

เฉลยแบบฝึกหัดบทที่ 4

1. ข้อมูลต่อไปนี้ได้จากการทดลองระบบทำให้บริสุทธิ์ซึ่งจะใช้สารดูดซับคาร์บอน แฟกเตอร์ที่จะทดลองมี 2 แฟกเตอร์คือ pH และคุณภาพของคาร์บอนซึ่งวัดเป็นเปอร์เซ็นต์ มี 5 ระดับ ส่วนวิธีการ คือคุณภาพของคาร์บอน แบ่งเป็น 5 เกรด คือ ก ข ค ง จ ได้ข้อมูลดังนี้

pH	เปอร์เซ็นต์ของคาร์บอน					Total
	0.05	0.10	0.20	0.40	0.80	
4.0	17 ก	39 ง	65 ข	19 ค	12 จ	152
5.0	32 จ	33 ค	61 ก	71 ข	94 ง	291
6.0	56 ค	49 ก	84 ง	90 จ	100 ข	379
7.0	76 ง	81 ข	97 จ	98 ก	100 ค	452
8.0	93 ข	90 จ	97 ค	100 ง	100 ก	480
Total	274	292	404	378	406	1754

เกรด	ก	ข	ค	ง	จ
รวม	325	410	305	393	321

จงวิเคราะห์ข้อมูล

$$t = r = 5, N = 25, CF = (1754)^2/25 = 123,060.64$$

$$\sum \sum X_{ij}^2 = 144,452, \sum C_j^2/5 = 126,255.2, \sum R_i^2/5 = 137,226, \sum T_k^2/5 = 124,848$$

$$(1) SST = \sum \sum X_{ij}^2 - C = 21,391.36,$$

$$(2) SSR = \sum R_i^2/5 - C = 14,165.36$$

$$(3) SSC = \sum C_j^2/5 - C = 3,194.56$$

$$(4) SSTr = \sum T_k^2/5 - C = 1,787.36$$

$$(5) SSE = (1) - (2) - (3) - (4) = 2,244.08$$

ANOVA

SOV	df	SS	MS	F
แถว = pH	4	14,165.36	3,541.34	18.94**
คอลัมน์ = % คาร์บอน	4	3,194.56	798.64	4.27*
วิธีการ = เกรตคาร์บอน	4	1,787.36	446.84	2.39
error	12	2,244.08	187.01	

$$f_{.05}^{(4,12)} = 3.26$$

$$f_{.01}^{(4,12)} = 5.41$$

สรุปได้ว่า ระบบทำให้บริสุทธิ์มีความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญระหว่าง pH ของคาร์บอน และมีความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญ เมื่อใช้เปอร์เซ็นต์คาร์บอนต่าง ๆ กัน 5 ระดับขึ้น

2. จงวิเคราะห์ข้อมูลจากจักรัสถิตินซึ่งมีแผนผังการทดลองข้างล่าง

				รวม				
B	A	C	D	1	1	1	2	5
C	D	A	B	2	3	2	2	9
A	B	D	C	2	2	1	1	6
D	C	B	A	4	0	1	3	8
ผลรวมวิธีการ				รวม				
				9	6	5	8	28
				9	6	5	8	28
A	B	C	D					
8	6	4	10	28				

$$CF = (28)^2/16 = 49$$

$$\sum \sum X_{ij}^2 = 64, \sum R^2/4 = 51.5, \sum C^2/4 = 51.5, \sum T^2/4 = 54$$

$$(1) SST = 64 - C = 15$$

$$(2) SSR = 51.5 - C = 2.5$$

$$(3) SSC = 51.5 - C = 2.5$$

$$(4) SSTr = 54 - 49 = 5$$

$$(5) SSE = (1) - (2) - (3) - (4) = 5$$

SOV	df	SS	MS	F
แถว	3	2.5	.8333	1.0
คอลัมน์	3	2.5	.8333	1.0
วิธีการ	3	5.0	1.6667	2.0
error	6	5.0	.8333	

$$f_{.05}^{(3,6)} = 4.76$$

วิธีการทั้ง 5 ไม่มีความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญ

8. จงวิเคราะห์ข้อมูลต่อไปนี้

	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	
	A ₁	A ₄	A ₃	A ₂	Row totals
R ₁	12 16 25 32 (85)	10 16 24 20 (70)	9 12 25 10 (46)	4 7 10 12 (33)	234
R ₂	A ₄ 12 15 20 28 (75)	A ₂ 18 10 6 15 (49)	A ₁ 24 8 16 5 (53)	A ₃ 10 12 18 15 (55)	232
R ₃	A ₂ 10 6 12 10 (38)	A ₃ 9 9 8 7 (33)	A ₄ 6 5 8 2 (21)	A ₁ 4 5 7 1 (17)	109
R ₄	A ₃ 4 6 7 2 (19)	A ₁ 4 7 7 1 (19)	A ₂ 3 4 5 2 (14)	A ₄ 4 6 3 2 (15)	67
Column Total	217	171	134	120	642
	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	
Treatment Total	174	134	153	181	r = 4, s = 4

$$(1) \sum_{i,j,k} \sum_l X_{ijkl}^2 = 9,406 \text{ (64 df)}$$

$$(2) CF = (642)^2/64 = 6,440.0625$$

- (3) SST = (1) - (2) = 2,965.9375
 (4) SSR = $\Sigma R_i^2/16 - C = 7,809.375 - C = 1,369.3125$
 (5) SSC = $\Sigma C_j^2/16 - C = 6,792.875 - C = 352.8125$
 (6) SSTr = $\Sigma T_k^2/16 - C = 6,525.125 - C = 85.0625$
 (7) SS(units) = $\Sigma \Sigma X_{ij}^2/4 - C$
 = $(85^2 + 75^2 + \dots + 15^2)/4 - C$
 = $8,399 - C = 1,958.9375$
 (8) SSE = (7) - (4) - (5) - (6) = 151.75
 (9) SSS = (3) - (7) = 1,007.00

SOV	df	SS	MS	F
Rows	3	1,369.31	456.44	18.05**
Cols	3	352.81	117.60	4.65
A	3	85.06	28.35	1.12
Residual	6	151.75	25.29	1.20
Within cells	48	1,007.00	20.98	
Total	63	2,965.93		

$f_{os}^{(3,6)} = 4.76$
 $f_{oi}^{(3,6)} = 9.78$

วิธีการทั้ง 4 ไม่ต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ

อิทธิพลของคอลัมน์ไม่มีนัยสำคัญ แต่อิทธิพลของแถวมีนัยสำคัญสูงยิ่ง

4. การทดลองเพื่อเปรียบเทียบคุณภาพปุ๋ย 5 ชนิดในการวางแผนแบบจัดสุ่มลาตินได้ผลผลิตมันฝรั่ง ในตารางข้างล่าง จงวิเคราะห์ข้อมูล

คอลัมน์

แถว	1	2	3	4	5	Row Totals
1	A 449	B 444	C 401	D 299	E 292	1885
2	B 463	C 375	D 323	E 264	A 415	1840
3	C 393	D 353	E 278	A 404	B 425	1853
4	D 371	E 241	A 441	B 410	C 392	1855
5	E 258	A 430	B 450	C 385	D 347	1870
Col. Totals	1934	1843	1893	1762	1871	9303

Treatment totals

A:2139 B:2192 C:1946 D:1693 E:1333

$r = 5, N = 25$

- (1) $CF = (9303)^2/25 = 3,461,832.3$
 (2) $\sum \sum X_{ij}^2 = 3,570,195$ (6) $SST = (2) - (1) = 108,362.7$
 (3) $\sum R_i^2/r = 3,462,071.8$ (7) $SSR = (3) - (1) = 239.5$
 (4) $\sum C_j^2/r = 3,465,147.8$ (8) $SSC = (4) - (1) = 3,315.5$
 (5) $\sum T_k^2/r = 3,562,047.8$ (9) $SSTr = 100,215.5$
 (10) $SSE = (6) - (7) - (8) - (9) = 4,592.2$

SOV	df	SS	MS	F
แถว	4	239.5	59.875	< 1
คอลัมน์	4	3,315.5	828.875	2.1
วิธีการ	4	100,215.5	25,053.875	65.5**
error	12	4,592.2	382.683	

$f_{01}^{(4,12)} = 5.41$

$H_0: \tau_i = 0, H_a: \tau_i \neq 0; i = 1, 2, \dots, 5$

$F = 65.5^{**}$ สรุปว่าผลผลิตมันฝรั่งเมื่อใช้ปุ๋ย 5 ชนิดนั้นมีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญสูงยิ่ง

5. จงวิเคราะห์ข้อมูลข้างล่างซึ่งคือผลผลิตต่อไร่ในแปลงทดลองแบบจัตุรัสลาติน เมื่อใช้ปุ๋ยต่าง ๆ กัน 5 ชนิด โดยที่
- A: ไม่ใช้ปุ๋ยอะไรทั้งสิ้น
 - B: ปุ๋ยอินทรีย์
 - C: ปุ๋ยคอก 10 ตัน/เอเคอร์
 - D: ปุ๋ยคอก 20 ตัน/เอเคอร์
 - E: ปุ๋ยคอก 30 ตัน/เอเคอร์

						รวม				
A	14	E	22	B	20	C	18	D	25	99
B	19	D	21	A	16	E	23	C	18	97
D	23	A	15	C	20	B	18	E	23	99
C	21	B	46	E	24	D	21	A	18	130
E	23	C	16	D	23	A	17	B	19	98
รวม	100	120	103	97	103	523				
ปุ๋ย	A	B	C	D	E					
รวม	80	122	93	113	115	523				

- (1) $CF = (523)^2/25 = 10,941.16$ (6) $SST = (2)-(1) = 867.84$
 (2) $\sum \sum X_{ij}^2 = 11,809$ (7) $SSR = (3)-(1) = 161.84$
 (3) $\sum R^2/5 = 11,103$ (8) $SSC = (4)-(1) = 64.24$
 (4) $\sum C^2/5 = 11,005.4$ (9) $SSTr = (5)-(1) = 244.24$
 (5) $\sum T_i^2/5 = 11,185.4$ (10) $SSE = (6)-(7)-(8)-(9) = 397.52$

ANOVA

SOV	df	SS	MS	F
แถว	4	161.84	40.46	1.22
คอลัมน์	4	64.24	16.06	< 1
ปุ๋ย	4	244.24	61.06	1.84
error	12	397.52	33.13	

$$f_{0.05}^{(4,12)} = 3.26$$

สรุปว่าปุ๋ยทั้ง 5 มีคุณภาพไม่ต่างกันในการเพิ่มผลผลิตอ้อย

6. จงวิเคราะห์ข้อมูลข้างล่างซึ่งคือผลผลิตโกโก้จากการทดลองแบบจัดสุ่มLatin 3 จัตุรัสวิธีการทดลองได้แก่

A: ไม่ใช้ปุ๋ย

B: ใส่ปุ๋ยซูเปอร์ฟอสเฟต 1.5 ปอนด์/ตัน

C: ใส่ปุ๋ยซูเปอร์ฟอสเฟต 3.0 ปอนด์/ตัน

B	C	A	(81)	C	B	A	(58)	A	C	B	(43)
41	25	15		27	28	3		11	15	17	
A	B	C	(76)	A	C	B	(30)	B	A	C	(71)
20	32	24		4	17	9		24	14	33	
C	A	B	(55)	B	A	C	(43)	C	B	A	(57)
22	12	21		22	4	17		22	20	15	
83	69	60	(212)	53	49	29	(131)	57	49	65	(171)
$CF_1 = (212)^2/9 = 4,993.8$				$CF_2 = (131)^2/9 = 1,906.8$				$CF_3 = (171)^2/9 = 3,249$			

ປຶ້ມ:

A	B	C
98	214	202

 514, $CF = \frac{(514)^2}{27} = 9,785.04$

ຈັດຈັດ (1)	ຈັດຈັດ (2)	ຈັດຈັດ (3)
(1) $SS(\text{rows}) = .126.87$	(3) $SS(\text{rows}) = 130.87$	(5) $SS(\text{rows}) = 130.67$
(2) $SS(\text{cols}) = 89.53$	(4) $SS(\text{cols}) = 110.20$	(6) $SS(\text{cols}) = 42.67$
(7) $\sum \sum X_{ij}^2 = (41^2 + 20^2 + \dots + 15^2) = 11,902$		(27 df)
(8) $CF = (514)^2/27 = 9,785.04$		(1 df)
(9) $SS(\text{total}) = (7) - (8) = 2,116.96$		(26 df)
(10) $SS(\text{squares}) = (212^2 + 131^2 + 171^2)/9 - CF = 364.52$		(2 df)
(11) $SS(\text{rows}) = (1) + (3) + (5) = 388.41$		(6 df)
(12) $SS(\text{cols}) = (2) + (4) + (6) = 242.40$		(6 df)
(13) $SS(\text{ວິກິດາງ}) = (98^2 + 214^2 + 202^2)/9 - CF = 904.29$		(2 df)
(14) $SS(\text{error}) = (9) - (10) - (11) - (12) - (13) = 217.34$		(10 df)

ANOVA

SOV	df	SS	MS	F
จัดวัสดุ	2	364.52	182.26	8.39**
แถว	6	388.41	97.10	4.47*
คอลัมน์	6	242.40	40.4	1.86
ปุ๋ย	2	904.29	452.14	20.81**
error	10	217.34	21.73	

$$f_{01}^{(2,10)} = 7.56$$

$$f_{05}^{(6,10)} = 3.22$$

26

สรุปว่าผลผลิตโกโก้เมื่อใช้ปุ๋ยต่าง ๆ มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญสูงยิ่ง

7. ใช้แผนงานทดลองแบบจัดวัสดุขนาด 4×4 ทดลองโดยใช้จัดวัสดุเดิมนี้ทำซ้ำ ๆ กัน 6 ครั้ง กับบุคคลทั้งหมด 24 คน โดยบุคคลแต่ละคนได้รับ 4 วิธีการ จงสร้างตารางวิเคราะห์ แสดงการแบ่งแยก df

$$r = 4, s = 6, N = 4 \times 4 \times 6 = 96$$

ANOVA

SOV	df
จัดวัสดุ	$(s-1) = 5$
บุคคล = แถว	$s(r-1) = 18$
เวลา = คอลัมน์	$r-1 = 3$
วิธีการ	$r-1 = 3$
error	66

หมายเหตุ

error 66 df มาจาก

(1) df error จาก 6 จัดวัสดุ

$$= 6(6) = 36$$

(2) เวลา \times จัดวัสดุ = 15(3) เวลา \times วิธีการ = 15

66

95

8. งานทดลองอีกอันหนึ่งมี 5 วิธีการ ใช้แผนงานทดลองแบบจัดวัสดุขนาด 5×5 ที่เป็นอิสระกัน 4 จัดวัสดุ แต่ละจัดวัสดุใช้หนู 5 ตัวเป็นแถวเพื่อรับวิธีการต่าง ๆ 5 วิธี จงแสดงการแบ่งแยก df

SOV	df
จัดวัสดุ	3
แถว	16
คอลัมน์	4
วิธีการ	4
error	72

$$r = 5, s = 4, N = sr^2 = 100$$

9. ผู้ทดลองคนหนึ่งใช้จัดวัสดุขนาด 4×4 จำนวน 5 จัดวัสดุ ในตารางวิเคราะห์ความแปรปรวน เขามีความคลาดเคลื่อนจากการทดลองซึ่งมี $df = 54$ อยากทราบว่าความคลาดเคลื่อนรวมอิทธิพลของอะไรบ้าง

$$r = 4, s = 5, N = 80$$

SOV	df
จัดวัสดุ	4
แถว	15
คอลัมน์	3
วิธีการ	3
error	54

54 df ของ error มาจาก

(1) df error จาก 5 จัดวัสดุ รวมกัน คือ

$$\text{คือ } s(r-1)(r-2) = 30$$

$$(2) \text{ df (แถว} \times \text{จัดวัสดุ)} = 3(4) = 12$$

$$(3) \text{ df (วิธีการ} \times \text{จัดวัสดุ)} = 3(4) = 12$$

$$\underline{\underline{54}}$$