3	231
6	1	2	5	230
7	2	2	1	283
8	3	2	2	252
9	4	2	3	204
10	5	2	4	271
11	1	3	1	279
12	2	3	5	245
13	3	3	3	280
14	4	3	4	227
15	5	3	2	266
16	1	4	3	287
17	2	4	2	280
18	3	4	4	246
19	4	4	5	193
20	5	4	1	334
21	1	5	4	202
22	2	5	3	260
23	3	5	1	250
24	4	5	2	259
25	5	5	5	338

ANOVA
VARIABLES=yield
BY col(1 5) row(1 5) treat(1 5)
/MAXORDERS NONE
/METHOD UNIQUE .

ANOVA^{a,b,c}

			Unique Method				
			Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
YIELD	Main	(Combined)	23904.080	12	1992.007	1.887	.143
	Effects	COL	6146.160	4	1536.540	1.456	.276
		ROW	13601.360	4	3400.340	3.221	.052
		TREAT	4156.560	4	1039.140	.984	.452
	Model		23904.080	12	1992.007	1.887	.143
	Residual		12667.280	12	1055.607		
	Total		36571.360	24	1523.807		

a. YIELD by COL, ROW, TREAT

b. All effects entered simultaneously

c. Due to empty cells or a singular matrix, higher order interactions have been suppressed.

ตัวอย่างที่ 7 คือตัวอย่างที่ 1 ของบทที่ 6 ข้อมูลคือค่าวิตามินซีจากใบผักคะน้า 2 ขนาด จากใบที่แช่ต่าง และไม่แช่ต่าง เป็นแผนงานทดลองแบบ 2 x 2 factorial ใน RCB
(a = 2, b = 2, t = 4, r = 3, n = 12)

GLM

```
x BY chemical size block
/METHOD = SSTYPE(3)
/INTERCEPT = INCLUDE
/CRITERIA = ALPHA(.05)
/DESIGN = chemical size chemical*size block .
```

	size	chemical	block	x
1	1	1	1	39.5
2	1	1	2	43.1
3	1	1	3	45.2
4	2	1	1	38.6
5	2	1	2	39.5
6	2	1	3	33.0
7	1	2	1	27.2
8	1	2	2	23.2
9	1	2	3	24.8
10	2	2	1	24.6
11	2	2	2	24.2
12	2	2	3	22.2

Tests of Between-Subjects Effects

Dependent Variable: X

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.	Noncent. Parameter	Observed Power ^a
Corrected Model	769.291 ^b	5	153.858	18.810	.001	94.049	.999
Intercept	12358.501	1	12358.501	1510.870	.000	1510.870	1.000
CHEMICAL	716.107	1	716.107	87.547	.000	87.547	1.000
SIZE	36.401	1	36.401	4.450	.079	4.450	.426
CHEMICAL * SIZE	13.021	1	13.021	1.592	.254	1.592	.187
BLOCK	3.762	2	1.881	.230	.801	.460	.072
Error	49.078	6	8.180				
Total	13176.870	12					
Corrected Total	818.369	11					

a. Computed using alpha = .05

b. R Squared = .940 (Adjusted R Squared = .890)

ตัวอย่างที่ 8 คือตัวอย่างที่ 2 บทที่ 6 ข้อมูลคือน้ำหนักที่เพิ่มขึ้นของหมูที่กินอาหารที่เพิ่ม
อาหารเสริม 4 สูตร เป็นแผนงานทดลองแบบ 2 x 2 factorial ใน CRD, factor A = ไวตามิน
factor B = ยา antibiotics (a = 2, b = 2, t = 4, r = 3, N = 12)

	vitamin	antibio	weight
1	1	1	1.30
2	1	1	1.19
3	1	1	1.08
4	2	1	1.26
5	2	1	1.21
6	2	1	1.19
7	1	2	1.05
8	1	2	1.00
9	1	2	1.05
10	2	2	1.52
11	2	2	1.56
12	2	2	1.55

ANOVA
VARIABLES=weight
BY antibio(1 2) vitamin(1 2)
/MAXORDERS ALL
/METHOD UNIQUE .

a. WEIGHT by ANTIBIO, VITAMIN

ANOVA^{a,b}

b. All effects entered simultaneously

			Unique Method				
			Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
WEIGHT	Main Effects	(Combined)	.240	2	.120	32.664	.000
		ANTIBIO	2.083E-02	1	2.083E-02	5.682	.044
		VITAMIN	.219	1	.219	59.645	.000
	2-Way Interactions	ANTIBIO	.173	1	.173	47.127	.000
		VITAMIN	.173	1	.173	47.127	.000
	Model		.412	3	.137	37.485	.000
	Residual		2.933E-02	8	3.667E-03		
	Total		.442	11	4.015E-02		

ตัวอย่างที่ 9 คือแบบฝึกหัดที่ 6 ข้อ 5 เป็นแผนงานทดลองแบบ 3 x 3 factorial ใน CRD
ข้อมูลคือคะแนนความสวยงามของพื้นห้องภายหลังการขัดถูด้วยขี้ผึ้งที่ต่างกัน 3 ชนิดโดยใช้เวลา
ที่ต่างกัน 3 ระยะเวลา (a = 3, b = 3, t = 9, r = 2, N = 18)

	wax	time	grade
1	1	1	7.0
2	1	1	8.0
3	1	2	7.5
4	1	2	7.4
5	1	3	8.2
6	1	3	8.6
7	2	1	7.0
8	2	1	7.0
9	2	2	7.2
10	2	2	7.6
11	2	3	7.1
12	2	3	7.0
13	3	1	8.0
14	3	1	8.0
15	3	2	9.2
16	3	2	9.4
17	3	3	9.6
18	3	3	9.5

ANOVA
VARIABLES=grade
BY time(13) wax(13)
/MAXORDERS 2
/METHOD UNIQUE

ANOVA^{a,b} a. GRADE by TIME. WAX
b. All effects entered simultaneously

			Unique Method				
			Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Main Effects	(Combined)		12.159	4	3.040	39.363	.000
	TIME		2.154	2	1.077	13.950	.002
	WAX		10.004	2	5.002	64.777	.000
2-Way Interactions	TIME * WAX		1.949	4	.487	6.309	.011
Model			14.108	8	1.763	22.836	.000
Residual			.695	9	7.722E-02		
Total			14.803	17	.871		

ตัวอย่างที่ 10 คือแบบฝึกหัดที่ 6 ข้อ 9 เป็น 3×3 factorial ใน CRD ข้อมูลคือจำนวนไนโตรเจนขนาดต่างๆ 3 ขนาดที่เหลืจบัอยู่ที่ใบไม้หลังจากทิ้งไว้ในระยะเวลาที่ต่างกัน 3 ระยะเวลา ($a=3, b=3, t=9, r=2, N=18$)

	time	nitrogen	x
1	1	1	2.29
2	1	2	6.50
3	1	3	8.75
4	1	1	2.24
5	1	2	5.94
6	1	3	9.52
7	2	1	.46
8	2	2	3.03
9	2	3	2.49
10	2	1	.19
11	2	2	1.00
12	2	3	2.04
13	3	1	.00
14	3	2	.75
15	3	3	1.40
16	3	1	.26
17	3	2	1.16
18	3	3	1.81

ANOVA
VARIABLES=x
BY nitrogen(1 3) time(1 3)
/MAXORDERS 2
/METHOD UNIQUE .

ANOVA^{a,b} a. X by NITROGEN, TIME
b. All effects entered simultaneously

			Unique Method				
			Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
X	Main Effects	(Combined)	124.035	4	31.009	97.766	.000
		NITROGEN	36.044	2	18.022	56.820	.000
		TIME	87.992	2	43.996	138.713	.000
	2-Way Interactions	NITROGEN * TIME	18.154	4	4.539	14.310	.001
	Model		142.190	8	17.774	56.038	.000
	Residual		2.855	9	.317		
	Total		145.044	17	8.532		

ตัวอย่างที่ 11 คือตัวอย่างที่ 1 ในบทที่ 10 เป็นการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมในแผนงานทดลองแบบ CRD ของหนูที่เลี้ยงด้วยอาหาร 4 สูตรละ 6 ตัว Y คือน้ำหนักที่เพิ่มขึ้น X คือน้ำหนักของหนูตอนเริ่มต้นทำการทดลอง ($t = 4, r = 6, N = 24$)

	treat	x	y
1	1	30	165
2	1	27	170
3	1	20	130
4	1	21	156
5	1	33	167
6	1	29	151
7	2	24	180
8	2	31	169
9	2	20	171
10	2	26	161
11	2	20	180
12	2	25	170
13	3	34	156
14	3	32	189
15	3	35	138
16	3	35	190
17	3	30	160
18	3	29	172
19	4	41	201
20	4	32	173
21	4	30	200
22	4	35	193
23	4	28	142
24	4	36	189

```
ANOVA
  VARIABLES=y
  BY treat(1 4)
  WITH x
  /MAXORDERS NONE
  /METHOD UNIQUE .
```

		Unique Method				
		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Y	Covariates	X				
	Main Effects	TREAT				
	Model					
	Residual					
	Total					

a. Y by TREAT with X

b. All effects entered simultaneously

ตัวอย่างที่ 12 คือตัวอย่างที่ 1 ในบทที่ 10 เป็นการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมในแผนงาน
ทดลองแบบ RCB X คือผลผลิต/แปลงจากการทดลองก่อน Y คือผลผลิต/แปลง
ของพืช 3 สายพันธุ์ ($t = 3, r = 4, N = 12$)

	variety	block	x	y
1	1	1	54	64
2	1	2	62	68
3	1	3	51	54
4	1	4	53	62
5	2	1	51	65
6	2	2	64	69
7	2	3	47	60
8	2	4	50	66
9	3	1	57	72
10	3	2	60	70
11	3	3	46	57
12	3	4	41	61

ANOVA
VARIABLES=y
BY block(1 4) variety(1 3)
WITH x
/MAXORDERS NONE
/METHOD UNIQUE .

ANOVA^{a,b}

			Unique Method				
			Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Y	Covariates	X	24.605	1	24.605	5.258	.070
	Main Effects	(Combined)	141.468	5	28.294	6.047	.035
		BLOCK	77.227	3	25.742	5.502	.048
		VARIETY	44.503	2	22.251	4.756	.070
	Model		300.605	6	50.101	10.707	.010
	Residual		23.395	5	4.679		
	Total		324.000	11	29.455		

a. Y by BLOCK, VARIETY with X

b. All effects entered simultaneously

ตัวอย่างที่ 13 คือตัวอย่างที่ 3 ในบทที่ 10 เป็นการวิเคราะห์ห้วมของงานทดลองแบบ 3 x 2 factorial ใน RCB ที่มี 5 blocks X คือน้ำหนักเริ่มต้นของหนูขณะเริ่มงานทดลอง Y คือน้ำหนักสุดท้ายเมื่อจบงานทดลอง factor คือสูตรอาหาร 3 สูตร factor คือ เพศของสัตว์ทดลอง (a = 3, b = 2, t = 6, r = 5)

Univariate Analysis of Variance

Between-Subjects Factors

	N
FOOD 1	10
2	10
3	10
SEX 1	15
2	15
BLOCK 1	6
2	6
3	6
4	6
5	6

UNIANOVA

y BY food sex block WITH x
 /METHOD = SSTYPE(3)
 /INTERCEPT = INCLUDE
 /CRITERIA = ALPHA(.05)
 /DESIGN = x food sex block food*sex .

Tests of Between-Subjects Effects

Dependent Variable: Y

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Corrected Model	11.530 ^a	10	1.153	4.549	.002
Intercept	8.994	1	8.994	35.487	.000
X	3.499	1	3.499	13.805	.001
FOOD	2.337	2	1.168	4.609	.023
SEX	1.259	1	1.259	4.969	.038
BLOCK	2.359	4	.590	2.327	.093
FOOD * SEX	9.769E-02	2	4.884E-02	.193	.826
Error	4.816	19	.253		
Total	2613.464	30			
Corrected Total	16.345	29			

a. R Squared = .705 (Adjusted R Squared = .550)

	food	sex	block	x	y
1	1	1	1	38	9.52
2	1	2	1	48	9.94
3	1	1	2	35	8.21
4	1	2	2	32	9.48
5	1	1	3	41	9.32
6	1	2	3	35	9.32
7	1	1	4	48	10.56
8	1	2	4	46	10.90
9	1	1	5	43	10.42
10	1	2	5	32	8.82
11	2	1	1	39	8.51
12	2	2	1	48	10.00
13	2	1	2	38	9.95
14	2	2	2	32	9.24
15	2	1	3	46	8.43
16	2	2	3	41	9.34
17	2	1	4	40	8.86
18	2	2	4	46	9.68
19	2	1	5	40	9.20
20	2	2	5	37	9.67
21	3	1	1	48	9.11
22	3	2	1	48	9.75
23	3	1	2	37	8.50
24	3	2	2	28	8.66
25	3	1	3	42	8.90
26	3	2	3	33	7.63
27	3	1	4	42	9.51
28	3	2	4	50	10.37
29	3	1	5	40	8.76
30	3	2	5	30	8.57

ตัวอย่างที่ 14 คือการใช้วิธีสถิติไม่มีพารามิเตอร์กับข้อมูลในตัวอย่างที่ 1 ของบทที่ 2 เป็นการเปรียบเทียบค่าดูดซึมในขนมโดนัทระหว่างไขมัน 4 ชนิดๆละ 6 ก้อน โดยใช้แบบทดสอบของ Kruskal – Wallis

	fat	x
1	1	64
2	1	72
3	1	68
4	1	77
5	1	56
6	1	95
7	2	78
8	2	91
9	2	97
10	2	82
11	2	85
12	2	77
13	3	75
14	3	93
15	3	78
16	3	71
17	3	63
18	3	76
19	4	55
20	4	66
21	4	49
22	4	64
23	4	70
24	4	68

NPART TESTS
/K-W=score BY trt(1 4)
/MISSING ANALYSIS.

NPar Tests

Kruskal-Wallis Test

Ranks

	FORMULAR	N	Mean Rank
X	1	4	12.88
	2	4	7.13
	3	4	3.00
	4	4	17.88
	5	4	11.63
	Total	20	

Test Statistics^{a,b}

	X
Chi-Square	14.814
df	4
Asymp. Sig.	.005

a. Kruskal Wallis Test

b. Grouping Variable: FORMULAR

	trt	score
1	1	3
2	1	6
3	1	3
4	1	3
5	1	1
6	1	2
7	1	2
8	1	2
9	2	4
10	2	5
11	2	4
12	2	3
13	2	2
14	2	3
15	2	4
16	2	3
17	3	7
18	3	8
19	3	7
20	3	6
21	3	5
22	3	6
23	3	5
24	3	6
25	4	7
26	4	8
27	4	9
28	4	8
29	4	10
30	4	10
31	4	9
32	4	11

ตัวอย่างที่ 15 คือตัวอย่างที่ 1 ในบทที่ 11

เป็นการใช้แบบทดสอบ Kruskal- Wallis

กับ ข้อมูลจากแผนงานทดลองแบบ CRD

ข้อมูลคือคะแนนสอบของนักเรียน จำแนกตามสภาพ

เศรษฐกิจ 4 กลุ่มๆละ 8 คน

(t = 4, r = 8, N = 32)

NPAR TESTS

/K-W=score BY trt(1 4)
/MISSING ANALYSIS.

NPar Tests

Kruskal-Wallis Test

Ranks

	TRT	N	Mean Rank
SCORE	1	8	7.06
	2	8	10.50
	3	8	20.31
	4	8	28.13
	Total	32	

Test Statistics^{a,b}

	SCORE
Chi-Square	25.315
df	3
Asymp. Sig.	.000

a. Kruskal Wallis Test

b. Grouping Variable: TRT

ตัวอย่างที่ 16 คือตัวอย่างที่ 2 ในบทที่ 11 เป็นการใชแบบทดสอบ Friedman กับ ข้อมูลจากแผนงานทดลอง RCB ข้อมูลคือคะแนนสอบของนักเรียน จำแนกตามสภาพเศรษฐกิจ 4 อย่าง (วิธีการ) ใน 8 block ($t = 4, r = 8, N = 32$)

	block	trt1	trt2	trt3	trt4
1	1	3	4	7	7
2	2	6	5	8	8
3	3	3	4	7	9
4	4	3	3	6	8
5	5	1	2	5	10
6	6	2	3	6	10
7	7	2	4	5	9
8	8	2	3	6	11

NPar Tests

Friedman Test

Ranks

	Mean Rank
TRT1	1.19
TRT2	1.81
TRT3	3.13
TRT4	3.88

NPAR TESTS
/FRIEDMAN = trt1 trt2 trt3 trt4
/MISSING LISTWISE.

Test Statistic9

N	8
Chi-Square	22.325
df	3
Asymp. Sig.	.000

a. Friedman Test