เฉลยแบบฝึกหัดตอนที่ 6

1. ผลงานทดลองดูแรงต้านทานของ standard resistance ภายใต้อุณหภูมิ และความชื้นระดับต่าง ๆ มีในตาราง จงวิเคราะห์ข้อมูล

A : อุณหภูมิ	(a_1)	$-20°$ F	(a_2)	70° F	(a_3)	160° F
B : ความชื้น	(b_1) 10%	(b_2) 50%	(b_1) 10%	(b_2) 50%	(b_1) 10%	(b_2) 50%
	23	24	26	24	25	27
	24	24	25	25	26	26
	25	25	26	26	26	28
	24	26	26	26	28	28
	96	99	103	101	105	109

$a = 3, b = 2, t = 6, r = 4, N = 24$

	a_1	a_2	a_3	
b_1	96	103	105	304
b_2	99	101	109	309
	195	204	214	613

(1) $CF = (613)^2/24 = 15{,}657.04$

(2) $\Sigma\Sigma\Sigma X_{ijk}^2 = 15{,}699$

(3) $\Sigma a_i^2/rb = 15{,}679.62$

(4) $\Sigma(b_j^2)/ra = 15{,}658.08$

(5) $\Sigma(a_i b_j)^2/r = 15{,}683.25$

(6) $SST = (2) - (1) = 41.96$

(7) $SSTr = (5) - (1) = 26.21$

(8) $SSE = (6) - (7) = 15.75$

(9) $SSA = (3) - (1) = 22.58$

(10) $SSB = (4) - (1) = 1.04$

(11) $SS(AB) = (7) - (9) - (10) = 2.59$

ANOVA

SOV	df	SS	MS	F
วิธีการ	(5)	(26.21)		
A	2	22.58	11.290	12.9**
B	1	1.04	1.040	1.2
AB	2	2.59	1.295	1.5
error	18	15.75	0.875	

$f_{.01}^{(2,18)} = 6.01$

$f_{.05}^{(2,18)} = 3.55$

เนื่องจากอิทธิพลร่วมกันของอุณหภูมิและความชื้นไม่มีนัยสำคัญ แสดงว่าปัจจัยคู่นี้เป็นอิสระกัน เมื่อตรวจสอบอิทธิพลหลักพบว่า อิทธิพลของอุณหภูมิมีผลทำให้แรงต้านทานของ standard resistance มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญสูงยิ่ง แต่อิทธิพลของความชื้นระดับต่าง ๆ ต่อ standard resistance ไม่มีนัยสำคัญ

2. ตารางวิเคราะห์งานทดลองหนึ่ง มีดังนี้

ที่มา	df	Mean Square
ระหว่างพื้นที่ดิน = A	4	625
ระหว่างโครงการอนุรักษ์ดิน = B	3	400
พื้นที่ X โครงการ = AB	12	225
ระหว่างฟาร์ม = error	80	100

ก. สมมุติทั้งพื้นที่และโครงการเป็นแบบกำหนดล่วงหน้า จงทดสอบความแตกต่างของพื้นที่และโครงการอนุรักษ์ดิน

ข. สมมุติพื้นที่และโครงการเป็นแบบสุ่ม จงทดสอบความแตกต่างของพื้นที่และโครงการ

(ก) $Ho: (\alpha\beta)_{ij} = 0$, $Ha: (\alpha\beta)_{ij} \neq 0$, $F = 225/100 = 2.25^*$, $f_{.05}^{(12,80)} = 1.9$

$Ho: \alpha_i = 0$, $Ha: \alpha_i \neq 0$, $i = 1, 2, \ldots, 5$

$$F = \frac{MSA}{MSE} = \frac{625}{100} = 6.25^{**}, \quad f_{.05}^{(4,80)} = 2.5, \quad f_{.01}^{(4,80)} = 3.6$$

$H0: \beta_j = 0$, $Ha: \beta_j \neq 0$, $j = 1, 2, 3, 4$

$$F = \frac{MSB}{MSE} = \frac{400}{100} = 4^*, \quad f_{.05}^{(3,80)} = 2.7, \quad f_{.01}^{(3,80)} = 4.1$$

เนื่องจากอิทธิพลร่วมกันของพื้นที่และโครงการมีนัยสำคัญที่ระดับนัยสำคัญ .05 จึงไม่ควรทดสอบอิทธิพลหลักควรวิเคราะห์ simple effect แต่ถ้าใช้ α = .01 สรุปได้ว่าผลผลิตระหว่างท้องที่มีความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญสูงยิ่ง

(ข) $Ho: \sigma^2_{\alpha\beta} = 0$, $Ha: \sigma^2_{\alpha\beta} \neq 0$, F = (225/100) = 2.25*

$Ho: \sigma^2_{\alpha} = 0$, $Ha: \sigma^2_{\alpha} \neq 0$, F = 625/225 = 2.78*, $f^{(4,12)}_{.05}$ = 3.26

$Ho: \sigma^2_{\beta} = 0$, $Ha: \sigma^2_{\beta} \neq 0$, F = 400/225 = 0.64

ถ้าใช้ α = .05 อิทธิพลร่วมกันของพื้นที่และโครงการไม่เป็นอิสระกัน จึงไม่ควรทดสอบ main effects

ถ้าใช้ α = .01 อิทธิพลทุกอันไม่มีนัยสำคัญ

3. พื้นที่เกษตรจำแนกตามลักษณะดิน และการถือครองของชาวนา 36 คน มีดังนี้

การถือครอง = A	ลักษณะดิน = B			
	b_1	b_2	b_3	b_4
เป็นเจ้าของที่ดิน	37.0	50.0	49.0	56.0
a_1	40.1	28.6	43.7	69.0
	57.0	37.2	27.0	54.7
	134.1	115.8	119.7	179.7
เป็นผู้เช่า	36.0	42.0	50.9	55.0
a_2	52.0	54.5	34.0	41.0
	38.0	58.0	43.8	54.6
	126.0	154.5	128.7	150.6
เป็นผู้เช่าและเจ้าของ	72.6	54.0	67.4	63.0
ที่ดินบางส่วน	65.2	58.0	32.5	45.0
a_3	71.0	29.0	43.8	60.0
	208.8	141.0	143.7	168.0

a = 3
b = 4
r = 3
t = 12
N = 36

กำหนดให้การถือครองเป็นแบบกำหนดลักษณะดินเป็นแบบสุ่ม จงวิเคราะห์ข้อมูล

	b_1	b_2	b_3	b_4	
a_1	134.1	115.8	119.7	179.7	549.3
a_2	126.0	154.5	128.7	150.6	559.8
a_3	208.8	141.0	143.7	168.0	661.5
	468.9	411.3	392.1	498.3	1,770.6

ANOVA

SOV	df	SS	MS	F
วิธีการ	(11)	(2,701.02)		
A	2	640.06	320.03	1.54
B	3	813.80	271.27	2.36
AB	6	1,247.16	207.86	1.81
Error	24	2,761.48	115.06	

(1) $CF = (1,770.6)^2/36 = 87,084$

(2) $\Sigma X^2 = 92,546.5$

(3) $SST = (2)-(1) = 5,462.5$

(4) $\Sigma\Sigma(a_ib_j)^2/r = 89,785.02$

(5) $SS(\text{วิธีการ}) = (4)-(1) = 2,701.02$

(6) $\Sigma a_i^2/rb = 87,724.06$

(7) $SS(A) = (6)-(1) = 640.06$

(8) $\Sigma b_j^2/ra = 87,897.8$

(9) $SS(B) = (8)-(1) = 813.8$

(10) $SS(AB) = (5)-(7)-(9) = 1,247.16$

(11) $SSE = (3)-(5) = 2,761.48$

SOV	E(MS): A (กำหนด), B (สุ่ม)	F-ratio
A	$\sigma_\varepsilon^2 + r\sigma_{\alpha\beta}^2 + rb\Sigma\alpha_i^2/(a-1)$	A/AB
B	$\sigma_\varepsilon^2 + ra\sigma_\beta^2$	A/E
AB	$\sigma_\varepsilon^2 + r\sigma_{\alpha\beta}^2$	AB/E
E	σ_ε^2	

สรุปผล

1. การถือครองและลักษณะดินไม่มีอิทธิพลร่วมกัน
2. พื้นที่เกษตรจำแนกตามการถือครอง และจำแนกตามลักษณะดิน ไม่มีความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญ

4. ใช้ปุ๋ย 4 ชนิดทดลองกับพืช 5 สายพันธุ์ ในแปลงทดลองทั้งหมด 60 แปลง โดยสุ่มมารับวิธีการละ 3 แปลง ได้ข้อมูลดังนี้

ปุ๋ย	สายพันธุ์				
	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5
a_1	57	26	39	23	48
	46	38	39	36	35
	28	20	43	18	48
	131	84	111	77	101
a_2	67	44	57	74	61
	72	68	61	47	60
	66	64	61	69	75
	205	176	179	190	196
a_3	95	92	91	98	78
	90	89	82	85	89
	89	99	98	85	95
	274	280	271	268	262
a_4	92	96	98	99	99
	88	95	93	90	98
	99	99	98	98	99
	279	290	289	287	296

(ก) จงสร้าง ANOVA

(ข) จงหา E(MS) และทดสอบ

(ข.1) ปุ๋ยและสายพันธุ์เป็นแบบสุ่ม

(ข.2) ปุ๋ยและสายพันธุ์ถูกกำหนดล่วงหน้า

(ข.3) เมื่อปุ๋ยเป็นแบบกำหนด แต่สายพันธุ์เป็นแบบสุ่ม

$a = 4, b = 5, r = 3, t = 20, N = 60$

ปุ๋ย \ พันธุ์	1	2	3	4	5	
1	131	84	111	77	101	504
2	205	176	179	190	196	946
3	274	280	271	268	262	1,355
4	279	290	289	287	296	1,441
	889	830	850	822	855	4,246

(1) ANOVA

SOV	df	SS	MS
วิธีการ	(19)	37,877.40	
A	3	36,953.94	12,317.98
B	4	227.24	56.81
AB	12	696.22	58.02
Error	40	5,501.34	137.53

(1) $CF = (4,246)^2/60 = 300,475.26$

(2) $\Sigma X^2 = 343,854$

(3) $SST = (2) - (1) = 43,378.74$

(4) $\Sigma\Sigma(a_ib_j)^2/r = 338,352.66$

(5) $SS\ (\text{วิธีการ}) = (4) - (1) = 37,877.40$

(6) $SSE = (3) - (5) = 5,501.34$

(7) $\Sigma a_i^2/rb = 337,429.2$

(8) $SS(A) = (7) - (1) = 36,953.94$

(9) $\Sigma b_i^2/ra = 300,702.50$

(10) $SS(B) = (9) - (1) = 227.24$

(11) $SS(AB) = (5) - (8) - (10) = 696.22$

ข.1 A และ B เป็นแบบสุ่ม

SOV	MS	E(MS)	F-ratio	F-computed
A	12,317.98	$\sigma^2+r\sigma^2_{\alpha\beta}+rb\sigma^2_{\alpha}$	A/AB	212.3**
B	56.81	$\sigma^2+r\sigma^2_{\alpha\beta}+ra\sigma^2_{\beta}$	B/AB	< 1
AB	58.02	$\sigma^2+r\sigma^2_{\alpha\beta}$	AB/E	< 1
E	137.58	σ^2		

สรุปผล

1. ปุ๋ยและสายพันธุ์เป็นอิสระกัน
2. อิทธิพลของปุ๋ยต่อผลผลิตมีนัยสำคัญสูงยิ่ง

ข.2 A และ B เป็นแบบกำหนด

SOV	E(MS)	F-ratio	F-computed
A	$\sigma^2+rb\Sigma\alpha_i^2/(a-1)$	A/E	89.6
B	$\sigma^2+ra\Sigma\beta_j^2/(b-1)$	B/E	< 1
AB	$\sigma^2+r\Sigma\Sigma(\alpha\beta)_{ij}^2/(a-1)(b-1)$	AB/E	< 1
E	σ^2		

การสรุปผลเหมือนกรณี (ข.1)

ข.3 เมื่อ A เป็นแบบกำหนด, B เป็นแบบสุ่ม

SOV	E(MS)	F-ratio	F-computed
A	$\sigma^2+r\sigma^2_{\alpha\beta}+rb\Sigma\alpha_i^2/(a-1)$	A/AB	212.3**
B	$\sigma^2+ra\sigma^2_{\beta}$	B/E	< 1
AB	$\sigma^2+r\sigma^2_{\alpha\beta}$	AB/E	< 1
E	σ^2		

การสรุปผลเหมือนกรณี (ข.1)

5. พนักงานรักษาความสะอาด ได้ทดลองขัดพื้นด้วยขี้ผึ้ง 3 ชนิด แต่ละชนิดใช้เวลาต่างๆ กัน 3 ช่วงเวลา พื้นที่ทดลองเป็นพื้นที่มีลักษณะเหมือนกัน 18 ห้อง โดยสุ่มมารับวิธีการละ 2 ห้อง จงวิเคราะห์ข้อมูล

ขี้ผึ้ง = A	a_1				a_2			a_3	
เวลาที่ใช้ขัดถู = B	15	30	45	15	30	45	15	30	45
	7.0	7.5	8.2	7	7.2	7.1	8	9.2	9.6
	8.0	7.4	8.6	7	7.6	7	8	9.4	9.5
	15.0	14.9	16.8	14	14.8	14.1	16	18.6	19.1

$a = 3, b = 3, r = 2, t = 9, N = 18$

ขี้ผึ้ง

เวลา	a_1	a_2	a_3	
15 = b_1	15.0	14.0	16.0	45.0
30 = b_2	14.9	14.8	18.6	48.3
45 = b_3	16.8	14.1	19.1	50.0
	46.7	42.9	53.7	143.3

ANOVA

SOV	df	SS	MS	F
วิธีการ	(8)	(14.14)		
A	2	10.03	5.0150	65.4**
B	2	2.18	1.0900	14.2**
AB	4	1.93	.4825	6.3*
Error	9	0.69	0.0767	

$f_{.01}^{(2,9)} = 8.02$, $f_{.05}^{(4,9)} = 3.63$

(1) $CF = (143.3)^2/18 = 1,140.8$

(2) $\Sigma X^2 = 1,155.63$

(3) $SST = (2) - (1) = 14.83$

(4) $\Sigma\Sigma(a_i b_j)^2/r = 1,154.94$

(5) SS (วิธีการ) = (4) − (1) = 14.14

(6) $\Sigma a_i^2/rb$ = 1,150.83

(7) SS(A) = (6) − (1) = 10.03

(8) $\Sigma b_j^2/ra$ = 1,142.98

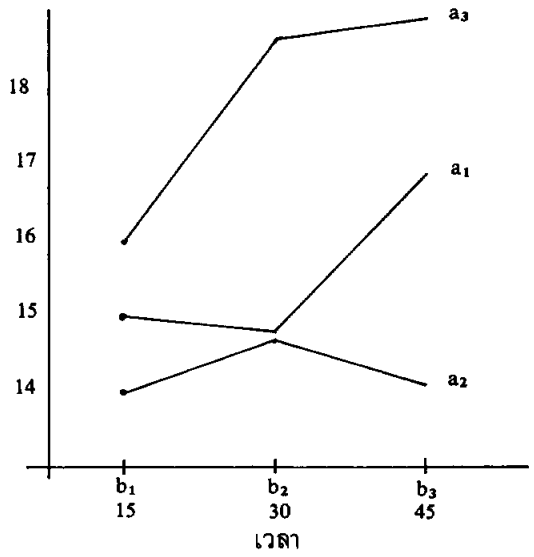
(9) SS(B) = (8) − (1) = 2.18

(10) SS(AB) = (5) − (7) − (9) = 1.93

(11) SSE = (3) − (5) = 0.69

สรุปผล

อิทธิพลร่วมกันของขี้ผึ้งและเวลามีนัยสำคัญ แสดงว่าอิทธิพล 2 อันนี้ไม่เป็นอิสระกัน เมื่อนำ simple effect ของขี้ผึ้งทั้ง 3 ชนิดไป plot graph พบว่าเวลาที่เหมาะสมสำหรับขี้ผึ้งแต่ละชนิดไม่เหมือนกัน ขี้ผึ้ง a_1, a_3 ควรใช้เวลามาก (45 นาที), ขี้ผึ้ง a_2 ควรใช้เวลาปานกลาง (30 นาที) และไม่ว่าจะใช้เวลามากน้อยแค่ใด ขี้ผึ้ง a_3 มีคุณภาพสูงสุด และ a_2 มีคุณภาพต่ำสุด



6. ข้อมูลต่อไปนี้คือความหนาแน่นของอิฐที่ผลิตโดยใช้ส่วนผสมขนาดต่างๆ 3 ระดับ แรงอัด 3 ระดับ และอุณหภูมิเตาอบ 3 ระดับ แต่ละวิธีการมี 2 ซ้ำ จงวิเคราะห์ข้อมูล

A ขนาด	B แรงอัด	อุณหภูมิ 1,900		2,000		2,300	
5-10	5.0	340	375	316	386	374	350
	12.5	388	370	338	214	334	366
	20.0	378	378	348	378	380	398
10-15	5.0	260	244	388	304	266	234
	12.5	322	342	300	420	234	258
	20.0	330	298	260	366	350	284
15-20	5.0	134	140	146	194	152	212
	12.5	186	230	412	428	194	208
	20.0	240	210	436	490	230	254

a = 3
b = 3
c = 3
r = 2
t = 27
N = 54

	a_1	a_2	a_3	
b_1	2,141	1,696	978	4,815
b_2	2,010	1,876	1,658	5,544
b_3	2,260	1,888	1,860	6,008
	6,411	5,460	4,496	16,367

	c_1	c_2	c_3	
a_1	2,229	1,980	2,202	6,411
a_2	1,796	2,038	1,626	5,460
a_3	1,796	2,038	1,626	4,496
	5,165	6,124	5,078	16,367

	b_1	b_2	b_3
c_1	1,493	1,838	1,834
c_2	1,734	2,112	2,278
c_3	1,588	1,594	1,896
	4,815	5,544	6,008

		c_1	c_2	c_3
a_1	b_1	715	702	724
	b_2	758	552	700
	b_3	756	726	778
a_2	b_1	504	692	500
	b_2	664	720	492
	b_3	628	626	634
a_3	b_1	274	340	364
	b_2	416	840	402
	b_3	450	926	484

(1) $CF = (16,367)^2/54 = 4,960,716.3$

(2) $\Sigma X^2 = 5,354,593$

(3) $SST = (2)-(1) = 393,876.7$

(4) $\Sigma\Sigma(a_ib_j)^2/rc = 5,142,114$

(5) $\Sigma a_i^2/rbc = 5,062,585.3$

(6) $SS(A) = (5)-(1) = 101,869$

(7) $\Sigma b_j^2/rac = 5,000,901.3$

(8) $SS(B) = (7)-(1) = 40,185$

(9) $SS(AB) = (4)-(1)-(6)-(8) = 39,343.7$

(10) $\Sigma\Sigma(a_ic_k)^2/rb = 5,176,319.5$

(11) $\Sigma c_k^2/rab = 4,998,149.1$

(12) $SS(C) = (11)-(1) = 37,432.8$

(13) $SS(AC) = (10)-(1)-(6)-(12) = 76,301.4$

(14) $\Sigma\Sigma(b_jc_k)^2/ra = 5,047,471.5$

(15) $SS(BC) = (14)-(1)-(8)-(12) = 9,137.4$

(16) $\Sigma\Sigma\Sigma(a_ib_jc_k)^2/r = 5,315,744.5$

(17) SS (วิธีการ) $= (16)-(1) = 355,028.2$

(18) $SS(ABC) = (17)-(6)-(8)-(12)-(9)-(13)-(15) = 50,758.9$

(19) $SSE = (3)-(17) = 38,848.5$

ANOVA

SOV	df	SS	MS	F
A = ขนาด	2	101,869.0	50,934.5	35.4**
B = แรงวัด	2	40,185.0	20,092.5	14.0**
C = อุณหภูมิ	2	37,432.8	18,716.4	13.0**
AB	4	39,343.7	9,835.9	6.8**
AC	4	76,301.4	19,075.4	13.2**
BC	4	9,137.4	2,284.4	1.6
ABC	8	50,758.9	6,344.9	4.4**
Error	27	38,848.5	1,438.8	

เนื่องจาก ABC มีนัยสำคัญ การอธิบายผลจึงยุ่งยาก โดยเฉพาะ AB และ AC ก็มีนัยสำคัญอีก จะต้องวิเคราะห์ simple effect ของ AB ที่ 3 ระดับของ C และ simple effect ของ AC ที่ 3 ระดับของ B

7. ข้อมูลต่อไปนี้คือผลผลิตมันฝรั่งโดยใช้ส่วนผสมของปุ๋ย ไนโตรเจน โปรแตสเซียม และฟอสฟอรัส ระดับต่างๆ ดังนี้

เรพปริเคท 1						เรพปริเคท 2					
npk		npk		npk		npk		npk		npk	
133	45	211	39	333	70	212	83	211	56	133	65
111	34	313	62	311	40	221	52	321	49	112	48
221	42	222	65	212	45	322	65	333	92	311	56
323	69	233	92	132	53	313	101	122	75	332	79
213	58	123	56	121	54	111	50	312	86	213	95
331	51	332	91	223	69	331	61	232	74	222	81
232	72	131	73	322	85	132	89	223	109	231	84
122	56	112	55	113	60	123	90	113	68	323	103
312	82	321	75	231	78	233	122	131	98	121	64
Σ	509	Σ	608	Σ	554 1,671	Σ	713	Σ	707	Σ	675 2,095

8. กำหนดตารางวิเคราะห์ของงานทดลองหนึ่ง ดังนี้

ที่มา	df	Mean Square
เรพปริเคท	4	70
วิธีการ		
A	3	50
B	3	160
AB	9	40
ความคลาดเคลื่อน	60	10

จงอธิบายอิทธิพลของ A และ B กำหนดให้

ก. ระดับต่างๆ ของ A และ B เป็นแบบกำหนด

ข. ระดับต่างๆ ของ A และ B เป็นแบบสุ่ม

ค. ระดับต่างๆ ของ A เป็นแบบกำหนด และระดับต่างๆ ของ B เป็นแบบสุ่ม

ง. ระดับต่างๆ ของ A เป็นแบบสุ่ม และระดับต่างๆ ของ B เป็นแบบกำหนด

$Ho: (\alpha\beta)_{ij} = 0$, $Ha: (\alpha\beta)_{ij} \neq 0$; i = 1, ..., 4 ; j = 1, ..., 4

$F = 40/10 = 4^{**}$, $f_{.05}^{(9,60)} = 2.04$, $f_{.01}^{(3,60)} = 2.72$

เนื่องจากอิทธิพลร่วมกันของ A และ B มีนัยสำคัญ จึงไม่ควรทดสอบอิทธิพลของ main factor ไม่ว่าจะใช้ตัวแบบใดก็ตาม เนื่องจากอิทธิพลของ A และ B ไม่เป็นอิสระกัน ควรวิเคราะห์ simple effects แต่เนื่องจากไม่มีข้อมูล จึงวิเคราะห์มากกว่านี้ไม่ได้

9. **ชาวสวนฉีดส่วนผสมของไนโตรเจนให้ต้นไม้ แล้วหาค่าวิเคราะห์คือจำนวนไนโตรเจนที่จับอยู่ที่ใบ และทิ้งไว้ในระยะเวลา 2 ระยะเวลา แต่ละระยะเวลาได้ตรวจหาค่าวิเคราะห์คือจำนวนไนโตรเจนที่เหลือจับอยู่ที่ใบไม้ เพื่อต้องการทราบอัตราการดูดซึมของพืช จงวิเคราะห์ข้อมูล** (2 replicates)

T ระยะเวลา	N = ระดับของไนโตรเจน		
	n_1	n_2	n_3
t_0	2.29	6.50	8.75
	2.24	5.94	9.52
t_1	0.46	3.03	2.49
	0.19	1.00	2.04
t_2	0	0.75	1.40
	0.26	1.16	1.81

	n_1	n_2	n_3	
t_0	4.53	12.44	18.27	35.24
t_1	.65	4.03	4.53	9.21
t_2	.26	1.91	3.21	5.38
	5.44	18.38	26.01	49.83

t = 3, n = 3, r = 2, N = 18

(1) $CF = (49.83)^2/18 = 137.95$

(2) $\Sigma X^2 = 282.99$

(3) $SST = (2) - (1) = 145.04$

(4) $\Sigma(Cells)^2/r = 280.14$

(5) SS (วิธีการ) $= (4) - (1) = 142.19$

(6) $\Sigma t_j^2/rn = 225.94$

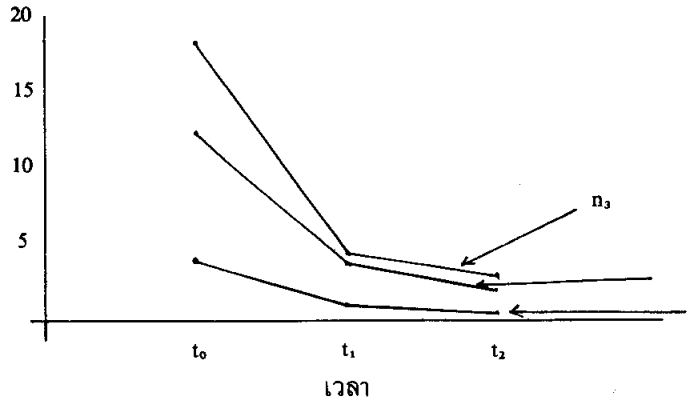
(7) $SS(T) = (6) - (1) = 87.99$

(8) $\Sigma n_j^2/rt = 173.99$

(9) $SS(N) = (8) - (1) = 36.04$

(10) $SS(NT) = (5) - (7) - (9) = 18.16$

(11) $SSE = (3) - (5) = 2.85$



ANOVA

SOV	df	SS	MS	F
วิธีการ	(8)	(142.19)		
T = เวลา	2	87.99	44.00	137.5**
N = ไนโตรเจน	2	36.04	18.02	56.3**
T×N	4	18.16	4.54	14.2**
Error	9	2.85	0.32	

เนื่องจาก interaction มีนัยสำคัญ จึงต้องตรวจดู simple effect จากกราฟ และอธิบายผลเป็นกรณีไป จากรูปจะเห็นว่าเมื่อฉีดแล้วหาค่าวิเคราะห์ทันที (t_0) จำนวนไนโตรเจนที่เหลือค้างอยู่จะขึ้นอยู่กับระดับความเข้มข้น ถ้ามีความเข้มข้นสูงจะมีค่าวิเคราะห์สูง ความแตกต่างของค่าวิเคราะห์จาก 3 ระดับความเข้มข้นมีมาก แต่เมื่อทิ้งไว้เป็นเวลา t_2 และ t_3 จึงหาค่าวิเคราะห์ พบว่าความแตกต่างลดน้อยลงมาก

10. จงวิเคราะห์ข้อมูลต่อไปนี้

Replicate 1				Replicate 2				Replicate 3				Replicate 4			
(1)	7	b	24	ab	36	bc	31	a	28	ac	31	abc	66	(1)	11
abc	39	ac	31	(1)	19	ac	36	c	24	b	19	a	31	bc	29
a	30	c	21	abc	41	b	30	ab	35	(1)	13	c	21	ac	33
bc	27	ab	39	c	30	a	33	bc	26	abc	36	b	25	ab	43

218 = R_1 256 = R_2 212 = R_3 259 = R_4 G = 945

t = 8, a = 2, b = 2, c = 2, r = 4, N = 32

Contrast	(1) 50	a 122	b 98	ab 153	c 96	ac 131	bc 113	abc 182	$\Sigma C_i T_i$	$r\Sigma C_i^2$	SS = $\frac{(\Sigma C_i T_i)^2}{r\Sigma c_i^2}$
A	−1	+1	−1	+1	−1	+1	−1	+1	231	4(8)	1,667.53125
B	−1	−1	+1	+1	−1	−1	+1	+1	147	4(8)	675.28125
C	−1	−1	−1	−1	+1	+1	+1	+1	99	4(8)	306.28125
AB	+1	−1	−1	+1	+1	−1	−1	+1	17	4(8)	9.03125
AC	+1	−1	+1	−1	−1	+1	−1	+1	−23	4(8)	16.53125
BC	+1	+1	−1	−1	−1	−1	+1	+1	−11	4(8)	3.78125
ABC	−1	+1	+1	−1	+1	−1	−1	+1	51	4(8)	81.28125
											2,759.7184

(1) CF = $(945)^2/32$ = 27,907.03 $f_{.05}^{(1,24)}$ = 4.26

(2) ΣX^2 = 31,513 $f_{.01}^{(1,24)}$ = 7.82

(3) SST = (2) − (1) = 3,605.97

(4) $\Sigma\Sigma\Sigma(abc)^2/r$ = 30,666.75

(5) SS (วิธีการ) = (4) − (1) = 2,759.72

(6) SS(replicate) = $(\Sigma R_k^2/abc)$ − CF = 228.60

(7) SSE = (3) − (5) − (6) = 846.245

SOV	df	SS	MS	F
Replicates	3	228.60	76.2	2.16
วิธีการ	(7)	(2,759.72)		
A	1	1,667.53	1,667.53	47.29**
B	1	675.28	675.28	19.15**
C	1	306.28	306.28	8.69**
AB	1	9.03	9.03	< 1
AC	1	16.53	16.53	< 1
BC	1	3.78	3.78	< 1
ABC	1	81.28	81.28	2.30
Error	24	846.245	35.26	

สรุปผล

อิทธิพลของ interaction ทั้งหมดไม่มีนัยสำคัญ แสดงว่า ปัจจัยทั้ง 3 เป็นอิสระกัน ผลการทดสอบ main effect พบว่าทั้ง A, B, C มีนัยสำคัญสูงยิ่ง

11. **กำหนดให้ A และ B เป็นแบบกำหนดล่วงหน้า จงอธิบายผลการทดสอบ**

ที่มา	df	MS
Replicates	3	192
A	1	100
B	1	2,500
AB	1	900
Experimental error	9	32

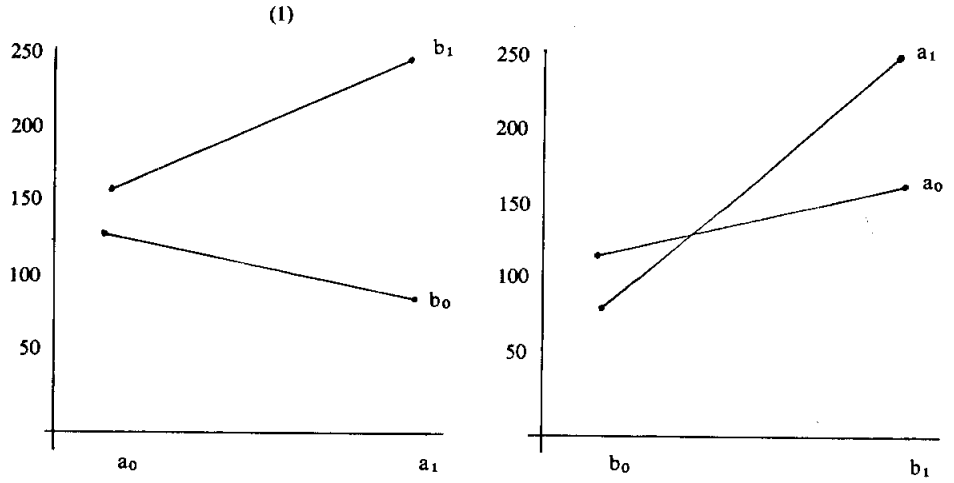
ผลรวมวิธีการ

	a_0	a_1	Σ
b_0	120	80	200
b_1	160	240	400
Σ	280	320	600

Ho : $(\alpha\beta)_{ij} = 0$, Ha : $(\alpha\beta)_{ij} \neq 0$; i = 1, 2, ; j = 1, 2

F = 900/32 = 28.125**, $f_{.01}^{(1,9)} = 10.56$

สรุปว่า A และ B ไม่เป็นอิสระกัน จึงควรวิเคราะห์ simple effects



จากรูป (1) ที่ระดับ b_0 การเปลี่ยนแปลงจาก a_0 มา a_1 เป็นการลดลง แต่เมื่อใช้ระดับ b_1 การเปลี่ยนแปลงของ A กลับเพิ่ม

จากรูป (2) แสดงการเปลี่ยนแปลงของ B ที่ a_0 การเปลี่ยนแปลงจาก b_0 เป็น b_1 เป็นการเพิ่มขึ้นแต่ไม่เพิ่มมาก เพราะ slope ไม่ชันมาก แต่เมื่อเปลี่ยนเป็นระดับ a_1 การเปลี่ยนแปลงของ B เพิ่มขึ้นมาก เพราะ slope เส้น a_1 ชันมาก

ถ้าการเปลี่ยนแปลงของ factor หนึ่งไม่คงที่ ณ ระดับคงที่ของอีก factor หนึ่ง เราจะสรุปว่าเป็นผลร่วมกันของ factor คู่นั้น

$r = 4$

Contrast	a_0b_0 120	a_0b_1 160	a_1b_0 80	a_1b_1 240	ΣC_iT_i	$r\Sigma C_i^2$	SS	F
A within b_0	−1	0	+1	0	−40	8	200	6.25**
A within b_1	0	−1	0	+1	80	8	800	25**
B within a_0	−1	+1	0	0	−40	8	200	6.25*
B within a_1	0	0	−1	+1	−160	8	3,200	100**

$f_{.05}^{(1,9)} = 5.12$, $f_{.01}^{(1,9)} = 10.56$

ถ้าใช้ $\alpha = .05$ ผลตอบสนองที่ a_0 และ a_1 แตกต่างกันไม่ว่าจะใช้ b_0 หรือ b_1 และผลตอบสนองที่ b_0 และ b_1 ก็มีความแตกต่างกันไม่ว่าจะใช้ร่วมกับ a_0 หรือ a_1 แต่ถ้าใช้ $\alpha = .01$ พบความแตกต่างของ simple effect ของ A ณ b_1 และ simple effect ของ B ณ a_1

ข้อสังเกต

(1) $SS(A \text{ within } b_0) + SS(A \text{ within } b_1) = SS(A) + SS(AB)$

$200 + 800 = 100 + 900$

(2) $SS(B \text{ within } a_0) + SS(B \text{ within } a_1) = SS(B) + SS(AB)$

$200 + 3{,}200 = 2{,}500 + 900$

12. แผ่นคอนกรีตบล็อคผลิตจากปัจจัยหลัก 2 อย่างคือ วัตถุดิบจากผู้ผลิต 3 แห่ง, และส่วนผสม 4 สูตร ความทนทานวัดได้ ดังนี้

ผู้ผลิต	เรพปริเคท	ส่วนผสม ก	ข	ค	ง	รวม
1	1	57	65	93	102	317
	2	46	73	92	108	319
2	1	26	44	81	96	247
	2	38	67	90	99	294
3	1	39	57	96	105	297
	2	40	60	100	116	316

rep. 1	rep. 2	
317	319	
247	294	
297	316	
861	929	1,790

จงวิเคราะห์ข้อมูลเปรียบเทียบ ถ้าทำการทดลองแบบ split-plot และแบบ factorial

A ผู้ผลิต	ส่วนผสม = B ก	ข	ค	ง	รวม
1	103	138	185	210	636
2	64	111	171	195	541
3	79	117	196	221	613
รวม	246	366	552	626	1,790

$a = 3, b = 4, r = 2, t = 12, N = 24$

(1) $CF = (1{,}790)^2/24 = 133{,}504.16$

(2) $\Sigma X^2 = 149{,}990$

(3) SST = (2) − (1) = 16,485.84

(4) $\Sigma(\text{rep})^2$ = $(861^2+929^2)/12$ = 133,696.83

(5) SS(rep) = (4) − (1) = 192.67

(6) $\Sigma(\text{cell})^2_{A\times B}$ = $(103^2+64^2+\ldots+221^2)/2$ = 149,424

(7) $\Sigma a_i^2/rb$ = 134,118.25

(8) $\Sigma b_j^2/ra$ = 148,508.66

(9) SS (วิธีการ) = (6) − (1) = 15,919.84

(10) SS(A) = (7) − (1) = 614.09

(11) SS(B) = (8) − (1) = 15,004.50

(12) SS(AB) = (9) − (10) − (11) = 301.25

(13) SS(whole-plot total) = $\{317^2+319^2+\ldots+316^2\}/4-CF$ = 935.84

(14) SS(error) whole-plot = (13) − (5) − (10) = 129.08

(15) SS(sub-plot total) = (3) − (13) = 15,550

(16) SS(error) sub-plot = (15) − (11) − (12) = 244.25

ANOVA ถ้าผู้ทดลองทำการทดลองแบบ split-plot

SOV	df	SS	MS	F
Whole-plot				
Replicates	1	192.67	192.67	
A	2	614.09	307.04	4.76
Error (a)	2	129.08	64.54	
Sub-plot				
B	3	15,004.50	5,001.50	552.86**
AB	6	301.25	50.21	1.85
Error (b)	9	244.25	27.14	

ความทนทานของแผ่นคอนกรีตบล็อค เมื่อใช้ส่วนผสมต่างกันจะมีความทนทานต่างกันอย่างมีนัยสำคัญสูงยิ่ง

ANOVA ของ Factorial

SOV	df	SS	MS	F
Replicates	1	192.67	192.67	
Treatments	(11)	(15,919.84)	(1,447.26)	42.64
A	2	614.09	307.04	9.05**
B	3	15,004.50	5,001.50	147.36**
AB	6	301.25	50.21	1.48
Error	11	373.33	33.94	
	23	$f_{.01}^{(2,11)} = 7.21$, $f_{.01}^{(3,11)} = 6.22$		

โปรดสังเกตว่าถ้าผู้ทดลองมิได้ทำการทดลองแบบ split plot โดยใช้ผู้ผลิตเป็น whole-plot แต่ทำการทดลองแบบ factorial การทดลองอาจยุ่งยากกว่า แต่การวิเคราะห์จะมี precision สูงกว่า จะเห็นว่าผู้ผลิต (A) เป็นสาเหตุความแตกต่างของความทนทานด้วย แต่เมื่อใช้ split-plot ไม่สามารถตรวจจับ (detect) ความแตกต่างนี้

13. **งานทดลองหนึ่งมีข้อมูลสูญหาย 2 ค่า จงประมาณค่าข้อมูลที่สูญหายและสร้างตารางวิเคราะห์ความแปรปรวน**

	วิธีการ				
บล็อค	1	2	3	4	total
1	43	35	37	42	157
2	45	39	40	47	171
3	42	30	M″	43	115 + M″ (154.71)
4	M′	43	48	49	140 + M′ (190.52)
5	41	34	36	44	155
total	171 + M′	181	161 + M″	225	738 + M′ + M″ (828.23)
	(221.52)		(200.71)		

(1) ประมาณค่า M′ จากซ้ำที่เหลือ M = (43 + 45 + 42 + 41)/4 = 42.75

(2) ประมาณค่า M′ = 42.75 แล้วประมาณค่า M″ = $\frac{rB + tT - G}{(r-1)(t-1)}$

$r = 5, B = 161, t = 4, T = 115, G = 738+42.75 = 780.75$

$$M'' = \frac{5(161)+4(115)-780.75}{(4)(3)} = 40.35$$

(3) แทนค่า M'' (รอบที่ 1) = 40.35 แล้วหาค่า M' (รอบที่ 2)

$r = 5, B = 140, t = 4, T = 171, G = 738+40.35 = 778.35$

$$M' \text{ (รอบที่ 2)} = \frac{5(140)+4(171)-778.35}{(4)(3)} = 50.47$$

(4) แทนค่า $M' = 50.47$ แล้วหา M'' (รอบที่สอง)

$r = 5, B = 161, t = 4, T = 115, G = 738+50.47 = 788.47$

$$M'' \text{ (รอบที่ 2)} = \frac{5(161)+4(115)-788.47}{(4)(3)} = 39.71$$

(5) แทนค่า $M'' = 39.71$ แล้วหา M' (รอบที่ 3)

$r = 5, B = 140, t = 4, T = 171, G = 738+39.71 = 777.71$

$$M' \text{ (รอบที่ 3)} = \frac{5(140)+4(171)-777.71}{4(3)} = 50.52$$

ค่า M' และ M'' เริ่มคงที่ จึงประมาณ $M' = 50.52$ และ $M'' = 39.71$

(1) $CF = (738+50.52+39.71)^2/20 = (828.23)^2/20 = 34,298.25$

(2) $\Sigma X^2 = 34,827.15$

(3) $SST = (2)-(1) = 528.90$

(4) $\Sigma T_i^2/5 = 34,548.32$

(5) SS (วิธีการ) $= (4)-(1) = 250.07$

(6) $\Sigma B_j^2/4 = 34,537.01$

(7) SS (บล็อค) $= (6)-(1) = 238.76$

(8) $SSE = (3)-(5)-(7) = 40.07$

SOV	df	SS	MS	F
บล็อค	4	238.76	59.69	14.88**
วิธีการ	3	250.07	83.36	20.79**
error	10	40.07	4.01	

14. การทดลองแบบ 2×2 แฟคทอเรียล แต่ละกลุ่มมี 8 คน ได้ค่าสังเกต ดังนี้

A_1B_1:	8	6	9	9	8	7	6	3	56
A_1B_2:	5	8	10	7	10	7	8	5	60
A_2B_1:	10	9	4	8	8	4	3	6	52
A_2B_2:	5	7	3	5	3	5	5	8	41
									209

จงวิเคราะห์ข้อมูล

total	a_1b_1 56	a_1b_2 60	a_2b_1 52	a_2b_2 41	ΣC_iT_i	$r\Sigma C_i^2$	SS = $\frac{(\Sigma C_iT_i)^2}{r\Sigma C_i^2}$
A	−1	−1	+1	+1	−23	8(4)	16.53
B	−1	+1	−1	+1	−7	8(4)	1.53
AB	+1	−1	−1	+1	−15	8(4)	7.03
							25.09

$a = 2, b = 2, t = 4, r = 8, N = 32$

(1) $CF = (209)^2/32 = 1{,}365.03$

(2) $\Sigma X^2 = 1{,}513$

(3) $\Sigma\Sigma(a_ib_j)^2/r = 1{,}390.12$

(4) $SST = (2)-(1) = 147.97$

(5) SS (วิธีการ) $= (3)-(1) = 25.09$

(6) $SSE = (4)-(5) = 122.88$

SOV	df	SS	MS	F
วิธีการ	(3)	(25.09)		
A	1	16.53	16.53	3.76
B	1	1.53	1.53	< 1
AB	1	7.03	7.03	1.60
Error	28	122.88	4.39	

$f_{.05}^{(1,28)} = 4.20$

สรุปผล อิทธิพลทุกอันไม่มีนัยสำคัญ

15. การทดลองแบบ 2×2 แฟคทอเรียลใน CRD. แต่ละกลุ่มมี 5 คน กำหนดให้ SS(error) = 80 และผลรวมของวิธีการทั้ง 4 คือ $A_1B_1 = 15$, $A_1B_2 = 20$, $A_2B_1 = 25$, $A_2B_2 = 40$

ก. จงทดสอบนัยสำคัญของวิธีการ ($F = 4.67$)

ข. ทดสอบนัยสำคัญของอิทธิพลหลัก และอิทธิพลร่วม $A:F = 9.00$, $B:F = 4.00$

$AB:F = 1.00$

$a = 2$, $b = 2$, $t = 4$, $r = 5$, $N = 20$, $G = 100$

Contrast	a_1b_1 15	a_1b_2 20	a_2b_1 25	a_2b_2 40	ΣC_iT_i	$r\Sigma C_i^2$	$SS = (\Sigma C_iT_i)^2/r\Sigma C_i^2$
A	−1	−1	+1	+1	30	5(4)	45
B	−1	+1	−1	+1	20	5(4)	20
AB	+1	−1	−1	+1	10	5(4)	5
							70

(1) $CF = (100)^2/20 = 500$

(2) $(\Sigma T_i)^2/r = (15^2+20^2+25^2+40^2)/5 = 570$ $\quad f_{.05}^{(3,16)} = 3.24$

(3) SS (วิธีการ) $= (2)-(1) = 70$ $\quad f_{.05}^{(1,16)} = 4.49$, $f_{.01}^{(1,16)} = 8.53$

SOV	df	SS	MS	F
วิธีการ	(3)	(70)	25	5*
A	1	45	45	9**
B	1	20	20	4
AB	1	5	5	1
Error	16	80	5	

(ก) $H0: \tau_i = 0$, $Ha: \tau_i \neq 0$; $i = 1, 2, 3, 4$

$F = 5^*$

สรุปว่ามีความแตกต่างระหว่างวิธีการทั้ง 4 นั้น

(ข) $Ho: \alpha_i = 0$, $Ha: \alpha_i \neq 0$; $i = 1, 2$

$F = 9^{**}$

สรุปว่าอิทธิพลของ 2 ระดับของ A มีความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญสูงยิ่ง

Ho : $\beta_j = 0$, Ha : $\beta_j \neq 0$; j = 1, 2 F = 4 ns

สรุปว่าอิทธิพลของ 2 ระดับของ β ไม่มีความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญ

Ho : $(\alpha\beta)_{ij} = 0$, Ha : $(\alpha\beta)_{ij} \neq 0$, i = 1, 2, , j = 1, 2 F = 1.00 ns

สรุปว่า factor A และ B เป็นอิสระกัน

16. กำหนดให้ข้อมูลจาก 2×2×2 แฟคทอเรียล มีดังนี้ จงวิเคราะห์ข้อมูล

A_1				A_2			
B_1		B_2		B_1		B_2	
C_1	C_2	C_1	C_2	C_1	C_2	C_1	C_2
8	5	10	5	7	6	5	2
6	8	9	9	10	8	7	7
9	10	4	3	6	7	4	5
9	7	8	5	7	6	7	7
8	10	8	3	5	8	6	5
7	7	4	5	7	9	8	9
6	8	3	5	6	8	10	6
3	5	6	8	10	9	6	6
56	60	52	43	58	61	53	47

วิธีการ	total	(1)	(2)	(3)	SS = $(3)^2/r\Sigma C_i^2$	F
(1)	56	114	219	430		
a	58	105	211	8	1.00	< 1
b	52	121	3	−40	25.00	6.36*
ab	53	90	5	−4	0.25	< 1
c	60	2	−9	−8	1.00	< 1
ac	61	1	−31	2	0.0625	< 1
bc	43	1	−1	−22	7.5625	1.9
abc	47	4	−3	−2	.0625	< 1

(1) $CF = (430)^2/64 = 2{,}889.0625$

(2) $\Sigma X^2 = 3{,}144$

(3) $SST = (2)-(1) = 254.9375$

(4) SS (วิธีการ) = 34.9375

(5) SS(error) = 220 , df = 56

(6) $MSE = 220/56 = 3.93$

สรุปผล มีความแตกต่างเฉพาะอิทธิพลของ A

17. **จงวิเคราะห์ข้อมูลต่อไปนี้**

A_1				A_2			
B_1		B_2		B_1		B_2	
7	6	10	3	10	1	1	9
7	8	1	2	2	4	10	6
4	1	3	2	8	3	10	5
1	7	9	5	10	4	6	6
5	7	9	2	3	6	7	3
9	7	4	4	1	9	3	9
6	8	1	7	4	3	8	5
8	7	3	1	3	4	8	3
9	9	10	8	4	4	3	7
8	3	3	9	1	10	5	2
64	63	53	53	46	48	61	55

a	= 2
b	= 2
r	= 20
N	= 80

ใช้วิธีการของ Yate's

วิธีการ	total	(1)	(2)	$SS = \frac{(2)^2}{80}$	F = SS/MSE
(1)	127	221	443		
a	94	222	−23	6.6125	< 1
b	106	−33	1	.0125	< 1
ab	116	10	43	23.1125	3.3
	443			29.7375	

(1) $CF = (443)^2/80 = 2{,}453.1125$

(2) SS (วิธีการ) $= 2{,}482.85 - C = 29.7375$

(3) $\Sigma X^2 = 3{,}013$

(4) $SST = (3) - (1) = 559.8875$

(5) $SS(error) = (4) - (2) = 530.15$ with 76 df

(6) $MSE = 530.15/76 = 6.98$

18. จงวิเคราะห์ข้อมูลต่อไปนี้

A_1			A_2			A_3			A_4		
B_1	B_2	B_3	B_1	B_2	B_3	B_1	B_2	B_3	B_1	B_2	B_3
38	54	65	24	21	35	36	35	35	45	45	34
45	34	86	43	67	45	81	36	65	55	98	65
22	54	62	56	98	76	22	54	67	34	65	65
23	23	26	75	46	89	23	65	76	34	34	54
45	32	42	43	55	98	45	78	55	45	54	36
173	197	281	241	287	343	207	268	298	213	296	243

	a_1	a_2	a_3	a_4	
b_1	173	241	207	213	834
b_2	197	287	268	296	1,048
b_3	281	343	298	243	1,165
	651	871	773	752	3,047

a = 4
b = 3
t = 12
r = 5
N = 60

ANOVA

SOV	df	SS	MS	F
วิธีการ	(11)	(5,525)		
A	3	1,628.2	542.7	1.34
B	2	2,817.4	1,408.7	3.49*
AB	6	1,079.4	179.9	< 1
Error	48	19,397.2	404.1	

(1) $CF = (3,047)^2/60 = 154,736.8$

(2) $\Sigma X^2 = 179,659$

(3) $SST = (2) - (1) = 24,922.2$

(4) $\Sigma\Sigma(a_i b_j)^2/r = 160,261.8$

(5) SS (วิธีการ) $= (4) - (1) = 5,525$

(6) $\Sigma a_i^2/rb = 156,365$

(7) $SSA = (6) - (7) = 1,628.2$

(8) $\Sigma b_i^2/ra = 157,554.2$

(9) $SS(B) = (8) - (1) = 2,817.4$

(10) $SS(AB) = (5) - (7) - (9) = 1,079.4$

(11) $SSE = (3) - (5) = 19,397.2$

สรุปผล เฉพาะอิทธิพลของ B ที่มีนัยสำคัญ

19. **จงวิเคราะห์ข้อมูลต่อไปนี้**

	Catalyst = A						
	A		B		C		
Replicates	3	5	3	5	3	5	รวม
1	68	82	90	96	82	88	506
2	83	79	68	80	71	78	459
3	66	75	70	91	68	78	448
4	66	76	84	92	74	80	472
รวม	283	312	312	359	295	324	1,885

$a = 3, b = 2, r = 4, t = 6, N = 24$

Catalyst / B	a_1	a_2	a_3	
$b_1 = 3$	283	312	295	890
$b_2 = 5$	312	359	324	995
	595	671	619	1,885

SOV	df	SS	MS	F
Replicates	(3)	316.46	105.47	2.74
วิธีการ	(5)	(863.71)	172.74	4.48*
A	2	377.33	188.66	4.90*
B	1	459.37	459.37	11.92**
AB	2	27.01	13.50	< 1
Error	15	577.79	38.52	

$f_{.05}^{(2,15)} = 3.68$, $f_{.01}^{(1,15)} = 8.68$, $f_{.05}^{(5,15)} = 2.9$

(1) $CF = (1,885)^2/24 = 148,051.04$

(2) $\Sigma X^2 = 149,809$

(3) $\Sigma\Sigma(a_ib_j)^2/r = 148,914.75$

(4) $\Sigma a_i^2/rb = 148,428.37$

(5) $\Sigma b_j^2/ra = 148,510.41$

(6) $\Sigma(rep)^2/ab = 148,367.50$

(7) $SST = (2)-(1) = 1,757.96$

(8) $SS(Reps) = (6)-(1) = 316.46$

(9) $SS\ (วิธีการ) = (3)-(1) = 863.71$

(10) $SS(A) = (4)-(1) = 377.33$

(11) $SS(B) = (5)-(1) = 459.37$

(12) $SS(AB) = (9)-(10)-(11) = 27.01$

(13) $SSE = (7)-(8)-(9) = 577.79$

สรุปผล

เนื่องจากอิทธิพลของ AB ไม่มีนัยสำคัญ แสดงว่า factor A และ B เป็นอิสระกัน จึงสามารถทดสอบอิทธิพลหลักได้ พบว่าอิทธิพลของ 3 ระดับของ A (catalyst) มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ และอิทธิพลของ 2 ระดับของ B มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญสูงยิ่ง

20. จงวิเคราะห์ข้อมูลจากการทดลองแบบแฟคทอเรียลแต่ไม่มีการซ้ำ

อุณหภูมิ °C (A)	ความเข้มข้น = B			
	ต่ำ	ปานกลาง	สูง	
100	44	46	42	132
200	51	55	55	161
300	50	50	48	148
	145	151	145	441

$a = 3, b = 3, t = 9, r = 1, N = 9$

(1) $CF = (441)^2/9 = 21{,}609$

(2) $\Sigma X^2 = 21{,}771$

(3) $\Sigma a_i^2/b = 21{,}749.67$

(4) $\Sigma b_j^2/a = 21{,}617$

(5) $\Sigma\Sigma(a_i b_j)^2 = \Sigma X^2$

(6) $SST = (2) - (1) = 162 = SS$ (วิธีการ)

(7) $SS(A) = (3) - (1) = 140.67$

(8) $SS(B) = (4) - (1) = 8$

(9) $SS(AB) = (6) - (7) - (8) = 13.33$

ANOVA

SOV	df	SS	MS	F
วิธีการ	(8)	162.00	20.25	6.08*
A	2	140.67	70.33	21.12**
B	2	8.00	4.00	1.20
AB	4	13.33	3.33	

เนื่องจากมีเพียงซ้ำเดียวจึงหา error ไม่ได้ ดังนั้นถ้า assume ว่า interaction ไม่มีนัยสำคัญ (จากข้อมูลการศึกษาครั้งก่อน) จะใช้ MS(AB) เป็นตัวทดสอบ

ผลสรุป

อิทธิพล A คือความเข้มข้นมีนัยสำคัญสูงยิ่ง แต่อิทธิพลของอุณหภูมิ 3 ระดับไม่มีนัยสำคัญ

21. จงวิเคราะห์ข้อมูลจากการทดลองแบบแฟคทอเรียลที่ไม่มีการซ้ำต่อไปนี้

Gauge Block = B	ไมโครมิเตอร์ = A					
	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	
b_1	.0110	.0115	.0130	.0151	.0121	.0627
b_2	.0135	.0127	.0132	.0155	.0128	.0677
b_3	.0127	.0124	.0132	.0152	.0130	.0665
	.0372	.0366	.0394	.0458	.0379	.1969

$a = 5$
$b = 3$
$t = 15$
$N = 15$

(1) CF = .1969/15 = .0025846

(2) ΣX^2 = .0026078

(3) SST = (2) − (1) = .0000232 = SS (วิธีการ)

(4) $\Sigma a_i^2/b$ = .0026032

(5) $\Sigma b_j^2/a$ = .0025873

(6) SS(A) = (4) − (1) = .0000186

(7) SS(B) = (5) − (1) = .0000027

(8) SS(AB) = (3) − (6) − (7) = .0000019

ANOVA

SOV	df	SS	MS	F	
วิธีการ	(14)	(.0000232)			
A	4	.0000186	.00000465	19.4**	$f_{.01}^{(4,8)}$ = 7.01
B	2	.0000027	.00000135	5.6*	$f_{.05}^{(2,8)}$ = 4.46
AB	8	.0000019	.00000024		

ถ้าสามารถ assume ได้ว่า interaction ไม่มีนัยสำคัญ จะใช้ MS(AB) ทดสอบ main effect A และ B พบว่า อิทธิพลของ main effect A (ไมโครมิเตอร์) มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญสูงยิ่ง และอิทธิพลของ B (Gauge Block) ก็มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ

22. การทดลองเรื่องดินระเบิด และไม่มีการซ้ำ ได้ข้อมูลดังนี้ จงวิเคราะห์ข้อมูล

ชนิดของผงระเบิด :		A			B			C		
จำนวนผงระเบิด : มิลลิกรัม		5	10	15	5	10	15	5	10	15
อุณหภูมิ °F	ความดัน psi.									
−50	10,000	7.4	7.0	6.8	5.4	5.0	4.8	7.2	6.9	6.6
	15,000	7.5	7.2	6.7	5.5	5.2	4.7	7.2	6.6	6.5
	20,000	7.4	7.4	6.0	5.4	5.4	4.0	7.2	6.7	6.2
75	10,000	6.6	6.6	5.8	4.6	4.6	3.8	6.8	7.2	4.9
	15,000	6.8	6.6	6.6	4.8	4.6	4.6	6.9	7.0	5.0
	20,000	6.8	6.2	5.9	4.8	4.2	3.9	7.0	7.1	5.0
200	10,000	5.1	5.1	5.1	3.1	3.1	3.1	6.0	4.9	4.8
	15,000	5.1	4.8	4.9	3.1	2.8	2.9	6.4	4.8	4.1
	2,000	5.2	4.7	5.0	3.2	2.7	3.0	5.9	4.9	2.0

23. การทดลองศึกษาจุดระเบิดของสวิช ชนิดไม่มีซ้ำ ได้ข้อมูลในตารางข้างล่าง จงวิเคราะห์ข้อมูล

แผ่นเหล็ก (A)	Primary initiator (Mg.) (B)	(C) ความดัน (psi.) 12,000	20,000	28,000	
ไม่ใช่เทฟลอน	5	12.3	10.6	15.2	38.1
	10	10.4	9.5	15.0	34.9
	15	8.8	9.1	14.5	32.4
		31.5	29.2	44.7	105.4
เทฟลอน	5	12.4	11.7	15.0	39.1
	10	11.0	11.0	14.6	36.6
	15	11.0	9.8	14.6	35.4
		34.4	32.5	44.2	111.1
		65.9	61.7	88.9	216.5

$a = 2$
$b = 3$
$c = 3$
$t = 18$
$N = t$

$b_1 = 77.2$
$b_2 = 71.5$
$b_3 = 67.8$

	b_1	b_2	b_3	
	38.1	34.9	32.4	105.4
	39.1	36.6	35.4	111.1
	77.2	71.5	67.8	

	c_1	c_2	c_3	
a_1	31.5	29.2	44.7	105.4
a_2	34.4	32.5	44.2	111.1
	65.9	61.7	88.9	

	b_1	b_2	b_3	
c_1	24.7	22.3	30.2	34.4
c_2	21.4	20.5	29.6	32.5
c_3	19.8	18.9	29.1	44.2
	65.9	61.7	88.9	

(1) $CF = (216.5)^2/18 = 2{,}604$

(2) $\Sigma X^2 = \Sigma\Sigma\Sigma(abc)^2 = 2{,}689.61$

(3) $SST = (2)-(1) = 85.61$

(4) $\Sigma a_i^2/bc = 2{,}605.82$

(5) $\Sigma b_j^2/ac = 2{,}611.49$

(6) $\Sigma C_k^2/ab = 2{,}675.48$

(7) $\Sigma\Sigma(ab)^2/c = 2{,}613.64$

(8) $\Sigma\Sigma(ac)^2/b = 2{,}678.74$

(9) $\Sigma\Sigma(bc)^2/a = 2{,}684.92$

(10) $SSA = (4)-(1) = 1.82$

(11) $SSB = (5)-(1) = 7.49$

(12) $SSC = (6)-(1) = 71.48$

(13) $SS(AB) = (7)-(1)-(10)-(11) = 0.32$

(14) $SS(AC) = (8)-(1)-(10)-(12) = 1.44$

(15) $SS(BC) = (9)-(1)-(11)-(12) = 1.95$

(16) $SS(ABC) = (3)-(10)-(11)-(12)-(13)-(14)-(15) = 1.1$

$SS(pooled\ error) = 4.82$

$df_{pooled} = 12$

ANOVA

SOV	df	SS	MS	F
A	1	1.82	1.82	4.55
B	2	7.49	3.74	9.36**
C	2	71.48	35.74	89.35**
pooled error	12	4.82	0.40	

สรุปผล

อิทธิพลของแผ่นเหล็กไม่มีนัยสำคัญต่อการจุดระเบิด แต่อิทธิพลของความดันและอิทธิพลของ primary initiator มีความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญสูงยิ่ง