

ข้อสอบภาค 1 ปี 2520

1. จงเปรียบเทียบงานทดลอง 4 แบบต่อไปนี้ และวิจารณ์ข้อดี-ข้อเสียของแต่ละแบบ และเสนอความเห็นของท่าน และเหตุผลหรือหลักฐานสนับสนุนว่าแบบใดเป็นแผนงานทดลองที่เหมาะสมที่สุด สำหรับจุดประสงค์ของงานทดลองนี้ ซึ่งต้องการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของน้ำมัน 2 สูตรในแง่การประหยัด

แบบที่ (1) ใช้รถ 8 คัน มีสถิติการใช้น้ำมันดังนี้

สูตรมาตรฐาน (ไมล์/แกลลอน)		สูตรมาตรฐาน+ส่วนผสม X ไมล์/แกลลอน		
Volk	36	MG	31	(1) $(108)^2 = 11,664$
Ford	20	ออสติน	26	(2) $(36^2 + \dots + 14^2) = 3,336$
Fiat	38	Chevrolet	19	(3) $(31^2 + \dots + 32^2) = 3,022$
Rolls-Royce	14	มอริส	32	(4) $(216)^2 = 46,656$
	<u>108</u>		<u>108</u>	
mean = 27		mean = 27		

แบบที่ (2) ใช้รถ 8 คัน มีสถิติการใช้น้ำมันดังนี้

สูตรมาตรฐาน (ไมล์/แกลลอน)		สูตรมาตรฐาน+ส่วนผสม X (ไมล์/แกลลอน)		
Volk	36	MG	31	(1) $(126)^2 = 15,876$
Ford	20	ออสติน	26	(2) $(90)^2 = 8,100$
Fiat	38	Chevrolet	19	(3) $(36^2 + \dots + 32^2) = 4,164$
Morris	<u>32</u>	Rolls-Royce	<u>14</u>	(4) $(31^2 + \dots + 14^2) = 2,194$
	<u>126</u>		<u>90</u>	(5) $(216)^2 = 46,656$
mean = 31.5		mean = 22.5		

แบบที่ (3) ใช้รถ 8 คันเช่นกัน

สูตรมาตรฐาน (ไมล์/แกลลอน)		สูตรมาตรฐาน+ส่วนผสม X (ไมล์/แกลลอน)		
Volk คันที่ 1	36	Volk คันที่ 2	33	(1) $(108)^2 = 11,664$
Ford คันที่ 1	20	Ford คันที่ 2	22	(2) $(112)^2 = 12,544$
Fiat คันที่ 1	38	Fiat คันที่ 2	42	(3) $(36^2 + \dots + 14^2) = 3,336$
Rolls-Royce คันที่ 1	<u>14</u>	Rolls-Royce คันที่ 2	<u>15</u>	(4) $(33^2 + \dots + 15^2) = 3,562$
	<u>108</u>		<u>112</u>	(5) $(220)^2 = 48,400$
mean = 27		mean = 28		(6) $(69^2 + \dots + 29^2) = 13,766$

แบบที่ (4) ใช้รถ 4 คัน

รถ	สูตรมาตรฐาน	สูตรมาตรฐาน+X
Volk	36	39
Ford	20	21
Fiat	38	41
Rolls-Royce	14	15
รวม	108	116
ค่าเฉลี่ย	27	29

(1) $(108)^2 = 11,664$

(2) $(116)^2 = 13,456$

(3) $(224)^2 = 50,176$

(4) $(36^2 + \dots + 14^2) = 3,336$

(5) $(39^2 + \dots + 15^2) = 3,868$

(6) $(75^2 + \dots + 29^2) = 14,388$

การวิเคราะห์

แบบที่ (1)

(1) $SST = (3,336 + 3022) - 46,656/8 = 526$

(2) $SS(\text{วิธีการ}) = (11,664 + 11,664)/4 - 46,656/8 = 0$

(3) $SS(\text{error}) = (1) - (2) = 526$

SOV	df	SS	MS	F
น้ำมัน	1	0	0	0
error	6	526	87.7	
	7	526		

แบบที่ (2)

(1) $SST = (4164 + 2194) - \frac{46,656}{8} = 526$

(2) $SS(\text{วิธีการ}) = \frac{15,876 + 8100}{4} - \frac{46,656}{4}$
 $= 162$

(3) $SSE = (1) - (2) = 364$

ANOVA

SOV	df	SS	MS	F
น้ำมัน	1	162	162	2.7
error	6	364	60.67	
รวม	7	526		

แบบที่ (3)

$$(1) \text{ SST} = (3336 + 3562) - 48400/8 = 848$$

$$(2) \text{ SS(วิธีการ)} = \frac{11,664 + 12,544}{4} - \frac{48400}{8} = 2$$

$$(3) \text{ SS(ปลื้ดค)} = \frac{13766}{2} - \frac{48,400}{8} = 833$$

$$(4) \text{ SS(error)} = (1) - (2) - (3) = 13$$

ANOVA

SOV	df	SS	MS	F
รถ	3	833	277.67	64.1
น้ำมัน	1	2	2.00	< 1
error	3	13	4.33	
รวม	7	848		

แบบที่ (4)

$$(1) \text{ CF} = 50,176/8 = 6272$$

$$(2) \text{ SST} = (3336 + 3868) - C = 932$$

$$(3) \text{ SS(วิธีการ)} = (11,664 + 13,456)/4 - C = 8$$

$$(4) \text{ SS(ปลื้ดค)} = 14,388/2 - C = 922$$

$$(5) \text{ SS(error)} = (2) - (3) - (4) = 2$$

ANOVA

SOV	df	SS	MS	F
รถ	3	922	307.33	684.6
น้ำมัน	1	8	8.00	12.0*
error	3	2	0.67	
รวม	7	932		

$$f_{1,3}^{.05} = 10.13$$

วิจารณ์

แบบที่ (1) และแบบที่ (2) คือ CRD เนื่องจากรถต่างยี่ห้อกัน จะมีการบริโภคน้ำมันต่างกัน แม้ว่าจะใช้น้ำมันชนิดเดียวกัน ความผันแปรภายในกลุ่ม หรือความคลาดเคลื่อนจากการทดลองจึงมีค่าสูง โดยเฉพาะในแบบที่ (1) ในกลุ่มเดียวกันใช้ทั้งรถขนาดเล็ก เช่น Volk, Ford, Fiat ปนกับรถขนาดใหญ่ คือ Rolls-Royce ในกลุ่มที่ (2) ก็เช่นกัน รถ Chevrolet เป็นรถที่กินน้ำมันมากกว่ายี่ห้ออื่น แม้ค่าเฉลี่ยของการใช้น้ำมันของทั้ง 2 กลุ่มจะเท่ากัน ก็ไม่ได้หมายความว่า น้ำมัน 2 สูตรไม่มีความแตกต่างกัน แต่เนื่องจากใช้แผนงานทดลองไม่ดี มีความคลาดเคลื่อนสูง เนื่องจากหน่วยทดลองไม่เป็นเอกภาพ จึงไม่สามารถตรวจจับ (detect) ความแตกต่างได้ ในแบบที่ (2) ก็เช่นกัน ความคลาดเคลื่อนมีค่าลดลงเล็กน้อย เพราะรถขนาดใหญ่มาอยู่ในกลุ่มเดียวกัน แต่หน่วยทดลองก็ยังไม่เป็นเอกภาพ ความคลาดเคลื่อนยังมีค่าโตเกินไปจนไม่สามารถตรวจจับความแตกต่างของวิธีการได้ ส่วนในแบบที่ (3) มีการจำแนกรถ 4 ชนิด ทุกชนิดทดลองใช้น้ำมันทั้ง 2 สูตร เป็นการลดความผันแปรระหว่างยี่ห้อรถ และขนาดของรถ ทำให้ MSE เล็กลงมาก แต่ยังเป็นรถคนละคัน ดังนั้น ยังคงมีความแตกต่างระหว่างรถแต่ละคัน (แม้จะเป็นยี่ห้อเดียวกัน) รวมอยู่ในความแตกต่างระหว่างกลุ่ม ดังนั้นแบบที่ (4) จึงเป็นแผนงานทดลองที่ดีที่สุด เพราะใช้รถคันเดิมกับทั้ง 2 วิธีการ ดังนั้นความแตกต่างจึงเป็นของน้ำมันจริงๆ ไม่รวมความแตกต่างของรถ วิธีนี้ได้ MSE มีค่าน้อยที่สุด และสามารถตรวจจับความแตกต่างของวิธีการได้ สรุปได้ว่าเมื่อเพิ่มส่วนผสม X ทำให้รถวิ่งได้โดยเฉลี่ยเป็นจำนวนไมล์ต่อแกลลอน มากกว่าไม่ใส่ส่วนผสม X

2. ในการทดลองน้ำมันหล่อลื่น 3 ชนิด กับรถ 4 สูบ ยี่ห้อเดียวกัน 3 คัน (ชนิดละคัน) โดยให้ขับเคลื่อนในสถานะและระยะทางเท่ากัน แล้ววัดความสึกหรอตรงตำแหน่งที่สึกหรอมากที่สุดของแต่ละสูบ เป็น $\frac{1}{1000}$ นิ้ว ได้ข้อมูลดังนี้

น้ำมัน	สูบ				
	1	2	3	4	
A	7.5	7.4	7.8	7.1	29.8
B	6.9	7.2	7.4	7.1	28.6
C	6.3	7.0	6.5	6.8	26.6
	20.7	21.6	21.7	21.0	85.0

กำหนดให้

$$(1) (85)^2 = 7225$$

$$(2) (7.5^2 + 7.4^2 + \dots + 6.8^2) = 604.06$$

$$(3) (29.8^2 + \dots + 26.6^2) = 2413.56$$

$$(4) (20.7^2 + \dots + 21.0^2) = 1806.94$$

ทั้งนี้พบข้อเท็จจริงจากการทดลองครั้งก่อนๆ ว่ารถชนิดเดียวกันที่ใช้ น้ำมันหล่อลื่นชนิดเดียวกันจะมีความสึกหรอไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ

2.1 การทดลองนี้ถูกต้องตามหลักการวางแผนงานทดลองหรือไม่ มีอะไรเป็นวิธีการ, หน่วยทดลอง และ response variable

ใช้แผนงานทดลองแบบ RCB (โดยอนุโลม) ถ้าจะเป็นแบบ RCB ตามทฤษฎี ต้องใช้รถ 1 คันเป็น 1 บล็อก และ 1 บล็อก (1 คัน) ได้รับทุกวิธีการพร้อมกัน ซึ่งในทางปฏิบัติเราทำการทดลองแบบนี้ไม่ได้ จะใช้น้ำมันเพียงชนิดเดียวต่อรถ 1 คัน เพราะเมื่อใส่ไปแล้วไม่สามารถบังคับการไหลได้ มันจะไหลไปหล่อลื่นทั้ง 4 สูบ แต่การทำงานของสูบต่างๆ อาจต่างกัน อาจมีการสึกหรอต่างกัน ดังนั้น ตำแหน่งของสูบจึงทำหน้าที่เป็นบล็อก (โดยอนุโลม) โดยอาศัยข่าวสารจากการทดลองครั้งก่อนๆ ว่าการสึกหรอของรเยื่อเดียวกัน และใช้น้ำมันชนิดเดียวกัน ไม่ต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ จึงใช้รถ 3 คัน แทนรถคันเดียว (ซึ่งปฏิบัติไม่ได้) โดย assume ว่าความแตกต่างของ A, B, C คือความแตกต่างของน้ำมันหล่อลื่น (ความจริงรวมความแตกต่างของรถด้วย เรียกว่าอิทธิพลของวิธีการพัวพันกับอิทธิพลของรถ แต่อิทธิพลของรถไม่มีนัยสำคัญ จึงเหลือแต่อิทธิพลของวิธีการ) สูบของรถแต่ละคันทำหน้าที่เป็นหน่วยทดลอง วิธีการคือน้ำมัน 3 ชนิด และ response variable คือความสึกหรอ วัดเป็น $\frac{1}{1000}$ นิ้ว

2.2 จงทดสอบความแตกต่างของน้ำมัน 3 ชนิดนั้น

$$(1) CF = 7225/12 = 602.08$$

$$(2) SST = 604.06 - C = 1.977$$

$$(3) SS(\text{วิธีการ}) = 2413.56/4 - C = 1.307$$

$$(4) SS(\text{สูบ}) = 1806.94/3 - C = 0.230$$

$$(5) SSE = (2) - (3) - (4) = 0.44$$

ANOVA

SOV	df	SS	MS	F
บล็อก (สบ)	3	0.230	.0767	1.04
วิธีการ (น้ำมัน)	2	1.307	0.6535	8.92*
error	6	0.440	0.0733	

$$f_{.05}^{(2,6)} = 5.14$$

$$H_0: \tau_i = 0, H_a: \tau_i \neq 0, i = 1, 2, 3$$

$$F = \frac{.6535}{.0733} = 8.92^*$$

สรุปว่าความสึกหรอเมื่อใช้น้ำมัน 3 ชนิดมีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ

2.3 ให้ C คือ น้ำมันสูตรมาตรฐาน A และ B เป็นสูตรใหม่ จงเปรียบเทียบระหว่าง C กับ A และ B

2.4 น้ำมันชนิดใหม่มีคุณภาพต่างกับ control ไหม?

2.5 การทดสอบในข้อ 2.3 และ 2.4 เป็นอิสระกันหรือไม่

Contrast	A	B	C	$\sum C_i T_i$	$r \sum C_i^2$	$SS = \frac{(\sum C_i T_i)^2}{r \sum C_i^2}$
C vs A, B	1	1	-2	5.2	4(6)	1.1267
A vs B	1	-1	0	1.2	4(2)	.1800

1.3067

$$2.3 H_0: (\mu_A + \mu_B)/2 - \mu_C = 0$$

$$H_a: (\mu_A + \mu_B)/2 - \mu_C \neq 0$$

$$F = \frac{1.1267}{.0733} = 15.37^{**}, f_{1.6}^{.01} = 13.75, f_{1.6}^{.05} = 5.99$$

สรุปว่าน้ำมันสูตรมาตรฐานมีประสิทธิภาพต่างกับสูตร A และ B

$$2.4 H_0: \mu_A = \mu_B, H_a: \mu_A \neq \mu_B \quad F = \frac{.1800}{.0733} = 2.45 \text{ ns}$$

สรุปว่าสูตร A และ B ไม่ต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ

2.5 การเปรียบเทียบในข้อ 2.3 และ 2.4 เป็นอิสระกัน เพราะ

$$(1) \sum C_i C_{2i} = 0$$

$$(2) SS(2.3) + SS(2.4) = SS(\text{วิธีการ}) \text{ ซึ่งมี 2 df}$$

3. การทดลองทางจิตวิทยา โดยใช้ผู้รับการทดลอง 6 คน ให้ทำงาน 1 ชิ้น แล้วให้กรรมการ 4 คนให้คะแนนงานชิ้นนั้น ได้ผลดังนี้

ผู้รับการทดลอง	คะแนนจากกรรมการ				รวม
	1	2	3	4	
A	2	4	3	3	12 = p_1
B	5	7	5	6	23 = p_2
C	1	3	1	2	7 = p_3
D	7	9	9	8	33 = p_4
E	2	4	6	1	13 = p_5
F	6	8	8	4	26 = p_6
รวม	23	35	32	24	114 = G

กำหนดให้

(1) $G^2/24 = 541.50$

(2) $\Sigma X^2 = 700$

(3) $\Sigma J^2/6 = 559$

(4) $\Sigma P^2/4 = 664$

$J_1 \quad J_2 \quad J_3 \quad J_4$

3.1 จงสร้าง ANOVA เพื่อทดสอบการให้คะแนนของกรรมการ 4 คน

3.2 ถ้าผลการทดสอบปรากฏว่ากรรมการให้คะแนนต่างกัน จะมีผลกระทบต่อทดสอบความสามารถของผู้รับการทดลอง 6 คนนั้นหรือไม่?

SOV	df	SS	MS	F
กรรมการ	3	17.5	5.833	4.7*
บุคคล	5	122.5	24.500	19.9
error	15	18.5	1.233	

$f_{.05}^{(3,15)} = 3.29$

(5) $SST = (2) - (1) = 158.5$

(6) $SS(\text{กรรมการ}) = (3) - (1) = 17.5$

(7) $SS(\text{บุคคล}) = (4) - (1) = 122.5$

(8) $SSE = (5) - (6) - (7) = 18.5$

3.1 $H_0 : \tau_i = 0, H_a : \tau_i \neq 0, i = 1, 2, 3, 4, F = 4.7^*$

สรุปว่ากรรมการ 4 คน ให้คะแนนต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ

3.2 จะมีผลกระทบต่อทดสอบบุคคลคือทำให้ MSE มีค่าเล็กลง ช่วยให้ค่าสถิติ F มีพลังการทดสอบสูงขึ้น ผลกระทบจึงเป็นแบบเชิงบวก หรืออีกนัยหนึ่ง กรรมการทำหน้าที่เป็นบล็อกนั่นเอง เนื่องจากกรรมการแต่ละคนให้คะแนนบุคคลทั้ง 7 คน ดังนั้นความแตกต่างของคะแนนระหว่างบุคคลทั้ง 6 จึงไม่รวมความแตกต่างของบล็อก (กรรมการ) นั่นคือความแตกต่างของบุคคลทั้ง 6 คน

4. กำหนด ANOVA ของงานทดลองหนึ่ง ดังนี้

ที่มา	df	SS	MS	F
ยา	3	698.2	232.7	24.8**
error	12	112.8	9.4	

ผลรวมของยา

	T ₁	T ₂	T ₃	T ₄
	132	128	78	160
r	2	3	4	
q _{.01} ^(12, r)	4.32	5.04	5.5	
S _{x̄} × q _{.01}	6.62	7.70	8.43	

จงทดสอบความแตกต่างของวิธีการคู่ต่างๆ โดยวิธีของ Student-Newman-Keul

	T ₃	T ₂	T ₁	T ₄	r	q _{.01} × S _{x̄}
T ₃ = 78		50**	54**	82**	4	e-33.7
T ₂ = 128			4	32**	3	e-30.9
T ₁ = 132				28**	2	e-26.48

ค่าวิกฤตต้องใช้ q_{.01}√r(MSE) เพราะตารางเป็นผลต่างของขอดรวม

$$\sqrt{r(MSE)} = \sqrt{4(9.4)} = 6.13$$

r	2	3	4
q _{.01}	4.32	5.04	5.5
q _{.01} √r(MSE)	26.48	30.9	33.7

ถ้าสร้างตาราง $\bar{X}_i - \bar{X}_j$ จึงจะใช้ค่าวิกฤติที่โจทย์กำหนดให้ ดังนี้

	\bar{X}_3	\bar{X}_2	\bar{X}_1	\bar{X}_4	r	$q_\alpha S_x$
$\bar{X}_3 = 19.5$	19.5	32.0	33.0	40.0	4	8.43
$\bar{X}_2 = 32.0$		32.0	33.0	40.0	3	7.70
$\bar{X}_1 = 33.0$			33.0	40.0	2	6.62
สรุปผล	\bar{X}_3	\bar{X}_2	\bar{X}_1	\bar{X}_4		

สรุปด้วยความเชื่อมั่น 99% ว่าค่าเฉลี่ยทุกคู่ต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ นอกจากกลุ่มที่ 1 และกลุ่มที่ 2

5. กำหนด ANOVA ของงานทดลองหนึ่ง ดังนี้

SOV	df	SS	MS	F
rows = โรงเรียน	5	10.30	2.06	3.17
cols = ชั้นเรียน	5	4.20	0.84	1.29
วิธีการสอน	5	12.15	2.43	3.74
error	20	13.00	0.65	

$$RE.(LS \text{ to } CRD) = 1.35$$

$$RE.(LS \text{ to } RCB)_{row} = 1.05$$

$$RE.(LS \text{ to } RCB)_{col} = 1.36$$

1. จงวิจารณ์เปรียบเทียบ LS กับ แผนงานทดลองอื่น และความเหมาะสมของการใช้ LS
2. ถ้าทราบล่วงหน้าว่าวิธีสอนมีอิทธิพลร่วมกับโรงเรียนและชั้นเรียน จะทำอย่างไร?

1, 2 ผู้ทดลองเลือกใช้แผนงานทดลองแบบจัดสุบลาดิน เพราะทราบว่าอิทธิพลเหนือ response variable คือคะแนนสอบ ไม่ได้มีเฉพาะวิธีการสอนเพียงอย่างเดียว นักเรียนยังมีความแตกต่างในด้านโรงเรียนที่ได้รับการสอน และชั้นเรียนด้วย ทั้งนี้ต้องทราบว่าอิทธิพลของโรงเรียน, ชั้นเรียน และวิธีการสอนต้องไม่มีอิทธิพลร่วมกัน จึงจะใช้ design นี้ได้ แต่ถ้าไม่แน่ใจในจุดนี้จะต้องใช้แผนงานทดลองแบบ factorial ที่มี 3 factor แทน

3. ถ้าจะใช้แผนงานทดลองแบบ RCB ควรใช้โรงเรียนหรือชั้นเรียนเป็นบล็อก เพราะเหตุใด? ควรใช้โรงเรียนเป็นบล็อกเพราะ

1. พิจารณาจาก ANOVA จะพบว่า SS(โรงเรียน) มากกว่า SS(ชั้นเรียน) หมายความว่า

ความแตกต่างระหว่างโรงเรียนมีมากกว่าชั้นเรียน เมื่อใช้โรงเรียนเป็นบล็อกจะลด SS(error) ได้มากกว่าใช้ชั้นเรียนเป็นบล็อก

2. พิจารณาจากค่าสถิติ F เทียบกับ $F_{5,20}^{0.05} = 2.71$

$F(\text{โรงเรียน}) = 3.17^*$, $F(\text{ชั้นเรียน}) = 1.29 \text{ ns}$

เมื่อ $F(\text{ชั้นเรียน})$ ไม่มีนัยสำคัญ แสดงว่า ไม่มีความแตกต่างระหว่างชั้นเรียน เราจึงไม่ควรไปบล็อกชั้นเรียน แต่ในทางตรงข้าม $F(\text{โรงเรียน})$ มีนัยสำคัญ แสดงว่ามีความแตกต่างระหว่างคะแนนจากโรงเรียนต่างๆ จึงควรบล็อกโรงเรียนที่ลักษณะคล้ายกันไว้กลุ่มเดียวกัน หรือใช้โรงเรียนเดียว แต่ใช้หลายชั้นเรียน

3. พิจารณาจาก RE.

$RE(\text{LS to RCB})_{\text{row}} = 1.05 = 105\%$ นั่นคือถ้าใช้โรงเรียนเป็นบล็อกใน RCB โดยใช้ 105 โรงเรียน จะมีประสิทธิภาพเท่ากับวิธีวางแผนจัดวัสดุสต็อก โดยมี 100 โรงเรียน คือต้องเพิ่มอีก 5 โรงเรียนจึงจะประสิทธิภาพเท่า LS แต่ RE เมื่อใช้ col เป็นบล็อก = 1.36 หรือ 136% นั่นคือถ้าบล็อกโดยชั้นเรียน จะต้องเพิ่มอีก 36 ชั้นเรียน จึงจะให้ประสิทธิภาพเท่ากับ 100 ชั้นเรียนของวิธี LS เป็นการทำงานเพิ่มขึ้น และเสียค่าใช้จ่ายเพิ่มขึ้น ดังนั้นโรงเรียนจึงทำหน้าที่เป็นบล็อกได้ดีกว่าชั้นเรียน