1. ต้องการเปรียบเทียบคุณภาพของหนังเทียมสำหรับตัดรองเท้า 2 ชนิด คือ หนัง A และ B A มีราคาแพงกว่า ดังนั้น ถ้าผู้ทดลองทราบว่า A และ B มีคุณภาพไม่ต่างกัน จะได้เลือกใช้หนัง B เพื่อลดต้นทุน ในขณะเดียวกัน ร้านต้องการรักษาชื่อเสียงโดยการใช้ของคุณภาพเลิศ จึงยังไม่กล้าตัดสินใจ เขาตัดรองเท้าโดยหนัง A และ B ชนิดละ 10 คู่ เพื่อใช้ทดลองกับเด็กชาย 10 คน โดยให้สวมใส่ 1 เดือน แล้ววัดความสึกชำรุด โดยให้เป็นคะแนน เขาควรใช้แผนงานทดลองแบบใด จงอธิบายรายละเอียด model layout และ ANOVA

ควรใช้ RCB โดยให้เด็กชาย 1 คน ทำหน้าที่เป็น 1 block และให้สวมทั้ง A และ B โดยจัดแบบสุ่ม ดังนี้

เท้า	ซ้าย	ขวา	ซ้าย	ขวา	ซ้าย	ขวา	...	ซ้าย	ขวา
เด็ก	A	B	A	B	B	A	...	B	A
	1		2		3		...	10	

Model : $X_{ij} = \mu + \tau_i + \beta_j + \varepsilon_{ij}$; $i = 1, 2$

$j = 1, 2, \ldots, 10$ $i = 1, 2$

X_{ij} = คะแนนความสึกของรองเท้าของหนังชนิด i^{th} จากเด็กชาย j^{th}

μ = ค่าเฉลี่ยรวบยอด

τ_i = อิทธิพลของหนังชนิด i

β_j = อิทธิพลของเด็กชาย j

ε_{ij} = อิทธิพลอื่น ๆ จากการที่เด็กชาย j ทดลองสวมรองเท้า i

ANOVA

SOV	df
บล็อค = เด็กชาย	9
วิธีการ = หนัง	1
error	9
	19

หนังรองเท้า	=	วิธีการ มี 2 วิธีการ
เด็ก 1 คน	=	1 บล็อค
เท้า	=	หน่วยทดลอง มีทั้งหมด 20 หน่วย
คะแนนความสึก	=	response variable

2. **จากโครงการปรับปรุงข้าวโพด ณ สถานีทดลองแห่งหนึ่ง ผู้ทดลองได้ค่าประมาณของ** variance components **ดังนี้**

1. **ความผันแปรระหว่างต้น (จากข้าวโพดพันธุ์เดียวกัน)** = σ_E^2
2. **ความผันแปรระหว่างฝักข้าวโพด (จากต้นเดียวกัน)** = σ_C^2
3. **ความผันแปรระหว่างค่าวิเคราะห์ (จากฝักเดียวกัน)** = σ_δ^2

จากข้าวโพดทั้งหมด 20 สายพันธุ์ๆ ละ 3 ต้น แต่ละต้นเก็บข้าวโพดตัวอย่างมา 2 ฝัก แต่ละฝักหาค่าวิเคราะห์ 2 ค่า โดยที่

Y_{ijkl} = **ค่าวิเคราะห์ที่** l^{th} **จากข้าวโพดฝักที่** k^{th} **จากต้นที่** j^{th} **และพันธุ์** i^{th}

กำหนดให้

$\Sigma X^2_{ijkl} = 2{,}789.8$, $\quad \Sigma X^2_{i...}/12 = 2{,}105.8$, $\quad X^2.../240 = 1000$

$\Sigma X^2_{ijk.}/2 = 2{,}765.8$, $\quad \Sigma X^2_{ij..}/4 = 2{,}513.8$

2.1 **จงแสดงการหาค่า SS และเติม ANOVA ให้สมบูรณ์ (รวม E(MS) ด้วย)**

(1) SS(total) = 2,789.8 - 1,000 = 1,789.8

(2) SS(พันธุ์) = 2,105.8 - 1,000 = 1,105.8

(3) $SS(total)_{unit} = SS(cells)_{\text{ต้น}} = \Sigma X^2_{ij..}/4 - C = 2513.8 - 1000 = 1513.8$

(4) SS(experimental error) = SS(ระหว่างต้น/พันธุ์เดียวกัน) = (3) - (2)

= 1513.8 - 1105.8 = 408

(5) $SS(total)_{sub\ sample} = \dfrac{\Sigma X^2_{ijk.}}{2} - C = 2765.8 - 1000 = 1765.8$

(6) SS(sampling error) = (5) - (3) = 1765.8 - 1513.8 = 252

(7) SS(ค่าวิเคราะห์) = (1) - (5) = 1789.8 - 1765.8 = 24

t = 20, r = 3, S = 2, d = 2, N = 240

SOV	df	SS	MS	E(MS) Model II
พันธุ์ข้าว	19	1105.8	58.2	$\sigma_\delta^2+2\sigma_C^2+4\sigma_E^2+12\sigma_T^2$
ระหว่างต้น/พันธุ์เดียวกัน	40	408	10.2	$\sigma_\delta^2+2\sigma_C^2+4\sigma_E^2$
ระหว่างฝัก/ต้นเดียวกัน	60	252	4.2	$\sigma_\delta^2+2\sigma_C^2$
ระหว่างค่าวิเคราะห์/ฝักเดียวกัน	120	24	0.2	σ_δ^2

2.2 จงเปรียบเทียบกับงานทดลองใหม่ซึ่งจะปลูกพันธุ์ละ 1 ต้น แต่ละต้นเก็บมา 5 ฝัก ตัวอย่าง และวิเคราะห์ 1 ค่าวิเคราะห์/ฝัก

$$v(\bar{y}_{i\cdots}) = MSE/rsd = 10.2/(3)(2)(2) = 0.85$$

$$\hat{\sigma}_\delta^2 = 0.2$$

$$\hat{\sigma}_C^2 = \frac{4.2-0.2}{2} = 2.0$$

$$\hat{\sigma}_E^2 = \frac{10.2-4.2}{4} = 1.5$$

$r' = 1,\ s' = 5,\ d' = 1$

$$\hat{v}(\bar{y}_{i\cdots})' = \frac{M\hat{S}E'}{r's'd'} = \frac{\hat{\sigma}_\delta^2+d'\hat{\sigma}_C^2+ds'\hat{\sigma}_E^2}{r's'd'}$$

$$= \frac{0.2+(1)(2.0)+(5)(1.5)}{(1)(5)(1)} = \frac{9.7}{5} = 1.94$$

$$\text{RE(แบบเดิม VS แบบใหม่)} = \frac{\hat{v}(\bar{y}_{i\cdots})'}{v(\bar{y}_{i\cdots})} = \frac{1.94}{0.85} = 2.2824 = 228.24\%$$

แบบเดิมดีกว่า เพราะแบบใหม่ต้องเพิ่มอีก 128 ค่าวิเคราะห์จึงจะให้ประสิทธิภาพเท่ากับ 100 ค่าวิเคราะห์ของแบบเดิม

3. กำหนดผลรวมของ 4×2 factorial จาก RCB ที่มี 4 เรพปริเคท ดังนี้

	a_1	a_2	a_3	a_4	
b_1	5	4	3	4	16
b_2	7	8	3	2	20
	12	12	6	6	

กำหนดให้

(1) CF = 40.5

3.1 จงหาค่า SS เพื่อเติมตารางวิเคราะห์ให้สมบูรณ์ กำหนด MSE = 0.5, SS(บล็อค) = 15 และ SST = 33.0

(2) $SS(A) = (12^2+12^2+6^2+6^2)/(4)(2) - C = 45 - 40.5 = 4.5$

(3) $SS(B) = (16^2+20^2)/(4)(4) - C = 41 - 40.5 = 0.5$

(4) SS(วิธีการ) $= (5^2+7^2+\ldots+2^2)/4 - C = 48 - 40.5 = 7.5$

(5) $SS(AB) = (4) - (2) - (3) = 2.5$

total	12 a_1	12 a_2	6 a_3	6 a_4	$\Sigma C_i T_i$	ตัวหาร	SS
Q_1 : a_1 vs a_2, a_3, a_4	-3	1	1	1	-12	8(12) = 96	1.5
Q_2 : a_2 vs a_3, a_4	0	-2	1	1	-12	8(6) = 48	3.0
Q_3 : a_3 vs a_4	0	0	-1	1	0	8(2) = 16	0

ANOVA

SOV	df	SS	MS	F
บล็อค	3	15.0	5	
วิธีการ	(7)	(7.5)		
A	(3)	(4.5)		3.0
a_1 vs a_2, a_3, a_4	1	1.5	1.5	3.0
a_2 vs a_3, a_4	1	3.0	3.0	6.0*
a_3 vs a_4	1	0	0	0
B	1	0.5	0.5	1.0
AB	3	2.5	0.83	1.67
Error	21	10.5	0.5	
		33.0		

$f_{1, 21, .05} = 4.32$

3.2 จงใช้ $\alpha = .05$ สรุปผลคำกล่าวต่อไปนี้

1) แฟคเตอร์ทั้งสองมีอิทธิพลร่วมกันหรือไม่

Ho : $(\alpha\beta)_{ij} = 0$, Ha : $(\alpha\beta)_{ij} \neq 0$, $F = 1.67_{ns}$

สรุปว่า A และ B ไม่มีอิทธิพลร่วมกัน

2. ผลตอบสนองต่อ a_1 ต่างกับระดับอื่น ๆ ของ A ไหม?

Ho : $\mu_1 - (\mu_2+\mu_3+\mu_4)/3 = 0$, Ha : $\mu_1 - (\mu_2+\mu_3+\mu_4)/3 \neq 0$

$F = 1.5/0.5 = 3.0$ ns

สรุปว่าผลตอบสนองของ a_1 และระดับอื่น ๆ ไม่ต่างกัน

3) ผลตอบสนองที่ a_2 ต่างกับ a_3, a_4 ไหม?

Ho : $\mu_2 - (\mu_3+\mu_4)/2 = 0$, Ha : $\mu_2 - (\mu_3+\mu_4)/2 \neq 0$

$F = 3.0/0.5 = 6.0^*$

สรุปว่าผลตอบสนองที่ a_2 ต่างกับ a_3, a_4

4) ผลตอบสนองที่ a_3 และ a_4 ต่างกันไหม?

Ho : $\mu_3 = \mu_4$, Ha : $\mu_3 \neq \mu_4$, $F = 0$,

สรุปว่าความแตกต่างไม่มีนัยสำคัญ

5) ผลตอบสนองที่ b_1 และ b_2 ต่างกันไหม?

Ho : $\beta_j = 0$, Ha : $\beta_j \neq 0$, $F = 0.5/0.5 = 1.0$

สรุปว่าผลตอบสนองที่ 2 ระดับของ B ไม่ต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ

4) กำหนด Analysis of Covariance ของงานทดลองหนึ่งให้ดังนี้

SOV	df	Σx^2	Σxy	Σy^2	reduction $(\Sigma xy)^2/\Sigma x^2$	due to regression df	SS	MS
บล็อค	4	5	-20	40				
วิธีการ (T)	10	21	-90	500	387.71	9	114.29	
error	40	4	-10	60	25	39	35	.90
T+E	50	25	-100	560	400	49	160	
difference					375	10	125	12.5

3.1 จงทดสอบ Unadjusted treatments

$$Ho : \tau_i = 0, \ Ha : \tau_i \neq 0, i = 1,2,\ldots,11$$

$$F = \frac{500/10}{60/40} = \frac{50}{1.5} = 33.3^* \quad f_{.05}^{(10, 40)} = 2.07$$

สรุปว่ามีความแตกต่างระหว่างวิธีการ

3.2 Assume Model : $Y_{ij} = \mu + \tau_i + \varrho_j + \beta(X_{ij} - \overline{X}) + \varepsilon_{ij}$

จงทดสอบ $Ho : \beta = 0, \ Ha : \beta \neq 0$ $\qquad i = 1, 2,\ldots,11$

$$F = \frac{25}{.90} = 27.8^*, \quad f_{.05}^{(1, 39)} = 4.1 \qquad j = 1, 2,\ldots,5$$

สรุปว่า $\beta \neq 0$ นั่นคือตัวแบบข้างบนใช้ fit ข้อมูลได้หรืออีกนัยหนึ่งคือควรใช้การวิเคราะห์ covariance คือใช้ตัวแปร X ร่วมพิจารณาด้วย

3.3 จงทดสอบ adjusted treatment means

$$Ho : \tau_i = 0, \ Ha : \tau_i \neq 0 \quad i = 1, 2,\ldots,11$$

$$F = \frac{MS(\text{วิธีการ})adj}{MSE(adj)} = \frac{12.5}{.90} = 13.9^*, \quad f_{.05}^{(10, 39)} = 2.08$$

สรุปว่าอิทธิพลของวิธีการมีความแตกต่างกัน

3.4 ควรใช้ covariance **หรือไม่?**

ควรใช้ จากผลการทดสอบในข้อ 3.2