

บทที่ 7

การวางแผนแบบ SPLIT - PLOT

ในบทที่ 6 ได้กล่าวถึงการวางแผนแบบแฟคทอเรียล ซึ่งสามารถทำการทดลองในแผนงานทดลองแบบสุ่มสมบูรณ์ แบบบล็อกสมบูรณ์ และแบบจตุรัสลาติน สมมุติว่ามี 2 แฟคเตอร์ คือ A และ B และมีจำนวนส่วนผสมของวิธีการทั้งหมด ab วิธีการ การจัดวิธีการให้หน่วยทดลองในแผนงานทดลองต่าง ๆ มีวิธีการเฉพาะสำหรับแต่ละแผนงานทดลอง สำหรับแผนงานทดลองแบบ Split - Plot ก็คือการทดลองแบบแฟคทอเรียลซึ่งจะใช้แผนทดลองอะไรก็ได้ใน 3 แบบทดลองดังกล่าวแล้วแต่ความเหมาะสม แต่การสุ่มจัดวิธีการให้หน่วยทดลองมีวิธีการที่ต่างจากการจัดวิธีการแบบแฟคทอเรียล เช่นถ้ามี 2 แฟคเตอร์ จะมีการจัดวิธีการ 2 ครั้ง คือครั้งที่ 1 จัดระดับต่าง ๆ ของแฟคเตอร์ A ให้แก่หน่วยทดลองซึ่งจะเป็นหน่วยที่ใหญ่เรียกว่า whole plots และครั้งที่ 2 เป็นการสุ่มจัดระดับต่าง ๆ ของแฟคเตอร์ B ให้กับหน่วยทดลองขนาดเล็กซึ่งอยู่ในหน่วยทดลองใหญ่ (whole units) หน่วยทดลองของแฟคเตอร์ B เรียกว่า subplots ดังนั้นจึงเรียกแผนงานทดลองนี้ว่าแผนงานทดลอง Split - Plot เรียกแฟคเตอร์ที่จัดใส่ใน whole plots ว่า whole plot treatment และใช้สัญลักษณ์ A และเรียกแฟคเตอร์ที่จัดใส่ใน subplots ว่า subplot treatment และใช้สัญลักษณ์ B ฟังสังเกตว่า ระดับต่าง ๆ ของแฟคเตอร์ B อยู่ในแต่ละ whole-plot ดังนั้นทุก whole-plot ต้องมีจำนวน subunits เท่ากับจำนวนระดับของแฟคเตอร์ B เช่นสมมุติแฟคเตอร์ A มี 4 ระดับ แฟคเตอร์ B มี 2 ระดับ จะมีทั้งหมด 8 วิธีการ ถ้าเป็นการวางแผนแบบ Split-Plot ในบล็อกสมบูรณ์ที่มี 3 บล็อก จะมีแผนผังดังนี้

บล็อกที่ 1				บล็อกที่ 2				บล็อกที่ 3			
a_4b_2	a_1b_2	a_2b_1	a_3b_2	a_2b_1	a_1b_2	a_4b_1	a_3b_1	a_1b_1	a_2b_2	a_4b_2	a_3b_1
a_4b_1	a_1b_1	a_2b_2	a_3b_1	a_2b_2	a_1b_1	a_4b_2	a_3b_2	a_1b_2	a_2b_1	a_4b_1	a_3b_2

ฟังสังเกตว่าการจัดวิธีการแบ่งเป็น 2 ตอน คือขั้นแรกสุ่มระดับต่างของ A คือ a_1, a_2, a_3, a_4 ให้กับ whole plots และภายในแต่ละ whole - plot แบ่งเป็น 2 subunits และทำการสุ่ม b_1, b_2 ให้กับ subunits ในแต่ละ whole - unit เมื่อขึ้น whole - unit ใหม่ ต้องทำการสุ่ม b_1, b_2 ใหม่ ทำจนครบทุก whole unit ในบล็อกที่ 1 แล้วต่อไปในบล็อกที่ 2 และ 3 ทำเช่นเดียวกัน ดังนั้นถ้าพิจารณา whole unit แต่ละอันว่าเป็น 1 บล็อก ก็จะเป็นบล็อกสมบูรณ์ของแฟคเตอร์ B แต่เป็นบล็อกที่ไม่สมบูรณ์ของแฟคเตอร์ A เพราะมีไม่ครบทุกระดับของ A ดังนั้นจึงเรียกแผนงานทดลองแบบ Split-Plot ว่าเป็นแผนงานทดลองแบบบล็อกไม่สมบูรณ์

แผนงานทดลองแบบ Split-Plot เหมาะกับงานทดลองต่อไปนี้

1. สำหรับวิธีการที่ระดับต่าง ๆ ของแฟคเตอร์หนึ่งต้องการหน่วยทดลองที่ใหญ่กว่าอีกแฟคเตอร์หนึ่ง ซึ่งมักเกิดเสมอในงานทดลองเกษตร อุตสาหกรรม และในห้องทดลอง เช่น ถ้าแฟคเตอร์หนึ่ง คือการเตรียมดิน หรือการใส่ปุ๋ยเพื่อปลูกพืชชนิดหนึ่ง จะเห็นว่าต้องการเนื้อที่ทดลองขนาดใหญ่จึงจะสะดวก ส่วนอีกแฟคเตอร์อาจเป็นพันธุ์พืชซึ่งไม่ต้องการเนื้อที่ทดลองมากจึงใช้แปลงทดลองเล็ก ๆ ก็พอ หรือแฟคเตอร์หนึ่งคือสูตรทำขนมซึ่งการทำแต่ละครั้งจะได้จำนวนมาก ส่วนอีกแฟคเตอร์ คืออุณหภูมิที่ใช้อบขนม ซึ่งใช้หน่วยทดลองขนาดเล็กได้โดยการแบ่งขนมที่ผสมแล้วใส่ภาชนะไปอบ ณ อุณหภูมิต่าง ๆ
2. ใช้เมื่อต้องการเพิ่มแฟคเตอร์อีกชนิดหนึ่งเข้าในการทดลองเพื่อเป็นการขยายขอบเขตของงานทดลอง เช่นเดียวกับจุดประสงค์เพื่อเปรียบเทียบอิทธิพลของเชื้อราชนิดต่าง ๆ ในการป้องกันโรคพืชชนิดหนึ่ง อาจต้องการขยายงานทดลองโดยเปรียบเทียบผลที่ได้กับพืชหลาย ๆ พันธุ์พร้อมกันไป เพื่อดูความแตกต่างในการต่อต้านโรค เช่นนี้ควรให้พันธุ์พืชเป็นวิธีการที่จัดใส่ใน whole units และจัดเชื้อราป้องกันโรคพืชใน subunits
3. เมื่อทราบจากการทดลองครั้งก่อน ๆ ว่าจะพบความแตกต่างระหว่างระดับต่าง ๆ ของแฟคเตอร์หนึ่งมากกว่าอีกแฟคเตอร์หนึ่ง ควรจัดให้ระดับต่าง ๆ ของแฟคเตอร์ที่มีความแตกต่างกันมากใน whole units เพื่อความสะดวกในการดำเนินการทดลอง
4. เมื่อต้องการเพิ่มความเที่ยง (precision) ให้กับการเปรียบเทียบระหว่างระดับของแฟคเตอร์หนึ่งมากกว่าแฟคเตอร์อื่น ๆ

สรุปแล้ว เนื่องจากงานทดลองแบบ Split-Plot จะมีคุณสมบัติที่ความผันแปรระหว่างหน่วยทดลองของ subunits จะมีน้อยกว่า whole units ดังนั้นแฟคเตอร์ที่ควรจัดใส่ใน subunits จะมีลักษณะใดลักษณะหนึ่งต่อไปนี้คือ (ก) ต้องการหน่วยทดลองที่มีขนาดเล็กกว่า (ข) มีความสำคัญมากกว่า (ค) ทราบล่วงหน้าว่าจะมีความแตกต่างระหว่างระดับน้อยกว่า และ (ด) ต้องการความเที่ยงตรงมากกว่าอีกแฟคเตอร์หนึ่ง

การแบ่งแยก df. เมื่อจัด whole units ตามแผนงานทดลองต่าง ๆ

แบบสุ่มสมบูรณ์		แบบบล็อกสมบูรณ์	
ที่มา	df.	ที่มา	df.
ภาค whole unit		ภาค whole unit	
แฟคเตอร์ A	a-1	เรพริเคท	r-1
ความคลาดเคลื่อน E_a	a(r-1)	แฟคเตอร์ A	a-1
		ความคลาดเคลื่อน E_a	(a-1)(r-1)
รวมภาค whole-unit	ar-1	รวมภาค whole-unit	ar-1

ภาค		Subunit	
ที่มา	df.	ที่มา	df.
แบบสุ่มสมบูรณ์		แบบบล็อกสมบูรณ์	
แฟคเตอร์ B	b-1	แฟคเตอร์ B	b-1
AB	(a-1)(b-1)	AB	(a-1)(b-1)
ความคลาดเคลื่อน (E_b)	a(r-1)(b-1)	ความคลาดเคลื่อน (E_b)	a(r-1)(b-1)
รวมภาค Subunit	ar(b-1)	รวมภาค Subunit	ar(b-1)
รวมทั้งหมด	abr-1	รวมทั้งหมด	abr-1

แบบจัดสุลาติน

ที่มา	df.
ภาค whole-unit	
ระหว่างแถว	a-1
ระหว่างคอลัมน์	a-1
ระหว่างระดับของแฟคเตอร์ A	a-1
ความคลาดเคลื่อน (E_a)	(a-1)(a-2)
รวมภาค whole-unit	a^2-1
ภาค subunit	
ระหว่างระดับของแฟคเตอร์ B	b-1
AB	(a-1)(b-1)
ความคลาดเคลื่อน (E_b)	a(a-1)(b-1)
รวมภาค subunit	$a^2(b-1)$
รวมทั้งหมด	a^2b-1

จะเห็นว่า การวิเคราะห์จะต่างกันตามลักษณะการจัด whole-unit ว่าใช้แผนงานทดลองแบบใด ส่วนในภาค subunit จะเหมือนกันเพราะจัดเหมือนกัน ดังนั้นถ้ามีอีกแฟคเตอร์หนึ่ง สมมุติว่าคือแฟคเตอร์ C ซึ่งจะจัดระดับต่างๆ ใสใน subsubunits ซึ่งอยู่ใน subunit อีกทีหนึ่ง ดังนั้นแต่ละ subunit จะต้องแบ่งให้มี subsubunit เท่ากับจำนวนระดับของแฟคเตอร์ C และการวิเคราะห์ในภาค subsubunit จะมีดังนี้

ที่มา	df.
C	c-1
AC	(a-1)(c-1)
BC	(b-1)(c-1)
ABC	(a-1)(b-1)(c-1)
Error (c)	ab(r-1)(c-1)
Subsubunit total	abr(c-1)
Grand total	abcr-1

ตัวอย่าง เป็นการทดลองทางเกษตรโดยใช้พันธุ์ข้าว 3 สายพันธุ์ ปลูกโดยมีระยะเวลาเก็บเกี่ยวที่ต่างกัน 4 ระยะเวลา มีแผนผังงานทดลอง และข้อมูลดิบที่เก็บมา ดังนี้

a ₁	b ₄
	b ₁
	b ₃
	b ₂
a ₃	b ₂
	b ₁
	b ₄
	b ₃
a ₂	b ₁
	b ₃
	b ₄
	b ₂

บล็อกที่ 1

a ₃	b ₃
	b ₄
	b ₂
	b ₁
a ₃	b ₂
	b ₁
	b ₄
	b ₃
a ₁	b ₁
	b ₃
	b ₂
	b ₄

บล็อกที่ 2

บล็อกที่ 6

พันธุ์ข้าว	วันเก็บเกี่ยว	บล็อก					
		1	2	3	4	5	6
a ₁	b ₁	2.17	1.88	1.62	2.34	1.58	1.66
	b ₂	1.58	1.26	1.22	1.59	1.25	0.94
	b ₃	2.29	1.60	1.67	1.91	1.39	1.12
	b ₄	2.23	2.01	1.82	2.10	1.66	1.10
		8.27	6.75	6.33	7.94	5.88	4.82

พันธุ์ข้าว	วันเก็บเกี่ยว	บล็อก					
		1	2	3	4	5	6
a ₂	b ₁	2.33	2.01	1.70	1.78	1.42	1.35
	b ₂	1.38	1.30	1.85	1.09	1.13	1.06
	b ₃	1.86	1.70	1.81	1.54	1.67	0.88
	b ₄	2.27	1.81	2.01	1.40	1.31	1.06
		7.84	6.82	7.37	5.81	5.53	4.35
a ₃	b ₁	1.75	1.95	2.13	1.78	1.31	1.30
	b ₂	1.52	1.47	1.80	1.37	1.01	1.31
	b ₃	1.55	1.61	1.82	1.56	1.23	1.13
	b ₄	1.56	1.72	1.99	1.55	1.51	1.33
		6.38	6.75	7.74	6.26	5.06	5.07
		22.49	20.32	21.44	20.01	16.47	14.24

ตารางผลรวมกรรมวิธี

	b ₁	b ₂	b ₃	b ₄	Total
a ₁	11.25	7.84	9.98	10.92	39.99
a ₂	10.59	7.81	9.46	9.86	37.72
a ₃	10.22	8.48	8.90	9.66	37.26
Total	32.06	24.13	28.34	30.44	114.97

การคำนวณ

1. Correction Factor = $(114.97)^2/72 = 183.5847$ (1 df)
2. SS (Total) = $(2.17^2 + \dots + 1.33^2) - CF = 9.1218$ (71 df)
3. SS (wholeplotstotal) = $(8.27^2 + \dots + 5.07^2)/4 - CF = 5.6902$ (17 df)
4. SS (A) = $(39.99^2 + \dots + 37.26^2)/24 - CF = 0.1781$ (2 df)
5. SS (Blocks) = $(22.49^2 + \dots + 14.24^2)/12 - CF = 4.1499$ (5 df)
6. SS (Error(a)) = $5.602 - (0.1781 + 4.1499) = 1.3622$ (10 df)
7. SS (Cells)_{AB} = $(11.25^2 + \dots + 9.66^2)/6 - CF = 1.3511$ (11 df)
8. SS (B) = $(32.06^2 + \dots + 30.44^2)/18 - CF = 1.9625$ (3 df)
9. SS (AB) = $2.3511 - (0.1781 + 1.9625) = 0.2105$ (6 df)
10. SS (Error(b)) = $9.1218 - (5.6902 + 1.9625 + 0.2105) = 1.2586$ (45 df)
11. SS (Subplotstotal) = $9.1218 - 5.6902 = 3.4316$ (54 df)

Source	df.	SS	MS
Main plots :			
A = พันธุ์ข้าว	2	0.1781	0.0809
Blocks	5	4.1499	0.8300
Main plot error	10	1.3622	0.1362
Sub-plots :			
B = วันเก็บเกี่ยว	3	1.9625	0.6542
AB	6	0.2105	0.0351
Sub-polt error	45	1.2586	0.0280

ตัวอย่างที่ 2 เป็นการทดลองปลูกข้าวโพด โดยปลูกโดยใช้ความหนาแน่นต่อแปลงต่าง ๆ กัน 3 อัตรา แต่ละอัตราใช้ปุ๋ยต่าง ๆ กัน 3 ระดับ และแบ่งพื้นที่ทดลองเป็นแปลงที่มีการทดน้ำชลประทาน และไม่มีการทดน้ำ ความหนาแน่น 3 อัตราได้แก่ 10,000 , 16,000 และ 22,000 ต้นต่อ 1 เอเคอร์ แต่ละ แปลงเป็น 3 ส่วนเพื่อใส่ปุ๋ยไนโตรเจน จำนวน 60, 120, และ 180 ปอนด์/แปลง ผลผลิตเป็นบุงเซล/เอเคอร์ มีดังนี้

พื้นที่	ความหนาแน่น	ปุ๋ย	บล็อค				Total
			1	2	3	4	
ไม่ทดน้ำ a ₁	b ₁	c ₁	90	83	85	86	344
		c ₂	95	80	88	78	341
		c ₃	107	95	88	89	379
	b ₂	c ₁	92	98	112	79	381
		c ₂	89	98	104	86	377
		c ₃	96	106	91	87	380
	b ₃	c ₁	81	74	82	85	322
		c ₂	92	81	78	89	340
		c ₃	93	70	94	83	340
ทดน้ำ	b ₁	c ₁	80	102	60	73	295
		c ₂	87	109	104	114	414
		c ₃	100	105	114	114	433
	b ₂	c ₁	80	102	60	73	295
		c ₂	87	109	104	114	414
		c ₃	100	105	114	114	433

พื้นที่	ความหนาแน่น	ปุ๋ย	บล็อก				Total
			1	2	3	4	
a ₂	b ₂	c ₁	121	99	90	109	419
		c ₂	110	94	118	131	453
		c ₃	119	123	113	126	481
	b ₃	c ₁	78	136	119	116	449
		c ₂	98	133	122	136	489
		c ₃	122	132	136	133	523

Source of variation	df.	Mean square
Main Plots :		
Blocks	3	
A = การทดน้ำ	1	8277.56**
Error (a)	3	470.59
Sub-plots :		
B = ความหนาแน่น	2	879.18
AB	2	1373.51*
Error (b)	12	232.33
Sub-sub-plots :		
c = ปุ๋ย	2	988.72
AC	2	476.72**
BC	4	76.22
ABC	4	58.68
Error (c)	36	86.36
	<u>48</u>	

	b ₁	b ₂	b ₃	
a ₁	1064	1138	1002	3204
a ₂	1142	1353	1461	3956
	2206	2491	2463	7160

	c ₁	c ₂	c ₃	
a ₁	1047	1058	1099	3204
a ₂	1163	1356	1437	3956
	2210	2414	2536	7160

จากตารางวิเคราะห์พบว่าอิทธิพลร่วมกันของ การทดน้ำและ ความหนาแน่นของแปลงปลูก มีนัยสำคัญ และในขณะเดียวกัน มีอิทธิพลร่วมกันระหว่างการทดน้ำและระดับของปุ๋ยด้วย เมื่อตรวจสอบผลรวมของวิธีการ จะเห็นว่าผลผลิตข้าวโพดในแปลงที่ไม่มี การทดน้ำ จะไม่มีความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญระหว่างความหนาแน่นของแปลงปลูก และชนิดของปุ๋ยระดับต่างๆ แต่จะมีความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญในเขตที่มีการทดน้ำชลประทาน จึงควรพิจารณาผลผลิตในเขตที่มีการทดน้ำให้ละเอียด โดยแยกเป็นการวิเคราะห์การทดลองแบบ split-plot เฉพาะในเขตมีการทดน้ำ

so v	df.	ss
Block	(3)	
B = ความหนาแน่น	2	(3821)
Linear	1	3,725**
Deviations	1	96
Error (a)	6	316
c = ปุ๋ย		(2806)
Linear	1	2688**
Deviations	1	118
BC	4	92
Error (b)	18	137

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของการเปรียบเทียบของค่าเฉลี่ยในการวางแผนแบบ Split-Plot

การเปรียบเทียบ	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
ความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของ A ($(a_1) - (a_0)$)	$\sqrt{2E_a / rb}$
ความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของ B ($(b_1) - (b_0)$)	$\sqrt{2E_b / ra}$
ความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของ B ณ ระดับเดียวกันของ A : (a_1b_1) - (a_1b_0)	$\sqrt{2E_b / r}$
ความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของ A ณ ระดับเดียวกันของ B หรือระดับต่างกันของ B เช่น (a_1b_1) - (a_0b_1) หรือ (a_1b_1) - (a_0b_0)	$\sqrt{2[(b-1)E_b + E_a] / rb}$

ตัวอย่าง กำหนดตารางวิเคราะห์ความแปรปรวนและตาราง เฉลี่ยของวิธีการของงานทดลองหนึ่ง ดังนี้
อุณหภูมิ (เซนติเกรด)

สูตรขนม	175	185	195	205	215	225	mean
1	29.1	31.5	30.8	33.5	38.7	35.1	33.1
2	26.9	29.4	31.7	32.1	34.5	35.3	31.6
3	27.9	28.9	31.7	30.9	34.4	35.7	31.6
mean	28.0	30.0	31.4	32.2	35.9	35.4	32.1

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของการเปรียบเทียบต่าง ๆ คือ

ระหว่างค่าเฉลี่ยของสูตรขนม : $\sqrt{2(42.8)/90} = 0.98$ (28 df)

ระหว่างค่าเฉลี่ยของอุณหภูมิ : $\sqrt{2(20.5)/45} = 0.95$ (210 df)

ระหว่างค่าเฉลี่ยของอุณหภูมิของสูตรเดียวกัน : $\sqrt{2(20.5)/15} = 1.65$ (210 df)

ระหว่างค่าเฉลี่ยของสูตรขนม ณ ระดับหนึ่ง
ของอุณหภูมิ : $\sqrt{2 \left[\frac{(5)(20.5) + 42.8}{90} \right]} = 1.80$

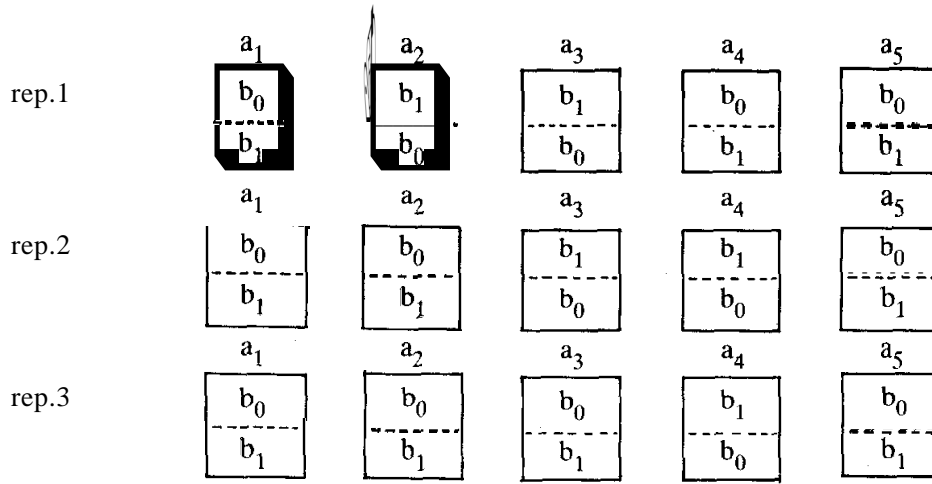
ANOVA

sov.	df.	ss	MS	F
Replication	14	10,204		
สูตรขนม	2	135	67.5	1.58
Error (a)	28	1,199	42.8	
อุณหภูมิ	5	2,100	420.0	20.49
Linear regression		(1,967)	1967.0	95.95
Deviations		133	33.2	1.62
สูตรขนม×อุณหภูมิ	10	206	20.6	1.00
Error (b)	210	4,299	20.5	
	269	18,143		

การจัดวิธีการใน Whole unit และ Sub-unit แบบต่าง ๆ

การจัดวิธีการใน whole-unit แบบมีระบบ

เคยใช้ในการทดลองเกษตรเมื่อวิธีการใน whole-unit คือข้าวสาลีพันธุ์ต่างๆ ซึ่งใช้เวลาเก็บเกี่ยวต่างกัน ส่วนวิธีการใน sub-unit คือการเตรียมเมล็ดข้าวสาลี การจัด whole-plot แบบเป็นระบบโดยให้ข้าวสาลีพันธุ์ที่สุกเร็วที่สุดอยู่แปลงแรก และที่สุกเป็นลำดับถัดไปอยู่ถัดไปเรื่อยๆ ในแปลงสุดท้ายคือพันธุ์ที่สุกช้าที่สุด ส่วนวิธีการใน sub-unit ยังคงมีการจัดแบบสุ่มในแต่ละ whole-unit ดังนั้น การวางแผนแบบนี้ควรใช้เมื่อไม่ต้องการทดสอบวิธีการใน whole-unit เพราะทดสอบไม่ได้เนื่องจากไม่จัดแบบสุ่ม ส่วนวิธีการใน Whole-unit ยังคงทดสอบได้ตามปกติ



แผนผังแสดงการจัดวิธีการใน whole-unit แบบมีระบบ

การจัดวิธีการใน sub-unit แบบแถว (strip)

เหมาะสำหรับงานทดลองที่วิธีการทั้งใน whole-plot และ sub-plot ต้องใช้เนื้อที่ขนาดใหญ่สำหรับการทดลอง และต้องการเหลือที่ว่างปลายด้านทั้งสองเพื่อสะดวกในการเข้าออกประสิทธิภาพของแผนงานทดลองแบบนี้โดยทั่วไปแล้วไม่ต่างกับการวางแผนแบบบล็อกสมบูรณ์ แต่ถ้าวิเคราะห์เฉพาะประสิทธิภาพของการทดสอบของวิธีการต่าง ๆ ปรากฏว่ามีประสิทธิภาพสำหรับการทดสอบแบบแฟคเตอร์ A และ B น้อยลง แต่ประสิทธิภาพของการทดสอบอิทธิพลร่วม AB กลับสูงขึ้น จึงไม่ควรใช้แผนงานทดลองนี้นอกจากสนใจอิทธิพลร่วมเป็นพิเศษ พึงสังเกตว่าการจัดวิธีการของ A และ B เป็นแบบสุ่ม และเมื่อขึ้นเรพริเคตใหม่ต้องทำการสุ่มใหม่

	a ₃	a ₁	a ₂	a ₀	a ₄
rep. 1	b ₂				
	b ₀				
	b ₁				

	a ₁	a ₄	a ₀	a ₂	a ₃
rep.2	b ₁				
	b ₂				
	b ₀				

Analysis of Variance		a=5, b=3, r=3, N=45
	s o v	df
Replications		2 = (r-1)
A		4 = (a-1)
Error (a)		8 = (a-1)(r-1)
B		2 = (b-1)
Error (b)		4 = (b-1)(r-1)

		a ₁	a ₃	a ₀	a ₂	a ₄	AB	8 = (a-1)(b-1)
rep.3	b ₂						Error (c)	16 = (a-1)(b-1)(r-1)
	b ₁						Total	<u>44 = N-1</u>
	b ₀							

แผนผังแสดงการจัดวิธีการใน sub-unit แบบแถว

3. การจัดวิธีการใน sub-unit เป็นแบบจัตุรัสลาติน

วิธีนี้เพิ่มประสิทธิภาพการทดสอบวิธีการใน sub-unit มีข้อจำกัดคือต้องมีจำนวนเรพริเคตเท่ากับจำนวนวิธีการใน sub-unit หรือเป็นทวีคูณ หน่วยทดลองในแต่ละ whole-unit จะมีการจัดวิธีการใน sub-unit เป็นแบบจัตุรัสลาติน จากผังงานทดลอง จะเห็นว่ามีจำนวนวิธีการใน wholeplot เท่ากับจำนวนเรพริเคต ถ้าลองพิจารณา wholeplot(a₃) ในทุก ๆ เรพริเคต จะเห็นว่าวิธีการของ B คือ b₁, b₂, b₃ จะอยู่ในทุกตำแหน่งของ subunit ตามหลักของจัตุรัสลาติน จึงสามารถแยกความผันแปรของแถวออกจาก error SS จึงช่วยให้การเปรียบเทียบใน subunit มีประสิทธิภาพสูงขึ้น ส่วนการเปรียบเทียบใน wholeunit มีประสิทธิภาพเหมือนเดิมไม่เปลี่ยนแปลง แผนงานทดลองนี้ควรใช้เมื่อมีความผันแปรแบบมีทิศทางและคงเส้นคงวาในแต่ละ whole-unit

แผนผังแสดงการจัดวิธีการใน subunit แบบจัตุรัสลาติน

a ₃	a ₂	a ₁	a ₀	
b ₂	b ₁	b ₀	b ₁	Rep. 1
b ₀	b ₀	b ₁	b ₀	
b ₁	b ₂	b ₂	b ₂	
a ₀	a ₂	a ₁	a ₃	
b ₀	b ₀	b ₁	b ₁	Rep. 2
b ₂	b ₂	b ₂	b ₂	
b ₁	b ₁	b ₀	b ₀	
a ₃	a ₀	a ₂	a ₁	
b ₀	b ₂	b ₂	b ₂	Rep. 3
b ₁	b ₁	b ₁	b ₀	
b ₂	b ₀	b ₀	b ₁	

Analysis of variance

<u>Whole-units</u>	<u>df</u>	$a=4, b=r=3$
Replication	2 = (r-1)	
A	3 = (a - 1)	
Error (a)	a = (a-1)(r-1)	
total	11 = ar-1	
Sub-units		
Rows	8 = a(b-1)	
B	2 = b-1	
AB	6 = (a-1)(b-1)	
Error (b)	8 = a(r-1)(r-2)	
	<u>24</u> = ab(r-1)	

4. การจัดวิธีการใน sub-unit ของจัดวัสดุเป็นแบบแถว

ใช้สำหรับจุดประสงค์เดียวกันกับข้อ (2) มีแผนผังงานทดลองดังนี้

$a_2 \quad a_1 \quad a_0 \quad a_4 \quad a_3$

b_1					
b_0					
b_2					

row 1

$a_4 \quad a_3 \quad a_1 \quad a_2 \quad a_0$

b_1					
b_0					
b_2					

row 2

$a_0 \quad a_2 \quad a_3 \quad a_1 \quad a_4$

b_2					
b_1					
b_0					

row 3

$a_1 \quad a_0 \quad a_4 \quad a_3 \quad a_2$

b_1					
b_2					
b_0					

row 4

$a_3 \quad a_4 \quad a_2 \quad a_0 \quad a_1$

b_0					
b_2					
b_1					

row 5

$a=r, N=75$

Analysis of variance $a=5, b=3, r=5$

	<u>df</u>	
Rows	4	= (r-1)
Columns	4	= (r-1)
A	4	= (r-1)
Error (a)	12	= (r-1)(r-2)

B	2	= (b-1)
Error (b)	8	= (r-1)(b-1)
AB	8	= (a-1)(b-1)
Error	<u>32</u>	= (a-1)(b-1)(r-1)
	<u>74</u>	= N-1

การพัวพันอิทธิพลใน Sub-unit

ถ้าวิธีการใน sub-unit มี 2 แฟกเตอร์ขึ้นไป Yates ได้แนะนำให้พัวพันอิทธิพลร่วมกับ sub-unit ดังวิธีต่าง ๆ ในแผนผังต่อไปนี้ (แฟกเตอร์ A เป็น whole-unit trt.)

แผนผังแสดงการให้ BCD พัวพันในการทดลองแบบ Split-plot

(1) แสดงการจัดแบบเดิม

a ₀	
bd	d
c	cd
bcd	b
(1)	bc

a ₁	
bcd	b
d	(1)
bd	bc
c	cd

a ₀
cd
bd
(1)
bd

a ₀
b
bcd
d
b

a ₁
(1)
bc
cd
bd

a ₁
c
d
bcd
b

(2) แสดงการจัดแบบใหม่

(3) แสดงการจัดแบบใหม่ใน Sub-blocks

	a ₀	a ₁	a ₀	a ₁	
Block 1a	cd	c	b	(1)	Block 1b
	bd	d	bcd	bc	
Rep. 1	(1)	bcd	d	cd	Rep. 2
	bc	b	c	bd	

จากแผนผัง เป็นการทดลองที่มี 4 แฟกเตอร์ แต่ละแฟกเตอร์มี 2 ระดับ แฟกเตอร์ A เป็น whole-unit treat ส่วนแฟกเตอร์ B,C,D เป็น Sub-unit treatments รวมกันทั้งหมดใน sub-unit มีส่วนผสมของวิธีการ 4 อัน ในแผนผังที่ (1) แสดงการจัดวิธีการใน sub-unit แบบสุ่ม ส่วนการจัดแบบใหม่เป็นการแบ่ง sub-unit เป็น 2 กลุ่มละ 4 หน่วย และเลือก BCD เป็น defining contrast ซึ่งเป็นการดีเพราะได้ลดขนาดของบล็อกให้เล็กลงซึ่งจะทำให้ได้ค่าประมาณอิทธิพลทั้งของ A และวิธีการใน sub-unit ดีขึ้น แต่ไม่ได้ข่าวสารของอิทธิพลร่วม ABCD และ BCD แต่สำหรับการจัดใหม่ (3) ในบล็อก โดยจัดกลุ่ม a₀ และ a₁ ที่มีวิธีการเข้าต่างกันไว้ในกลุ่มเดียวกันเรียกว่า sub-block มีผลให้อิทธิพล ABCD ถูกพัวพันกับ sub-block แต่ BCD เหมือนกับ A คือเป็นอิสระกับ sub-blocks (orthogonal) จึงเป็นที่นิยมใช้ (3) ถ้าสมมติว่ามี 5 เรพริเคท และมีการจัด sub-blocks แบบ (3) จะมีการวิเคราะห์ดังนี้

<u>Main-plots</u>	<u>df</u>	<u>Sub-units</u>	<u>df</u>
Between sub-blocks	9	B, C, D, BC, BD, CD,	6
A	1	AB, AC, AD, ABC, ABD, ACD	6
BCD	1	Error (b)	<u>48</u>
Error (a)	<u>8</u>		
Total between units	<u>19</u>	Grand-total bet.sub-units	<u>79</u>

การใช้แผนงานทดลองแบบ Split-Plot ในการทดลองสาขาจิตวิทยา

ในจิตวิทยามักใช้คนหรือสัตว์เป็นหน่วยทดลอง และคนหรือสัตว์จะมีความแตกต่างกัน วิธีการหนึ่งที่จะแยกความแตกต่างของหน่วยทดลองออกจากความคลาดเคลื่อนคือการใช้แผนงานทดลองแบบบล็อกสมบูรณ์ โดยทำการทดลองซ้ำ ๆ กันกับคนหรือสัตว์ทดลอง การวางแผนแบบ Split-Plot เป็นอีกวิธีหนึ่งของการกระทำซ้ำ ๆ กันกับหน่วยทดลอง เหมาะกับงานทดลองต่อไปนี้

1. มีตั้งแต่ 2 แฟคเตอร์ แต่ละแฟคเตอร์มี 2 ระดับขึ้นไป ให้แฟคเตอร์ A มี p ระดับ เป็นแฟคเตอร์ที่ไม่มีการซ้ำกับคนเดียว เรียกว่า between-block treatment หรือ nonrepeated-measurements treatment และแฟคเตอร์ B มี q ระดับจะเป็น within-block หรือ repeated-measurements treatment
2. เมื่อจำนวนส่วนผสมของวิธีการมีมากกว่าจำนวนหน่วยทดลองในแต่ละบล็อก
3. ถ้าเป็นการกระทำซ้ำกับคน ๆ เดียวกัน คน 1 คนทำหน้าที่เป็น 1 บล็อก แต่ถ้าไม่ทำซ้ำกับคนเดียวกัน แต่ละบล็อกจะมี q คน
4. กรณีที่ทำซ้ำกับคนเดียวกัน จะประกอบด้วยตัวอย่าง p กลุ่ม แต่ละกลุ่มประกอบด้วยคน n คน ซึ่งถูกเลือกมาแบบสุ่มจากประชากรของคน ระดับต่าง ๆ ของแฟคเตอร์ A จะถูกจัดแบบสุ่มให้แก่ตัวอย่าง p กลุ่ม ๆ ละระดับ เมื่อขึ้นบล็อกใหม่ต้องทำการสุ่มใหม่
5. ในกรณีที่ไม่วางซ้ำกับคนเดียวกัน จะมีทั้งหมด p ตัวอย่าง แต่ละตัวอย่างประกอบด้วย n บล็อก แต่ละบล็อกประกอบด้วย q คนซึ่งสุ่มมาจากประชากรของคน สุ่มระดับต่าง ๆ ของ A ให้กับ p ตัวอย่าง แล้วสุ่มระดับของ B ให้กับคน q คนในแต่ละบล็อก

แผนผังเปรียบเทียบงานทดลองแบบแฟคทอเรียลในแผนงานทดลองแบบต่าง ๆ

	b_1	b_2	b_3
a_1	s_1	s_2	s_3
a_2	s_4	s_5	s_6

a_1	a_1	a_1	a_2	a_2	a_2
b_1	b_2	b_3	b_1	b_2	b_3
s_1	s_1	s_1	s_1	s_1	s_1

	b_1	b_2	b_3
a_1	s_1	s_1	s_1
a_2	s_2	s_2	s_2

(ก) แบบ 2x3 แฟคเตอร์
ใน CRD.

(ข) แบบ 2x3 แฟคเตอร์
ใน RCB.

(ค) แบบ 2x3 แฟคเตอร์
ใน Split-Plot.

s_1, s_2, \dots, s_6 หมายถึงตัวอย่างที่ประกอบด้วย n คน ในแผนงานทดลองแบบสุ่มสมบูรณ์ คนแต่ละกลุ่มจะได้รับวิธีการวิธีใดวิธีหนึ่งจากทั้งหมด pq วิธีการ ส่วนลักษณะของบล็อกใน (ข) และ (ค) เป็นแบบบล็อกสมบูรณ์ ใน (ข) คน 1 กลุ่ม (s_1) จะได้รับทั้ง pq วิธีการ แต่ใน split-plot คนกลุ่ม s_1 ได้รับระดับหนึ่งของ A แต่ทุกระดับของ B ดังนั้นนักสถิติบางท่านเช่น Lindquist เรียกแผนงานทดลองแบบ split-plot ว่า mixed designs ส่วน Winer เรียกว่า "Multifactor experiments having repeated measures on some elements."

ตัวอย่างที่ 1

เป็นคะแนนที่ให้กับผู้ทดลองภายใต้ 2 แฟคเตอร์ แฟคเตอร์ A เป็นวิธีการให้สัญญาณ มี 2 ระดับ คือแบบบอกปากเปล่า และ แบบให้สัญญาณด้วยไฟ (แสงสี) แฟคเตอร์ B คือระยะเวลาการรับฟังคำสั่งมี 4 ระดับคือ 1, 2, 3 และ 4 ชั่วโมง ตามลำดับ สมมติฐานต่างๆ ที่ต้องการทดสอบคือ

$$\begin{aligned}
 H_0 &: \alpha_i = 0 && \text{for all } i \\
 H_a &: \alpha_i \neq 0 && \text{for some } i \\
 H_0 &: \beta_j = 0 && \text{for all } j \\
 H_0 &: \beta_j \neq 0 && \text{for some } j \\
 H_0 &: \alpha\beta_{ij} = 0 && \text{for all } ij \\
 H_a &: \alpha\beta_{ij} \neq 0 && \text{for some } ij
 \end{aligned}$$

มีผู้เข้ารับการทดลองทั้งหมด 8 คน แบ่งเป็น 2 กลุ่มแบบสุ่มกลุ่มละ 4 คน เพื่อสุ่มเข้ารับ 3 ระดับของ A แล้วสังเกตการกระทำของแต่ละคนภายใต้ 4 ระดับของ B

ABS Summary Table

	b_1	b_2	b_3	b_4	AS	$(AS)^2/q$
S_1	3	4	7	7	21	110.25
S_2	6	5	8	8	27	182.25
a_1 S_3	3	4	7	9	23	132.25
S_4	3	3	6	8	20	100.000
S_5	12	5	10	10	18	81.00
a_2 S_6	2	3	6	10	21	110.25
S_7	2	4	5	9	20	100.00
S_8	2	3	6	11	22	121.00
					172	937.00

AB Summary Table

	b_1	b_2	b_3	b_4	ΣA	$\frac{(\Sigma A)^2}{nq}$
a_1	15	16	28	32	91	517.5635
a_2	7	12	22	40	81	410.0625
	22	28	50	72		

$\frac{(\Sigma B)^2}{np} = 60.5 \ 98.0 \ 312.5 \ 648.0$

- CF = $(172)^2/32 = 924.5$
- $\Sigma X_{ijk}^2 = (3^2 + 6^2 + \dots + 11^2) = 1160.00$
- $\Sigma \Sigma X_{i,k}^2/q = \Sigma (\Sigma AS)^2/q = 110.25 + 182.25 + \dots + 121.00 = 937.00$
- $\Sigma X_{i..}^2/nq = \Sigma (\Sigma A)^2/nq = 517.5625 + 410.0625 = 927.625$
- $\Sigma X_{.i.}^2/np = \Sigma (\Sigma B)^2/np = 60.5 + 98.0 + 648.0 = 1119.00$
- $\Sigma \Sigma X_{ij.}^2/n = (15^2 + 16^2 + \dots + 40^2)/4 = 1141.500$
- SS (total) = (2) - (1) = 235.500
- SS (Between subgroup) = (3) - (1) = 12.500
- SS (A) = (4) - (1) = 3.125
- SS (subjects-within groups) = (3) - (4) = 9.375
- SS (Within subjects) = (2) - (3) = 223.000
- SS (B) = (5) - (1) = 194.500
- SS (AB) = (6) - (4) - (5) + (1) = 19.375
- SS (B x subj.within groups) = (2) - (6) - (3) + (4) = 9.125

$a=2, b=4, r=4, N=32$

SOURCE	df.	SS	MS	F	E(MS) : A,B Fixed Subjects random.
1. Between subjects	(7)	(12.500)			
2. A	1	3.125	3.125	(2/3)	$\sigma_{\epsilon}^2 + q\sigma_{\pi}^2 + nq\sigma_{\alpha}^2$
3. Subj. w.groups	6	9.375	1.563	= 2.00	$\sigma_{\epsilon}^2 + q\sigma_{\pi}^2$

SOURCE	df.	SS	MS	F	E (MS) = A,B Fixed Subjects random.
4. Within Subjects	(24)	(223.000)			
5. B	3	194.500	64.833	(5/7)= 127.88	$\sigma_{\epsilon}^2 + \sigma_{\beta\pi}^2 + np\sigma_{\beta}^2$
6. AB	3	19.375	6.458	(6/7)= 12.74	$\sigma_{\epsilon}^2 + \sigma_{\beta\pi}^2 + n\sigma_{\alpha\beta}^2$
7. B x subj.w.groups	18	9.125	.507		$\sigma_{\epsilon}^2 + \sigma_{\beta\pi}^2$

Model *

$$X_{ijk} = \mu + \alpha_i + \pi_{k(i)} + \beta_j + \alpha\beta_{ij} + \beta\pi_{jk(i)} + \epsilon_{ijk}$$

μ = ค่าเฉลี่ยรวมยอดของประชากรของวิธีการทั้งหมด

α_i = อิทธิพลของแฟคเตอร์ A ซึ่งเป็นค่าคงที่สำหรับทุกคนที่ได้รับแฟคเตอร์ A

β_j = อิทธิพลของแฟคเตอร์ B " " " B

$\pi_{k(i)}$ = เป็นค่าคงที่ของบุคคลที่ k ซึ่งซ้อนอยู่ในระดับ i

$\alpha\beta_{ij}$ = อิทธิพลร่วมกันของระดับ i ของ A และระดับ j ของ B

ϵ_{ijk} = ความคลาดเคลื่อน ซึ่งเป็นอิสระกัน มีการแจกแจงแบบปกติด้วยค่าเฉลี่ย = 0 และความแปรปรวน σ_{ϵ}^2 ในแบบจำลองนี้ไม่สามารถหาค่าประมาณที่เป็นอิสระจากเทอม $\beta\pi_{k(i)}$

เปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนงานทดลองแบบ Split-Plot กับแบบบล็อกสมบูรณ์

สำหรับงานทดลองที่ใช้บุคคลเป็นบล็อกเช่นการวางแผนแบบ Split-Plot นี้ ถ้าจะใช้บล็อกสมบูรณ์ ก็ได้ ดังนั้น จึงควรนำประสิทธิภาพของการทดสอบอิทธิพลหลักคือ A,B และอิทธิพลร่วมเปรียบเทียบระหว่างแผนงานทดลองทั้งสอง จากตัวอย่าง

ประสิทธิภาพของ A

$$\begin{aligned}
 &= \frac{[(p-1)MS(\text{subj.w.groups}) + p(q-1)MS(\text{Bxsubj.w.gr.})]}{MS(\text{subj.w.gr.})} \\
 &= \frac{[(2-1)1.563 + 2(4-1)0.507]}{1.563} / (2)(4) - 1 \\
 &= 42.1\%
 \end{aligned}$$

ประสิทธิภาพของ B และ AB

$$\begin{aligned}
 &= \frac{[(p-1)MS(\text{subj.w.gr.}) + p(q-1)MS(\text{Bxsubj.w.gr.})]}{MS(\text{B x subj.w.gr.})} \\
 &= \frac{[(2-1)1.563 + 2(4-1)0.507]}{0.507} / (2)(4-1) \\
 &= 129.8\%
 \end{aligned}$$

ดังนั้น จึงสรุปได้ว่า ประสิทธิภาพของการทดสอบวิธีการ A ซึ่งอยู่ใน whole-units จะน้อยกว่าแบบบล็อกสมบูรณ์ (แค่ครั้งหนึ่ง) แต่ประสิทธิภาพของการทดสอบวิธีการใน subunits คือ B และอิทธิพลร่วมกันจะสูงกว่าแบบบล็อกสมบูรณ์

การวิเคราะห์เมื่อเกิดข้อมูลสูญหายหรือตัวอย่างมีขนาดต่างกัน

เช่นเมื่อเริ่มทำการทดลอง ผู้ทดลองได้กำหนดให้มีขนาดตัวอย่างเท่ากัน แต่ในระหว่างดำเนินการทดลองปรากฏว่าเกิดความจำเป็นขาดบุคคลในบางกลุ่มสำหรับการทดลองซึ่งมิใช่สาเหตุจากอิทธิพลของวิธีการ การวิเคราะห์กรณีขนาดตัวอย่างไม่เท่ากันมีหลายวิธี แต่จะใช้วิธีที่ง่ายที่สุดคือวิธีไม่ถ่วงน้ำหนักค่าเฉลี่ย (Unweighted - Means Solution)

สมมุติจากตัวอย่างเดิม มีผู้ทดลองในระดับ a_1 เพียง 3 คน และระดับ a_2 จำนวน 5 คน และมีข้อมูลดิบดังนี้

ตารางผลรวมวิธีการ

	b_1	b_2	b_3	b_4	total	$\Sigma a_i^2/n_{ij}q$
a_1 ($n_{ij}=3$)	12	13	22	24	71	420.083
a_2 ($n_{ij_{a_2}}=5$)	10	15	28	48	101	510.050
total	22	28	50	72	172	

$(\Sigma B_j^2)/n_j$ 60.5 98.0 312.5 648.0

ABS

		b_1	b_2	b_3	b_4	total	$(\Sigma AS)^2/q$
a_1	S_1	3	4	7	7	21	110.25
	S_2	6	5	8	8	27	182.25
	S_3	3	4	7	9	23	132.25
a_2	S_4	3	3	6	8	20	100.00
	S_5	1	2	5	10	18	81.00
	S_6	2	3	6	10	21	110.25
	S_7	2	4	5	9	20	100.00
	S_8	2	3	6	11	22	121.00
						937.00	

	\overline{AB}				total	$(\Sigma \overline{A})^2/q$
	b_1	b_2	b_3	b_4		
a_1	4.000	4.333	7.333	8.000	23.666	140.020
a_2	2.000	3.000	5.600	9.600	20.200	102.010
\overline{B}	6.000	7.333	12.933	17.600		
$\frac{(\Sigma \overline{B})}{p}$	18.000	26.886	83.631	154.880		

1. CF. = $(172)^2/32 = 924.500$
2. $\Sigma X_{ijk}^2 = (3^2 + 6^2 + \dots + 11^2) = 1160.000$
3. $\Sigma(\Sigma AS)^2/q = 110.25 + 182.25 + \dots + 121.00 = 937.000$
4. $\Sigma(\Sigma A)^2/n_{ij}q = 420.083 + 510.050 = 930.133$
5. $\Sigma(\Sigma B)^2/n_j = 60.5 + 98.0 + \dots + 648.0 = 1119.000$
6. $\Sigma\Sigma(AB)^2/n_{ij} = (12^2 + 13^2 + \dots + 24^2)/3 + (10^2 + 15^2 + \dots + 48^2)/5 = 1140.267$
7. $\tilde{n} = \frac{p}{((1/n_{ij} + 1/n_{ij} + \dots + 1/n_{ij}))} = \frac{2}{(1/3 + 1/5)} = 3.750$
8. $(\Sigma\Sigma \overline{AB})^2/pq = (43.866)^2/2(4) = 240.528$
9. $\Sigma(\Sigma \overline{A})^2/q = 140.020 + 102.010 = 242.030$
10. $\Sigma(\Sigma \overline{B})^2/p = 18.000 + 26.886 + \dots + 154.880 = 283.397$