

บทที่ 3

การวางแผนแบบบล็อกสมบูรณ์

(Randomized Complete Block Design = RCB.)

การวางแผนแบบสุ่มสมบูรณ์เหมาะกับการทดลองที่มีความผันแปรทางเดียวคืออิทธิพลของกรรมวิธี แต่ในบางครั้งสามารถคาดได้ก่อนดำเนินการทดลองว่าผลที่ได้จากหน่วยทดลองที่ได้รับการปฏิบัติเช่นเดียวกันจะต่างกัน เช่นในแปลงทดลองที่อยู่ใกล้ชิดกันจะให้ผลคล้ายกันมากกว่าแปลงที่อยู่ห่างไกล หรือสัตว์ทดลองที่มีน้ำหนักสูงแม้จะมีอายุเท่ากันจะให้น้ำหนักเพิ่มมากกว่าพวกที่มีน้ำหนักน้อยกว่า หรือค่าสังเกตที่เก็บจากเครื่องมืออันเดียวกัน หรือในวันเดียวกันจะใกล้เคียงกันมากกว่าค่าสังเกตที่เก็บจากเครื่องมือต่างกัน หรือต่างวัน เช่นนี้จึงต้องอาศัยแผนทดลองที่สามารถแยกความผันแปรของสิ่งเหล่านี้ (ซึ่งไม่ใช่อิทธิพลของวิธีการ) ออกจากความคลาดเคลื่อนจากการทดลอง

แผนงานทดลองแบบบล็อกสมบูรณ์

เป็นแผนงานทดลองที่ใช้เมื่อหน่วยทดลองสามารถจำแนกออกเป็นกลุ่มโดยอาศัยลักษณะใดลักษณะหนึ่ง และให้มีจำนวนหน่วยทดลองภายในกลุ่มเท่ากับจำนวนวิธีการ กลุ่มดังกล่าวเรียกว่า "บล็อก" หรือ "เรพริเคท" การจัดเป็นกลุ่มมีจุดประสงค์ให้หน่วยทดลองที่อยู่ในบล็อกเดียวกันมีลักษณะเหมือนกันมากที่สุด เพื่อที่เมื่อได้รับการปฏิบัติแล้ว ความแตกต่างที่พบจะได้เป็นความแตกต่างของกรรมวิธีเป็นส่วนใหญ่ และให้มีความผันแปรระหว่างหน่วยทดลองที่อยู่ในบล็อกต่างกันอย่างสูง พึงสังเกตว่า ความผันแปรระหว่างบล็อกจะไม่กระทบกระเทือนความผันแปรของวิธีการ เพราะทุกวิธีการปรากฏในทุกบล็อก และในระหว่างดำเนินการทดลองต้องพยายามปฏิบัติต่อหน่วยทดลองในบล็อกเดียวกันให้เหมือนกันมากที่สุด เช่นการเก็บเกี่ยวต้องเก็บเกี่ยวทุกแปลงที่อยู่ในบล็อกเดียวกันในวันเดียวกัน

การจัดวิธีการให้หน่วยทดลอง

เมื่อสร้างบล็อกได้แล้ว การจัดวิธีการให้หน่วยทดลองให้เป็นแบบสุ่มเช่นเดียวกับการวางแผนแบบสุ่มสมบูรณ์ เมื่อขึ้นบล็อกใหม่ต้องทำการสุ่มใหม่ เช่นสมมุติมี 5 วิธีการ สมมุติจากการจัดอันดับเลขสุ่ม ได้เลข 1, 2, 5, 3, 4 หมายความว่า

ให้วิธีการที่ 1 กับแปลงทดลองที่ 1

ให้วิธีการที่ 2 กับแปลงทดลองที่ 2

ให้วิธีการที่ 3 กับแปลงทดลองที่ 5

ให้วิธีการที่ 4 กับแปลงทดลองที่ 3

ให้วิธีการที่ 5 กับแปลงทดลองที่ 4

เมื่อขึ้นบล็อกใหม่ก็ทำการสุ่มใหม่

สมมุติมีทั้งหมด 3 บล็อก และอันดับของเลขสุ่มมีดังนี้

4, 2, 1, 3, 5 และ 3, 5, 1, 2, 4

หมายความว่า ในบล็อกที่ 2

ให้กรรมวิธีที่ 1 กับแปลงที่ 4

ให้กรรมวิธีที่ 2 กับแปลงที่ 2

ให้กรรมวิธีที่ 3 กับแปลงที่ 1

ให้กรรมวิธีที่ 4 กับแปลงที่ 3

ให้กรรมวิธีที่ 5 กับแปลงที่ 5

และในบล็อกที่ 3 มีการจัดกรรมวิธีให้หน่วยทดลองต่าง ๆ ดังนี้

ให้กรรมวิธีที่ 1 กับแปลงที่ 3

ให้กรรมวิธีที่ 2 กับแปลงที่ 5

ให้กรรมวิธีที่ 3 กับแปลงที่ 1

ให้กรรมวิธีที่ 4 กับแปลงที่ 2

ให้กรรมวิธีที่ 5 กับแปลงที่ 4

ซึ่งจะมีแผนผัง (layout) ของงานทดลอง ดังนี้

บล็อก 1	t_1	t_2	t_4	t_5	t_3
บล็อก 2	t_3	t_2	t_4	t_1	t_5
บล็อก 3	t_3	t_4	t_1	t_5	t_2

ข้อดีของการวางแผนแบบบล็อกสมบูรณ์

1. ไม่เป็นการยากที่จัดหน่วยทดลองให้เป็นบล็อกเพื่อเพิ่มประสิทธิภาพของการทดลอง
2. ไม่มีข้อจำกัดในจำนวนวิธีการ และ จำนวนบล็อก
3. การวิเคราะห์ข้อมูลไม่ยุ่งยาก
4. หากเกิดข้อมูลสูญหาย ก็สามารถประมาณข้อมูลสูญหายได้โดยไม่ต้องล้มเลิกการทดลอง

ข้อเสีย

เมื่อความผันแปรระหว่างหน่วยทดลองภายในบล็อกเดียวกันสูง จะทำให้ความคลาดเคลื่อนจากการทดลองสูง กรณีเช่นนี้มักเกิดกับงานทดลองที่มีจำนวนกรรมวิธีมากเกินไป จึงไม่สามารถประกันให้หน่วยทดลองภายในกลุ่มเดียวกันมีลักษณะแบบเดียวกันได้ตลอด จึงต้องใช้แผนงานทดลองใหม่ที่เหมาะสมกว่า

ตารางแสดงการวิเคราะห์ความแปรปรวน

SOV.	df.	Sums of Squares	
		Definition	Working
Blocks	$r - 1$	$t \sum_j (\bar{X}_{.j} - \bar{X}_{..})^2$	$= \sum_j \frac{X_{.j}^2}{t} - CF.$
Treatments	$t - 1$	$r \sum_i (\bar{X}_{i.} - \bar{X}_{..})^2$	$= \sum_i \frac{X_{i.}^2}{r} - CF.$
Error	$(r-1)(t-1)$	$\sum_{i,j} (X_{ij} - \bar{X}_{.j} - \bar{X}_{i.} + \bar{X}_{..})^2$	$= (\text{Total} - \text{block} - \text{trt.}) \text{ SS.}$
Total	$rt - 1$	$\sum_{i,j} (X_{ij} - \bar{X}_{..})^2$	$= \sum_i \sum_j X_{ij}^2 - CF.$

$$X_{ij} = \text{ค่าสังเกตของกรรมวิธีที่ } i \text{ ในบล็อกที่ } j$$

ตัวอย่าง

จำนวนเมล็ดถั่วเหลืองที่ไม่งอกจากที่เพาะไว้ 100 เมล็ดภายใต้วิธีการต่าง ๆ

Treatment	Replication					Total $X_{i.}$	Mean $\bar{X}_{i.}$
	1	2	3	4	5		
Check	8	10	12	13	11	54	10.8
Arasan	2	6	7	11	5	31	6.2
Spergon	4	10	9	8	10	41	8.2
Semesan, Jr.	3	5	9	10	6	33	6.6
Fermate	9	7	5	5	3	29	5.8
Total (X_{ij})	26	38	42	47	35	188	$\bar{X}_{..} = \frac{188}{25} = 7.52$

Mean ($\bar{X}_{.j}$) 5.2 7.6 8.4 9.4 7.0

$$CF. = (188)^2/25 = 1413.76$$

$$Total\ SS. = 8^2 + 2^2 + \dots + 6^2 + 3^2 = CF. = 220.24$$

$$Rep.\ SS. = 1/5(26^2 + 38^2 + \dots + 35^2) - CF. = 49.84$$

$$Treatments\ SS. = 1/5(54^2 + 31^2 + \dots + 29^2) - CF. = 83.84$$

Sources of variation	degree of freedom	Sum of Squares	Mean Square
Replications	4	49.84	12.46
Treatments	4	83.84	20.96
Residual(error)	16	86.56	5.41
Total	24	220.24	

$$f_{.01,4,16} = 4.49, f_{.05,4,16} = 4.77$$

สรุปว่าอิทธิพลของวิธีการมีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

ข้อสังเกต

1. ความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของความแตกต่างของค่าเฉลี่ยวิธีการ 2 วิธีการที่มีจำนวนซ้ำเท่ากันคือ $s_{\bar{d}} = \sqrt{2S^2/r}$

$$2. \text{Coefficient of variation (CV)} = S(100)/\bar{X} \quad (S = \sqrt{MSE})$$

3. ถ้าจะทดสอบความผันแปรของบล็อกก็ได้ แต่ปกติผู้ทดลองมักไม่สนใจเพราะทราบล่วงหน้าแล้วว่ามีความแตกต่างกัน ข้อควรสังเกตคือ ถ้าค่าสถิติที่ใช้ทดสอบบล็อกมีนัยสำคัญแสดงว่าการวางแผนแบบบล็อกสมบูรณ์ช่วยเพิ่มประสิทธิภาพเหนือการวางแผนแบบสุ่มสมบูรณ์

เปรียบเทียบประสิทธิภาพกับการวางแผนแบบสุ่มสมบูรณ์

สมมุติว่าแทนที่จะใช้บล็อกสมบูรณ์ จะวางแผนแบบสุ่มสมบูรณ์แทน

$$RE. (RCB. \text{ to CRD.}) = \frac{\hat{MSE}(CRD)}{MSE(RCB)}$$

$$\hat{MSE}(CRD) = \frac{(r-1)MS(\text{Blocks}) + (v_1 + v_2)MSE}{(tr - 1)}$$

$$v_1 = \text{df.}(\text{Treatments}) = (t - 1)$$

$$v_2 = \text{df.}(\text{Error}) = (t - 1)(r - 1)$$

$$\hat{\text{MSE}}(\text{CRD}) = \frac{4(12.46) + 20(5.41)}{24} = 6.585$$

$$\text{RE.} = 6.585/5.41 = 1.22$$

ถ้า $\text{df.}(\text{error}) < 20$ ควรใช้ precision factor ปรับค่าดังนี้

$$= \frac{(f_{\text{RB}} + 1)(f_{\text{CR.}} + 3) S_{\text{CR.}}^2}{(f_{\text{RB}} + 3)(f_{\text{CR.}} + 1) S_{\text{RB}}^2}$$

(f = df (error))

$$= \frac{(16 + 1)(20 + 3)}{(16 + 3)(20 + 1)} (1.22) = 1.20$$

สรุปว่าถ้าใช้แบบสุ่มสมบูรณ์ต้องใช้จำนวนซ้ำ 6 ซ้ำจึงจะให้ประสิทธิภาพเท่ากับ 5 ซ้ำของบล็อกสมบูรณ์ (จะมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของวิธีการเท่ากัน)

แบบจำลอง

$$X_{ij} = \mu + \tau_i + \beta_j + \epsilon_{ij}, \quad \begin{array}{l} i = 1, 2, \dots, t \\ j = 1, 2, \dots, r \text{ (b)} \end{array}$$

X_{ij} คือข้อมูลของวิธีการที่ i ในบล็อกที่ j

τ_i คืออิทธิพลของวิธีการที่ i

β_j คืออิทธิพลของบล็อกที่ j

ϵ_{ij} คืออิทธิพลอื่นๆ

ทั้งนี้ยังคงมีข้อสมมุติของ τ_i และ ϵ_{ij} เช่นเดียวกับแบบสุ่มสมบูรณ์ แต่เพิ่มข้อสมมุติของ β_j ดังนี้

แบบจำลองที่ 1: $\sum \beta_j = 0, \quad i = 1, 2, \dots, r$

ใช้เมื่อบล็อกที่อยู่ในการทดลองได้มาแบบกำหนดไว้ล่วงหน้า ข้อสรุปใช้ได้เฉพาะบล็อกที่อยู่ในการทดลอง

แบบจำลองที่ 2: $\beta_j \sim \text{NID}(0, \sigma_\beta^2)$

ใช้เมื่อบล็อกที่อยู่ในการทดลองได้มาจากการสุ่มจากประชากรของบล็อก ข้อสรุปจึงใช้กับประชากรของบล็อกได้

แบบจำลองที่ 3 (แบบผสม) มี 2 กรณีคือ

3.1 เมื่อวิธีการเป็นแบบสุ่มและบล็อกเป็นแบบกำหนดไว้ล่วงหน้า จะมีข้อสมมุติดังนี้

$$\tau_i \sim \text{NID}(0, \sigma_\tau^2), \quad \Sigma \beta_j = 0, \quad j = 1, 2, \dots, r$$

3.2 เมื่อวิธีการเป็นแบบกำหนดไว้ล่วงหน้า แต่บล็อกเป็นแบบสุ่ม จะมีข้อสมมุติ ดังนี้

$$\Sigma \tau_i = 0, \quad i = 1, 2, \dots, t; \quad \beta_j \sim \text{NID}(0, \sigma_\beta^2)$$

สมมติฐาน

ก. แบบจำลองที่ 1

$$\begin{aligned} H_0 : \tau_i &= 0 && (\text{อิทธิพลของวิธีการไม่ต่างกัน}) && i = 1, 2, \dots, t \\ H_a : \tau_i &\neq 0 && (\text{อิทธิพลของวิธีการแตกต่างกัน}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H_0 : \beta_j &= 0 && (\text{อิทธิพลของบล็อกไม่ต่างกัน}) \\ H_a : \beta_j &\neq 0 && (\text{อิทธิพลของบล็อกแตกต่างกัน}) \end{aligned} \quad j = 1, 2, \dots, r$$

ข. แบบจำลองที่ 2

$$\begin{aligned} H_0 : \sigma_\tau^2 &= 0 && (\text{อิทธิพลของวิธีการไม่ต่างกัน}) \\ H_a : \sigma_\tau^2 &> 0 && (\text{อิทธิพลของวิธีการแตกต่างกัน}) \\ H_0 : \sigma_\beta^2 &= 0 && (\text{อิทธิพลของบล็อกไม่ต่างกัน}) \\ H_a : \sigma_\beta^2 &> 0 && (\text{อิทธิพลของบล็อกแตกต่างกัน}) \end{aligned}$$

ค. แบบจำลองที่ 3

ตั้งสมมติฐานให้สอดคล้องกับข้อสมมุติว่าอันใดเป็นแบบสุ่ม และอันใดเป็นแบบกำหนด

ค่าคาดหวังของกำลังสองเฉลี่ย

SOV.	Model 1	Model 2	Model 3	
			Blocks fixed, trts.random.	Blocks random, trts. fixed.
Blocks	$\sigma^2 + t\Sigma\beta_j^2/(r-1)$	$\sigma^2 + t\sigma_\beta^2$	$\sigma^2 + t\Sigma\beta_j^2/(r-1)$	$\sigma^2 + t\sigma_\beta^2$
Treatments	$\sigma^2 + r\Sigma\tau_i^2/(t-1)$	$\sigma^2 + r\sigma_\tau^2$	$\sigma^2 + r\sigma_\tau^2$	$\sigma^2 + r\Sigma\tau_i^2/(t-1)$
Error	σ^2	σ^2	σ^2	σ^2

การประมาณค่าพารามิเตอร์ของการวางแผนแบบ RCB.

$$x_{ij} = \mu + \tau_i + \beta_j + \epsilon_{ij} ; \quad i = 1, 2, \dots, t$$

$$j = 1, 2, \dots, r$$

$$\hat{\mu} = \bar{x}_{..}$$

$$\tau_i = \mu_i - \mu \quad (\mu_i = \tau_i + \mu)$$

$$\hat{\tau}_i = \bar{x}_{i.} - \bar{x}_{..}$$

$$\beta_j = \mu_j - \mu$$

$$\hat{\beta}_j = \bar{x}_{.j} - \bar{x}_{..}$$

$$\epsilon_{ij} = x_{ij} - \mu - \tau_i - \beta_j$$

$$\hat{\epsilon}_{ij} = x_{ij} - \bar{x}_{..} - (\bar{x}_{i.} - \bar{x}_{..}) - (\bar{x}_{.j} - \bar{x}_{..})$$

$$= x_{ij} - \bar{x}_{i.} - \bar{x}_{.j} + \bar{x}_{..}$$

เมื่อแทนค่าประมาณของ μ , τ_i , ϵ_{ij} ใน Model จะได้

$$x_{ij} = \bar{x}_{..} + (\bar{x}_{i.} - \bar{x}_{..}) + (\bar{x}_{.j} - \bar{x}_{..}) + (x_{ij} - \bar{x}_{i.} - \bar{x}_{.j} + \bar{x}_{..})$$

ย้าย $\bar{x}_{..}$ มาซ้ายมือ, ยกกำลังสองทั้ง 2 ด้าน และรวมทุกจำนวน

$$\begin{aligned} \sum_{ij}^{tr} (x_{ij} - \bar{x}_{..})^2 &= \sum_{ij}^{tr} \{ (\bar{x}_{i.} - \bar{x}_{..}) + (\bar{x}_{.j} - \bar{x}_{..}) + (x_{ij} - \bar{x}_{i.} - \bar{x}_{.j} + \bar{x}_{..}) \}^2 \\ &= \sum_{ij}^{tr} (\bar{x}_{i.} - \bar{x}_{..})^2 + \sum_{ij}^{tr} (\bar{x}_{.j} - \bar{x}_{..})^2 + \sum_{ij}^{tr} (x_{ij} - \bar{x}_{i.} - \bar{x}_{.j} + \bar{x}_{..})^2 \\ &= r \sum_i^t (\bar{x}_{i.} - \bar{x}_{..})^2 + t \sum_j^r (\bar{x}_{.j} - \bar{x}_{..})^2 + \sum_{ij}^{tr} (x_{ij} - \bar{x}_{i.} - \bar{x}_{.j} + \bar{x}_{..})^2 \end{aligned}$$

$$SS(\text{total}) = SS(\text{treatments}) + SS(\text{blocks}) + SS(\text{error})$$

$$df : tr - 1 = (t-1) + (r-1) + (t-1)(r-1)$$

สรุปได้ว่า คำสั่งทุกจำนวนสามารถแบ่งออกเป็น 4 อิทธิพล ส่วนค่า ss จะทำแบบ Corrected for mean ซึ่งมี $df = tr - 1$ หรือ $N - 1$ ss จึงแบ่งออกเป็น 3 อิทธิพล ตัวอย่าง จงแสดงการแบ่ง x_{23} เป็นอิทธิพลต่างๆ

$$\begin{aligned} x_{23} &= \bar{x}_{..} + (\bar{x}_{2.} - \bar{x}_{..}) + (\bar{x}_{.3} - \bar{x}_{..}) + (x_{23} - \bar{x}_{2.} - \bar{x}_{.3} + \bar{x}_{..}) \\ 7 &= 7.5 + (6.2 - 7.5) + (8.4 - 7.5) + (7 - 6.2 - 8.4 + 7.5) \\ &= 7.5 + (-1.3) + (0.9) + (-0.1) = 7 \end{aligned}$$

grand mean อิทธิพลของ อิทธิพลของ อิทธิพลอื่น
หรือค่าคงที่ Arasan Rep 3

ส่วนค่าประมาณของ τ_i และ β_j มีดังนี้

$$\begin{aligned} \hat{\tau}_1 &= 10.8 - 7.5 = 3.3 \\ \hat{\tau}_2 &= 6.2 - 7.5 = 1.3 \\ \hat{\tau}_3 &= 8.2 - 7.5 = 0.7 \\ \hat{\tau}_4 &= 6.6 - 7.5 = -0.2 \\ \hat{\tau}_5 &= 5.8 - 7.5 = \underline{\underline{\frac{-1.7}{0}}} \end{aligned}$$

check $\sum_i^t \hat{\tau}_i = \sum_i^t (\bar{x}_{i.} - \bar{x}_{..}) = 0$

$$\begin{aligned} \hat{\beta}_1 &= 5.2 - 7.5 = -2.3 \\ \hat{\beta}_2 &= 7.6 - 7.5 = 0.1 \\ \beta_3 &= 8.4 - 1.5 = 0.9 \\ \beta_4 &\approx 9.4 - 7.5 = 1.9 \\ \hat{\beta}_5 &= 1.0 - 7.5 = -0.5 \\ &0.1 \end{aligned}$$

$\sum \hat{\beta}_j \neq 0$ เนื่องจากการบิดเบือนของ $\bar{x}_{..} = 7.52$ แต่คิดทศนิยมตำแหน่งเดียว (7.5)

หลังการทดสอบของการวางแผนแบบบล็อกสมบูรณ์

1. fixed effects model

ใช้ Chart V

$$\phi^2 = \frac{r \sum_{i=1}^t \tau_i^2}{t\sigma^2}$$

$$v_1 = t-1, \quad v_2 = (t-1)(r-1)$$

2. random model

ใช้ Chart VI

$$\lambda = \sqrt{1 + \frac{r\sigma_r^2}{\sigma^2}}$$

$$v_1 = t-1, \quad v_2 = (t-1)(r-1)$$

จะใช้ MS_E เป็นค่าประมาณของ σ^2 ก็ได้

ตัวอย่าง ในการใช้แผนงานทดลองแบบบล็อกสมบูรณ์เปรียบเทียบ 5 วิธีการ ใน 6 บล็อก วิธีการเป็นแบบกำหนด ผู้ทดลองต้องการทราบพลังการทดสอบ เมื่อใช้ $\alpha = .05$ ถ้าค่าเฉลี่ยที่แท้จริง คือ $\mu_1 = 5.0$, $\mu_2 = 8.0$, $\mu_3 = 4.0$, $\mu_4 = 3.0$

และ $\mu_5 = 5.0$, $\sigma^2 = 4.0$

เพราะว่า $\tau_i = \mu_i - \mu$ ดังนั้น $\mu_i = \mu + \tau_i$ และ เรากำหนดให้ $\sum_{i=1}^5 \tau_i = 0$

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^5 \mu_i}{5} = 5.0$$

นั่นคือ $\tau_1 = \mu_1 - \mu = 5.0 - 5.0 = 0$

$$\tau_2 = \mu_2 - \mu = 8.0 - 5.0 = 3$$

$$\tau_3 = \mu_3 - \mu = 4.0 - 5.0 = -1$$

$$\tau_4 = \mu_4 - \mu = 3.0 - 5.0 = -2$$

$$\tau_5 = \mu_5 - \mu = 5.0 - 5.0 = 0$$

$$\sum \tau_i^2 = (0)^2 + (3)^2 + (-1)^2 + (-2)^2 + (0)^2 = 14$$

ดังนั้น

$$\Phi^2 = \frac{r \sum_{i=1}^t \tau_i^2}{t\sigma^2} = \frac{(6)(14)}{(5)(4)} = 4.2$$

$$\Phi = 2.049$$

$$v_1 = 5-1 = 4, \quad v_2 = (5-1)(6-1) = 20$$

จาก Chart V, $\alpha = .05$, $v_1 = 4$, $v_2 = 20$ จะได้

$$\beta \approx .06$$

นั่นคือ $1 - \beta = P(\text{ปฏิเสธ } H_0 : \tau_1 = 0 / H_0 \text{ เป็นเท็จ}) \approx .94$

ถ้า $\sum_{i=1}^5 \tau_i^2 = 14$ และ $\sigma^2 = 4.0$

การวิเคราะห์แบบบล็อกสมบูรณ์เมื่อมีตัวอย่างย่อย

ถ้าเก็บค่าสังเกตมากกว่า 1 จำนวนจากหน่วยทดลอง 1 อัน จะเกิดความคลาดเคลื่อนอีกอย่างคือความคลาดเคลื่อนของตัวอย่างสุ่มซึ่งวัดความผันแปรของข้อมูลที่ได้จากตัวอย่างย่อย

ซึ่งอยู่ในหน่วยทดลองอันเดียวกัน ซึ่งต่างกับความคลาดเคลื่อนจากการทดลองซึ่งวัดความผันแปรของข้อมูลที่เกิดจากหน่วยทดลองซึ่งได้รับวิธีการเดียวกัน แบบจำลองและตารางวิเคราะห์มีดังนี้

แบบจำลอง

$$x_{ijk} = \mu + \tau_i + \beta_j + \epsilon_{ij} + \delta_{ijk}$$

x_{ijk} ค่าสังเกตจากตัวอย่างย่อยที่ k ในบล็อก j ซึ่งรับวิธีการ i

τ_i อิทธิพลของวิธีการ i

β_j อิทธิพลของบล็อก j

ϵ_{ij} อิทธิพลของหน่วยทดลองในบล็อก j ซึ่งรับวิธีการ i

δ_{ijk} อิทธิพลของตัวอย่างย่อยที่ k ในหน่วยทดลองที่อยู่ในบล็อก j ซึ่งรับวิธีการ i

$$i = 1, 2, \dots, t$$

$$j = 1, 2, \dots, r$$

$$k = 1, 2, \dots, s$$

ANOVA

SOV	df.	SS.
Blocks	$r - 1$	$\sum_j X_{.j}^2 / ts - CF.$
Treatments	$t - 1$	$\sum_i X_{i..}^2 / rs - CF.$
Experimental error	$(r-1)(t-1)$	$\{\sum_{i,j} X_{ij.}^2 / s - CF = SS(\text{units})\} - \text{blocks SS.} - \text{Treatments SS}$
Sampling error	$rt(s-1)$	$\sum_{i,j} (\sum_k X_{ijk}^2 - X_{ij.}^2 / s)$ $= SS(\text{total}) - SS(\text{Units})$
Total	$rts - 1$	$\sum_{i,j,k} X_{ijk}^2 - CF.$

$$CF. = (X_{..})^2 / trs = G^2 / N$$

การวางแผนแบบบล็อกสมบูรณ์มี 2 กรรมวิธี

จงพิจารณาจากตัวอย่างในตารางข้างล่าง ซึ่งคือน้ำหนักก่อนและหลังกินยาลดความอ้วน

Blocks	Treatments		total	d _i
	1	2		
1	14	14	28	0
2	14	12	26	2
3	12	11	23	1
4	12	11	23	1
5	11	9	20	2
6	11	10	21	1
7	10	9	19	1
8	11	10	21	1
9	9	9	18	0
10	10	9	19	1
11	8	9	17	-1
12	10	9	19	1
13	8	8	16	0
14	7	8	15	-1
15	8	8	16	0
16	7	6	13	1
17	4	1	5	3
18	5	2	7	3
19	5	4	9	1
20	4	1	5	3
total	180	160	340	20

$$\bar{D} = 20/20 = 1$$

$$\begin{aligned}
SS (\text{Treatments}) &= 1/20 (180^2 + 160^2) - 340^2/40 = 10.0 \\
SS (\text{Blocks}) &= 1/2 (28^2 + 26^2 + \dots + 5^2) - 340^2/40 = 401.0 \\
SS (\text{Total}) &= (14^2 + 14^2 + \dots + 1^2) - 340^2/40 = 424.0 \\
SS (\text{Error}) &= 424.0 - 10.0 - 401.0 = 13.0
\end{aligned}$$

ANOVA				
SOV.	df.	SS	MS	F
Treatments	1	10.0	10.0	14.6 **
Blocks	19	401.0	21.110	
Error	19	13.0	0.684	
Total	39	424.0	f.01,1,19 =	8.18

เปรียบเทียบกับการทดสอบแบบ "ที"

$$\begin{aligned}
\Sigma (D - \bar{D})^2 &= \Sigma D^2 - (\Sigma D)^2/n \\
&= (0^2 + 2^2 + \dots + 3^2) - (20)^2/20 = 26.0 \\
s_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = s_{\bar{d}} &= \sqrt{26.0/(20)(20-1)} = 0.262 \\
T &= \bar{D}/s_{\bar{d}} \\
&= 1/0.262 = 3.82, \quad t_{19,(.005)} = 2.861
\end{aligned}$$

ฟังสังเกตว่า

$$(T)^2 = (3.82)^2 = 14.6 = F$$

ข้อมูลสูญหาย

ถ้ามีข้อมูลสูญหาย 1 ค่า ให้ประมาณด้วย

$$Y = \frac{rB + tT - G}{(r-1)(t-1)}$$

B = ผลรวมของค่าสังเกตที่เหลือในบล็อกที่มีข้อมูลสูญหาย

T = ผลรวมของวิธีการที่มีข้อมูลสูญหายโดยรวมจากบล็อกทั้งหลาย

G = Grand total

r = จำนวนเรพริเคท หรือ บล็อก

t = จำนวนวิธีการ

เมื่อคำนวณค่าที่สูญหายได้แล้ว ให้คำนวณค่าต่าง ๆ ในตารางวิเคราะห์ความแปรปรวน เช่นเดิม แต่ต้องหัก df. ออกจากความคลาดเคลื่อนและผลรวมเพราะว่าเป็นค่าที่สมมุติขึ้น เพื่อสะดวกในการคำนวณเท่านั้น ไม่ใช่ค่าสังเกตจริง ๆ จึงไม่มีความคลาดเคลื่อน นอกจากนั้นส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของผลต่างของค่าเฉลี่ยอื่นกับค่าเฉลี่ยของวิธีการที่มีข้อมูลสูญหาย คือ

$$\sqrt{s^2 \left[\frac{2}{r} + \frac{t}{r(r-1)(t-1)} \right]}$$

ถ้ามีข้อมูลสูญหายหลาย ๆ ค่า เช่น a,b,c,d,... ให้ประมาณค่าอื่น ๆ ก่อนจนเหลือค่าสุดท้าย สมมุติว่าเหลือ a จึงใช้สูตรประมาณ (กรณีสูญหายค่าเดียว) เมื่อแทนค่า a แล้ว ให้ประมาณค่า b บ้าง ทำเช่นนี้ไปเรื่อย ๆ จนครบทั้งหมด แล้วกลับมาประมาณค่า a,b,... เป็นครั้งที่สอง จนค่าประมาณที่ได้ไม่ต่างกันมากจึงหยุดได้ ข้อมูลสูญหายแต่ละค่ามีผลให้ df. ของ error และ total หายไป 1 df.

สมมุติ มีข้อมูลสูญหาย 2 ค่า ดังนี้

K ₂ O (ปอนด์)	1	2	3	total
36	a	8.00	7.93	15.93
54	8.14	8.15	7.87	24.16
72	7.76	b	7.74	15.50
108	7.17	7.57	7.80	22.54
144	7.46	7.68	7.21	22.35
total	30.53	31.40	38.55	100.48

เนื่องจากแต่ละซ้ำไม่ต่างกันมาก จึงจะประมาณ a ด้วยค่าเฉลี่ยจากที่เหลือคือ 8.00,7.93 เมื่อประมาณ a = 7.96 ได้แล้วจึงประมาณค่า b ครั้งที่ 1 จากสูตร

$$B = 31.40 ; T = 15.50 ; G = 100.48 + 7.96 = 108.44$$

แทนค่า b = 7.91 แล้วประมาณค่า a ครั้งที่ 2 $b_1 = \frac{3(31.40) + 5(15.50) - 108.44}{8} = 7.91$

$$B = 30.53; T = 15.93; G = 100.48 + 7.91 = 108.39$$

$$a_2 = \frac{3(30.53) + 5(15.93) - 108.39}{8} = 7.86$$

แทนค่า $a = 7.86$ แล้วประมาณค่า 6 ครั้งที่ 2 จะได้ $b_2 = 7.92$ ซึ่งเป็นค่าที่ใกล้เคียงกับค่าที่ประมาณได้ครั้งที่ 1 จึงหยุด นั่นคือ $a = 7.86, b = 7.92$.

ในตารางวิเคราะห์

$$df. error = 6, df. total = 12, MS (error) = 0,0491$$

การเปรียบเทียบการทดลองแบบบล็อกสมบูรณ์ 2 การทดลอง

ตัวอย่าง ใช้แผนงานทดลองแบบบล็อกสมบูรณ์เปรียบเทียบผลผลิตข้าว 5 สายสัมพันธ์ ในที่นา 2 แปลงใกล้เคียงกัน ได้ผลผลิตเป็นปอนด์/แปลงดังนี้

		Variaty					
		Block	A	B	C	D	E
Experiment 1 (Plot size : 1/40 acre)	1		61	60	64	69	83
	2		65	66	66	80	83
	3		60	55	68	72	70
	4		75	70	80	80	89
Experiment 2 (Plot size : 1/50 acre)	1		64	74	69	73	75
	2		60	60	63	63	70
	3		54	51	59	50	64
	4		48	55	62	67	65

อยากทราบว่าผลการทดลอง 2 อันนี้ จะนำมาเปรียบเทียบกันได้หรือไม่ และให้ผลสรุป "คงเส้นคงวา" (consistency) หรือไม่

เนื่องจากการทดลองทั้งสองใช้ขนาดแปลงทดลองที่ต่างกัน จะนำข้อมูลดิบมาเปรียบเทียบโดยตรงไม่ได้ เมื่อพิจารณาจากตารางวิเคราะห์ พบว่ากำลังสองเฉลี่ยของวิธีการของการทดลองทั้งสองมีนัยสำคัญ จึงควรสร้างตารางแสดงค่าเฉลี่ยของวิธีการ แล้วแปลงให้อยู่ในรูปผลผลิตเป็นปอนด์ ต่อเอเคอร์ ดังนี้

ANOVA

Source	degrees of freedom	Sum of Squares		Mean Square	
		Exp.1	Exp.2	Exp.1	Exp.2
Blocks	3	553.2	649.0	184.4	216.3
Treatments	4	905.2	316.7	226.3	79.2
Error	12	160.8	214.5	13.4	17.9
total	19	1619.2	1180.2		

Estimated Yield (Lbs/Acre)

Estimated standard deviation of estimates

variety	A	B	C	D	E	
Experiment 1	2610	2510	2780	3010	3250	$73.22 = 40 \sqrt{\frac{160.8}{12(4)}}$
Experiment 2	2837	3000	3162	3162	3425	$105.7 = 50 \sqrt{\frac{214.5}{12(4)}}$

ถ้าอยากทราบว่าจะนำการทดลอง 2 อันนี้มาเปรียบเทียบกันได้หรือไม่ ต้องเอากำลังสองเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนมาเทียบกัน และต้องปรับให้อยู่ในหน่วยเดียวกันคือ ปอนด์/เอเคอร์

$$MSE (\text{Exp. 1}) = 40^2 \times \frac{160.8}{12}$$

$$MSE (\text{Exp. 2}) = 50^2 \times \frac{214.5}{12}$$

$$\text{Ratio (2 to 1)} = 2.08$$

$$H_0 : \sigma_1 = \sigma_2 ; \quad H_a : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$

$$F = \frac{\text{larger } S^2}{\text{Smaller } S^2} = 2.08 ; \quad f_{12,12(.05)} = 2.69$$

ค่าสถิติที่คำนวณได้ไม่มีนัยสำคัญที่ระดับนัยสำคัญ 10% แสดงว่ามาจากประชากรที่มีความแปรปรวนไม่ต่างกัน จึงนำค่าต่าง ๆ มาเปรียบเทียบกันได้

ส่วนปัญหาที่ว่าผลการทดลองทั้งสองมีลักษณะคงเส้นคงวาหรือไม่ (ให้ข้อสรุปเช่นเดียวกันหรือไม่) ให้ดูความแตกต่างของค่าเฉลี่ยในการทดลองแต่ละอัน จะพบว่าพันธุ์ข้าวที่ให้ผลผลิตสูงที่สุดจากทั้ง 2 การทดลองเป็นพันธุ์เดียวกัน คือ พันธุ์ E ส่วนพันธุ์ A และ B ให้ผลผลิตต่ำสุด 2 อันดับสุดท้ายจากทั้ง 2 การทดลอง จึงสรุปว่าการทดลองทั้ง 2 ให้ผลสรุปที่สอดคล้องกัน

แบบฝึกหัดที่ 3

1. ในการทดลองทางจิตวิทยาอันหนึ่งผู้ทดลองได้จัดบุคคล 3 คนเป็นบล็อก 1 บล็อก และมีทั้งหมด 10 บล็อก ภายในแต่ละบล็อกได้จัดวิธีการให้บุคคลแบบสุ่ม ได้ค่าสังเกต ดังนี้

	วิธีการ			
	1	2	3	
1	21	20	22	(Ans. F = 22.73)
2	20	19	21	
3	20	19	22	
4	18	19	20	
5	18	17	18	
6	18	18	19	
7	18	16	19	
8	16	15	18	
9	16	13	15	
10	15	14	16	

จงวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยวิธีการ

2. การทดลองอีกอันหนึ่งมี 5 วิธีการ และ 6 บล็อก จงวิเคราะห์ข้อมูล

บล็อก \ วิธีการ	วิธีการ					รวม	
	1	2	3	4	5		
1	25	27	24	28	22	126	(ANS. F. = 16.26)
2	24	32	29	26	24	135	
3	31	35	27	36	26	155	
4	40	45	33	42	30	190	
5	43	50	38	46	33	210	
6	45	48	40	52	36	221	
รวม	208	237	191	230	171	1037	

3. ทำการทดสอบบุคคล 20 คนก่อนการทดลอง และจัดบุคคลเป็นบล็อกๆ ละ 2 คน จัดวิธีการให้บุคคลภายในแต่ละบล็อกแบบสุ่ม (Ans. F = 5.10, T = 2.26)

ก. จงวิเคราะห์โดยการทำตารางวิเคราะห์ความแปรปรวน

ข. จงวิเคราะห์โดยใช้วิธีการทดสอบแบบ "ที" และตรวจสอบว่า $T^2 = F$

บล็อก	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
วิธีการที่ 1	2.5	4.6	9.3	4.5	1.5	6.4	4.7	5.6	7.3	6.6
วิธีการที่ 2	3.6	5.7	8.9	6.7	1.9	7.8	4.6	5.9	6.9	7.0

4. การทดลองแบบบล็อกสมบูรณ์อันหนึ่งมี 3 วิธีการ และ 30 บล็อก จัดวิธีการภายใน บล็อกเป็นแบบสุ่ม ได้ค่าสังเกตในตารางข้างล่าง จงวิเคราะห์ข้อมูล

บล็อก	วิธีการ		
	ก	ข	ค
1	18	19	15
2	5	14	13
3	16	18	17
4	18	14	15
5	19	13	13
6	20	16	11
7	19	17	15
8	17	16	14
9	18	17	13
10	20	16	14
11	16	16	19
12	11	15	18
13	11	19	19
14	16	17	21
15	15	15	18
16	14	16	21
17	13	16	20
18	16	15	17

(Ans. F = 2.20)

บล็อก	วิธีการ		
	ก	ข	ค
19	14	14	18
20	14	17	19
21	17	17	15
22	13	15	19
23	16	18	18
24	12	15	17
25	13	15	17
26	15	18	18
27	13	16	16
28	13	16	13
29	14	16	15
30	14	14	17

ผลการทดลองจาก 4 วิธีการใน 3 บล็อกมีดังนี้ จงวิเคราะห์ข้อมูล

บล็อก	วิธีที่ 1	วิธีที่ 2	วิธีที่ 3	วิธีที่ 4
1	1	2	3	3
2	2	3	4	2
3	3	4	5	1

(Ans. F. = 2.75)

6. ผลผลิตจากเครื่องจักร 4 เครื่องจากวันทดลอง 5 วัน มีดังนี้

วัน	เครื่องจักร			
	A	B	C	D
1	293	308	323	333
2	298'	353	343	363
3	280	323	350	368
4	288	358	365	345
5	260	343	340	330

(F = 4481.6/218.9 = 20.5) เครื่องจักร

F (วัน) = 536.6/218.9 = 2.45)

ก. จงเขียนแบบจำลองของงานทดลองนี้

ข. จงทดสอบความแตกต่างของผลผลิตจากเครื่องจักร

ค. เครื่องจักร (ก) เป็นแบบมาตรฐาน เครื่องจักร (ข) และ (ค) มีคุณสมบัติพิเศษที่ต่างจากเครื่องจักร (ง) จงสร้างตารางเปรียบเทียบตามที่เห็นควร

7. การทดลองเปรียบเทียบคุณสมบัติของส่วนผสมมี 4 อย่าง ซึ่งจะต้องอบด้วยความร้อนในเตาอบ 3 เตา ซึ่งทราบล่วงหน้าว่ามีความแตกต่างกัน ได้ผลการทดลอง ดังนี้

เตาอบ / ส่วนผสม	1	2	3
A	18	20	14
B	24	27	20
C	19	20	17
D	16	16	14

ก. จงเขียนแบบจำลองของงานทดลองนี้

ข. จงวิเคราะห์ข้อมูล

8. จงเติมตารางวิเคราะห์ความแปรปรวนข้างล่างให้สมบูรณ์ กำหนดให้มี 5 วิธีการใน 10 เรพปริเคท และกำลังสองเฉลี่ยของวิธีการ = 100 จงทดสอบอิทธิพลของวิธีการ

ที่มา	df.	SS.	MS.
เรพปริเคท		90	
วิธีการ			5
ความคลาดเคลื่อน			

9. กำหนดให้ค่าที่คำนวณได้ตารางวิเคราะห์ความแปรปรวนของผลผลิตพืช 6 สายพันธุ์ ใน 8 บล็อก มีค่าผลบวกกำลังสองของพันธุ์, บล็อก และความคลาดเคลื่อนเท่ากันคือ เท่ากับ 245 จงสร้างแบบจำลอง และทดสอบความแตกต่างของวิธีการ

10. จงทดสอบอิทธิพลของการใส่ Chalk และ Lime ในการทำให้สภาพกรดในดินเป็นกลางและช่วยเพิ่มผลผลิตหัวบีทหรือไม่

บล็อก	จำนวนหัวบีทต่อแปลง		
	ไม้ใส่	Chalk	Lime
1	149	135	147
2	137	151	131
3	114	143	103
4	140	146	147

11. เพื่อจะทดสอบประสิทธิภาพของเครื่องร่อนน้ำมัน 5 ชนิด ผู้ทดลองได้ทดลองใช้น้ำมันชนิดหนึ่งโดยแบ่งเป็น 15 ส่วน แล้วเติมวัตถุแปลกปลอมในปริมาณที่เท่ากันลงไป ในทุกส่วนแต่เนื่องจากการทดลองแต่ละวันจะทำได้เพียง 5 การทดลอง จึงแบ่งน้ำมันที่เตรียมไว้เป็น 3 กลุ่ม ๆ ละ 5 ส่วน และแบ่งทำการทดลองกับเครื่องร่อนทั้ง 5 เป็นเวลา 3 วันจึงวิเคราะห์ข้อมูล

วัน	ชนิดของเครื่องร่อน				
	ก	ข	ค	ง	จ
1	16.9	18.2	17.0	15.1	18.3
2	16.5	19.2	18.1	16.0	18.3
3	17.5	17.1	17.3	17.8	19.8

12. การทดลองแบบจับคู่ มีทั้งหมด 10 คู่ กำหนดให้ ผลรวมวิธีการที่ 1 และ 2 เป็น 160 และ 120 ตามลำดับ และ $\sum (d_i - \bar{d})^2 = 360$ จงเติมตารางวิเคราะห์ข้างล่างให้สมบูรณ์

ที่มา	df.	SS	MS
ระหว่างคู่หรือเรพรีเคท			100
ระหว่างวิธีการ			
ความคลาดเคลื่อน			

13. การทดลองเพื่อหาค่าวิเคราะห์จำนวนวิตามินซีในใบผักคะน้า โดยใช้ใบผักน้ำหนักต่าง ๆ กัน 4 ขนาดเป็นตัวอย่าง จากแต่ละตัวอย่างใช้หาค่าวิเคราะห์ 2 ค่าวิเคราะห์ คือ A และ B ได้ข้อมูลดังนี้

น้ำหนักของ ใบผักตัวอย่าง เป็น กรัม	เรพริเคท									
	1		A	B	3		4		5	
	A	B			A	B	A	B	A	B
5	34.2	37.2	47.0	52.5	48.5	46.5	44.2	44.2	42.5	43.5
2	12.8	12.8	21.5	22.0	24.5	23.0	17.8	17.8	17.0	17.5
1	5.8	8.2	10.2	13.0	16.5	11.0	9.5	15.2	11.0	10.5
0.5	I 3.5	I 3.5	5.0	6.0	9.8	6.8	5.2	3.5	3.8	4.7

จงวิเคราะห์ข้อมูล

14. กำหนดตารางวิเคราะห์ความแปรปรวน ดังนี้

ที่มา	df	MS	F (MS)
เรพริเคท	3	176	
วิธีการ	7	352	
ความคลาดเคลื่อนจากการทดลอง	21	88	
ความคลาดเคลื่อนจากการสุ่ม	96	40	
ระหว่างค่าวิเคราะห์	256	10	

จงหาค่าคาดหมายของกำลังสองเฉลี่ยโดยสมมุติว่ามีความสนใจเฉพาะ 8 วิธีการที่อยู่ในการทดลอง แต่เรพริเคท ตัวอย่าง และค่าวิเคราะห์เป็นตัวแปรเชิงสุ่ม

15. กำหนดตารางวิเคราะห์ความแปรปรวนของงานทดลองหนึ่ง ดังนี้

ที่มา	df.	Mean Square
บล็อก	3	
วิธีการ	8	
ความคลาดเคลื่อนจากการทดลอง	24	1084
ความคลาดเคลื่อนจากการสุ่ม	144	381

ก. จงเขียนแบบจำลองของงานทดลอง

ข. จงหาความแปรปรวนของค่าเฉลี่ยวิธีการ

ค. จงหาความแปรปรวนของค่าเฉลี่ยวิธีการเมื่อมีเพียง 1 ตัวอย่างย่อยต่อแปลง

16. จากการทดลองเพื่อประมาณอิทธิพลของปุ๋ยชนิดต่าง ๆ 9 วิธีการเพื่อเพิ่มผลผลิตข้าว แต่ไม่เก็บเกี่ยวผลผลิตทั้งแปลง แต่เก็บเกี่ยวจากพื้นที่ตัวอย่างขนาด 3 คูณ 3 ฟุต จำนวน 12 ตัวอย่างย่อย/แปลง มีตารางวิเคราะห์ความแปรปรวนดังนี้

ที่มา	df.	Mean Square
เรพรีเคท	3	384
วิธีการ	8	900
ความคลาดเคลื่อนจากการทดลอง	24	192
ระหว่างตัวอย่างย่อย/แปลง	396	24

ก. สมมติให้ components of variance ไม่เปลี่ยนแปลง จงประมาณประสิทธิภาพเทียบกับการทดลองใหม่ที่ใช้ 6 เรพรีเคท และ 8 ตัวอย่างย่อย ต่อแปลง

ข. เปรียบเทียบกับ 6 เรพรีเคท และ 12 ตัวอย่างย่อยต่อแปลง

17. กำหนดตารางวิเคราะห์ ดังนี้

ที่มา	df.	MS.	E (MS)
เรพรีเคท	3	288	
วิธีการ	7	432	
ความคลาดเคลื่อนจากการทดลอง	21	144	
ระหว่างตัวอย่างย่อย/หน่วยทดลอง	96	72	
ระหว่างค่าวิเคราะห์/ตัวอย่างย่อย	256	6	

ก. จงหาความแปรปรวนของค่าเฉลี่ยวิธีการ

ข. จงหาค่าคาดหวังของกำลังสองเฉลี่ยสมมติว่าวิธีการเป็นแบบกำหนด และเรพรีเคทเป็นแบบสุ่ม

ค. เปรียบเทียบประสิทธิภาพกับการทดลองใหม่ซึ่งจะใช้ 6 เรพรีเคท และมี 8 ตัวอย่างย่อย/หน่วยทดลอง และ 1 ค่าวิเคราะห์/ตัวอย่างย่อย

18. นักเคมีผู้หนึ่งได้ทำการทดลองโดยให้วิธีการกับดิน 8 วิธีการ ใน 2 เรพรีเคท แต่ละแปลงเก็บดินตัวอย่าง 3 ตัวอย่าง/แปลง แบ่งดินตัวอย่างเป็น 2 ส่วน แต่ละส่วนหาค่าวิเคราะห์ 2 ค่าวิเคราะห์ ค่าวิเคราะห์คือจำนวนไนโตรเจนในไตรเจน ได้ข้อมูล ดังนี้

ที่มา	df.	MS.
วิธีการ	7	11700
ความคลาดเคลื่อนจากการทดลอง	7	1300
ระหว่างตัวอย่าง/แปลง	32	100
ระหว่างชั้นส่วน/ตัวอย่าง	48	20
ระหว่างค่าวิเคราะห์/ชั้นส่วน	96	16

จงหาค่าคาดหมายของกำลังสองเฉลี่ย และเปรียบเทียบกับงานทดลองใหม่ที่จะใช้ 6 เรพริเคท แต่ยังคงมีค่าวิเคราะห์ 24 ค่าวิเคราะห์เท่าเดิม นั่นคือจะ 2 ตัวอย่าง/แปลง 2 ชั้นส่วน/ตัวอย่าง และ 1 ค่าวิเคราะห์/ชั้นส่วน

19. ในการทดลองเกี่ยวกับคุณภาพของดินอีกอันหนึ่ง มีตารางวิเคราะห์ ดังนี้

ที่มา	df.	Mean Square
เรพริเคท	4	240
วิธีการ	5	360
Experimental error	20	120
Samples within plots	150	60
Determinations per Sample	180	4

ก. จงหาความแปรปรวนของค่าเฉลี่ยวิธีการ

ข. เปรียบเทียบประสิทธิภาพกับการใช้ 8 ตัวอย่าง/แปลง และมี 1 ค่าวิเคราะห์/ตัวอย่าง

20. กำหนดตารางวิเคราะห์ความแปรปรวนของงานทดลองหนึ่ง ดังนี้

ที่มา	df.	SS	Expected Mean Square
บล็อก	9	.4074	
วิธีการ	3	1.1986	
ความคลาดเคลื่อน	27	.6249	

- ก. จงเติมช่องค่าคาดหมายของกำลังสองเฉลี่ยให้สมบูรณ์
- ข. เปรียบเทียบประสิทธิภาพถ้าจะใช้แผนงานทดลองแบบสุ่มสมบูรณ์
- ค. หาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าเฉลี่ยวิธีการ และความแตกต่างของค่าเฉลี่ยวิธีการ