

เฉลยแบบฝึกหัดบทที่ 3

1. ในการทดลองทางจิตวิทยาอันหนึ่ง ผู้ทดลองได้จัดบุคคล 3 คนเป็นบล็อก 1 บล็อก และ มีทั้งหมด 10 บล็อก ภายในแต่ละบล็อกได้จัดวิธีการให้บุคคลแบบสุ่ม ได้ค่าสังเกต ดังนี้

บล็อก	วิธีการ			B_j
	1	2	3	
1	21	20	22	63
2	20	19	21	60
3	20	19	22	61
4	18	19	20	57
5	18	17	18	53
6	18	18	19	55
7	18	16	19	53
8	16	15	18	49
9	16	13	15	44
10	15	14	16	45
T_i	180	170	190	540 = G

จงวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยวิธีการ

$$t = 3, r = 10, CF = (540)^2/30 = 9720, \Sigma T^2/10 = 9740$$

$$\Sigma B_j^2/3 = 9848, X..x; = 9876$$

$$(1) SST = 9876 - 9720 = 156$$

$$(2) SST_r = 9740 - 9720 = 20$$

$$(3) SSB = 9848 - 9720 = 128, SSE = (1) - (2) - (3) = 8$$

ANOVA

SOV	df	SS	MS	F
บล็อก	9	128	14.20	22.7**
วิธีการ	2	20	10.00	
error	18	8	0.44	

$$f_{01}^{(2,18)} = 6.01$$

29 156

มีความแตกต่างระหว่างวิธีการทั้ง 3 อย่างมีนัยสำคัญสูงยิ่ง

2. การทดลองอีกอันหนึ่งมี 5 วิธีการ และ 6 บล็อก จงวิเคราะห์ข้อมูล

วิธีการ บล็อก	1	2	3	4	5	รวม
1	25	27	24	28	22	126
2	24	32	29	26	24	135
3	31	35	27	36	26	155
4	40	45	33	42	30	190
5	43	50	38	46	33	210
6	45	48	40	52	36	221
รวม	208	237	191	230	171	1037 = G

$$t = 5, r = 6, CF = (1037)^2/30 = 35,845.6$$

$$\sum \sum X_{ij}^2 = 38083, \sum T_i^2/6 = 36,342.5, \sum B_j^2/5 = 37,433.4$$

$$(1) SST = 38,083 - C = 2,237.4$$

$$(2) SSB = 37,433.4 - C = 1,587.8$$

$$(3) SSTr = 36,342.5 - C = 496.9$$

$$(4) SSE = (1) - (2) - (3) = 152.7$$

ANOVA

SOV	df	SS	MS	F
บล็อก	5	1,587.8	317.56	
วิธีการ	4	496.9	124.225	16.3**
error	20	152.7	7.635	

$$f_{01}^{(4,20)} = 4.43$$

สรุปว่ามีความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญสูงยิ่งระหว่างวิธีการทั้ง 5

3. ทำการทดสอบบุคคล 20 คนก่อนการทดลอง และจัดบุคคลเป็นบล็อกๆ ละ 2 คน จัดวิธีการให้บุคคลภายในแต่ละบล็อกแบบสุ่ม
- ก. จงวิเคราะห์โดยการทำการวิเคราะห์ความแปรปรวน
- ข. จงวิเคราะห์โดยใช้วิธีการทดสอบแบบ "ที" และตรวจสอบว่า $T^2 = F$

บล็อก	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	T_i
วิธีการที่ 1	2.5	4.6	9.3	4.5	1.5	6.4	4.7	5.6	7.3	6.6	53
วิธีการที่ 2	3.6	5.7	8.9	6.7	1.9	7.8	4.6	5.9	6.9	7.0	59
B_j	6.1	10.3	18.2	11.2	3.4	14.2	9.3	11.5	14.2	13.6	112
d_i (1)-(2)	-1.1	-1.1	0.4	-2.2	-0.4	-1.4	0.1	-0.3	0.4	-0.4	

$$\Sigma d_i = 0.9 - 6.9 = -6.0, \bar{d} = -0.60$$

$$\Sigma d_i^2 = 9.96, \Sigma (d_i - \bar{d})^2 = 9.96 - (6.0)^2/10 = 6.36$$

$$S_d^2 = 6.36/9 = 0.7066$$

$$S_d^2 = 6.36/(9)(10) = .07066, S_d = 0.2658$$

$$\Sigma \Sigma X_{ij}^2 = 714.24, CF = (112)^2/20 = 627.2$$

$$\Sigma T^2/10 = 629, \Sigma B_j^2/2 = 709.26$$

$$(ก) (1) SST = 714.24 - 627.2 = 87.04$$

$$(2) SSB = 709.26 - 627.2 = 82.06$$

$$(3) SSTr = 629 - 627.2 = 1.8$$

$$(4) SSE = (1) - (2) - (3) = 3.18$$

ANOVA

SOV	df	SS	MS	F
บล็อก	9	82.06	9.1178	
วิธีการ	1	1.80	1.8000	5.0948
error	9	3.18	0.3533	

$$f_{.05}^{(1,9)} = 5.12$$

$H_0: \tau_i = 0, H_a: \tau_i \neq 0, i = 1, 2, F = 5.09$ ไม่อยู่ใน CR
สรุปว่าวิธีการทั้ง 2 ไม่ต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ

(ข) $H_0: \mu_1 = \mu_2, H_a: \mu_1 \neq \mu_2$

$$T = \frac{\bar{d}}{S_{\bar{d}}} = \frac{-0.60}{0.2658} = -2.257, t_{.025,9} = 2.262$$

พึงสังเกตว่า

$$(T)^2 = (2.257)^2 = 5.09 = F$$

ค่าสถิติ T ไม่อยู่ในเขตวิกฤต จึงยังปฏิเสธ H_0 ไม่ได้เช่นกัน

5. ผลการทดลองจาก 4 วิธีการใน 3 บล็อกมีดังนี้ จงวิเคราะห์ข้อมูล

บล็อก	วิธีที่ 1	วิธีที่ 2	วิธีที่ 3	วิธีที่ 4	
1	1	2	3	3	9
2	2	3	4	2	11
3	3	4	5	1	13
	6	9	12	6	33 = G

$$t = 4, r = 3, N = 12, CF = (33)^2/12 = 90.75$$

$$\Sigma T^2/3 = 99, \Sigma B^2/4 = 92.75, \Sigma \Sigma X_{ij}^2 = 107$$

$$(1) SST = 107 - 90.75 = 16.25$$

$$(2) SST_r = 99 - 90.75 = 8.25$$

$$(3) SSB = 92.75 - 90.75 = 2$$

$$(4) SSE = (1) - (2) - (3) = 6$$

ANOVA

SOV	df	SS	MS	F
บล็อก	2	2	1.00	
วิธีการ	3	8.25	2.75	2.75
error	6	6	1.00	

$$F_{3,6}^{0.05} = 4.76$$

สรุปว่าวิธีการทั้ง 4 ไม่ต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ

6. ผลผลิตจากเครื่องจักร 4 เครื่องจากวันทดลอง 5 วัน มีดังนี้

วัน	เครื่องจักร				รวม
	ก	ข	ค	ง	
1	293	308	323	333	1257
2	298	353	343	363	1357
3	280	323	350	368	1321
4	288	358	365	345	1356
5	260	343	340	330	1273
	1419	1685	1721	1739	6564

ก. จงเขียนแบบจำลองของงานทดลองนี้

ข. จงทดสอบความแตกต่างของผลผลิตจากเครื่องจักร

ค. เครื่องจักร (ก) เป็นแบบมาตรฐาน เครื่องจักร (ข) และ (ค) มีคุณสมบัติพิเศษที่ต่างจากเครื่องจักร (ง) จงสร้างการเปรียบเทียบตามที่เห็นควร

$$t = 4, r = 5, N = 20, CF = (6564)^2/20 = 2,154,304.8$$

$$\sum \sum X_{ij}^2 = 2,172,522, \sum T^2/5 = 2,167,749.6, \sum B^2/4 = 2,156,451$$

$$(1) SST = \sum \sum X_{ij}^2 - C = 18,217.2$$

$$(2) SST_r = \sum T^2/r - C = 13,444.8$$

$$(3) SSB = \sum B^2/t - C = 2,146.2$$

$$(4) SSE = (1) - (2) - (3) = 2,626.2$$

SOV	df	SS	MS	F
วัน	4	2,146.2	536.5	2.45
เครื่องจักร	3	13,444.8	4481.6	20.48**
error	12	2,626.2	218.85	

$$f_{05}^{(4,12)} = 3.26$$

$$f_{01}^{(3,12)} = 5.95$$

(ก) $X_{ij} = \mu + \tau_i + \beta_j + \epsilon_{ij}; i = 1, \dots, 4; j = 1, \dots, 5$

μ = ค่าเฉลี่ยรวมยอด

τ_i = อิทธิพลของเครื่องจักร

β_j = อิทธิพลของวันทดลองที่ j

ϵ_{ij} = อิทธิพลเชิงสุ่มจากการทดลองกับเครื่องจักร i ในวันที่ j

(ข) $H_0: \tau_i = 0, H_a: \tau_i \neq 0, i = 1, 2, 3, 4$

$$F = 20.48^{**}$$

สรุปว่าผลผลิตโดยเฉลี่ยของเครื่องจักร 4 เครื่อง มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญสูงยิ่ง

(ค) การเปรียบเทียบที่ควรพิจารณา คือ

(1) $H_0: \mu_1 = (\mu_2 + \mu_3 + \mu_4)/3$

$$H_0: (\mu_2 + \mu_3)/2 = \mu_4$$

$$H_0: \mu_2 = \mu_3$$

7. การทดลองเปรียบเทียบคุณสมบัติของส่วนผสมเคมี 4 อย่าง ซึ่งจะต้องอบด้วยความร้อนในเตาอบ 3 เตา ซึ่งทราบล่วงหน้าว่ามีความแตกต่างกัน ได้ผลการทดลอง ดังนี้

ส่วนผสม \ เตาอบ	เตาอบ			
	1	2	3	
A	18	20	14	52
B	24	27	20	71
C	19	20	17	56
D	16	16	14	46
	77	83	65	225 = G

ก. จงเขียนแบบจำลองของงานทดลองนี้

ข. จงวิเคราะห์ข้อมูล

$$(ก) X_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij}; i = 1, 2, 3, 4; j = 1, 2, 3$$

μ = ค่าเฉลี่ยรวมยอด

τ_i = อิทธิพลของส่วนผสมเคมี i

β_j = อิทธิพลของเตาอบ j

ε_{ij} = อิทธิพลอื่น ๆ จากการทดลองส่วนผสม i กับเตาอบ j

$$t = 4, r = 3, N = 12, G = 225, CF = (225)^2/12 = 4218.75$$

$$\Sigma\Sigma X_{ij}^2 = 4383, \Sigma T^2/3 = 4332.33, \Sigma B^2/4 = 4260.75$$

$$(1) SST = 4383 - 4218.75 = 164.25$$

$$(2) SSTr = 4332.33 - 4218.75 = 113.58$$

$$(3) SSB = 4260.75 - 4218.75 = 42$$

$$(4) SSE = (1) - (2) - (3) = 8.67$$

SOV	df	SS	MS	F
เตาอบ	2	42.00	21.00	14.5**
ส่วนผสม	3	113.58	37.86	26.2**
error	6	8.67	1.445	

$$f_{01}^{(2,6)} = 10.92$$

$$f_{01}^{(3,6)} = 9.78$$

$$H_0: \tau_i = 0, H_a: \tau_i \neq 0, i = 1, 2, 3, 4$$

$F = 26.2^{**}$ สรุปว่าส่วนผสมเคมี 4 อย่างนี้มีคุณสมบัติแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ

8. จงเติมตารางวิเคราะห์ความแปรปรวนข้างล่างให้สมบูรณ์ กำหนดให้มี 5 วิธีการใน 10 เรพรีเกท และกำลังสองเฉลี่ยของวิธีการ = 100 จงทดสอบอิทธิพลของวิธีการ

ที่มา	df	SS	MS	F
เรพรีเกท	9	(90)	10	2
วิธีการ	4	400	100	20**
ความคลาดเคลื่อน	36	180	(5)	

$$f_{01}^{(4,36)} = 3.8$$

$$H_0: \tau_i = 0, H_a: \tau_i \neq 0, i = 1, 2, \dots, 5$$

$F = 20^{**}$ สรุปว่ามีความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญสูงยิ่งระหว่างวิธีการทั้ง 5

9. กำหนดให้ค่าที่คำนวณได้ตารางวิเคราะห์ความแปรปรวนของผลผลิตพืช 6 สายพันธุ์ ใน 8 บล็อก มีค่าผลบวกกำลังสองของสายพันธุ์, บล็อก และความคลาดเคลื่อนเท่ากัน คือเท่ากับ 245 จงสร้างแบบจำลองและทดสอบความแตกต่างของวิธีการ

$$t = 6, r = 8, SSTr = SSB = SSE = 245$$

SOV	df	SS	MS	F
บล็อก	7	245	35	5**
สายพันธุ์	5	245	49	7**
error	35	245	7	

$$f_{.01}^{(7,35)} = 3.2$$

$$f_{.01}^{(5,35)} = 3.6$$

$$X_{ij} = \mu + \tau_i + \epsilon_{ij}; i = 1, \dots, 6, j = 1, \dots, 8$$

τ_i = อิทธิพลสายพันธุ์ที่ i

$$H_0: \tau_i = 0, H_a: \tau_i \neq 0$$

$$F = 7**$$

สรุปว่ามีความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญสูงยิ่งระหว่างผลผลิตของพืช 6 สายพันธุ์

10. จงทดสอบอิทธิพลของการใส่ Chalk และ Lime ในการทำให้สภาพกรดในดินเป็นกลาง และช่วยเพิ่มผลผลิตหัวบีทหรือไม่

บล็อก	จำนวนหัวบีทต่อแปลง			B_j
	ไม่ใส่	Chalk	Lime	
1	149	135	147	431
2	137	151	131	419
3	114	143	103	360
4	140	146	147	433
T_i	540	575	528	1643

$$t = 3, r = 4, N = 12, G = 1643, CF = 224,954.08$$

$$\sum \sum X_{ij}^2 = 227,345, \sum T_i^2/4 = 225,252.25, \sum B_j^2/3 = 226,137$$

$$(1) SST = \sum \sum X_{ij}^2 - C = 2,399.92$$

$$(2) \text{ SSTr} = \Sigma T^2/4 - C = 298.17$$

$$(3) \text{ SSB} = \Sigma B^2/3 - C = 1,182.92$$

$$(4) \text{ SSE} = (1) - (2) - (3) = 918.83$$

ANOVA

SOV	df	SS	MS	F
บล็อค	3	1,182.92	394.31	
วิธีการ	2	298.17	149.08	< 1
error	6	918.83	153.14	

$$f_{.05}^{(2,6)} = 5.14$$

2,399.92

$$H_0: \tau_i = 0, H_a: \tau_i \neq 0$$

$F < 1$ ไม่อยู่ในเขตวิกฤต จึงสรุปว่าผลผลิตจากดินทั้ง 3 แบบไม่ต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ

11. เพื่อจะทดสอบประสิทธิภาพของเครื่องกรองน้ำมัน 5 ชนิด ผู้ทดลองได้ทดลองใช้น้ำมันชนิดหนึ่งโดยแบ่งเป็น 15 ส่วน แล้วเติมวัตถุแปลกปลอมในปริมาณที่เท่ากันลงไปในทุกส่วน แต่เนื่องจากการทดลองแต่ละวันจะทำได้เพียง 5 การทดลอง จึงแบ่งน้ำมันที่เตรียมไว้เป็น 3 กลุ่มๆ ละ 5 ส่วน และแบ่งทำการทดลองกับเครื่องกรองทั้ง 5 เป็นเวลา 3 วัน จงวิเคราะห์ข้อมูล

วัน	ชนิดของเครื่องกรอง					B_j
	ก	ข	ค	ง	จ	
1	16.9	18.2	17.0	15.1	18.3	85.5
2	16.5	19.2	18.1	16.0	18.3	88.1
3	17.5	17.1	17.3	17.8	19.8	89.5
T_i	50.9	54.5	52.4	48.9	56.4	263.1

$$t = 5, r = 3, N = 15, G = 263.1, CF = 4614.8$$

$$\Sigma \Sigma X_{ij}^2 = 4634.97, \Sigma T_i^2/3 = 4626.33, \Sigma B_j^2/5 = 4616.4$$

$$(1) \text{ SST} = \Sigma \Sigma X_{ij}^2 - C = 20.17$$

$$(2) \text{ SSTr} = \Sigma T_i^2/3 - C = 11.53$$

$$(3) \text{SSB} = \Sigma B^2/5 - C = 1.6$$

$$(4) \text{SSE} = (1) - (2) - (3) = 7.02$$

ANOVA

SOV	df	SS	MS	F
วัน	2	1.60	0.80	
เครื่องกรอง	4	11.53	2.88	3.28
error	8	7.04	0.88	

$$f_{0.05}^{(4,8)} = 3.84$$

14 20.17

$H_0: \tau_i = 0, H_a: \tau_i \neq 0, i = 1, 2, \dots, 5$

$$F = 3.28 < 3.84$$

ยังปฏิเสธ H_0 ไม่ได้ สรุปว่าประสิทธิภาพของเครื่องกรองน้ำมัน 5 ชนิดไม่ต่างกัน
อย่างมีนัยสำคัญ

12. การทดลองแบบจับคู่ มีทั้งหมด 10 คู่ กำหนดให้ ผลรวมวิธีการที่ 1 และ 2 เป็น 160 และ 120 ตามลำดับ และ $\Sigma(d_i - \bar{d})^2 = 360$ จงเติมตารางวิเคราะห์ข้างล่างให้สมบูรณ์

ที่มา	df	SS	MS
ระหว่างคู่หรือเรพริเคต	9	900	(100)
ระหว่างวิธีการ	1	80	80
ความคลาดเคลื่อน	9	180	20

$$G = (160 + 120), t = 2, r = 10, N = 20, CF = (280)^2/20 = 3920$$

$$\Sigma T^2/r = \{(160)^2 + (120)^2\}/10 = 4000$$

$$SSTr = 4000 - 3920 = 80$$

ทฤษฎี for random pairing

$$\sigma_D^2 = 2\sigma^2, S_D^2 = 2S^2, = 2MSE \quad (\hat{\sigma}^2 = MSE)$$

$$\text{ดังนั้น} \quad S_D^2 = \frac{2MSE}{\dots(1)}$$

$$\text{และเราทราบว่า} \quad S_D^2 = \frac{\Sigma(d_i - \bar{d})^2}{r(r-1)} \quad \dots(2)$$

$$\text{เมื่อ } t = 2, \quad df \text{ error} = (1)(r-1) = r-1$$

$$MSE = SSE/(r-1)$$

แทนค่าใน (1) ; $S_d^2 = \frac{2(SSE)}{r(r-1)}$ (3)

เมื่อเอา (2) เทียบกับ (3) จะได้

$$\frac{\Sigma(d_i - \bar{d})^2}{r(r-1)} = \frac{2(SSE)}{r(r-1)}$$

นั่นคือ $\Sigma(d_i - \bar{d})^2 = 2SSE$

หรือ $SSE = (\Sigma(d_i - \bar{d})^2)/2$
 $= 360/2 = 180$

18. การทดลองเพื่อหาค่าวิเคราะห์จำนวนวิตามินซีในใบผักกะน้า โดยใช้ผักน้ำหนักต่างๆกัน 4 ขนาดเป็นตัวอย่าง จากแต่ละตัวอย่างใช้หาค่าวิเคราะห์ 2 ค่าวิเคราะห์ คือ A และ B ได้ข้อมูลในตารางข้างล่าง จงวิเคราะห์ข้อมูล

น้ำหนักของ ใบผักตัวอย่าง เป็นกรัม	เรพริเคท										X _{i.}
	1		2		3		4		5		
	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	
5	34.2	37.2	47.0	52.5	48.5	46.5	44.2	44.2	42.5	43.5	440.3
2	12.8	12.8	21.5	22.0	24.5	23.0	17.8	17.8	17.0	17.5	186.7
1	5.8	8.2	10.2	13.0	16.5	11.0	9.5	15.2	11.0	10.5	110.9
0.5	3.5	3.5	5.0	6.0	9.8	6.8	5.2	3.5	3.8	4.7	51.8
X _{.jk}	56.3	61.7	83.7	93.5	99.3	87.3	76.7	80.7	74.3	76.2	789.7
X _{.j}	118.0		177.2		186.6		157.4		150.5		

X_{ijk} = ค่าวิเคราะห์ที่ k จากเรพริเคท j ของใบผักน้ำหนัก i

i = 1, 2, 3, 4, j = 1, 2, ..., 5, k = 1, 2

t = 4, r = 5, S = 2, N = 40

ตารางแสดง cell total (X_{ij})

		เรพรีเคท (j)					
		1	2	3	4	5	
ใบฝัก (i)	1	71.4	99.5	95.0	88.4	86.0	440.3
	2	25.6	43.5	47.5	35.6	34.5	186.7
	3	14.0	23.2	27.5	24.7	21.5	110.9
	4	7.0	11.0	16.6	8.7	8.5	51.8
		118.0	177.2	186.6	157.4	150.5	789.7

$$CF = (789.7)^2/40 = 15,590.65$$

$$\sum \sum \sum X_{ijk}^2 = (34.2^2 + 37.2^2 + \dots + 4.7^2) = 24,894.43$$

$$IT^2/rs = \{(440.3)^2 + \dots + (51.8)^2\}/(5)(2) = 24,370.3$$

$$\sum \sum X_{ij}^2/s = \{(71.4)^2 + (25.6)^2 + \dots + (8.5)^2\}/2 = 24,825.78$$

$$\sum B^2/ts = \{(118)^2 + (177.2)^2 + \dots + (150.5)^2\}/8 = 15,946.05$$

- (1) SST = $\sum \sum \sum X_{ijk}^2 - C = 9303.78$ (39 df)
- (2) SSTr = $\sum T^2/rs - C = 8779.65$
- (3) SSB = $\sum B^2/ts - C = 355.40$
- (4) SS(units) = $\sum \sum X_{ij}^2/s - C = 9235.13$ (19 df)
- (5) SSE = (d)-(2)-(3) = 100.08
- (6) SSS = (1)-(4) = 68.65

ANOVA

sov	df	SS	MS	F
เรพรีเคท	4	355.40	88.85	853.2**
น้ำหนักใบ	3	8,779.65	2,926.55	
ค่าวิเคราะห์	12	100.08	8.34	
(sampling error)	20	68.65	3.43	
		39	9,303.78	

$$H_0: \tau_i = 0, H_a: \tau_i \neq 0, i = 1, 2, 3, 4$$

$$F = \frac{2926.55}{14.06} = 853.2, f_{0.01}^{(3,12)} = 5.95$$

ปฏิเสธ H_0 และสรุปว่าปริมาณไวตามินซีจากใบผัก

14. กำหนดตารางวิเคราะห์ความแปรปรวน ดังนี้

ที่มา	df	MS	E(MS)
เรขปริเคท	3	176	$\sigma_0^2 + 3\sigma_1^2 + 12\sigma_\epsilon^2 + 96\sigma_\beta^2$
วิธีการ	7	352	$\sigma_0^2 + 3\sigma_1^2 + 12\sigma_\epsilon^2 + 48\sum\tau_j^2/7$
ความคลาดเคลื่อนจากการทดลอง	21	88	$\sigma_0^2 + 3\sigma_1^2 + 12\sigma_\epsilon^2$
ความคลาดเคลื่อนจากการสุ่ม	96	40	$\sigma_0^2 + 3\sigma_1^2$
ระหว่างค่าวิเคราะห์	256	10	σ_0^2

จงหาค่าคาดหวังของกำลังสองเฉลี่ยโดยสมมุติว่ามีความสนใจเฉพาะ 8 วิธีการที่อยู่ใน การทดลอง แต่เรขปริเคท ตัวอย่าง และค่าวิเคราะห์เป็นตัวแปรเชิงสุ่ม

$$X_{ijkl} = \mu + \tau_i + \beta_j + \epsilon_{ij} + S_{ijk} + d_{ijkl} \quad i = 1, 2, \dots, 8$$

$$t = 8, r = 4, s = 4, d = 3, \quad j = 1, 2, 3, 4$$

$$N = 384 \quad k = 1, 2, \dots, 4$$

$$l = 1, 2, 3$$

15. กำหนดตารางวิเคราะห์ความแปรปรวนของงานทดลองหนึ่ง ดังนี้

ที่มา	df	Mean Square
บล็อก	3	
วิธีการ	8	
ความคลาดเคลื่อนจากการทดลอง	24	1084
ความคลาดเคลื่อนจากการสุ่ม	144	381

ก. จงเขียนแบบจำลองของงานทดลอง

ข. จงหาความแปรปรวนของค่าเฉลี่ยวิธีการ

ค. จงหาความแปรปรวนของค่าเฉลี่ยวิธีการเมื่อมีเพียง 1 ตัวอย่างย่อยต่อแปลง

$$t = 9, r = 4, s = 5, N = 180$$

- (ก) $Y_{ijk} = \mu + \tau_i + \beta_j + \varepsilon_{ij} + \delta_{ijk}$; $i = 1, 2, \dots, 9$
 μ = ค่าเฉลี่ยรวมยอด $i = 1, 2, 3, 4$
 τ_i = อิทธิพลของวิธีการ i $k = 1, 2, \dots, 5$
 β_j = อิทธิพลของบล็อก j
 ε_{ij} = อิทธิพลเชิงสุ่มจากหน่วยทดลองในบล็อก j ซึ่งรับวิธีการ i
 δ_{ijk} = อิทธิพลเชิงสุ่มจากหน่วยตัวอย่างย่อย k ในหน่วยตัวอย่างซึ่งอยู่ในบล็อก j ซึ่งรับวิธีการ i

(ข) $V(\bar{y}_{i..}) = \text{MSE}/rs$
 $= 1084/(4)(5) = 54.2$

$\hat{\sigma}_\mu^2 = 381$
$\hat{\sigma}_\varepsilon^2 = \frac{1084 - 381}{5}$
$= 140.6$

(ค) ถ้าใช้ $r' = 4$, $s' = 1$
 $\text{MSE}' = (\hat{\sigma}_\mu^2 + s' \hat{\sigma}_\varepsilon^2)$
 $= (381 + 1(140.61))$
 $= 521.6$
 $\hat{V}(\bar{y}_{i..})' = \frac{\text{MSE}'}{r's'} = \frac{521.6}{(4)(1)} = 130.4$

16. จากการทดลองเพื่อประมาณอิทธิพลของปัจจัยชนิดต่างๆ 9 วิธีการเพื่อเพิ่มผลผลิตข้าว แต่ไม่เก็บเกี่ยวผลผลิตทั้งแปลง แต่เก็บเกี่ยวจากพื้นที่ตัวอย่างขนาด 3 คูณ 3 ฟุต จำนวน 12 ตัวอย่างย่อย/แปลง มีตารางวิเคราะห์ความแปรปรวนดังนี้

ที่มา	df	Mean Square
เรพริเคท	3	384
วิธีการ	8	900
ความคลาดเคลื่อนจากการทดลอง	24	192
ระหว่างตัวอย่างย่อย/แปลง	396	24

- ก. สมมติให้ components of variance ไม่เปลี่ยนแปลง จงประมาณประสิทธิภาพเทียบกับการทดลองใหม่ที่ใช้ 6 เรพริเคท และ 8 ตัวอย่างย่อยต่อแปลง
 ข. เปรียบเทียบกับ 6 เรพริเคท และ 12 ตัวอย่างย่อยต่อแปลง

$$t = 9, r = 4, s = 12, N = 432$$

$$V(\bar{Y}_{t..}) = \text{MSE}/rs$$

$$= 192/(4)(12) = 4$$

$$\hat{\sigma}_\beta^2 = 24$$

$$\hat{\sigma}_\epsilon^2 = (192 - 24)/12$$

$$= 14$$

(ก) $r' = 6, s' = 8$

$$\text{MSE}' = \hat{\sigma}_\beta^2 + s' \hat{\sigma}_\epsilon^2$$

$$= 24 + (8)(14) = 136$$

เนื่องจาก $rs = rs' = 48$

$$\text{RE (แบบเดิม VS แบบใหม่)} = \frac{\text{MSE}'}{\text{MSE}} = \frac{136}{192} = .7083 = 70.83\%$$

สรุปว่าแบบใหม่ดีกว่าเพราะใช้เพียง 71 ซ้ำ จะให้ความเที่ยงเท่ากับ 100 ซ้ำของแบบเดิม

(ข) $r'' = 6, s'' = 12$

$$\text{MSE}'' = \hat{\sigma}_\beta^2 + s'' \hat{\sigma}_\epsilon^2$$

$$= 24 + (12)(14) = 192$$

$$\hat{V}(\bar{Y})'' = \text{MSE}''/r''s'' = 192/(6)(12) = 2.67$$

$$\text{RE (แบบเดิม VS แบบใหม่)} = \frac{\hat{V}(\bar{Y})''}{V(\bar{Y})} = \frac{2.67}{4} = 0.6666 = 66.67\%$$

สรุปว่าแบบใหม่ดีกว่า เพราะแบบเดิม 100 ซ้ำ จะให้ความเที่ยงตรงเท่ากับ 67 ซ้ำของแบบใหม่

17. กำหนดตารางวิเคราะห์ ดังนี้

ที่มา	df	MS	E(MS)
เรพริเคท	3	288	$\sigma_\beta^2 + 3\sigma_\tau^2 + 12\sigma_\epsilon^2 + 96\sigma_\beta^2$
วิธีการ	7	432	$\sigma_\beta^2 + 3\sigma_\tau^2 + 12\sigma_\epsilon^2 + 48\sum\tau^2/7$
ความคลาดเคลื่อนจากการทดลอง	21	144	$\sigma_\beta^2 + 3\sigma_\tau^2 + 12\sigma_\epsilon^2$
ระหว่างตัวอย่างย่อย/หน่วยทดลอง	96	72	$\sigma_\beta^2 + 3\sigma_\tau^2$
ระหว่างค่าวิเคราะห์/ตัวอย่างย่อย	256	6	σ_β^2

ก. จงหาความแปรปรวนของค่าเฉลี่ยวิธีการ

ข. จงหาค่าคาดหวังของกำลังสองเฉลี่ย สมมุติว่าวิธีการเป็นแบบกำหนดและเรพริเคทเป็นแบบสุ่ม

ก. เปรียบเทียบประสิทธิภาพกับการทดลองใหม่ซึ่งจะใช้ 6 เรพริเคท และมี 8 ตัวอย่างย่อย/หน่วยทดลอง และ 1 ค่าวิเคราะห์/ตัวอย่างย่อย

$$t = 8, r = 4, s = 4, d = 3, N = 384$$

$$(ก) V(\bar{Y}_{t...}) = \frac{MSE}{rsd} = \frac{144}{(4)(4)(3)} = 3$$

$$(ค) r' = 6, s' = 8, d' = 1$$

$$\begin{aligned} \widehat{MSE}' &= \hat{\sigma}_0^2 + (1)\hat{\sigma}_r^2 + 8\hat{\sigma}_e^2 \\ &= 6 + 1(22) + 8(6) = 76 \end{aligned}$$

$$\widehat{V}(\bar{Y}_{t...})' = \frac{\widehat{MSE}'}{r's'd'} = \frac{76}{(6)(8)(1)} = 1.58$$

$V(\bar{Y}) > \widehat{V}(\bar{Y})$ แสดงว่าแบบใหม่ดีกว่า

$$RE (\text{แบบใหม่ VS แบบเดิม}) = \frac{3}{1.58} = 1.89 = 189\%$$

นั่นคือถ้าแบบใหม่ใช้ 100 ชั่วโมง แบบเดิมจะต้องเพิ่มอีก 89 ชั่วโมง จึงจะให้ความเที่ยงตรงเท่ากัน

18. นักเคมีผู้หนึ่งได้ทำการทดลองโดยให้วิธีการกับดิน 8 วิธีการ ใน 2 เรพริเคท แต่ละแปลงเก็บดินตัวอย่าง 3 ตัวอย่าง/แปลง แบ่งดินตัวอย่างเป็น 2 ส่วน แต่ละส่วนหาค่าวิเคราะห์ 2 ค่าวิเคราะห์ ค่าวิเคราะห์คือจำนวนไนโตรเจนในดินได้ข้อมูล ดังนี้

ที่มา	df	MS	E(MS)
วิธีการ	7	11700	$\sigma_0^2 + 2\sigma_r^2 + 4\sigma_s^2 + 12\sigma_e^2 + 24\sigma_{\tau}^2/7$
ความคลาดเคลื่อนจากการทดลอง	7	1300	$\sigma_0^2 + 2\sigma_r^2 + 4\sigma_s^2 + 12\sigma_e^2$
ระหว่างตัวอย่าง/แปลง	32	100	$\sigma_0^2 + 2\sigma_r^2 + 4\sigma_s^2$
ระหว่างชิ้นส่วน/ตัวอย่าง	48	20	$\sigma_0^2 + 2\sigma_r^2$
ระหว่างค่าวิเคราะห์/ชิ้นส่วน	96	16	σ_0^2

จงหาค่าคาดหมายของกำลังสองเฉลี่ย และเปรียบเทียบกับงานทดลองใหม่ที่จะใช้ 6 เรพริเคท แต่ยังคงมีค่าวิเคราะห์ 24 ค่าวิเคราะห์เท่าเดิม นั่นคือจะ 2 ตัวอย่าง/แปลง 2 ชิ้นส่วน/ตัวอย่าง และ 1 ค่าวิเคราะห์/ชิ้นส่วน

$$t = 8, r = 2, s = 3, p = 2, d = 2$$

$$r' = 6, s' = 2, p' = 2, d' = 1$$

$$MSE' = \hat{\sigma}_d^2 + (1)\hat{\sigma}_p^2 + 2\hat{\sigma}_s^2 + 4\hat{\sigma}_e^2$$

$$= 16 + 2 + 2(20) + 4(100)$$

$$= 458$$

$$\hat{\sigma}_d^2 = 16$$

$$\hat{\sigma}_p^2 = \frac{20-16}{2} = 2$$

$$\hat{\sigma}_s^2 = \frac{100-20}{4} = 20$$

$$\hat{\sigma}_e^2 = \frac{1300-100}{12} = 100$$

เนื่องจาก $rspd = r's'p'd' = 24$

$$RE (\text{แบบใหม่ VS แบบเดิม}) = \frac{MSE (\text{เดิม})}{MSE'}$$

$$= \frac{1300}{458} = 2.84 = 284\%$$

แบบใหม่ดีกว่า 184% นั่นคือแบบเดิมต้องเพิ่มอีก 184 ชั่วโมงจะให้ความเที่ยงตรงเท่ากับ 100 ชั่วโมงของแบบใหม่

19. ในการทดลองเกี่ยวกับคุณภาพของดินอีกอันหนึ่ง มีตารางวิเคราะห์ ดังนี้

ที่มา	df	Mean Square
เรพริเคท	4	240
วิธีการ	5	360
Experimental error	20	120
Samples within plots	150	60
Determinations per sample	180	4

ก. จงหาความแปรปรวนของค่าเฉลี่ยวิธีการ

ข. เปรียบเทียบประสิทธิภาพกับการใช้ 8 ตัวอย่าง/แปลง และมี 1 ค่าวิเคราะห์/ตัวอย่าง

$$t = 6, r = 5, s = 6, d = 2$$

$$(ก) V(\bar{Y}_{i...}) = \frac{MSE}{rsd} = \frac{120}{60} = 2$$

$$(ข) r' = 5, s' = 8, d' = 1$$

$$MSE' = \hat{\sigma}_d^2 + (1)\hat{\sigma}_s^2 + 8\hat{\sigma}_e^2$$

$$\hat{\sigma}_d^2 = 4$$

$$\hat{\sigma}_s^2 = \frac{60-4}{2} = 28$$

$$\hat{\sigma}_e^2 = \frac{120-60}{12} = 5$$

$$= 4 + 28 + (8)(5) = 72$$

$$\hat{V}(\bar{Y}_{...})' = \frac{MSE'}{r's'd'} = \frac{72}{40} = 1.8$$

$$RE \text{ (แบบใหม่ VS แบบเดิม)} = \frac{V(\bar{Y})}{\hat{V}(\bar{Y})'} = \frac{2.0}{1.8} = 1.11 = 111\%$$

แบบใหม่ดีกว่าแบบเดิม 11%

20. กำหนดตารางวิเคราะห์ความแปรปรวนของงานทดลองหนึ่ง ดังนี้

ที่มา	df	SS	Expected Mean Square
บล็อก	9	.4074	$\sigma_e^2 + 4\Sigma\beta_j^2/9$ หรือ $4\sigma_\beta^2$
วิธีการ	3	1.1986	$\sigma_e^2 + 10\Sigma\tau_i^2/3$ หรือ $10\sigma_\tau^2$
ความคลาดเคลื่อน	27	.6249	σ_e^2

ก. จงเติมช่องค่าคาดหมายของกำลังสองเฉลี่ยให้สมบูรณ์

ข. เปรียบเทียบประสิทธิภาพถ้าจะใช้แผนงานทดลองแบบสุ่มสมบูรณ์

ค. หาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าเฉลี่ยวิธีการ และความแตกต่างของค่าเฉลี่ยวิธีการ

$$t = 4, r = 10, N = 40, MSE = .0231$$

$$(ข) \quad \widehat{MSE}(\text{CRD}) = \frac{SSB + (n_r + n_c)E}{tr - 1}$$

$$= \frac{.4074 + (3 + 27)(.0231)}{39}$$

$$= \frac{1.1017}{39} = .0282$$

$$RE(\text{RCB VS CRD}) = \frac{.0282}{.0231} = 1.22 = 122\%$$

แบบ RCB ดีกว่า 22%

$$(ค) \quad S_{\tau_i} = \sqrt{\frac{MSE}{r}} = \sqrt{\frac{.0231}{10}} = .0481$$

$$S_{(\bar{y}_r - \bar{y}_c)} = \sqrt{\frac{2MSE}{r}} = \sqrt{\frac{2(.0231)}{10}} = .068$$