1. เปอร์เซ็นต์แคลเซียมที่วัดได้จากใบผักคะน้าที่สุ่มมา 4 ใบ สุ่มตัวอย่างจากแต่ละใบมา 4 ส่วน และแต่ละส่วนนำไปหาค่าวิเคราะห์คือ จำนวนแคลเซียมส่วนละ 1 ค่าวิเคราะห์ ภายใต้ Model $X_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij}$, $\tau_i \sim NID(0, \sigma_\tau^2)$, $\varepsilon_{ij} \sim NID(0, \sigma^2)$, SS(วิธีการ) = 0.90 และ SS(error) = .0792

1.1 ผู้ทดลองใช้แผนงานทดลองแบบ CRD Model ที่ใช้เป็นแบบ random (fixed หรือ random) มีใบผัก เป็นวิธีการ รวมทั้งหมดมี 4 วิธีการ และมีส่วนของใบ ($\frac{1}{4}$ ส่วน) เป็น 1 หน่วยทดลอง ส่วนตัวแปรตอบสนองซึ่งใช้วัดผลของวิธีการคือเปอร์เซ็นต์แคลเซียม จุดประสงค์ของงานทดลองนี้คือ เปรียบเทียบเปอร์เซ็นต์แคลเซียมว่ามีความแตกต่างระหว่างใบหรือไม่

1.2 จงสร้าง ANOVA และหา E(MS)

SOV	df	SS	MS	E(MS)
ใบผัก	3	0.90	.30	$\sigma^2 + 4\sigma_\tau^2$
ค่าวิเคราะห์	12	0.0792	.0066	σ^2

1.3 จงหาค่าประมาณของ σ^2 และ σ_τ^2 และอธิบายความหมาย

$\hat{\sigma}^2$ = MSE = .0066, ใช้วัดความผันแปรของค่าวิเคราะห์จากใบผักเดียวกัน

$$\hat{\sigma}_\tau^2 = \frac{.30 - .0066}{4} = \frac{.2934}{4} = .0733,$$

วัดความผันแปรของค่าวิเคราะห์จากใบผักต่างใบ

1.5 ถ้า F = MS(วิธีการ)/MSE = 44.86** จงสรุปผล

$f_{.01}^{(3,12)}$ = 5.95, สรุปว่าจำนวนแคลเซียมจากใบผักต่างใบกันมีความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญ

2. จากการทดลองในข้อ (1) แต่ใช้วิธีสุ่มต้นคะน้ามา 4 ต้น แต่ละต้นสุ่มใบผักมาต้นละ 4 ใบ แต่ละใบสุ่มชิ้นส่วนมา 2 ส่วน แต่ละส่วนหาค่าวิเคราะห์ 1 ค่า

2.1 ผู้ทดลองใช้แผนงานทดลองแบบ CRD ชนิดมีตัวอย่างย่อย มี [illegible]

$X_{ijk} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij} + \delta_{ijk},$ i = 1, 2, 3, 4; j = 1, 2, 3 [illegible]

2.2 จงสร้าง ANOVA และแสดงการทดสอบ และสรุปผล ถ้าคำนว[illegible]

$$\frac{MS(\text{ต้น})}{MS(\text{ใบผัก})} = \frac{2.500}{0.300} = 8.3$$

และ $$\frac{MS(\text{ใบผัก})}{MS(\text{ค่าวิเคราะห์})} = \frac{.300}{.007} = 42$$

SOV	df	MS	F
ระหว่างต้น	3	2.500	8.3**
ระหว่างใบผัก	12	0.300	42.9**
ระหว่างค่าวิเคราะห์	16	.007	

$f^{(3, [illegible])}$ [illegible] 5.9 [illegible]

f [illegible] 3.55

Ho : $\sigma_\tau^2 = 0$, Ha : $\sigma_\tau^2 \neq 0$, F = 8.3**

สรุปว่าปริมาณแคลเซียม ถ้าเก็บจากต้นคะน้าต่างต้นกันจะมีคว[illegible]แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ

Ho : $\sigma_\varepsilon^2 = 0$, Ha : $\sigma_\varepsilon^2 \neq 0$, F = 42.9**

แม้จะเป็นใบผักจากต้นเดียวกั[illegible]ต่างกันเอย่า[illegible]คัญ

3. **ผลผลิตข้าว 3 พันธุ์** [illegible] **ใช้ระยะห่**[illegible] **ฎดังนี้**

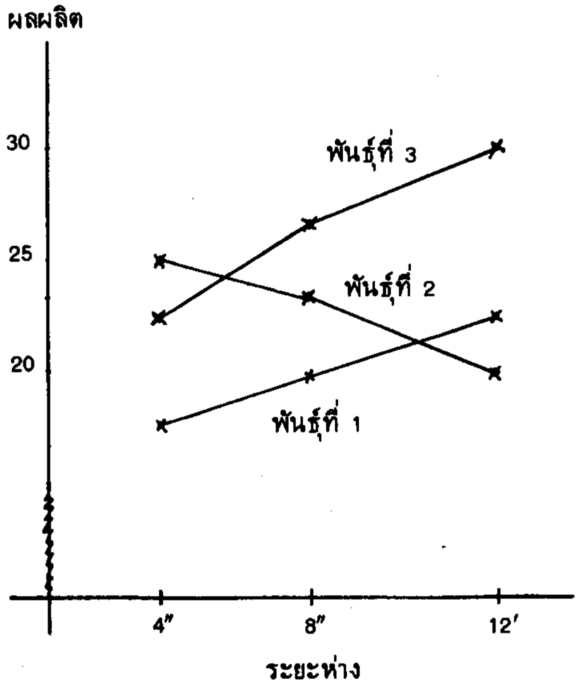
ระยะห่าง

พันธุ์	4″	8″	12″	
1	18	20	22	60
2	25	23	20	68
3	22	26	30	78
	65	69	72	206

SOV	df	SS	MS	F
บล็อค	2	200		
วิธีการ	(8)	35		
พันธุ์ข้าว	2	17.78	8.89	177.8
ระยะห่าง	2	2.44	1.22	24.4
พันธุ์ × ระยะ	4	14.78	3.645	73.9
error	16	0.80	.05	

3.1 **จงเติมช่อง df ให้สมบูรณ์**

3.2 **จงแสดงกราฟ response ของ interaction และอธิบาย**



ผลผลิตของข้าวพันธุ์ที่ (1) และ (3) จะเพิ่มสูงขึ้นเมื่อเพิ่มระยะห่าง แต่ผลผลิตข้าวพันธุ์ที่ (2) กลับลดลง เมื่อเพิ่มระยะห่างของแปลงปลูก เนื่องจาก response ต่อวิธีการไม่เป็นไปในทิศทางเดียวกัน แสดงว่าพันธุ์ข้าวและระยะห่างมีอิทธิพลร่วมกัน

3.3 จงแสดงวิธีการคำนวณค่า SS(interaction)

(1) หา SS(วิธีการ) = $(18^2+20^2+\ldots+30^2)/3$ - CF ในเมื่อ CF = $(206)^2/27$

(2) หา SS(พันธุ์ข้าว) = $(60^2+68^2+78^2)/9$ - CF

(3) หา SS(ระยะห่าง) = $(65^2+69^2+72^2)/9$ - CF

(4) SS(interaction) = (1) - (2) - (3) = 14.78

4. กำหนด ANOVA ยอดรวมและค่าเฉลี่ยของวิธีการจากงานทดลองหนึ่ง ดังนี้

SOV	df	SS
แถว	2	42
คอลัมน์	2	6
วิธีการ	2	186
error	2	6

	A	B	C
ยอดรวม	45	57	78
ค่าเฉลี่ย	15	19	26

4.1 จงสร้าง contrast เพื่อเปรียบเทียบระหว่างค่าเฉลี่ยของ A กับ B และ C และทดสอบโดยวิธี t-test (α = .05) (กำหนดค่าสถิติคำนวณได้ = 6.1)

วิธีการ ค่าเฉลี่ย	A 15	B 19	C 26	$\Sigma C_i\bar{X}_i$	ΣC_i^2
A vs B, C	1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	-7.5	$\frac{3}{2}$

Ho : $\mu_A - (\mu_B+\mu_C)/2 = 0$, Ha : $\mu_A - (\mu_B+\mu_C)/2 \neq 0$

$$T = \frac{\Sigma C\bar{X}_i}{\sqrt{MSE(\frac{\Sigma C_i^2}{r})}} = \frac{-7.5}{\sqrt{3(\frac{3}{2})(\frac{1}{3})}} = -6.1^*,\ t_{.025,\,2} = 4.303$$

สรุปว่าค่าเฉลี่ยของ A ต่างกับค่าเฉลี่ยของ B และ C อย่างมีนัยสำคัญ

4.2 จงสร้าง 95% ช่วงเชื่อมั่นของ Contrast ในข้อ (4.1) โดยไม่ต้องคำนวณ

95% ช่วงเชื่อมั่นของ $\mu_A - (\mu_B+\mu_C)/2$ คือ

$$\Sigma C_i\bar{X}_i \pm t_{.025,\,2}\sqrt{MSE(\frac{\Sigma C_i^2}{r})} = -7.5 \pm (4.303)(\sqrt{1.5})$$

4.3 ถ้าวิธีการ A, B, C คือระยะห่างของแปลงปลูกคือ 4″, 8″ และ 12″ จงแสดงการหา SS(วิธีการ) เพื่อทดสอบแนวโน้มของวิธีการ (โจทย์กำหนดตารางสัมประสิทธิ์ของ orthogonal polynomial **ให้)**

total	A 45	B 57	C 78	$\Sigma C_i T_i$	$r\Sigma C_i^2$	SS	F
linear	−1	0	1	33	(3)(2)	181.5	60.5*
quadratic	1	−2	1	9	(3)(6)	4.5	1.5

$f^{(1,2)}_{.01} = 98.5$ $f^{(1,2)}_{.05} = 18.51$ 186.0

1) $Ho : \beta_1 = 0$; $Ha : \beta_1 \neq 0$, $F = 181.5/3 = 60.5^*$

สรุปว่าแนวโน้มของวิธีการเป็นแบบเชิงเส้น

2) $Ho : \beta_2 = 0$; $Ha : \beta_2 \neq 0$, $F = 1.5/3 < 1$

สรุปว่าแนวโน้มของวิธีการไม่เป็นแบบโค้งกำลังสอง (quadratic) นั่นคือเมื่อเพิ่มระยะห่างของแปลงปลูก ผลผลิตจะเพิ่มขึ้นในอัตราคงที่ (แบบ linear)

ข้อสังเกต ข้อสรุปนี้ใช้ได้เฉพาะวิธีการที่อยู่ในการทดลองเท่านั้น คือ เฉพาะระยะห่างในช่วง 4″ ถึง 12″

5. กำหนดค่าเฉลี่ยจาก 3 ซ้ำ ของ 3 วิธีการ และความแปรปรวนแต่ละกลุ่มให้ จงทดสอบว่าค่าเฉลี่ยเหล่านี้มาจากประชากรเดียวกันหรือไม่ ($\alpha = .05$)

วิธีการ	ก	ข	ค
ค่าเฉลี่ย ($\bar{X}_i$)	49	54	47
S_i^2	270	200	220

$$\boxed{\begin{aligned}\bar{\bar{X}} &= \frac{(49+54+47)}{3}\\ &= 50\end{aligned}}$$

$$\begin{aligned}
SS(\text{วิธีการ}) &= r\sum_i(\bar{X}_i - \bar{\bar{X}})^2\\
&= 3\{(-1)^2+(4)^2+(-3)^2\} = 3(26) = 78\\
MSE &= S_p^2 = (270+200+220)/3 = 690/3 = 230
\end{aligned}$$

Ho : $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu$ หรือ Ho : $\tau_i = 0,\ i = 1, 2, 3$

Ha : μ_i ไม่เท่ากันทั้งหมด หรือ Ha : $\tau_i \neq 0$

$F = MSA/MSE = \frac{78/2}{230} < 1$

สรุปว่าค่าเฉลี่ยเหล่านี้มาจากประชากรเดียวกัน

6. **ถ้าจะทำการทดลองแบบ** 2^7 factorial **ในบล็อคขนาด 8 หน่วยทดลอง จะต้องใช้** defining contrast **และ** generalized interaction **อย่างละเท่าใดในการจัดวิธีการใส่บล็อค**

$2^7 = 128$ วิธีการ ใส่บล็อคขนาด 8 หน่วยทดลอง

ต้องใช้ $128/8 = 16$ บล็อค $= 2^4 = 2^p$, $p = 4$

df ของบล็อค $= 16 - 1 = 15$

จะต้องมีอิทธิพล 15 อันที่พัวพันกับบล็อค ซึ่งแบ่งเป็น

(ก) defining contrast $= p = 4$

(ข) generalized interaction $= 2^p - 1 - p = 16 - 1 - 4 = 11$

7. **ถ้าจะทำการทดลอง** 2^6 factorial **แบบ** $\frac{1}{4}$ **ซ้ำ จะทำได้อย่างไร ?**

$2^6 = 64$ วิธีการ, จะทำ $\frac{1}{4}$ ซ้ำ ต้องจัดลงใน 4 บล็อคก่อน แล้วเลือกทดลอง 1 บล็อค จาก 4 บล็อคนั้น จึงจะเป็น $\frac{1}{4}$ ซ้ำ การจัดวิธีการใส่ใน 4 บล็อค $= 2^2 = 2^p$, $p = 2$ นั่นคือ ต้องใช้ defining contrast 2 อัน (อิทธิพล) ซึ่งปกติมักใช้อิทธิพลของ interaction ระดับสูง เช่น ABCD กับ ACEF ซึ่งจะมีผลให้อิทธิพล $\cancel{A}B\cancel{C}D\ (\cancel{A}\cancel{C}EF) = BDEF$ พัวพันกับบล็อคด้วย

8. **ในการทดลองแบบ 1 ซ้ำ ของ** 2^4 factorial **ใน 4 บล็อค โดยมี** AB **และ** ACD **เป็น** defining contrast **จงแสดงการวิเคราะห์ ถ้าผู้ทดลองไม่สนใจอิทธิพลที่สูงกว่า** 2-factor interaction

$2^4 = 16$ วิธีการ จะมี main effects $= \binom{4}{1} = 4$

2-factor $= \binom{4}{2} = 6$

3-factor $= \binom{4}{3} = 4$

4-factor $= \binom{4}{4} = 1$

generalized interaction คือ $\cancel{A}B(\cancel{A}CD) = BCD$

SOV	df	
บล็อค	3	(รวม AB, ACD, BCD ด้วย)
main effects	(4)	
A	1	
B	1	
C	1	
D	1	
2-factor interaction	(5)	(หัก AB ออก)
AC	1	
AD	1	
BC	1	
BD	1	
CD	1	
pooled error	3	(รวม 3-factor และ 4-factor โดยหัก ACD และ BCD)
	15	