

# บทที่ 8

## อิทธิพลพัวพัน และอาการทดลองแบบ

### Fractional Replication

#### ความหมายของ Confounding (อิทธิพลพัวพัน)

Confounding คือวิธีการลดขนาดบล็อกให้เล็กลง โดยยอมเสียสละการทดสอบอิทธิพลร่วมระดับสูง (High order interaction)

confounding แบ่งเป็น 2 แบบ คือ แบบสมบูรณ์ และแบบบางส่วน เช่น การทดลองแบบ  $2 \times 2 \times 2 = 8$  กรรมวิธี มี 3 แฟกเตอร์ คือ A,B,C แต่ละแฟกเตอร์มี 2 ระดับ ถ้าใช้แผนงานทดลองแบบบล็อกสมบูรณ์ แต่ละบล็อกต้องมีครบทั้ง 8 วิธีการ จึงจะเป็นบล็อกสมบูรณ์ แต่ในทางปฏิบัติอาจกระทำไม่ได้ไม่ยากนัก เพราะบล็อกขนาดนี้ยังไม่ใหญ่เกินไป แต่ถ้าเพิ่มอีกแฟกเตอร์หนึ่ง คือ D ซึ่งมี 2 ระดับเช่นกัน บล็อกจะต้องประกอบด้วยหน่วยทดลอง 16 หน่วยทดลองที่มีลักษณะเป็นเอกภาพกัน ซึ่งนับว่าค่อนข้างใหญ่ อาจมีปัญหาหาหน่วยทดลอง (plot) ได้ไม่ครบในแต่ละบล็อก เพื่อประกอบความเข้าใจ จะขอยกตัวอย่างบล็อกขนาดเล็กก่อน เพื่อให้เข้าใจหลักการ confounding

ถ้ามีปัญหาไม่สามารถสร้างบล็อกขนาด 8 แปลงได้ จะต้องเสียสละอิทธิพลร่วมกันเพื่อให้พัวพันกับอิทธิพลของบล็อก จึงจะทดสอบอิทธิพลที่ถูกพัวพันไม่ได้ เช่น สมมติต้องแบ่งเป็น 2 บล็อก ๆ ละ 4 วิธีการ มีหลักการสร้างบล็อก ดังนี้

1. เลือกอิทธิพลที่ให้พัวพันกับบล็อก คืออิทธิพลที่ผู้ทดลองไม่สนใจ ปกติควรเป็นอิทธิพลร่วมระดับสูง อิทธิพลที่ใช้ในการแบ่งบล็อกนี้เรียกว่า defining contrast
2. ใช้กฎการสร้างการเปรียบเทียบ คือแบ่งวิธีการทั้งหมดเป็น 2 ส่วน โดยใช้เครื่องหมายบวกและลบ และต้องมีจำนวนเท่ากัน ตามกฎที่ว่า  $\sum c_i = 0$
3. จัดวิธีการที่มีเครื่องหมายเหมือนกันไว้ในบล็อกเดียวกันแบบสุ่ม

ตัวอย่าง ให้ใช้ ABC เป็น contrast ในการจัดบล็อกของ  $2 \times 2 \times 2$  แฟกทอเรียล

อิทธิพล \ วิธีการ	วิธีการ							
	(1)	a	b	ab	c	ac	bc	abc
A	-1	+1	-1	+1	-1	+1	-1	+1
B	-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	+1
C	-1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	+1

อิทธิพล	วิธีการ								
	(1)	a	b	ab	c	ac	bc	abc	
AB	+1	-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	
AC	+1	-1	+1	-1	-1	+1	-1	+1	
BC	+1	+1	-1	-1	-1	+1	-1	+1	
ABC	-1	+1	+1	-1	+1	-1	-1	+1	

สัญลักษณ์ที่ใช้มีความหมายดังนี้

วิธีการ	หมายถึง
(1)	ทุกระดับของ A,B,C เป็นระดับต่ำสุด คือ $a_0 b_0 c_0$
a	ใช้ระดับสูงของ A ระดับต่ำของ B, C คือ $a_1 b_0 c_0$
b	ใช้ระดับสูงของ B ระดับต่ำของ A, C คือ $a_0 b_1 c_0$
ab	ใช้ระดับสูงของ A, B ระดับต่ำของ C คือ $a_1 b_1 c_0$
c	ใช้ระดับสูงของ C ระดับต่ำของ A,B คือ $a_0 b_0 c_1$
ac	ใช้ระดับสูงของ A, C ระดับต่ำของ B คือ $a_1 b_0 c_1$
bc	ใช้ระดับสูงของ B, C ระดับต่ำของ A คือ $a_0 b_1 c_1$
abc	ใช้ระดับสูงของ A, B, C คือ $a_1 b_1 c_1$

พึงสังเกตว่าใช้ตัวอักษรเล็กแทนวิธีการ และตัวอักษรใหญ่แทนอิทธิพลหลักและอิทธิพลร่วม เมื่อสร้างการเปรียบเทียบของอิทธิพล ABC จะได้วิธีการ 2 กลุ่ม คือพวกเครื่องหมายลบ และ บวก ได้แก่

	บล็อกที่ 1	บล็อกที่ 2	
เครื่องหมาย	-	+	พึงสังเกตว่า การหาผลบวกกำลังสองของ ABC
	(1)	a	$= (\sum C_i T_i)_{ABC}^2 / r \sum C_i^2$
	ab	b	$(\sum C_i T_i)_{ABC} = \text{block 1} - \text{block 2}$
	ac	c	
	bc	abc	จึงไม่สามารถแยกเป็นส่วนใดเป็นอิทธิพลของ ABC และส่วนใดเป็นอิทธิพลของบล็อก

ถ้าจะทำการทดลองหลายซ้ำ เช่นมี 3 ซ้ำ โดยใช้ ABC เป็น defining contrast จะมีทั้งหมด 6 บล็อก (1 ซ้ำมี 2 บล็อก) และมีแผนผังงานทดลองดังนี้

บล็อก	rep.1		rep.2		rep.3	
	1	2	3	4	5	6
	abc	ab	abc	ab	abc	ab
	a	ac	a	ac	a	ac
	b	bc	b	bc	b	bc
	c	(1)	c	(1)	c	(1)

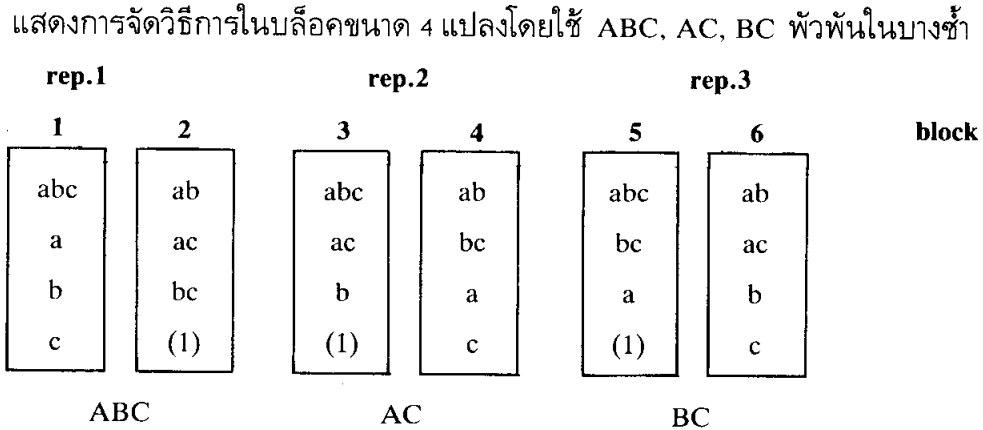
จากแผนผัง จะเห็นว่า ผลรวมของบล็อก 1, 3, 5 ลบด้วย 2, 4, 6 คือ ABC นั้นเอง การจัดโดยใช้อิทธิพลเดียวเป็น defining contrast สำหรับทุก ๆ ซ้ำเรียกว่า อิทธิพลของ ABC ถูกพัวพันกับบล็อกโดยสมบูรณ์ (completely confounded) เพราะไม่สามารถประมาณอิทธิพลของ ABC จากซ้ำใด ๆ ทั้งสิ้น ส่วนอิทธิพลอื่น ๆ ยังคงเป็นอิสระกับอิทธิพลของบล็อก เช่น ถ้าจะหาอิทธิพลของ AB คือ  $\left\{ (abc + c - a - b) + (ab + (1) - ac - bc) \right\}$  แต่ละบล็อกมีเครื่องหมายบวก 2 อันและเครื่องหมายลบ 2 อัน ดังนั้นในการแบ่งแยก df ในตารางวิเคราะห์ฯ ทำได้ดังนี้

การวิเคราะห์แบบเดิม (แบบบล็อกสมบูรณ์)		การวิเคราะห์เมื่อ ABC ถูกพัวพัน	
	df.		df.
replicates	2	บล็อก	5
วิธีการ	7	วิธีการ	(6)
ความคลาดเคลื่อน	14	A	1
	23	B	1
		C	1
		AB	1
		AC	1
		BC	1
		ความคลาดเคลื่อน	12
			23

## การวางแผนแบบ $2 \times 2 \times 2$ แฟกทอเรียลและให้อิทธิพลพัวพันเป็นบางซ้ำ

### (Partial confounding)

ถ้าไม่ใช้อิทธิพลเดียว เช่น ABC พัวพันในทุกซ้ำ แต่เลือกพัวพันเป็นบางซ้ำ เช่น อาจให้ ABC พัวพันใน rep. 1, AC พัวพันใน rep. 2 และ BC พัวพันใน rep. 3 หรืออาจใช้ ABC พัวพันใน rep. 1,2 , BC พัวพันใน rep. 3 ก็ได้ ดังแผนผังต่อไปนี้



### การวิเคราะห์

ที่มา	df.	
Blocks	5	
Treatments	(7)	
A	1	} relative information = 2/3 เพราะคิดได้จาก 2 reps. ส่วน rep. ที่ถูก confound คิดไม่ได้
B	1	
C	1	
AB	1	
AC	1'	
BC	1'	
ABC	1'	
Error	11	
	23	

### การเลือกอิทธิพลเพื่อใช้ confound

ควรใช้อิทธิพลที่สามารถละทิ้งได้ ส่วนมากคืออิทธิพลร่วมกันระดับสูง (high-order interaction)

## กฎการ confound ในการทดลองแบบ $2^k$ factorial

ในตัวอย่างก่อนได้แสดงการจัดวิธีการของ  $2^3$  แฟคทอเรียล โดยให้ 1 rep. แยกเป็น 2 บล็อก ดังนั้น df. ของบล็อก = 1 และต้องใช้ defining contrast 1 อัน ซึ่งปกติจะเลือกใช้อิทธิพลร่วมระดับสูง คือ ABC เป็น defining contrast ในกรณีที่เป็น confound แบบสมบูรณ์ คือเหมือนกันทุก ๆ ซ้ำ มีวิธีการคิดง่าย ๆ ดังนี้

ถ้าเป็นการวางแผนของ  $2^k$  แฟคทอเรียล และแบ่งเป็น 2 บล็อกต่อ 1 ซ้ำ ต้องเลือกอิทธิพล 1 อันเป็น defining contrast อิทธิพลที่เหลืออีก  $2^k - 1$  อัน ยังคงเป็นอิสระ (orthogonal)

บล็อกที่มีวิธีการ (1) อยู่เรียกว่า "principal block"

ถ้าจะแบ่งให้ 1 ซ้ำ มี 4 บล็อก (ดังนั้น df. ของบล็อก = 3) จะต้องเลือก defining contrast = 2 อัน ส่วน contrast ที่ 3 เรียกว่า "generalized interaction" จะถูกเลือกมาโดยอัตโนมัติ เช่น

ใน  $2^4$  แฟคทอเรียล (16 วิธีการ) จะจัดให้ 1 ซ้ำมี 4 บล็อก ดังนั้นบล็อกหนึ่งมี 4 วิธีการ จึงต้องมี 3 contrast เท่ากับ df. ของบล็อก คือเลือก defining contrast 2 อัน สมมติเลือก AB และ CD ส่วน contrast อันที่ 3 ที่เรียกว่า generalized interaction คือ

$(AB)(CD) = ABCD$  นั่นคือ ABCD ถูก confound กับบล็อกด้วย วิธีหา generalized interaction คือ ให้เอา defining contrast แต่ละคู่มาเปรียบเทียบกัน อักษรที่ซ้ำกันให้ตัดทิ้งไป อักษรที่เหลือคืออิทธิพลที่ถูกพัวพันโดยอัตโนมัติ เช่น สมมติ

defining contrast คือ AB และ BC

generalized interaction คือ  $(AB)(BC) = AC$

ตัวอย่าง ให้จัด  $2^4$  แฟคทอเรียลในบล็อกขนาด 4 วิธีการ จึงต้องมี 4 บล็อกจึงเป็น 1 ซ้ำ และเลือก AB และ CD เป็น defining contrast เมื่อใช้ modulo 2 จะจัดวิธีการใส่บล็อกต่าง ๆ ได้ ดังนี้

Treatments	$L_1 = r_1 + r_2 = AB$	$L_2 = r_3 + r_4 = CD$
(1)	$0 + 0 = 0$	$0 + 0 = 0$
a	$1 + 0 = 1$	$0 + 0 = 0$
b	$0 + 1 = 1$	$0 + 0 = 0$
ab	$1 + 1 = 2 = 0$	$0 + 0 = 0$
c	$0 + 0 = 0$	$1 + 0 = 1$
ac	$1 + 0 = 1$	$1 + 0 = 1$
bc	$1 + 0 = 1$	$1 + 0 = 1$
abc	$1 + 1 = 2 = 0$	$1 + 0 = 1$

Treatments	$L_1 = r_1 + r_2 = AB$	$L_2 = r_3 + r_4 = CD$
d	$0 + 0 = 0$	$0 + 1 = 1$
ad	$1 + 0 = 1$	$0 + 1 = 1$
bd	$1 + 0 = 1$	$0 + 1 = 1$
abd	$1 + 1 = 2 = 0$	$0 + 1 = 1$
cd	$0 + 0 = 0$	$1 + 1 = 2 = 0$
acd	$1 + 0 = 1$	$1 + 1 = 2 = 0$
bcd	$1 + 0 = 1$	$1 + 1 = 2 = 0$
abcd	$1 + 1 = 2 = 0$	$1 + 1 = 2 = 0$

จะเห็นว่ามี combination ของ  $L_1, L_2$  อยู่ 4 แบบ คือ

$L_1 = 0, L_2 = 0$  : (1), ab, cd, abcd = block 1

$L_1 = 1, L_2 = 0$  : a, b, acd, bcd = block 2

$L_1 = 0, L_2 = 1$  : c, abc, d, abd = block 3

$L_1 = 1, L_2 = 1$  : ac, bc, ad, bd = block 4

ดังนั้นจึงจัดบล็อกในแต่ละ rep. ได้ ดังนี้

บล็อกที่ 1	บล็อกที่ 2	บล็อกที่ 3	บล็อกที่ 4
(1) ab cd abcd	a b acd bcd	c abc d abd	ac bc ad bd
$L_1 = 0$ $L_2 = 0$	$L_1 = 1$ $L_2 = 0$	$L_1 = 0$ $L_2 = 1$	$L_1 = 1$ $L_2 = 1$

ถ้าจะจัด  $2^k$  แพคทอเรียลในบล็อกขนาด  $2^p$  บล็อก ต่อ 1 rep. จะต้องใช้  $p$  defining contrast โดยแต่ละอันต้องไม่เป็น generalized interaction ของกันและกัน

มีทั้งหมด  $2^p$  บล็อก ดังนั้น df. ของบล็อก =  $2^p - 1$

จึงต้องเลือกอิทธิพลจำนวน  $2^p - 1$  อันให้ confound กับบล็อก ในจำนวนนี้ มีอยู่  $p$  อันที่เป็น defining contrast ส่วนที่เหลืออีก  $(2^p - 1) - p$  เป็น generalized interaction

ตัวอย่าง จะจัด  $2^6$  แฟคทอเรียลในบล็อกขนาด 8 กรรมวิธี จึงต้องใช้ 8 บล็อกเป็น 1 ซ้ำ  
df. ของบล็อก = 7 จึงต้องมี 7 contrast ซึ่งแยกเป็น 8 บล็อก  $= 2^3 = 2^p$ ;  $p = 3$  defining  
contrast ที่เหลือ  $(2^p - 1) - p = 7 - 3 = 4 =$  generalized interaction เช่นถ้าเลือก defining  
contrast มา 3 อัน คือ ACF, BCDE, ABDF จะได้ generalized interaction อีก 4 อัน คือ

$$\begin{aligned} (ACF)(BCDE) &= ABDEF \\ (ACF)(ABDF) &= BCD \\ (BCDE)(ABDF) &= ACEF \\ (ACF)(BCDE)(ABDF) &= E \end{aligned}$$

ในการสร้างบล็อก ให้  $L_1, L_2, L_3$  เป็น defining contrast

$$\begin{aligned} L_1 = r_1 + r_3 + r_6 &= ACF \\ L_2 = r_2 + r_3 + r_4 + r_5 &= BCDE \\ L_3 = r_1 + r_2 + r_4 + r_6 &= ABDF \end{aligned}$$

จะได้ส่วนผสมของ  $L_1, L_2, L_3 = 8$  แบบ สำหรับ 8 บล็อก ดังนี้

$$\begin{aligned} \text{Block 1 : } L_1 = 0, L_2 = 0, L_3 = 0 \\ \text{Block 2 : } L_1 = 0, L_2 = 0, L_3 = 1 \\ \text{Block 3 : } L_1 = 0, L_2 = 1, L_3 = 0 \\ \text{Block 4 : } L_1 = 0, L_2 = 1, L_3 = 1 \\ \text{Block 5 : } L_1 = 1, L_2 = 0, L_3 = 0 \\ \text{Block 6 : } L_1 = 1, L_2 = 0, L_3 = 1 \\ \text{Block 7 : } L_1 = 1, L_2 = 1, L_3 = 0 \\ \text{Block 8 : } L_1 = 1, L_2 = 1, L_3 = 1 \end{aligned}$$

ตัวอย่าง จะจัด  $2^5$  แฟคทอเรียลใน 4 บล็อก โดยทราบล่วงหน้าว่าอิทธิพลรวมของ 3, 4, 5  
แฟคเตอร์ไม่มีนัยสำคัญ

$$k = 5, 2^5 = 32 \text{ วิธีกร } \text{จัดใน 4 บล็อกๆ ละ 8 วิธีกร}$$

มี  $2^p = 2^2$  บล็อก,  $p = 2 =$  defining contrast

df. ของบล็อก = 3,  $(2^p - 1) - 1 = 4 - 1 - 2 = 1$  generalized interaction ให้ defining  
contrast คือ BCDE, ABCD

ดังนั้น generalized interaction คือ (BCDE) (ABCD) = AE

ck	1	2	3	4
	(1) = 30.6	a = 32.4	b = 32.6	e = 30.7
	bc = 31.5	abc = 32.4	c = 31.9	bce = 31.7
	bd = 32.4	abd = 32.1	d = 33.3	bde = 32.2
	cd = 31.5	acd = 35.3	bcd = 33.0	cde = 31.8
	abc = 32.8	be = 31.5	ae = 32.0	ab = 32.0
	ace = 32.1	ce = 32.7	abce = 33.1	ac = 33.1
	ade = 32.4	de = 33.4	abde = 32.9	ad = 32.2
	abcde = 31.8	bcde = 32.9	acde = 35.0	abc = 32.3

$$SS (\text{Blocks}) = SS (\text{ABCD}) + SS (\text{BCDE}) + SS (\text{AE}) = 7.538$$

ANOVA				
SOV.	df	SS	M S	F
Blocks (ABCD, BCDE, AE)	3	7.538	7.538	4.88
Main effects				
A	1	3.251	3.251	6.32
B	1	0.320	0.320	0.62
C	1	1.361	1.361	2.64
D	1	4.061	4.061	7.89
E	1	0.005	0.005	0.01
Interaction				
AB	1	1.531	1.531	2.97
AC	1	1.125	1.125	2.18
AD	1	0.320	0.320	11.62
BC	1	1.201	1.201	2.33
BD	1	1.711	1.711	3.32
BE	1	0.020	0.020	0.04
CD	1	0.045	0.045	0.09
CE	1	0.001	0.001	0.002
DE	1	0.001	0.001	0.002
Error	14	7.208	0.515	
total	31			



$2^5 = 32$  วิธีการ จะมี  $df = 31$  แยกเป็น

จำนวน main effect	$= \binom{5}{1}$	$= 5$
จำนวน 2 factor interaction	$= \binom{5}{2}$	$= 10$
จำนวน 3 factor interaction	$= \binom{5}{3}$	$= 10$
จำนวน 4 factor interaction	$= \binom{5}{4}$	$= 5$
จำนวน 5 factor interaction	$= \binom{5}{5}$	$= 1$
		<u><u>31</u></u>

**pooled error** มี 14 df มาจาก

3-factor interaction	$= 10$
4-factor interaction 5-2	$= 3$
(หัก ABCD, BCDE เพราะใช้ เป็น defining contrast)	
5-factor interaction	$= 1$
	<u><u>14</u></u>

### งานทดลองแบบ Fractional Factorial

คือแผนงานทดลองสำหรับงานทดลองที่มีจำนวนวิธีการมาก ๆ เช่นการทดลองแบบ  $2^k$  แฟคทอเรียล และ  $k$  เป็นค่าที่ใหญ่มาก ไม่สามารถทำการทดลองแบบบล็อกสมบูรณ์ จึงต้องแบ่งเป็นหลาย ๆ บล็อกต่อ 1 ซ้ำ โดยการ confound อิทธิพลร่วมระดับสูงกับบล็อก แต่ถึงกระนั้นก็ตาม วิธีการในแต่ละบล็อกก็ยังมีจำนวนมาก จึงอาจมีปัญหาในด้านเวลา และค่าใช้จ่ายดำเนินการที่ไม่อาจทำครบทุกบล็อกในซ้ำนั้นได้ อาจต้องเลือกทำเพียงครึ่งหนึ่ง หรือ 1/4 หรือ 1/8 ของซ้ำ ฉะนั้นแผนงานทดลองแบบนี้จึงไม่ใช่แผนงานทดลองที่ดี เพราะไม่สมบูรณ์ ย่อมไม่ได้ข่าวสารจากอิทธิพลต่าง ๆ ครบถ้วน แต่หากจำเป็นต้องใช้จะต้องแน่ใจว่า สามารถละทิ้งอิทธิพลร่วมบางอันได้เพราะไม่มีนัยสำคัญ

ถ้าทำการทดลองเพียงครึ่งซ้ำ วิธีการคือ ต้องจัดแบ่งวิธีการทั้งหมดเป็น 2 บล็อกโดยเลือก defining contrast = 1 เมื่อจัดวิธีการใส่บล็อกเรียบร้อยแล้ว จึงเลือกทำการทดลองบล็อกเดียวจาก 2 บล็อกนั้น บล็อกใดก็ได้ แต่มีข้อแนะนำว่าควรเลือก principal block เพราะมีวิธีการ (1) ซึ่งอาจเป็น Control ถ้าระดับ 2 ระดับคือ ใส่ กับ ไม่ใส่ ระดับต่ำของทุกวิธีการ คือ  $a_0 b_0 c_0$  ใน  $2^2$  แฟคทอเรียล คือไม่ใส่แฟคเตอร์ใดๆ เลย

ตัวอย่าง การทดลองแบบ  $2^4$  แฟคทอเรียล = 16 วิธีการ แบ่งครึ่งเรพริเคตโดยใช้ ABCD เป็น defining contrast จะจัดได้ 2 บล็อก คือ

บล็อกที่ 1 : ( (1), ab, ac, ad, bc, bd, cd, abcd)

บล็อกที่ 2 : ( c, abc, a, adc, b, bcd, d, abd)

สมมติผู้ทดลองเลือกบล็อกที่ 1 เพราะเป็น principal block

เมื่อพิจารณาการหาผลบวกกำลังสองโดยวิธี contrast

$$A \text{ contrast} = ab + ac + ad + abcd - (1) - bc - bd - cd$$

$$AB \text{ contrast} = abcd + ab + (1) + cd - ac - ad - bc - bd$$

ลองพิจารณา

$$CD \text{ contrast} = abcd + cd + (1) + ab - ac - ad - bc - bd$$

ซึ่งเหมือนกับ AB contrast ทั้งนี้เพราะทำการทดลองเพียง 8 วิธีการจากทั้งหมด 16 วิธีการ จึงลดจาก 15 df เหลือ 7 df. จึงมีเพียง 7 contrast ที่เป็นอิสระกัน สำหรับ contrast ที่คำนวณแบบเดียวกันเรียกว่า "aliases" ได้แก่ AB และ CD เป็นต้น วิธีหา aliases ต้องดูจาก defining contrast เช่นจะหา aliases ของ A ได้จาก  $\hat{A}(ABCD) = BCD$

ดังนั้น contrast ที่เป็น aliases ของงานทดลองนี้คือ

$$A \equiv BCD = 1 \text{ df. } B \equiv ACD = 1 \text{ df}$$

$$C \equiv ABD = 1 \text{ df. } D \equiv ABC = 1 \text{ df}$$

$$AB \equiv CD = 1 \text{ df, } AC \equiv BD = 1 \text{ df}$$

$$AD \equiv BC = 1 \text{ df}$$

เครื่องหมาย  $\equiv$  เป็น alias กัน

ถ้าไม่มีความรู้จากการทดลองครั้งก่อน ๆ ผู้ทดลองจะไม่สามารถอธิบายอิทธิพลที่เป็น alias กันได้ เพราะอิทธิพลที่อยู่ใน alias เดียวกัน จะต้องมีส่วนแบ่งใน 1 df ร่วมกัน อุปสรรคข้อนี้จึงเป็นข้อจำกัดในการวางแผนแบบ fractional นี้ แต่จะมีประโยชน์มากโดยลดการทำงานเมื่อ  $2^k$  มีขนาดใหญ่ และผู้ทดลองมีข่าวสารเกี่ยวกับอิทธิพลร่วม เนื่องจากอิทธิพลร่วมบางอันอาจมีค่าน้อยมากจนตัดทิ้งได้ เช่นจากตัวอย่าง ถ้าทราบล่วงหน้าว่าอิทธิพลร่วมกันของ 3 แฟคเตอร์ ไม่น่าจะสำคัญ จะสามารถประมาณอิทธิพลของอิทธิพลหลักซึ่งเป็น alias ของอิทธิพลร่วมกันของ 3 แฟคเตอร์ ได้

อนึ่งในการทดสอบอิทธิพลต่าง ๆ เนื่องจากไม่มีการซ้ำ จึงไม่มีค่าประมาณความคลาดเคลื่อน ฉะนั้นถ้าต้องการทดสอบ ต้องใช้อิทธิพลร่วมกันระดับสูงมารวมกันเป็นค่าประมาณของความคลาดเคลื่อน

สำหรับการทดลองที่ใช้เพียง 1/4 เรพริเคท เรียกว่า quarter replicate วิธีการคือ ต้องจัด  $2^k$  แพคทอเรียลลงใน 4 บล็อก แล้วเลือกมาทำการทดลองเพียงบล็อกเดียว เช่น  $2^6$  แพคทอเรียล = 64 วิธีการ 1/4 rep = 16 วิธีการ จัดใส่ใน 4 บล็อก ต้องใช้ defining contrast 2 อัน สมมติให้เป็น ACEF และ BDEF ดังนั้น generalized interaction คือ  $(ACEF)(BDEF) = ABCD$  เมื่อจัดได้ 4 บล็อกแล้วจึงเลือกมาบล็อกหนึ่ง สมมติเลือกบล็อกที่มีวิธีการต่อไปนี้

{ (1), abcd, ef, abcdef, cde, cdf, abe, abf, acef, bdef, ac, bd, adf, ade, bcf, bce }

จะเขียน alias ของอิทธิพลต่างๆ ได้ดังนี้

Contrast		: ACEF	BDEF	ABCD	
Main effect = 6 contrast	<b>A</b>	= CEF	= ABDEF	= BCD	1 df
	<b>B</b>	= ABCEF	= DEF	= ACD	1 df
	<b>C</b>	= AEF	= BCDEF	= ABD	1 df
	<b>D</b>	= ACDEF	= BEF	= ABC	1 df
	<b>E</b>	= ACF	= BDF	= ABCDF	1 df
	<b>F</b>	= ACE	= BDE	= ABCDF	1 df
Two factor interaction = 7 contrast	<b>AB</b>	= BCEF	= ADEF	= CD	1 df
	<b>AC</b>	= EF	= ABCDEF	= BD	1 df
	<b>AD</b>	= CDEF	= ABEF	= BC	1 df
	<b>AE</b>	= CF	= ABDF	= BCDE	1 df
	<b>AF</b>	= CE	= ABDE	= BCDF	1 df
	<b>BE</b>	= ABCF	= DF	= ACDE	1 df
	<b>BF</b>	= ABCE	= DE	= ACDF	df
	<b>AEF</b>	= CDE	= ABE	= BCF	1 df
	<b>ABF</b>	= BCE	= BDE	= CDF	<u>1 df</u>
<b>ANOVA</b>					<u>15 df</u>
	sov.		df		
	main effects		6		
	pooled error		<u>9</u> (2 - factor, 3 - factor interaction)		
			<u>15</u>		

ตัวอย่าง ถ้ามี  $2^8$  วิธีการ = 256 วิธีการ และต้องการทดสอบเฉพาะอิทธิพลหลัก และอิทธิพลร่วมระดับ 2 แฟกเตอร์ และทราบล่วงหน้าว่าอิทธิพลร่วมระดับสูงกว่า 2 แฟกเตอร์ไม่มีนัยสำคัญ จะทดลองแบบ 1/4 เรพริเคท โดยใช้ ACEGH และ BDEFGH เป็น defining contrast ส่วน generalized interaction คือ ABCDEF เมื่อจัดวิธีการใส่บล็อกละ 64 วิธีการ รวม 4 บล็อก แล้วได้เลือกทำการทดลองเพียงบล็อกเดียว การวิเคราะห์ผล จะเป็น ดังนี้

ที่มา	df
main effects	8
Z-factor interaction	28
error	<u>27</u> (pooled 2 - factor interaction ขึ้นไป)
รวม	<u>63</u>

สำหรับการทดลองโดยใช้เพียง 1/8 ของวิธีการทั้งหมด มีหลักการเช่นเดียวกับการจัดวิธีการเป็น 8 บล็อก ต่อ 1 ซ้ำ แล้วเลือกทำการทดลองเพียงบล็อกเดียว ดังนั้นการคำนวณอิทธิพลแต่ละอัน (contrast) จะมีอิทธิพลต่างๆ ที่เป็น alias กันอยู่จำนวน 7 อิทธิพลเท่ากับ df ของบล็อก ซึ่งต่างก็มีส่วนแบ่งใน 1 df. ของ contrast นั้น

### การวิเคราะห์ผลในการทดลองแบบ Fractional Factorial

ดังได้ยกตัวอย่างมาแล้วว่า ถ้าต้องการทดสอบนัยสำคัญของการทดลองจะมีปัญหาในการหาค่าประมาณของความคลาดเคลื่อนจากการทดลองเนื่องจากไม่มีการซ้ำ ความยุ่งยากจะมีน้อยลงเมื่อผู้ทดลองมีข้อมูลจากการทดลองประเภทเดียวกันซึ่งได้ดำเนินการแล้ว เพราะจะได้ทราบว่าอิทธิพลใดบ้างที่ไม่มีนัยสำคัญ หรือสามารถละเว้นได้ เพื่อจะได้นำอิทธิพลเหล่านั้นมารวมกันแล้วใช้เป็นค่าประมาณของความคลาดเคลื่อน

วิธีการหาผลบวกกำลังสองก็ใช้วิธีเดียวกันกับการหาผลบวกกำลังสองใน  $2^k$  แฟกทอเรียล ซึ่งมีวิธีใช้ contrast อีกวิธีหนึ่ง

ตัวอย่างที่ 1 ถ้าเป็นการทดลองแบบ 1/2 rep. ของ  $2^3$  แฟกทอเรียล และใช้ ABC เป็น defining contrast จะจัดวิธีการใน 2 บล็อกได้ดังนี้

บล็อกที่	1	2
	a	(1)
	b	ab
	c	ac
	abc	bc

ถ้าเลือกวิธีการในบล็อกที่ 1 ดำเนินการทดลอง คือ a, b, c, abc จะคำนวณอิทธิพลต่าง ๆ ได้ดังนี้

อิทธิพล	ส่วนผสมของวิธีการ			
	a	b	c	abc
A	+	-	-	+
B	-	+	-	+
C	-	-	+	+
AB	-	-	+	+
AC	-	+	-	+
BC	+	-	-	+
ABC	+	+	+	+

จะเห็นว่า การคำนวณอิทธิพลของ A เหมือนกับ BC, B เหมือนกับ AC และ C เหมือนกับ AB ส่วน ABC คำนวณไม่ได้เพราะถูกพัวพันกับบล็อก ซึ่งเขียนสรุปได้ดังนี้

$$\begin{aligned} A &= BC & (1 \text{ df}) \\ B &= AC & (1 \text{ df}) \\ C &= AB & (1 \text{ df}) \end{aligned}$$

ถ้าแต่ละวิธีการมี ค่าสังเกต 2 ค่า จะหาผลบวกกำลังสองได้จากสูตร

$$ss. = (\sum c_i T_i)^2 / r \sum c_i^2$$

เช่น

$$SS (A) = \frac{(a - b - c + abc)^2}{4} \quad (- \text{df})$$

## ตัวอย่างที่ 2

เป็นการทดลองแบบครึ่งซ้ำของ  $2^5$  แฟคทอเรียล ซึ่งผู้ทดลองทราบล่วงหน้าว่าผลตอบสนองของทุกแฟคเตอร์จะคงที่ ณ ระดับต่างๆ ของอีกแฟคเตอร์หนึ่ง (แสดงว่าไม่มีอิทธิพลร่วมกัน) และถ้าใช้ ABCDE เป็น defining contrast จะได้อิทธิพลที่เป็น alias กัน ดังนี้

$$\begin{aligned} \text{main effect } A &= BCDE, & D &= ABCE \\ B &= ACDE, & E &= ABCD \\ C &= ABDE \end{aligned}$$

AB = CDE, BD = ACE  
 AC = BDE, BE = ACD      2 • factor, 3 • factor  
 AD = BCE, CD = ABE interaction  
 AE = BCD, CE = A B D = pooled error  
 BC = ABE, DE = ABC

Treatment combination			Treatment combination		
a	=	11.13	acd	=	9.6
b	=	15.6	bcd	=	14.1
c	=	12.7	abe	=	14.2
d	=	10.4	ace	=	11.7
e	=	9.2	ade	=	9.4
abe	=	11.0	bce	=	16.2
abd	=	8.9	bde	=	13.9
cde	=	14.7	abcde	=	13.2

$$SS(A) = \frac{(11.3 - 15.6 - \dots - 14.7 + 13.2)'}{24} = \frac{(-17.5)^2}{16}$$

$$SS(B) = \frac{(-11.3 + 15.6 - \dots - 14.7 + 13.2)^2}{24} = \frac{(18.1)^2}{16}$$

$$SS(C) = \frac{(-11.3 - 15.6 - \dots - 14.7 + 13.2)^2}{24} = \frac{(10.3)^2}{16}$$

$$SS(D) = \frac{(-11.3 - 15.6 - \dots + 14.7 + 13.2)^2}{24} = \frac{(-7.7)^2}{16}$$

$$SS(E) = \frac{(-11.3 - 15.6 - \dots + 14.7 + 13.2)^2}{24} = \frac{(8.9)^2}{16}$$

$$\begin{aligned}
 SS(\text{Total}) &= (11.3^2 + 15.6^2 + \dots + 13.2^2) = (196.1)^2/16 \\
 &= 85.74 \text{ (15 df)}
 \end{aligned}$$

## ANOVA

SOV.	DF.	SS.	MS.	F
Main effects				
A	1	19.14	19.14	6.21
B	1	20.48	20.48	6.65
C	1	6.63	6.63	2.13
D	1	3.71	3.71	1.20
E	1	4.95	4.95	1.61
pooled error	10	30.83	3.08	
total	15	85.74		

## การคำนวณผลบวกกำลังสองตามวิธีการของ Yates

ในการทดลองแบบ  $2^k$  แฟคทอเรียล คือทุกแฟคเตอร์มี 2 ระดับ Yates ได้ค้นคว้าวิธีการคำนวณผลบวกกำลังสองของอิทธิพลต่าง ๆ ซึ่งมีวิธีการดังนี้

1. เขียนส่วนผสมของวิธีการทั้งหมดโดยเรียงตามลำดับ เช่น

2 แฟคเตอร์ คือ A, B : (1), a, b, ab

3 แฟคเตอร์ คือ A, B, C : (1), a, b, ab, c, ac, bc, abc

4 แฟคเตอร์ คือ A, B, C, D : (1), a, b, ab, c, ac, bc, abc, d, ad, bd, abd, cd, acd, bcd, abcd

และควรแบ่งออกเป็น 2 ช่วง ๆ ละเท่า ๆ กัน

2. หาผลรวมของคอลัมน์ที่ (1) ตอนบน โดยการจับคู่รวมกันตามลำดับ

หาผลรวมของคอลัมน์ที่ (2) ตอนล่าง โดยการจับคู่กลับกันตามลำดับ (หลัง - หน้า)

3. ทำคอลัมน์ที่ (3) จากคอลัมน์ที่ (2) ด้วยวิธีเดียวกัน และใช้วิธีเดียวกันนี้กับคอลัมน์ต่อ ๆ ไปจนครบ k คอลัมน์ สำหรับ  $2^k$  แฟคทอเรียล

4. จำนวนแรกในคอลัมน์ที่ k คือผลรวมทั้งหมด (G) ส่วนที่เหลือคือตัวตั้งของ contrast ( $\sum c_i T_i$ )

การแบ่ง  $2^k$  เป็น 2 บล็อกคือวิธีหนึ่ง

ในตัวอย่างก่อน ใช้วิธีแบ่งวิธีการของ  $2^k$  แฟคทอเรียล ลงใน 2 บล็อก ด้วยวิธีการใช้เครื่องหมายบวกและลบใน contrast สำหรับอีกวิธีใช้สัญลักษณ์แทนวิธีการต่าง ๆ เช่น ใน  $2^3$  แฟคทอเรียล ดังนี้

วิธีการ

$$a_0 b_0 c_0 = (000)$$

$$a_0 b_0 c_1 = (001)$$

$$a_0 b_1 c_0 = (010)$$

$$a_0 b_1 c_1 = (011)$$

วิธีการ

$$a_1 b_0 c_0 = (100)$$

$$a_1 b_0 c_1 = (101)$$

$$a_1 b_1 c_0 = (110)$$

$$a_1 b_1 c_1 = (111)$$

ตัวอย่างที่ 1 จะแบ่ง  $2^3$  แพคทอเรียลเป็น 2 บล็อกๆ ละ 4 วิธีการ โดยใช้ ABC เป็น defining contrast

วิธีการ คือหาผลรวมของ subscript หรือ ความสัมพันธ์  $x_1 + x_2 + x_3 = 0 \pmod{2}$  สำหรับวิธีการในบล็อกที่ 1 และ  $x_1 + x_2 + x_3 = 1 \pmod{2}$  สำหรับวิธีการในบล็อกที่ 2 จะเห็นว่าผลรวมของ subscript ตามความสัมพันธ์ในสมการเป็น 2 กลุ่มดังนี้

บล็อกที่ 1

$$(000)$$

$$(011)$$

$$(101)$$

$$(110)$$

บล็อกที่ 3

$$(001)$$

$$(010)$$

$$(100)$$

$$(111)$$

สำหรับตารางวิเคราะห์ของ  $2^3$  แพคทอเรียลในบล็อกขนาด 4 วิธีการ และมี r ซ้ำ มีดังนี้

ที่มา	df	E (MS)
Between blocks	$(2r - 1)$	
Replication	$r - 1$	
Blocks within reps	$r$	
ABC	1	$\sigma^2 + 4\sigma_{\text{blocks}}^2 + r\sigma_{\alpha\beta}^2$
Residual (Between blocks)	$r - 1$	$\sigma^2 + 4\sigma_{\text{blocks}}^2$
Within blocks (Treatments)	$(6r)$	
A	1	$\sigma^2 + 4r\sigma_{\alpha}^2$
B	1	$\sigma^2 + 4r\sigma_{\beta}^2$
C	1	$\sigma^2 + 4r\sigma_{\gamma}^2$
AB	1	$\sigma^2 + 2r\sigma_{\alpha\beta}^2$
AC	1	$\sigma^2 + 2r\sigma_{\alpha\gamma}^2$
BC	1	$\sigma^2 + 2r\sigma_{\beta\gamma}^2$
Residual (Within blocks)	$6r - 6$	$\sigma^2$



ตัวอย่างที่ 2 แบ่ง  $2^3$  แฟกทอเรียลเป็น 2 บล็อก โดยใน rep.1 ใช้ AB rep.2 ใช้ AC rep.3 ใช้ BC. และ rep.4 ใช้ ABC เป็น defining contrast

วิธีการ สำหรับ rep.1 ใช้ความสัมพันธ์  $x_1 + x_2 = 0, x_1 + x_2 = 1 \pmod{2}$

สำหรับ rep.2 ใช้ความสัมพันธ์  $x_1 + x_3 = 0, x_1 + x_3 = 1 \pmod{2}$

สำหรับ rep.3 ใช้ความสัมพันธ์  $x_2 + x_3 = 0, x_2 + x_3 = 1 \pmod{2}$

สำหรับ rep.4 ใช้ความสัมพันธ์  $x_1 + x_2 + x_3 = 0, x_1 + x_2 + x_3 = 1 \pmod{2}$

จะได้แผนผังงานทดลอง ดังนี้

Block	rep 1		rep 2		rep 3		rep 4	
	1	2	3	4	5	6	7	8
	(000)	(010)	(000)	(001)	(000)	(001)	(000)	(001)
	(001)	(011)	(010)	(011)	(011)	(010)	(011)	(010)
	(110)	(100)	(101)	(100)	(100)	(101)	(101)	(100)
	(111)	(101)	(111)	(110)	(111)	(110)	(110)	(111)
	AB		AC		BC		ABC	

#### ANOVA

SOV.	df	E (MS)
Between blocks	(7)	
Replication	3	
Blocks in rep.	(4)	
AB	1	
AC	1	
BC	1	
ABC	1	
Within blocks	(24)	
A	1	$\sigma^2 + 16\sigma_{\alpha}^2$
B	1	$\sigma^2 + 16\sigma_{\beta}^2$
C	1	$\sigma^2 + 16\sigma_{\gamma}^2$
(AB)'	1	$\sigma^2 + (3/4)8 \sigma_{\alpha\beta}^2$
(AC)'	1	$\sigma^2 + (3/4)8 \sigma_{\alpha\gamma}^2$

**ANOVA**

so v.	df	E (MS)
(BC)'	1	$\sigma^2 + (3/4)8 \sigma_{\beta\gamma}^2$
(ABC)'	1	$\sigma^2 + (3/4)4 \sigma_{\alpha\beta\gamma}^2$
Residual	17	$\sigma^2$

ตัวอย่าง การทดลองแบบ 2<sup>3</sup> แฟคทอเรียลในสาขาจิตวิทยา

Group 1						Group 2					
บุคคล	a	b	c	abc	total	บุคคล	(1)	ab	ac	bc	total
1	16	8	2	8	34	4	10	12	8	3	33
2	10	4	3	7	24	5	11	16	10	5	42
3	9	3	0	5	17	6	4	7	7	2	20
total	35	15	5	20	75	total	25	35	25	10	95

Treatment									
combination :	a	b	c	abc	(1)	ab	ac	bc	การเปรียบเทียบ
Cell total :	35	15	5	20	25	35	25	10	
G	+	+	+	+	+	+	+	+	170
A	+	-	-	+	-	+	+	-	60
B	-	+	-	+	-	+	-	+	-10
c		-	+	+	-	-	+	+	-50
AB		-	+	+	+	+	-	-	0
AC	-	+	-	+	+	-	+	-	0
BC	+	-		+	+	-	-	+	10
ABC	+	+	+	+	-	-	-	-	-20

SS (A) =  $(60)^2/24 = 150.00$       SS (AB) = 0      SS (BC) =  $(10)^2/24 = 4.17$

SS (B) =  $-(10)^2/24 = 4.17$

SS (AC) = 0

ss (C) =  $-(50)^2/24 = 104.17$

SS (ABC) =  $(-20)^2/24 = 16.67$

SS (บุคคล) =  $(34^2 + 24^2 + + 20^2)/4 - (170)^2/24 = 114.33$

$$SS \text{ (Total)} = (16^2 + 8^2 + + 7^2) - (170)^2/24 = 409.83$$

$$SS \text{ (Within subj.)} = SS \text{ (Total)} - SS \text{ (Between subj.)}$$

$$= 409.83 - 114.33 = 295.50$$

$$SS \text{ (Residual)} = SS \text{ (Within subj.)} - (\text{Sum of main effects and 2 - factor interaction})$$

$$= 295.50 - 262.51 = 32.99$$

SOV	df	SS	MS	F
Between subjects	(5)	(114.33)		
ABC (groups)	1	16.67	16.67	
<b>Subjects</b> within groups	4	97.67	24.42	
Within subjects	(18)	(295.50)		
A	1	150.00	150.00	54.54
B	1	4.17	4.17	1.51
C	1	104.17	104.17	37.88
AB	1	0	0	
AC	1	0	0	
<b>B C</b>	1	4.17	4.17	1.51
<b>Residual</b>	12	32.99	2.75	

$$f_{.01}(1,12) = Y.33$$

### การวางแผนแบบ 3 x 3 แฟกทอเรียล จัดใส่ในบล็อกที่มี 3 วิธีการ

เป็นการแบ่งส่วนผสมของวิธีการที่มีอยู่ 9 วิธีการ ลงใน 3 บล็อกต่อ 1 ซ้ำ และเนื่องจาก df ของ AB = 4 ดังนั้นจึงจะใช้ 2 ซ้ำ แต่ละซ้ำมี 2 df และใช้ defining contrast จำนวน 2 ชุด คือ

สำหรับเรพริเคทที่ 1 (กลุ่ม J)

$$\text{ใช้ } x_1 + x_2 = 0 \pmod{3} \text{ สำหรับบล็อก 1}$$

$$\text{ใช้ } x_1 + x_2 = 1 \pmod{3} \text{ สำหรับบล็อก 2}$$

$$\text{ใช้ } x_1 + x_2 = 2 \pmod{3} \text{ สำหรับบล็อก 3}$$

สำหรับเรพริเคทที่ 2 (กลุ่ม I)

$$\text{ใช้ } x_1 + 2x_2 = 0 \pmod{3} \text{ สำหรับบล็อก 4}$$

$$\text{ใช้ } x_1 + 2x_2 = 1 \pmod{3} \text{ สำหรับบล็อก 5}$$

$$\text{ใช้ } x_1 + 2x_2 = 2 \pmod{3} \text{ สำหรับบล็อก 6}$$

และมีแผนผังงานทดลอง ดังนี้

Replication 1			Replication 2		
Block 1	Block 2	Block 3	Block 4	Block 5	Block 6
(00)	(01)	(02)	(00)	(02)	(01)
(12)	(10)	(20)	(11)	(10)	(12)
(21)	(22)	(11)	(22)	(21)	(20)
Component confounded AB (or J)			AB <sup>2</sup> (or I)		

### ANOVA

SOV.	df	E (MS)
<u>Between blocks</u>	(5)	
Replications	1	
AB (from rep. 1)	2	
AB <sup>2</sup> (from rep.2)	2	
<u>Within blocks</u>	12	
A	2	$\sigma^2 + (6) \sigma_{\alpha}^2$
B	2	$\sigma^2 + (6) \sigma_{\beta}^2$
A x B	4	
AB (from rep 2)	2	$\sigma^2 + (1/2) (2) \sigma_{\alpha\beta_j}^2$
AB <sup>2</sup> (from rep 1)	2	$\sigma^2 + (1/2) (2) \sigma_{\alpha\beta_1}^2$
Residual	4	$\sigma^2$
A x rep	2	
B x rep	2	

สำหรับรายละเอียดเพิ่มเติม ควรศึกษาจาก Winer, B.J., STATISTICAL PRINCIPLES in EXPERIMENTAL DESIGN, MCGRAW-Hill Kogakusha, Ltd. 1971 /

### การแบ่ง $3 \times 3 \times 3$ แฟกทอเรียล

จะมีวิธีการทั้งหมด 27 วิธีการซึ่งเป็นส่วนผสมของ A,B,C ถ้าให้อธิพจน์ของผลรวมที่สูงที่สุดคือ ABC พัวพันกับบล็อก เนื่องจาก ABC มี  $df = 8$  ถ้าจะแบ่งเป็น 3 บล็อก ต่อ 1 ซ้ำ คือ บล็อกละ 9 วิธีการ  $df$  ของบล็อกในแต่ละซ้ำ = 2 เท่ากับ  $4 \times 2$  และหากต้องการทราบข่าวสารเกี่ยวกับ ABC บ้าง ก็ไม่ควรใช้อธิพจน์เดียวในทุก ๆ ซ้ำ ที่นิยมใช้คือ

Replication	Block	Component Confounded	Defining relation (mod 3)
1	1	$(ABC)_0$	$x_1 + x_2 + x_3 = 0$
	2	$(ABC)_1$	$x_1 + x_2 + x_3 = 1$
	3	$(ABC)_2$	$x_1 + x_2 + x_3 = 2$
2	4	$(ABC^2)_0$	$x_1 + x_2 + 2x_3 = 0$
	5	$(ABC^2)_1$	$x_1 + x_2 + 2x_3 = 1$
	6	$(ABC^2)_2$	$x_1 + x_2 + 2x_3 = 2$
3	7	$(AB^2C)_0$	$x_1 + 2x_2 + x_3 = 0$
	8	$(AB^2C)_1$	$x_1 + 2x_2 + x_3 = 1$
	9	$(AB^2C)_2$	$x_1 + 2x_2 + x_3 = 2$
4	10	$(AB^2C^2)_0$	$x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 0$
	11	$(AB^2C^2)_1$	$x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 1$
	12	$(AB^2C^2)_2$	$x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 2$

ซึ่งจะมีแผนผังงานทดลองดังนี้

Block 1	Block 2	Block 3	Block 4	Block 5	Block 6
(000)	(001)	(002)	(000)	(002)	(001)
(012)	(010)	(011)	(011)	(010)	(012)
(021)	(022)	(020)	(022)	(021)	(020)
(102)	(100)	(101)	(101)	(100)	(102)
(111)	(112)	(110)	(112)	(111)	(110)
(120)	(121)	(122)	(120)	(122)	(121)
(201)	(202)	(200)	(202)	(201)	(200)

Block 7	Block 8	Block 9	Block 10	Block 11	Block 12
(210)	(211)	(212)	(210)	(212)	(211)
(222)	(220)	(221)	(221)	(220)	(222)
rep. 1 = ABC			rep. 2 = ABC <sup>2</sup>		
Block 7	Block 8	Block 9	Block 10	Block 11	Block 12
(000)	(001)	(002)	(000)	(002)	(001)
(011)	(012)	(010)	(012)	(011)	(010)
(022)	(020)	(021)	(021)	(020)	(022)
(102)	(100)	(101)	(101)	(100)	(102)
(110)	(111)	(112)	(110)	(112)	(111)
(121)	(122)	(120)	(122)	(121)	(120)
(201)	(202)	(200)	(202)	(201)	(200)
(212)	(210)	(211)	(211)	(210)	(212)
(220)	(221)	(222)	(220)	(222)	(221)
rep. 3 = AB <sup>2</sup> C			rep. 4 = AB <sup>2</sup> C <sup>2</sup>		

สำหรับรายละเอียดการวิเคราะห์ โปรดศึกษาจากหนังสือของ Winer

### แบบฝึกหัด

1. กำหนดข้อมูลจากงานทดลองแบบ 2<sup>3</sup> แฟคทอเรียล ดังนี้

วิธีการ	rep. 1	rep. 2	rep. 3
(1)	12	19	10
a	15	20	16
b	24	16	17
ab	23	17	27
c	17	25	21
ac	16	19	19
bc	24	23	29
abc	28	25	20

- ก. จงหาผลบวกกำลังสองของอิทธิพลต่าง ๆ ด้วยวิธีการของ Yates
- ข. ใช้โจทย์เดิมในข้อ (ก) แต่ใช้วิธี Contrast
2. จงแสดงการจัดวิธีการในบล็อก สำหรับงานทดลองแบบ  $2^3$  แฟคทอเรียล ซึ่งมี 3 เรพริเคท และมีอิทธิพลของ AB พัวพันกับอิทธิพลของบล็อก และจงแสดงการแบ่ง df. ในตารางวิเคราะห์ความแปรปรวน
  3. จงแสดงการจัดวิธีการของ  $2^4$  แฟคทอเรียล ใน 4 บล็อก โดยกำหนดให้อิทธิพลของ ABC และ BC พัวพันกับอิทธิพลของบล็อก
  4. จงวิเคราะห์ข้อมูลข้างล่าง โดย
    - ก. สมมติว่าอิทธิพลร่วมทุกอันไม่มีนัยสำคัญ จงทดสอบอิทธิพลของแฟคเตอร์ A, B, C, D.
    - ข. อิทธิพลอะไรที่ถูกพัวพันกับอิทธิพลของคนคุมเครื่อง (บล็อก)

คนคุมเครื่อง 1	คนคุมเครื่อง 2
(1) = 18.8	a = 14.7
ab = 16.5	b = 15.1
ac = 17.8	c = 14.7
bc = 17.3	abc = 19.0
d = 13.5	ad = 16.9
abd = 17.6	bd = 17.5
acd = 18.5	cd = 18.2
bcd = 17.6	abcd = 20.1

5. จงแสดงการจัดวิธีการของงานทดลองแบบ  $2^3$  แฟคทอเรียล โดยกำหนดให้ ABC พัวพันกับอิทธิพลของบล็อกใน 2 ซ้ำ และ AB พัวพันกับอิทธิพลของบล็อกในซ้ำที่ 3 และจงแสดงการแบ่ง df. ในตารางวิเคราะห์ความแปรปรวน
6. จงเขียน aliases ของอิทธิพลต่าง ๆ ในการทดลองแบบ  $2^5$  แฟคทอเรียลซึ่งใช้ ACDE เป็น defining contrast.
7. จงแสดงการจัดวิธีการให้บล็อกของ  $2^6$  แฟคทอเรียล ซึ่งจะทำการทดลองเพียง 1/4 ของวิธีการทั้งหมด และให้ ABCD และ BDEF เป็น defining contrast จงแสดงอิทธิพลที่เป็น alias กับผลหลักทั้ง 6 อัน
8. จากการทดลองเพียง 1/8 ของวิธีการ ของ  $2^7$  แฟคทอเรียล และมี defining contrast คือ ACD, BEF, CEG ได้ข้อมูลดังนี้

(1)	31.6	aeg	31.1
ad	28.7	cdg	32.0
abce	33.1	bcg	32.8
cdef	33.6	adefg	<b>35.3</b>
acef	<b>33.7</b>	efg	<b>32.4</b>
bcde	<b>34.2</b>	abdeg	<b>35.3</b>
abdf	<b>32.5</b>	bcdfg	<b>35.6</b>
bf	<b>27.8</b>	abcfg	35.1

จงทดสอบอิทธิพลหลักทั้ง 7 อัน โดยสมมุติว่าอิทธิพลรวมทั้งหมดไม่มีนัยสำคัญ



## CONFOUNDING

### PLANS

*Plan 0.1*

**2<sup>3</sup> factorial, blocks of 4 units**

**Rep. I, ABC confounded**

<i>abc</i>	<i>ab</i>
<i>a</i>	<i>ac</i>
<i>b</i>	<i>bc</i>
<i>c</i>	(1)

*Plan 0.2*

**2<sup>4</sup> factorial, blocks of 8 units**

**Rep. I, ABCD confounded**

<i>a</i>	(1)
<i>b</i>	<i>ab</i>
<i>c</i>	<i>ac</i>
<i>d</i>	<i>bc</i>
<i>abc</i>	<i>ad</i>
<i>abd</i>	<i>b d</i>
<i>acd</i>	<i>cd</i>
<i>bcd</i>	<i>abcd</i>

*Plan 0.3*

**2<sup>8</sup> factorial, blocks of 16 units**

**Rep. I. ABCD. ABEF, CDEF confounded**

<i>a</i>	<i>c</i>	<i>ab</i>	<i>ac</i>
<i>b</i>	<i>d</i>	<i>cd</i>	<i>ad</i>
<i>acd</i>	<i>abc</i>	(1)	<i>bc</i>
<i>bcd</i>	<i>abd</i>	<i>abcd</i>	<i>bd</i>
<i>ce</i>	<i>ae</i>	<i>ace</i>	<i>abe</i>
<i>de</i>	<i>be</i>	<i>ade</i>	<i>cde</i>
<i>abce</i>	<i>acde</i>	<i>bce</i>	<i>e</i>
<i>abde</i>	<i>bcde</i>	<i>bde</i>	<i>abcde</i>
<i>cf</i>	<i>af</i>	<i>acf</i>	<i>abf</i>
<i>df</i>	<i>bf</i>	<i>adf</i>	<i>cdf</i>
<i>abcf</i>	<i>acdf</i>	<i>bcf</i>	<i>f</i>
<i>abdf</i>	<i>bcdf</i>	<i>bdf</i>	<i>abcdf</i>
<i>aef</i>	<i>cef</i>	<i>abef</i>	<i>acef</i>
<i>bef</i>	<i>def</i>	<i>cdef</i>	<i>adef</i>
<i>acdef</i>	<i>abcef</i>	<i>ef</i>	<i>bcef</i>
<i>bcdef</i>	<i>abdef</i>	<i>abcdef</i>	<i>bdef</i>

PLANS

Plan 6.4 Balanced group of sets for  $2^4$  factorial, blocks of 4 units

Two-factor interactions are confounded in 1 replication and three-factor interactions are confounded in 3 replications The columns are the blocks.

Rep. I, AB, ACD, BCD confounded

(1)	ab	a	b
abc	c	bc	ac
abdd	bd	ad	
cd	abcd	acd	bcd

Rep. II, AC, ABD, BCD

(1)	ac	a	c
abc	b	bc	ab
acd	d	cd	ad
bd	abcd	abd	bcd

Rep. III, AD, ABC, BCD

(1)	ad	a	d
abd	b	bd	ab
acd	c	cd	ac
bc	abcd	abc	bcd

Rep. IV, BC, ABD, ACD

(1)	bc	b	c
abc	a	ac	ab
bcd	d	cd	bd
ad	abcd	abd	acd

Rep. V, BD, ABC, ACD

(1)	bd	b	d
abd	a	ad	ab
bcd	c	cd	bc
ac	abcd	abc	acd

Rep. VI, CD, ABC, ABD

(1)	cd	c	d
acd	a	ad	ac
bcd	b	bd	bc
ab	abcd	abc	abd

Plan 6.6 Balanced group of sets for  $2^5$  factorial, blocks of 3 units

Three- and four-factor interactions are confounded in 1 replication.

Rep. I, ABC, ADE, BCDE confounded

(1)	ab	a	b
bc	ac	abc	c
abd	d	bd	ad
acd	bcd	bc	abcd
abs	e	ce	ae
ace	bce	ade	abce
de	abde	abcde	b d s
bcds	acde	cd	cde

Rep. II, ABD, BCE, ACDE

(1)	ab	a	b
ad	bd	d	abd
abc	c	bc	ac
bcd	acd	abcd	cd
abs	e	be	ae
bde	ade	abde	de
ce	abce	ace	bce
acde	bced	cde	abcde

CONFOUNDING

Plan 8.6 (Continued)

Balanced group of sets for  $2^5$  factorial, blocks of 8 units

Rep. III, ACE, ECD, ABDE

(1)	ac	a	c
ae	ce	e	ace
abc	b	be	ab
bce	abe	abce	be
acd	d	cd	ad
cde	ade	acde	de
bd	abcd	abd	bcd
abde	bcd	bde	abcde

Rep. IV, ACD, BDE, A BCE

(1)	ad	a	d
ac	cd	c	acd
abd	b	bd	ab
bcd	nbc	abcd	b c
ade	e	de	ae
cde	are	acde	ce
be	abde	abe	bdc
abce	bcd	bce	abcde

Rep. V, ABE, CDE, ABCD

(1)	ae	a	e
ab	be	b	abe
ace	c	ce	ac
bce	abc	abce	bc
ade	d	de	ad
bde	abd	abde	bd
cd	acde	acd	cde
abcd	bcd	bcd	abcde

Plan 6.8 Balanced group of sets for  $2^6$  factorial, blocks of 8 units

All three- and four-factor interactions are confounded in 2 replications.

Rep. I, ABC, CDE, ADF, BEF, ABDE, BCDF, ACEF confounded

abc	a	b	(1)	bc	ac	c	ob
bd	cd	abcd	acd	abd	d	ad	brd
ae	abce	ce	bce	e	abe	be	ace
cde	bde	ade	abde	acde	bcd	abcde	de
cf	bf	af	abf	acf	bef	abef	f
adf	abcdf	cdf	bcdf	df	abdf	bdf	acdf
bef	cef	abcef	acef	abef	ef	aeef	beef
abcdef	adef	bdef	def	bcdef	acdef	cdef	abdef

Rep. II, ABD, DEF, BCF, ACE, ABEF, ACDF, BCDE

abd	b	a	(1)	ad	bd	d	ab
cd	ac	bc	abc	bed	acd	abcd	c
be	abde	de	ade	e	abe	ae	bde
ace	cde	abcde	bcd	abce	ce	bce	acde
af	df	abdf	bdf	abf	f	bf	adf
bcf	abcdf	cdf	acdf	cf	abcf	acf	bcdf
def	aeef	beef	abef	b d e f	adef	abdef	ef
abcdef	bcef	acef	cef	acdef	bcdef	cdef	abcef

PLANS

Plan 8.6 (Continued)

Balanced group of sets for 2<sup>7</sup> factorial, blocks of 8 units

Rep. III, ABE, BDF, ACD, CEF, ADEF, BCDE, ABCF

bc	a	ac	(f)	abc	ah	b	c
acd	bd	bcd	abd	cd	d	ad	abcd
abe	ce	e	ace	be	bcs	abcs	ae
de	abcde	abde	bcde	ade	acde	cde	bde
af	bef	bf	abcf	f	cf	acf	abf
bdf	acd	adf	cdf	abdf	abcdf	bcdf	df
cef	abef	abcef	bef	acef	aef	ef	bcef
abcdef	def	cdef	adef	bcdef	b d e f	abdef	acdef

Rep. IV, ABF, CDF, ADE, BCE, ABCD, BDEF, ACEF

ac	a	b	(1)	c	abc	bc	ab
bd	bcd	acd	abcd	abd	d	ad	cd
bce	be	ae	abe	abcs	ce	acs	e
ade	acde	bcde	cde	de	abde	bde	abcde
abf	abcf	cf	bef	bf	af	f	acf
cdf	df	abd	adf	acd	bcd	abcd	bdf
ef	cef	abcef	acef	aef	bef	abef	bcef
abcdef	abdef	def	bdef	bcdef	acdef	cdef	adef

Rep. V, ACF, BCD, ADE, BBF, ABDF, CDEF, ABCE

ab	a	bc	(1)	b	ac	c	abc
bcd	cd	abd	acd	abcd	d	ad	bd
ce	bce	ae	obcs	ace	be	abe	e
ade	abde	cde	bds	de	abcde	bde	acde
acf	abcj	f	bef	cf	abf	bf	af
df	bdf	acd	abd	adf	bcd	abcd	cdf
bef	ef	abcef	aef	abef	cef	acef	bcef
abcdef	acdef	bdef	cdef	bcdef	adef	def	abdef

Rep. VI, ABC, BDB, ADF, CEF, ACDE, BCDF, ABEF

Interchange B and C in replication I

Rep. VII, ABF, DEF, BCD, ACE, ABDE, ACDF, BCEF

Interchange F and D in replication II

Rep. VIII, ABE, BDF, CDE, ACF, ADEF, ABCD, BCEF

Interchange A and E in replication III

Rep. IX, ABD, CDF, AEF, BCB, ABCF, BDEF, ACDE

Interchange F and D in replication IV

Rep. X, AEE', BDB, ACD, BCF, ABDF, CDEF, ABCE

Interchange E and C in replication V

PLANS

**Plan 8A.2**  $2^5$  factorial in 8 units ( $\frac{1}{4}$  replicate)

Defining contrasts: **ABE, CDE, ABCD**

Main effects have 2-factors as aliases. The only estimable 2-factors are **AC = BD** and **AD = BC**.

(1)		
ab	Effects	d. f.
cd	Main	6
ace	2-factor	2
bce		
ads	Total	7
bde		
abcd		

**Plan 8A.3**  $2^5$  factorial in 16 units ( $\frac{1}{2}$  replicate)

Defining contrast: **ABCDE**

Blocks of 4 units

Estimable 2-factors: All except **CD, CE, DE** (confounded with blocks).

Blocks	(1)	(2)	(3)	(4)	Effects	d.f.
					Block	3
(1)	ac	ae	ad		Main	5
ab	bc	be	bd		2-factor	7
acde	de	cd	ce			—
bcde	abde	abcd	abce		Total	15

**CD, CE, DE** confounded.

**Blocks of 8 units**

**Blocks of 16 units**

Estimable 2-factors: All except **DE**.

Estimable 2-factors: All.

Combine blocks 1 and 2; and blocks 3 and 4. **DE** confounded.

Effects	d.f.	Effects	d.f.
Block	1	Main	5
Main	5	2-factor	10
2-factor	9		—
	—	Total	15
Total	15		

FACTORIAL EXPERIMENTS IN FRACTIONAL REPLICATION

Plan 6A.4  $2^6$  factorial in 6 units ( $1/8$  replicate)

Defining contrasts: ACE, ADF, BCF, BDE, ABCV, ABEF, CVEF

Main effects have 2-factors as aliases. The only estimable 2-factor is the set  $AB = CD = EF$ .

Effects	d.f.
(1)	
acf	
ade	Main 6
bce	2-factor ( $AB = CD = EF$ ) 1
bdf	
abcd	T o t a l 7
abef	
cdef	

Plan 6A.6  $2^6$  factorial in 16 units ( $1/4$  replicate)

Defining contrasts: ABCE, ABDF, CDEF

Blocks of 4 units

Estimable 2-factors: The alias sets  $AC = BE$ ,  $AD = BF$ ,  $AB = BC$ ,  $AF = BD$ ,  $CD = EF$ ,  $CF = DE$ .

Blocks	(1)	(2)	(3)	(4)	Effects	d.f.
(1)	acd	ab	acf		Block	3
abce	acf	ce	ade		Main	6
abdf	bef	df	bcd		2-factor	6
cdef	bde	abcdef	bef		Total	15

AB, ACF, BCF confounded.

Blocks of 8 units

Blocks of 16 units

Estimable 2-factors: Same as in blocks of 4 units, plus the set  $AB = CE = DF$ .

Estimable 2-factors: Same as in blocks of 8 units.

Combine blocks 1 and 2; and blocks 3 and 4. ACF confounded.

Combine blocks 1-4

Effects	d.f.	Effects	d.f.
Block	1	Main	6
Main	6	2-factor	7
2-factor	7	3-factor	2
3-factor	1	Total	15
Total	15		

PLANS

Plan 6A.6

**2<sup>6</sup> factorial in 32 units (1/2 replicate)**

Defining contrast: **ABCDEF**

**Blocks of 4 units**

Estimable **2-factors**: All except **AE, BF**, and **CD** (confounded with blocks).

Blocks (1) (2) (3) (4) (5)\* (6) (7) (8)

(1)	ab	ac	bc	ae	af	ad	bd
abef	ef	de	df	bf	be	ce	cf
acde	acdf	abdf	acef	cd	abcd	abcf	abce
bcd	bcd	bcef	abde	abcdef	cdef	bdef	adef

**AE, BF, CD, ABC, ABD, ACP, ADF** confounded.

Effects	d.f.
Block	7
Main	6
2-factor	12
Higher order	6
<hr/>	
Total	31

**Blocks of 8 units**

Estimable **2-factors**: All except **CD**.

Combine blocks 1 and 2; blocks 3 and 4; blocks 5 and 6; and blocks 7 and 8. **CD, ABC, ABD** confounded.

Effects	d.f.
Block	3
Main	6
2-factor	14
Higher order	8
<hr/>	
Total	31

**Blocks of 18 units**

Estimable **Z-factors**: All.

Estimable **3-factors**: **ABC = DEF** is lost by confounding. The others are in alias pairs, e.g., **ABD = CEF**.

Combine blocks 1-4; and blocks 5-8. **ABC** confounded.

Effects	d.f.
Block	1
Main	6
2-factor	15
3-factor	9
<hr/>	
Total	31

**Blocks of 32 units**

Estimable **2-factors**: All.

Estimable **3-factors**: These are arranged in 10 alias pairs.

Combine blocks 1-3.

Effects	d.f.
Main	6
2-factor	16
3-factor	10
<hr/>	
Total	31

FACTORIAL EXPERIMENTS IN FRACTIONAL REPLICATION

Plan 611.7  $2^7$  factorial in 8 units ( $\frac{1}{8}$  replicate)

Defining contrasts: *ABG, ACE, ADF, BCF, BDE, CDG, EFG, ABCD, ABEF, ACFG, ADEG, BCEG, BDFG, CDEF, ABCDEFG*

Main effects have P-factors as aliases. No 2-factors are estimable.

(1)	•	
<i>abcd</i>		Effects
<i>abef</i>		d.f.
<i>acfg</i>		Main
<i>adeg</i>		7
<i>bceg</i>		Total
<i>bdfg</i>		7
<i>cdef</i>		

Plan 6A.8  $2^7$  factorial in 16 units ( $\frac{1}{8}$  replicate)

Defining contrasts: *ABCD, ABEF, ACEG, ADFG, BCFG, BDEG, CDEF*

Blocks of 4 units

Estimable 2-factors: Only the alias sets  $AE = BF = CG$ ;  $AF = BE = DG$ ;  $AG = CE = DF$ ;  $BG = DE = CF$ .

Blocks	(1)	(2)	(3)	(4)	Effects	d.f.
					Block	3
	<i>(1)</i>	<i>abg</i>	<i>acf</i>	<i>ade</i>	Main	7
	<i>efg</i>	<i>cdg</i>	<i>bdf</i>	<i>bce</i>	2-factor	4
	<i>abcd</i>	<i>abef</i>	<i>aceg</i>	<i>adfg</i>	Higher order	1
	<i>abcdefg</i>	<i>cdef</i>	<i>bdeg</i>	<i>bcfg</i>	Total	15

*AB = CD = EF,*  
*AC = BD = EG,*  
*AD = BC = FG confounded.*



Plan 6A.9

2<sup>7</sup> factorial in 16 units (1/4 replicate)

Defining contrasts: *ABCD, ABEF, ACEG, ADFG, BCFG, BDEG, CDEF*

Blocks of 8 units

Estimable 2-factors: Same as in blocks of 4 units, plus the alias sets *AB = CD = EF, AC = BD = EG, AD = BC = FG*.

Blocks	(1)	(2)		
(1)	<i>abg</i>		Effects	d.f.
	<i>abcd</i>	<i>acf</i>	Block	1
	<i>abef</i>	<i>adt</i>	Main	7
	<i>aceg</i>	<i>bce</i>	2-factor	7
	<i>adfg</i>	<i>bdj</i>		
	<i>bcfg</i>	<i>cdg</i>	Total	15
	<i>bdeg</i>	<i>efg</i>		
	<i>cdef</i>	<i>abcdefg</i>		

*ABG* confounded.

Blocks of 16 units

Estimable 2-factors: Same as in blocks of 8 units.

Combine blocks 1 and 2 of the plan for blocks of 8 units.

Effects	d.f.
Main	7
2-factor	7
Higher order	1
Total	15

Plan 6A.10

2<sup>7</sup> factorial in 32 units (1/4 replicate)

Defining contrasts: *ABCDE, ABCFG, DEFG*

Blocks of 4 units

Estimable 2-factors: *AB, AC, BC*, and *DF = EG* are lost by confounding. All other 2-factors are estimable, except that *DE = FG* and *DG = EF*, so that members of these alias pairs cannot be separated.

Blocks	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
(1)	<i>de</i>	<i>ah</i>	<i>cdg</i>	<i>ac</i>	<i>bdg</i>	<i>bc</i>	<i>adg</i>	
	<i>defg</i>	<i>fg</i>	<i>cdf</i>	<i>cef</i>	<i>bdj</i>	<i>bef</i>	<i>adf</i>	<i>aef</i>
	<i>abcdf</i>	<i>abcdg</i>	<i>ceg</i>	<i>abde</i>	<i>beg</i>	<i>acde</i>	<i>acg</i>	<i>bcfg</i>
	<i>abceg</i>	<i>abcef</i>	<i>abdefg</i>	<i>abfg</i>	<i>acdefg</i>	<i>acfg</i>	<i>bedefg</i>	<i>bcde</i>

*AB, AC, BC, DF = EG, ADG, BDG, CDG* confounded.

Effects	d.f.
Block	7
Main	7
2-factor	14
Higher order	3
Total	31

FACTORIAL EXPERIMENTS IN FRACTIONAL REPLICATION

Plan 6A.11 2<sup>7</sup> factorial in 32 units (1/4 replicate)

Defining contrasts: *ABCDE, ABCFG, DEFG*

Blocks of 8 units

Estimable 2-factors: All except *DF = EC* (confounded with blocks). However, *DE = FG* and *DG = EF* are alias pairs which cannot be separated.

Blocks ( 1 )	( 2 )	( 3 )	( 4 )	Effects	d.f.
(1)	<i>bdg</i>	<i>ab</i>	<i>de</i>	Block	3
<i>bc</i>	<i>bef</i>	<i>ac</i>	<i>fg</i>	Main	7
<i>adf</i>	<i>cef</i>	<i>bdf</i>	<i>adg</i>	2-factor	17
<i>aeq</i>	<i>ahfg</i>	<i>brg</i>	<i>aei</i>	Higher order	4
<i>defg</i>	<i>acfg</i>	<i>cdi</i>	<i>bcde</i>	Total	31
<i>abcdf</i>	<i>abde</i>	<i>ceq</i>	<i>bcfg</i>		
<i>abceq</i>	<i>acde</i>	<i>acdefg</i>	<i>abcdg</i>		
<i>bedefg</i>	<i>cdg</i>	<i>abdefg</i>	<i>abcef</i>		

*DF = EC, ADE, AEF* confounded.

Blocks of 16 units

Blocks of 32 units

Estimable 2-factors: All, except that *DE = FG, DG = EF, and DF = EG* are alias pairs.

Combine blocks 1 and 2; and blocks 3 and 4. *AEF* confounded.

Effects	d.f.	Effects	d.f.
Block	1	Main	7
Main	7	2-factor	18
2-factor	18	Higher order	6
Higher order	5	Total	31
Total	31		

P L A N S

*Plan 6A.12*      2<sup>7</sup> factorial in 64 units (1/2 replicate)

Defining contrast: *ABCDEFG*

Blocks of 4 units

Estimable 2-factors: All except *AB, AC, BC, EF, EG, and FG* (confounded with blocks).

M o c k s	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
	<i>ab</i>	<i>ac</i>	<i>bc</i>	<i>ae</i>	<i>be</i>	<i>ce</i>	<i>abce</i>	
	<i>abcd</i>	<i>cd</i>	<i>bd</i>	<i>ad</i>	<i>bcde</i>	<i>acde</i>	<i>abde</i>	<i>de</i>
	<i>defg</i>	<i>abdefg</i>	<i>acdefg</i>	<i>bcdefg</i>	<i>adfg</i>	<i>bdfg</i>	<i>cdfg</i>	<i>abcdfg</i>
	<i>abcefg</i>	<i>cefg</i>	<i>befg</i>	<i>acfg</i>	<i>bcfg</i>	<i>acfg</i>	<i>abfg</i>	<i>fg</i>
	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)	(15)	(16)
	<i>af</i>	<i>bf</i>	<i>cf</i>	<i>abcf</i>	<i>ef</i>	<i>abef</i>	<i>acef</i>	<i>bcef</i>
	<i>bcdf</i>	<i>acdf</i>	<i>abdf</i>	<i>df</i>	<i>abcdef</i>	<i>cdef</i>	<i>bdef</i>	<i>adef</i>
	<i>adeg</i>	<i>bdeg</i>	<i>cdeg</i>	<i>abcdeg</i>	<i>dg</i>	<i>abdg</i>	<i>acdg</i>	<i>bcdg</i>
	<i>bceg</i>	<i>aceg</i>	<i>abeg</i>	<i>cg</i>	<i>abcg</i>	<i>cg</i>	<i>bg</i>	<i>ag</i>

*AB, AC, BC, EF, EG, FG, ADE, ADF, ADG, BDE, BDF, BDG, CDE, CDF, CDG* confounded.

Effects	d.f.
Block	15
Main	7
2-factor	15
Higher order	26
	63
Total	63

FACTORIAL EXPERIMENTS IN FRACTIONAL REPLICATION

Plan **6A.13**  $2^7$  factorial in 64 units ( $\frac{1}{2}$  replicate)

Defining contrast: **ABCDEFG**

Blocks of 8 units

Estimable **2-factors**: AU.

Estimable **3-factors**: All except **ABC, ADE, AFG, BDF, BEG, CDG, CEF** (confounded with blocks).

Blocks	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
(1)	bc	ac	ab	ag	af	ae	ad	
abdg	de	df	dg	bd	be	bf	bg	
abef	fg	eg	ef	cc	cd	cg	cf	
acdf	abdf	abde	acde	abcf	abeg	abcd	abce	
aceg	abeg	abfg	acfg	adef	odrg	adfg	ae fg	
bcdg	acd g	bc dg	bcdf	be fg	bd fg	bd eg	bd ef	
bcfg	acef	bc ef	bceg	cd fg	ce fg	cde j	cd eg	
defg	bcdefg	acdefg	abdefg	abcdeg	abcdef	abcefg	abcdfg	
			Effects	d.f.				
			Block	7				
			Main	7				
			2-factor	21				
			3-factor	28				
				---				
			Total	G3				

Blocks of 16 units

Estimable **2-factors**: All.

Estimable **3-factors**: All except **ABC, ADE, AFG** (confounded).

Combine blocks 1 and 2; blocks 3 and 4; blocks 5 and 6; and blocks 7 and 8.

Effects	d.f.
Block	3
Main	7
2-factor	21
Higher order	32
	---
Total	63

Blocks of 33 units

Estimable **2-factors**: All.

Estimable **3-factors**: All except **ABC** (confounded).

Combine blocks 1-4; and blocks 5-8.

Effects	d.f.
Block	1
Main	7
2-factor	21
3-factor	34
	---
Total	63

Blocks of 64 units

Estimable **2-factors**: All.

Estimable **3-factors**: All.

Combine blocks 1-8.

Effects	d.f.
Main	7
2-factor	21
3-factor	35
	---
Total	63