# โครงสร้างของตัวแบบทฤษฎีตัดสินใจทางสถิติ
## Structure of Statistical Decision Theory Model

ในทางเศรษฐศาสตร์คลาสสิค ได้นิยามนักเศรษฐศาสตร์ว่า เป็นบุคคลที่ (1) รอบรู้อย่างสมบูรณ์ (2) ฉับไวมาก และ (3) มีเหตุผล นั่นคือจะสมมติว่านักเศรษฐศาสตร์มีความรู้อย่างสมบูรณ์เกี่ยวกับสิ่งแวดล้อมในแง่ต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้อง และมีความสามารถในการเลือกทางปฏิบัติจากทางเลือกต่าง ๆ มากมาย โดยอาศัยผลลัพธ์หรือผลตอบแทนของทางเลือกเหล่านั้น นั่นคือเขาเป็นคนรอบรู้อย่างสมบูรณ์ และยังมีระบบของการเลือกสรรที่ดี กับมีทักษะในการสรุปหรือประมาณจุดสูงสุดของเส้นกลเลือกสรร นั่นคือเขาเป็นคนมีเหตุผลและฉับไวมาก เราจะเห็นได้ว่านักเศรษฐศาสตร์ในทัศนะของเศรษฐศาสตร์คลาสสิคนั้นจะต้องเป็นอดมนุษย์ ดังนั้นทัศนะนี้จึงขัดแย้งกับทางทฤษฎีบริษัทธุรกิจที่ว่า บริษัทอาจจะไม่มีข้อมูลข่าวสารครบถ้วน ตามความเป็นจริงข้อมูลข่าวสารที่จะเป็นประโยชน์ บริษัทจะต้องเสาะแสวงหามาเอง ลองพิจารณาตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่าง บริษัทผู้ผลิตสินค้าจะทำการตัดสินใจในการพัฒนาสินค้าใหม่ขึ้นมา บริษัทจึงต้องอยู่ในฐานะที่จะพิจารณาจำนวนลูกค้าของสินค้าใหม่นี้ ความสามารถทางเทคโนโลยีที่จะผลิต และสภาพแวดล้อมเกี่ยวการแข่งขัน ระยะที่สำคัญในกระบวนการพัฒนาและนำสินค้าใหม่ออกขาย คือ –

(1) แสวงหาผลตอบแทนที่เพิ่มขึ้นในเชิงกำไร ตามความสามารถของบริษัท

(2) วิเคราะห์ในเชิงเศรษฐกิจของข้อเสนอที่จะพัฒนาสินค้า

(3) พัฒนาและออกแบบสินค้าใหม่

(4) ทดสอบสินค้าเพื่อวัดการตอบสนองของผู้ซื้อสินค้าครั้งสุดท้าย

(5) นำสินค้าออกขาย

ในแต่ละระยะเหล่านี้บริษัทต้องรวบรวมข้อมูลข่าวสารเพื่อตัดสินใจที่เหมาะสม ตัวอย่างเช่น ในระยะของการวิเคราะห์เชิงเศรษฐกิจนั้นอาจจะรวบรวมข้อมูลข่าวสารเพียงเพื่อจะศึกษาคุณลักษณะตลาดทั่ว ๆ ไป ขีดความสามารถของตลาดสำหรับสินค้า ดีกรีที่บริษัทสามารถใช้ประโยชน์จากคุณลักษณะตลาดและเทคนิคของสินค้า และการเสี่ยงภัย กับผลตอบแทนทั้งหมดที่มีอยู่ในการลงทุนของเงินทุนที่ต้องการ แล้วบริษัทอาจจะวิเคราะห์ข้อมูลข่าวสารที่ได้รับและแนะนำให้ดำเนินการพัฒนา หรือหยุดยั้งการกระทำและหาข้อมูลข่าวสารให้มากขึ้นเพื่อการวิเคราะห์ต่อไป หรือไม่ก็ล้มเลิกการพัฒนาสินค้า

เราสังเกตได้อีกว่าในแต่ละระยะยังจะมีดีกรีของความไม่แน่นอนเกี่ยวกับการเกิดขึ้นของเหตุการณ์บางอย่างที่มีอิทธิพลต่อการตัดสินใจข้างบน ตัวอย่างเช่น เวลาและค่าใช้จ่ายที่ต้องการนั้นไม่แน่นอนเมื่อทำการออกแบบและการพัฒนาสินค้าใหม่ ในทำนองเดียวกันการเสี่ยงภัยและผลตอบแทนที่เกี่ยวพันกับสินค้าใหม่นั้นส่วนใหญ่ขึ้นอยู่กับจำนวนที่ขายได้ซึ่งถือได้ว่าเป็นฟังก์ชั่นของรสนิยมและความพึงพอใจของลูกค้า อายุของสินค้า ความคล่องตัวของเงินทุน ราคาของสินค้าทดแทนและที่ใช้ร่วมกัน เป็นต้น การทำนายหรือพยากรณ์องค์ประกอบเหล่านี้ให้แน่นอนนั้น เกือบจะเป็นไปไม่ได้ เพราะว่ามีความไม่แน่นอนแฝงอยู่ในองค์ประกอบนั้น บริษัทอาจจะไม่สามารถควบคุมการเกิดขึ้นของเหตุการณ์ขององค์ประกอบเหล่านี้ เพราะฉะนั้นเราอาจจะสมมติว่าการเกิดขึ้นของเหตุการณ์เหล่านี้เป็นแบบเชิงสุ่ม นั่นคือไม่สามารถทำนายได้ถูกต้อง โดยที่กระบวนการของการพัฒนาและนำสินค้าใหม่ออกขายนั้นเป็นแบบลำดับขั้น บริษัทจึงควรจะดำเนินการเลือกทางปฏิบัติที่เหมาะสมเป็นระยะ ๆ รวบรวมและวิเคราะห์ข้อมูลข่าวสารที่เกี่ยวข้องกับเหตุการณ์ที่มีการเกิดขึ้นนอกเหนือการควบคุมของบริษัท

ดังนั้นผู้จัดการหรือผู้ตัดสินใจที่ประสบปัญหาตัดสินใจจะต้องเลือกทางเลือกอย่างหนึ่ง หรืออนุกรมของทางเลือก จากทางเลือกต่าง ๆ ที่เป็นไปได้ ซึ่งมีผลลัพธ์ขึ้นอยู่กับองค์ประกอบหรือเหตุการณ์ที่เขาไม่สามารถควบคุมได้ เขาอาจจะมีข้อมูลข่าวสารเกี่ยวกับการเกิดขึ้นของเหตุการณ์เหล่านี้บ้าง เพราะฉะนั้นการเลือกสรรที่ผู้ตัดสินใจกระทำนั้นอาจจะคิดว่าเป็นฟังก์ชั่นของจำนวนข้อมูลข่าวสารที่เขามี ซึ่งเกี่ยวกับผลลัพธ์ของทางเลือกที่เขาเลือกกระทำเช่นเดียวกับพฤติกรรมของเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นนั้นขึ้นอยู่กับปรากฏการณ์เชิงสุ่ม เราจะใช้คำว่า "สภาวการณ์นอกบังคับ (State of Nature) แทนเหตุการณต่าง ๆ ที่ผู้ตัดสินใจไม่สามารถควบคุมได้

นิยาม 1 สภาวการณ์นอกบังคับ คือผลร่วม (Combination) ขององค์ประกอบที่เกิดขึ้นตามกฎของการสุ่ม (Laws of Randomness)

สภาวการณ์นอกบังคับต่าง ๆ ที่สอดคล้องกับเซตต่าง ๆ ที่เป็นไปได้ของเหตุการณจริงซึ่งสามารถเกิดขึ้นแบบสุ่ม และมีคุณสมบัติที่ว่า ในเวลาที่ผู้ตัดสินใจทำการเลือกทางเลือกหนึ่งนั้นเขาจะไม่ทราบว่าเซตของเหตุการณ์ไหนจะเกิดขึ้นจริง ตัวอย่างเช่นการเกิดขึ้นของดินฟ้าอากาศ สภาพสังคม การเมือง และเศรษฐกิจทั่วไป รสนิยมของลูกค้าหรือผู้บริโภค การค้นพบเทคโนโลยีใหม่ และองค์ประกอบเกี่ยวกับสถาบัน เป็นต้น องค์ประกอบเหล่านี้จะมีคุณสมบัติเช่นว่านั้น

สภาพของข้อมูลข่าวสารที่ผู้ตัดสินใจมีอยู่อาจจะเป็นการต่อเนื่องจากความไม่แน่นอน จนถึงความแน่นอน การต่อเนื่องนี้อาจจะแบ่งออกตามการตัดสินใจที่กระทำขึ้นภายใต้ (1) ความแน่นอน (2) การเสี่ยง หรือ (3) ความไม่แน่นอน เราสามารถอธิบายคำต่าง ๆ เหล่านี้ได้ดังนี้ ให้เราสมมติว่าการเลือกต้องกระทำระหว่างทางเลือกต่าง ๆ มากมาย แล้วเราจะอธิบายขอบเขตของการตัดสินใจภายใต้สภาวะต่าง ๆ ดังนี้

(1) ความแน่นอน (Certainty) หมายความว่าผู้ตัดสินใจรู้แน่นอนว่า ถ้าเลือกทางเลือกอย่างหนึ่งอย่างใดลงไปก็จะมีผลลัพธ์เฉพาะเจาะจงลงไป ปัญหาที่เกิดขึ้นในสภาวะเช่นนี้เป็นปัญหาทางด้านเทคนิค กล่าวคืออาจจะมีทางเลือกปฏิบัติมากมาย จนดูเผิน ๆ ไม่ออกว่าทางใดจะให้ผลตอบแทนดีที่สุด ต้องอาศัยเทคนิคทางด้านคณิตศาสตร์มาช่วย ในทางปฏิบัติ โอกาสที่จะทราบผลตอบแทนจากการกระทำแน่นอนลงไปนั้นค่อนข้างยาก

(2) การเสี่ยง (Risk) หมายความว่าผู้ที่ตัดสินใจไม่รู้เหมือนกันว่าผลตอบแทนจากการกระทำภายใต้เหตุการณ์ต่าง ๆ นั้นจะเป็นอย่างไรแน่ แต่พอที่จะมีความรู้อยู่บ้างว่า ความน่าจะเป็นที่แต่ละเหตุการณ์จะเกิดขึ้นนั้นมีมากน้อยแค่ไหน ทั้งนี้อาจจะอาศัยข้อมูลข่าวสารที่มีอยู่มาพิจารณาคาดคะเน หรืออาจพินิจพิจารณาในเชิงจิตวิสัย

(3) ความไม่แน่นอน (Uncertainty) หมายความว่าผู้ที่ตัดสินใจไม่มีความรู้เกี่ยวกับความเป็นไปได้ของเหตุการณ์ต่าง ๆ และไม่อาจจะวัด หรือไม่ยินดีจะวัดความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ต่าง ๆ ด้วย

ต่อไปจะพัฒนาโครงสร้างสำหรับปัญหาตัดสินใจตามการแบ่งประเภทที่กล่าวมานี้

1. <u>โครงสร้างของตัวแบบวิเคราะห์การตัดสินใจ</u>

เราสมมติว่าผู้ตัดสินใจเป็นผู้ที่มีเหตุมีผล ความหมายที่สำคัญของข้อตกลงนี้มี 2 ประการ ในความหมายแรก เนื่องจากปัญหาตัดสินใจใด ๆ ภายใต้ความไม่แน่นอนนั้น ผลลัพธ์ของทางเลือกใดจะขึ้นอยู่กับเหตุการณ์ที่ทำนายไม่ได้ หรือขึ้นอยู่กับสภาวการณ์นอกบังคับนั่นเอง โดยการใช้ประโยชน์จากจำนวนข้อมูลข่าวสารที่มีอยู่ในขณะที่ตัดสินใจ ผู้ตัดสินใจก็ควรจะสามารถจะทำการพินิจพิจารณาบางอย่างเกี่ยวกับโอกาสที่เกิดขึ้นของสภาวการณ์นอกบังคับ นั่นคือเขาควรจะกำหนดความน่าจะเป็นก่อนทดลองสำหรับสภาวการณ์ที่เป็นไปได้ทั้งหมดที่มีผลกระทบต่อปัญหาการตัดสินใจ ความน่าจะเป็นเหล่านี้จะบ่ง

ถึงข้อมูลข่าวสารและความเชื่อของเขาเอง นั่นคือเป็นความน่าจะเป็นเชิงจิตวิสัย ในความหมายอีกอย่างของข้อตกลงเกี่ยวกับการมีเหตุมีผลก็คือ สำหรับแต่ละทางเลือกเขาควรจะสามารถกำหนดค่าหรือผลตอบแทน (Value or Payoff) โดยไม่กำกวม ในเมื่อกำหนดการเกิดขึ้นของสภาวการณ์นอกบังคับให้ ตัวอย่างเช่น ถ้าผลตอบแทนนั้นวัดในเทอมของเงินตรา (Monetary Terms) แล้วจากการใช้ความน่าจะเป็นก่อนทดลองต่อผลตอบแทน เขาก็สามารถเลือกทางเลือกจากเซทของทางเลือกที่เป็นไปได้ ซึ่งให้ค่าคาดหวังของเงินตราที่มากที่สุด การเลือกสรรนั้นเป็นความพึงพอใจของผู้ตัดสินใจในระหว่างทางเลือกต่าง ๆ และจะปรากฏอย่างแจ่มชัด ถ้าผลลัพธ์ของทางเลือกวัดได้ในเทอมของเงินตรา สภาวะเหล่านี้อาจจะใช้ไม่ได้ในทุกกรณี ตัวอย่างเช่นผลตอบแทนหรือผลลัพธ์ของทางเลือกภายใต้สภาวการณ์ที่เป็นไปได้ของปัญหาตัดสินใจแบบไม่คงที่หรือแบบเคลื่อนไหว (Dynamic) นั้นอาจจะแจกแจงตามคาบเวลา แล้วผู้ตัดสินใจจึงไม่สามารถทำความพึงพอใจในระหว่างทางเลือกได้ จนกระทั่งความพึงพอใจของทางเลือกเหล่านี้ได้รับการแก้ปัญหา ในสภาวะเช่นนั้นเขาอาจจะระบุอัตราผลประโยชน์ และคำนวณค่าปัจจุบันแบบส่วนลดสำหรับผลลัพธ์ที่บ่งถึงความพึงพอใจของเขา การเลือกอัตราผลประโยชน์ก็ไม่ใช่เรื่องง่าย เพราะจะเกี่ยวข้องกับธรรมชาติของผลร่วมระหว่างองค์การและสิ่งแวดล้อมทางการเงินและสถาบัน ในทำนองเดียวกันปัญหาความพึงพอใจที่ท้าทายและน่าสนใจอื่น ๆ ของผู้ตัดสินใจก็คือความพึงพอใจสำหรับการเสี่ยง คนส่วนมากจะไม่ชอบการเสี่ยง เขาเต็มใจที่จะผูกมัดในเรื่องที่ไม่แน่นอนก็ต่อเมื่อค่าคาดหวังของเรื่องนั้นเป็นบวกและโตพอ เมื่อไรก็ตามที่ผู้ตัดสินใจจะประสบกับสภาวะเช่นนี้ ข้อตกลงเกี่ยวกับการมีเหตุมีผล หมายถึงว่าเขาจะแสดงค่าของผลตอบแทนเป็นค่าของฟังก์ชั่นแบบจำนวนเลขที่เรียกว่าอัตถประโยชน์ (Utility) แล้วเขาจะทำความพึงพอใจของทางเลือกหนึ่งที่จะให้ค่าคาดหวังที่สูงสุดของอัตถประโยชน์ ฟังก์ชั่นแบบจำนวนเลขนี้เรียกว่าฟังก์ชั่นอัตถประโยชน์ (Utility Function) ต่อไปเราจะกล่าวถึงข้อตกลงต่าง ๆ สำหรับตัวแบบการวิเคราะห์ตัดสินใจ

ข้อตกลง 1 ผู้ตัดสินใจต้องเป็นผู้มีเหตุผล

โดยที่การเกิดขึ้นของสภาวการณ์นอกบังคับในปัญหาตัดสินใจใด ๆ นั้นเนื่องมาจากปรากฏการณ์เชิงสุ่ม จึงทำให้ผู้ตัดสินใจไม่ทราบแน่นอนว่าสภาวการณ์ไหนจะเกิดขึ้น ถึงแม้ว่าเขาจะทราบเซทของสภาวการณ์นอกบังคับที่เป็นไปได้ทั้งหมด ดังนั้นเราจึงได้ข้อตกลงต่อไปนี้

<u>ข้อตกลง 2</u> ผู้ตัดสินใจไม่ทราบว่าสภาวการณ์นอกบังคับไหนจะเกิดขึ้น ก่อนที่เขาเจาะจงจะเลือกทางเลือกหนึ่ง

ข้อตกลงต่อไป 4 ข้อ นี้เกี่ยวกับเซทของทางเลือกทั้งหมด เซทของสภาวการณ์นอกบังคับที่เป็นไปได้ทั้งหมด ความน่าจะเป็นก่อนทดลองในเซทของสภาวการณ์นอกบังคับและผลตอบแทนหรือผลลัพธ์ของทางเลือกที่ผู้ตัดสินใจกระทำ ในปัญหาตัดสินใจใด ๆ ผู้ตัดสินใจควรจะสามารถแจงนับสภาวการณ์ที่เป็นไปได้ทั้งหมดที่มีผลกระทบต่อผลลัพธ์ของทางเลือก เราจะสมมติว่าในปัญหาตัดสินใจใด ๆ ที่กำหนดให้นั้นจะมีทางเลือก และสภาวการณ์เป็นจำนวนจำกัด ปัญหาตัดสินใจบางปัญหา เช่นปัญหาหารประมาณค่า อาจจะมีทางเลือกและสภาวการณ์เป็นจำนวนไม่จำกัดที่นับได้ หรือนับไม่ได้ อย่างไรก็ตามการวิเคราะห์ปัญหาแบบนั้นก็จะเหมือนกัน แต่ความสลับซับซ้อนจะเพิ่มขึ้นเท่านั้น

<u>ข้อตกลง 3</u> ให้ $a_1, a_2, \ldots, a_n$ เป็นทางเลือกที่จะกระทำ $n$ ทางเลือกของปัญหาการตัดสินใจ แล้วเซท $A$

$$A = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$$

จะกำหนดให้เป็น กลุ่มทางเลือก (Action Space)

เราสังเกตุได้ว่าทางเลือกเหล่านี้จะต่าง ๆ กัน นั่นคือสำหรับบางฟังก์ชั่นน่าจะเป็น และบางสภาวการณ์ $w$ เราต้องได้

$$p(a_1/w) \neq p(a_2/w)$$

อันนี้จะต้องเป็นจริงสำหรับคู่ใด ๆ ของทางเลือกใน $A$

<u>ข้อตกลง 4</u> ให้ $w_1, w_2, \ldots, w_m$ เป็นสภาวการณ์นอกบังคับต่าง ๆ กันที่มีผลกระทบต่อผลลัพธ์ ของทางเลือกที่ผู้ตัดสินใจได้พิจารณา แล้วเซท $W$

$$W = \{w_1, w_2, \ldots, w_m\}$$

จะเรียกว่า กลุ่มสภาวการณ์ (State Space)

เรายังสมมติอีกว่า $W$ นั้นประกอบด้วยสภาวการณ์ที่เป็นไปได้ทั้งหมดที่ไม่ร่วมกัน แต่รวมกันเป็นกลุ่มสภาวการณ์ นั่นคือเราคิดว่าแต่ละสภาวการณ์เสมือนผลทดลองหนึ่ง โดยถือ $W$ เป็นกลุ่มผลทดลอง แล้วเราสามารถสร้างตัวแบบน่าจะเป็นง่าย ๆ สำหรับสภาวการณ์นอกบังคับในกลุ่มผลทดลองนี้

ให้ $u_{ij}$ $(i = 1, 2, \ldots, n\ ;\ j = 1, 2, \ldots, m)$ เป็นผลตอบแทนที่ผู้ตัดสินใจได้รับถ้าเขาเลือกทางเลือก $a_i$ จาก $A$ และธรรมชาติเลือก $w_j$ จาก $W$ โดยที่ $u_{ij}$ กำหนดได้อย่างเดียวเท่านั้นสำหรับแต่ละ $a_i$ ใน $A$ และ $w_j$ ใน $W$ เราจึงสามารถถือ $u_{ij}$ ว่าเป็นค่าของฟังก์ชั่นค่าจริง $U$ ที่กำหนดใน $A \times W$ โดยที่

$$U(a_i, w_j) = u_{ij} \quad \text{สำหรับ } (a_i, w_j) \in A \times W$$

<u>ข้อตกลง 5</u> สำหรับแต่ละทางเลือก $a_i$ ใน $A$ ที่ผู้ตัดสินใจเลือก จะให้ $u_{ij}$ เป็นผลตอบแทน ถ้าสภาวการณ์เป็น $w_j$ จาก $W$ แล้วเราสามารถกำหนดฟังก์ชั่น $U$ ใน $A \times W$ ที่มีค่าจริง โดยที่

$$U(a_i, w_j) = u_{ij} \quad \text{สำหรับ } (a_i, w_j) \in A \times W$$

ฟังก์ชั่น $U$ นี้เรียกว่า ฟังก์ชั่นผลตอบแทน **(Payoff Function)**

ฟังก์ชั่นผลตอบแทนที่กำหนดไว้นี้อาจจะเป็นกำไร หรือค่าใช้จ่ายจริง เราจะสมมติว่าค่าเหล่านี้จะไม่สุดเหวี่ยง เพื่อเราสามารถใช้เกณฑ์ค่าคาดหวังแบบเงินตรา สำหรับหาทางเลือกที่ดีที่สุดจากกลุ่มทางเลือก $A$

จากแต่ละผลตอบแทน $u_{ij}$ เราสามารถคำนวณค่าเสียโอกาส $l_{ij}$ สำหรับผู้ตัดสินใจที่เลือกทางเลือก $a_i$ จาก $A$ และธรรมชาติเลือก $w_j$ จาก $W$ ดังนี้

$$\text{ค่าเสียโอกาส } l_{ij} = M_j - u_{ij} \ ;\ \begin{matrix} i = 1, 2, \ldots, n \\ j = 1, 2, \ldots, m \end{matrix}$$

ในเมื่อ $M_j = \max_{a_i \in A} \{ U(a_i, w_j) = u_{ij} \}$

จะกล่าวได้อีกว่า ค่าเสียโอกาสนั้นเป็นผลต่างระหว่างผลตอบแทนที่ผู้ตัดสินใจได้รับจริง ๆ กับผลตอบแทนที่ควรจะได้ ถ้าการตัดสินใจนั้นดีที่สุดสำหรับสภาวการณ์ที่เกิดขึ้นจริง เราอาจจะแปลความหมายของค่าเสียโอกาสสำหรับทางเลือก $a_i$ จาก $A$ และธรรมชาติเลือก $w_j$ จาก $W$ ได้ว่าเป็นผลตอบแทนที่ละเลยไปโดยการไม่เลือกทางเลือกที่ดีที่สุด

ดังในกรณีของฟังก์ชั่นผลตอบแทน $U$ เราอาจจะถือ $l_{ij}$ ว่าเป็นค่าของฟังก์ชั่นบางอย่าง เช่น $L$ ซึ่งกำหนดใน $A \times W$ และเรายังสมมติอีกว่า $L$ นั้นเป็นฟังก์ชั่นที่มีค่าจริงและจำกัด ค่าจริงนั้นจะต้องไม่เป็นลบด้วย ดังนั้นเราจะได้ $L : A \times W \rightarrow R^+$ ในเมื่อ $R^+$ เป็นเซทของเลขจำนวนจริงที่ไม่เป็นลบทั้งหมด

ข้อตกลง 6 สำหรับแต่ละทางเลือก $a_i$ ใน $A$ ที่ผู้ตัดสินใจเลือก ให้ $l_{ij}$ เป็นค่าเสียโอกาส เมื่อธรรมชาติเลือก $w_j$ จาก $W$ แล้วเราสามารถกำหนดฟังก์ชั่น $L$ ใน $A \times W$ ที่มีค่าเป็นเลขจำนวนจริงที่ไม่เป็นลบเท่านั้น โดยที่

$$L(a_i, w_j) = l_{ij} \text{ สำหรับ } (a_i, w_j) \in A \times W$$

ฟังก์ชั่น $L$ นี้เรียกว่า ฟังก์ชั่นค่าเสียโอกาส

บางครั้งก็เรียก $L$ ว่าฟังก์ชั่นสูญเสีย (Regret Function) เพราะว่า $l_{ij}$ นี้สามารถแปลความได้ว่าเป็นการสูญเสียหรือเสียดายที่ผู้ตัดสินใจได้รับ เมื่อผู้ตัดสินใจไม่เลือกทางเลือกที่ดีที่สุด ภายใต้สภาวการณ์ที่กำหนดให้

ต่อไปเราจะกล่าวถึงข้อตกลงที่สมนัยกับความน่าจะเป็นก่อนทดลองของสภาวการณ์นอกบังคับ โดยที่สภาวการณ์เกิดขึ้นเนื่องจากปรากฏการณ์เชิงสุ่ม และโดยที่สภาวการณ์ทั้งหมดไม่ร่วมกัน เราสามารถกำหนดหรือให้นิยามความน่าจะเป็นสำหรับแต่ละสภาวการณ์นอกบังคับได้

ข้อตกลง 7 ให้ $W = \{w_1, w_2, \ldots, w_m\}$ เป็นเซทของสภาวการณ์นอกบังคับที่เป็นไปได้ทั้งหมด และให้ $p$ เป็นฟังก์ชั่นมวลน่าจะเป็นที่กำหนดความน่าจะเป็น $p(w_j)$ ที่ $w_j$ จะเกิดขึ้น แล้วฟังก์ชั่น $p$ จะสอดคล้องกับ

(1) $p(w_j) \geq 0$ สำหรับแต่ละ $w_j$ ใน $W$

(2) $\sum_{w_j \in W} p(w_j) = 1$

ฟังก์น่าจะเป็น $p$ นี้เรียกว่า ฟังก์ชันนาจะเป็นก่อนทดลองของ $W$

ฟังก์ชั่นน่าจะเป็นก่อนทดลองนี้จะระบุโอกาสที่จะเกิดขึ้นของสภาวการณ์นอกบังคับซึ่งมีผลกระทบต่อผลลัพธ์ของทางเลือก หรือกล่าวได้ว่า ฟังก์ชั่นน่าจะเป็นก่อนทดลอง $p$ จะแสดงถึงข้อมูลข่าวสารและความเชื่อของผู้ตัดสินใจในความไม่แน่นอนที่เกี่ยวพันกับปัญหา

ตัดสินใจนั้น ในกรณีนั้นความน่าจะเป็นจะเป็นแบบจิตวิสัย และส่วนบุคคล

สำหรับ $j = 1, 2, \ldots, m$ เราสมมติว่า $p(w_j)$ นั้นแสดงถึงดีกรีของความเชื่อที่ผู้ตัดสินใจจะทราบ หรืออาจจะกะประมาณ $p(w_j)$ โดยอาศัยโอกาสที่เกิดขึ้นของ $w_j$ จากข้อมูลข่าวสารที่กำหนดให้ แต่ถ้าเป็นไปได้ที่ผู้ตัดสินใจสามารถจะรวบรวมข้อมูลข่าวสารเพิ่มเติมโดยการกระทำการทดลอง และทำการปรับปรุงความน่าจะเป็นก่อนทดลองนั้นแล้วใช้ความน่าจะเป็นที่ปรับปรุงนี้กับปัญหาการตัดสินใจ ความน่าจะเป็นที่ปรับปรุงนี้ได้ชื่อว่า ความน่าจะเป็นหลังทดลอง หรือความน่าจะเป็นที่ปรับปรุงแล้ว (Posterior or Revised Probability)

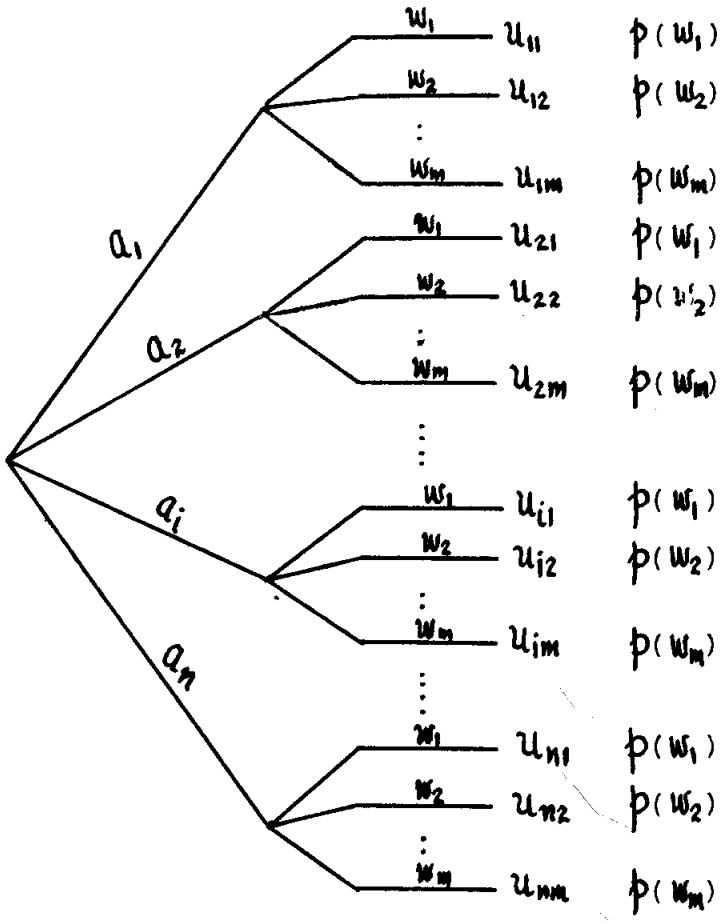
มันอาจจะเป็นไปได้ที่ผู้ตัดสินใจไม่สามารถกะประมาณ หรือแม้แต่ระบุดีกรีของความเชื่อในเทอมของความน่าจะเป็นก่อนทดลอง นั่นก็คือเป็นกรณีที่เราไม่สามารถระบุฟังก์ชั่นน่าจะเป็น

ต่อไปเราจะอธิบายโครงสร้างของตัวแบบวิเคราะห์การตัดสินใจ สมมติว่าผู้ตัดสินใจมีกลุ่มทางเลือก $A$ ซึ่งเขาจะเลือกทางเลือกหนึ่ง $a_i$ จาก $A$ นั้น และธรรมชาติจะเลือกสภาวการณ์หนึ่ง $w_j$ จากกลุ่มสภาวการณ์ $W$ ตามข้อตกลง 5 ให้ $u_{ij}$ เป็นผลตอบแทนจากคู่ $(a_i, w_j)$ ที่ได้รับจากฟังก์ชั่น $U$ ในทำนองเดียวกัน ให้ $p$ เป็นฟังก์ชั่นน่าจะเป็นก่อนทดลองใน $W$ ข้อมูลข่าวสารที่เรามีอยู่นี้สามารถแสดงได้ในรูปตาราง ดังตาราง 1 ซึ่งเสนอในรูปฟอร์มปกติ (Normal Form) ของตัวแบบวิเคราะห์การตัดสินใจ ข้อมูลข่าวสารเหล่านี้สามารถแสดงได้ในรูปฟอร์มขยาย (Extensive Form) ของตัวแบบวิเคราะห์การตัดสินใจ ดังรูปภาพ 1

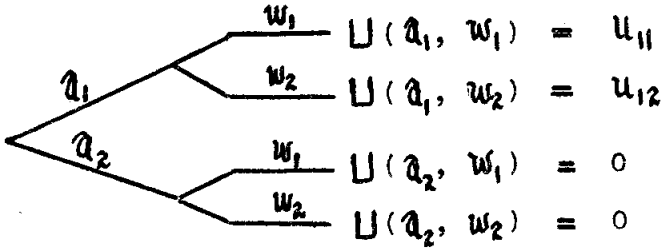
ตาราง 1 รูปฟอร์มปกติของตัวแบบวิเคราะห์การตัดสินใจ

| กลุ่มสภาวการณ์ $W$ | | $w_1$ $p(w_1)$ | $w_2$ $p(w_2)$ | ------ | $w_j$ $p(w_j)$ | ------ | $w_m$ $p(w_m)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| กลุ่มทางเลือก $A$ | $a_1$ | $u_{11}$ | $u_{12}$ | | $u_{1j}$ | | $u_{1m}$ |
| | $a_2$ | $u_{21}$ | $u_{22}$ | | $u_{2j}$ | | $u_{2m}$ |
| | $\vdots$ | | | | | | |
| | $a_i$ | $u_{i1}$ | $u_{i2}$ | | $\boxed{u_{ij}}$ | | $u_{im}$ |
| | $\vdots$ | | | | | | |
| | $a_n$ | $u_{n1}$ | $u_{n2}$ | | $u_{nj}$ | | $u_{nm}$ |

<u>รูปภาพ 1</u> รูปฟอร์มขยายของตัวแบบวิเคราะห์การตัดสินใจ




ในการวิเคราะห์ที่ผ่านมาเราสมมติว่า สภาวการณ์นอกบังคับจะเป็นแบบเดียวกันสำหรับแต่ละทางเลือก $a_i$ ใน $A$ ข้อสมมตินี้อาจจะไม่เป็นจริงสำหรับทุก ๆ ปัญหาตัดสินใจ แต่การนำเสนอดังข้างบนนี้จะไม่กระทบกระเทือนการวิเคราะห์ เพราะผลตอบแทนของทางเลือกเป็นศูนย์ภายใต้สภาวการณ์นอกบังคับต่าง ๆ ตัวอย่างเช่น ถ้าปัญหาตัดสินใจเกี่ยวข้องกับทางเลือกเพียง 2 เท่านั้น (ผลิตสินค้า และไม่ผลิตสินค้า) และสภาวการณ์นอกบังคับก็มีเพียง 2 สภาวการณ์ (อุปสงค์น้อย และอุปสงค์มาก) ผลตอบแทนสำหรับทางเลือก "ไม่ผลิตสินค้า" จะเป็นศูนย์ ไม่ว่าสภาวการณ์จะเป็นอะไร โดยทั่วไปปัญหาเช่นนี้อธิบายได้ดังรูปภาพต่อไปนี้




ในทำนองเดียวกันบางปัญหาของปัญหาการตัดสินใจ การแจงนับของสภาวการณ์ที่เป็นไปได้ทั้งหมดจะกระทบกระเทือนทางเลือกของการกระทำที่อาจจะสลับซับซ้อน แต่ผู้ตัดสินใจต้องแน่ใจว่าได้รวมสภาวการณ์ที่เป็นไปได้ทั้งหมดแล้ว และสภาวการณ์เหล่านี้จะไม่ร่วมกัน เช่นอาจจะเป็นกรณีที่การประมาณค่าของ $p(w_j)$ สำหรับแต่ละสภาวการณ์ $w_j$ ใน $W$ และการประเมินผลของ $U(a_i, w_j)$ สำหรับแต่ละคู่ $(a_i, w_j)$ ใน $A \times W$ ไม่ง่ายนัก บางครั้งต้องใช้คอมพิวเตอร์ขนาดใหญ่ และเทคนิคการจำลองมาช่วยพิจารณา $p(w_j)$ หรือ $U(a_i, w_j)$

2. <u>นิยามของตัวแบบวิเคราะห์การตัดสินใจ</u>

ตามข้อตกลง 1 ถึง 7 นั้นปัญหาการตัดสินใจใด ๆ ที่กำหนดไว้ ผู้ตัดสินใจจะสามารถกำหนดกลุ่มทางเลือก กลุ่มสภาวการณ์ ฟังก์ชั่นผลตอบแทน หรือฟังก์ชั่นค่าเสียโอกาสที่กำหนดใน $A \times W$ และฟังก์ชั่นน่าจะเป็นก่อนทดลองที่กำหนดในกลุ่มสภาวการณ์ $W$ ด้วยการอาศัยเกณฑ์บางอย่าง ผู้ตัดสินใจจะเลือกทางเลือกที่ดีที่สุดได้ การเลือกทางเลือกที่ดีที่สุดตามฟังก์ชั่นน่าจะเป็นก่อนทดลอง $p$ นั้นโดยทั่วไปจะแตกต่างจากฟังก์ชั่นน่าจะเป็นก่อนทดลอง $p_0$ ที่ต่างจาก $p$ ในกรณีเช่นนี้เราจึงพูดได้ว่า $a_k$ เป็นทางเลือกที่ดีที่สุดตามฟังก์ชั่นน่าจะเป็นก่อนทดลอง $p$ ที่กำหนดให้ จากองค์ประกอบที่กล่าวมานี้ผู้ตัดสินใจก็สามารถจะแก้ปัญหาในปัญหาตัดสินใจได้ และองค์ประกอบทั้งหลายก็จะให้โครงสร้างสำหรับตัวแบบวิเคราะห์การตัดสินใจ ดังนั้นเราจะได้นิยามต่อไปนี้

<u>นิยาม 2</u> ตามข้อตกลง 1 ถึง 7 นั้น $(A, W, U, p)$ หรือ $(A, W, L, p)$ จะกำหนดโครงสร้างของตัวแบบการวิเคราะห์ตัดสินใจ

โครงสร้างดังกล่าวนั้นสามารถอธิบายได้ตามขั้นตอนดังต่อไปนี้

- แจงนับ $A$
- แจงนับ $W$
- กำหนด $U$ หรือ $L$ ในเมื่อ $U: A \times W \to R$ หรือ $L: A \times W \to R^+$
- กะประมาณ $p(w_j)$ สำหรับ $w_j$ ใน $W$
- ตัวแบบวิเคราะห์การตัดสินใจ $(A, W, U, p)$ หรือ $(A, W, L, p)$

ต่อไปเราจะกล่าวถึงปัญหาตัดสินใจ และจะสร้างโครงสร้างตามที่อธิบายข้างบนนี้

<u>ตัวอย่าง</u> บริษัทผู้ผลิตสินค้า กขค กำลังประสบกับปัญหาที่ว่า จะผลิตสินค้าที่พัฒนาขึ้นมาใหม่ดีหรือไม่ การตัดสินของบริษัทขึ้นอยู่กับการขยายของการครองตลาด (Market Share)

ในการสร้างโครงสร้างของปัญหานี้ เราต้องทราบ $A, W, U$(หรือ $L$) และให้ $a_1$ และ $a_2$ เป็นทางเลือก "ผลิตสินค้า" และ "ไม่ผลิตสินค้า" สมมติว่าฝ่ายวิจัยตลาดของบริษัทได้แจงนับสภาวการณ์นอกบังคับที่เป็นไปได้ทั้งหมดเป็น "การครองตลาดเพิ่ม 10 %", "เพิ่ม 5 %" และ "ไม่เพิ่ม" กำหนดให้ $w_1$, $w_2$, และ $w_3$ เป็นสภาวการณ์ดังกล่าวนั้น ดังนั้นเราจะได้

$$A = \{a_1, a_2\}, \quad W = \{w_1, w_2, w_3\}$$

สมมติว่าหลังจากศึกษาข้อมูลข่าวสารที่มีอยู่กับความคิดเห็นเชิงจิตวิสัย ฝ่ายวิจัยตลาดได้ประมาณความน่าจะเป็นก่อนทดลองของ $w_1$, $w_2$, และ $w_3$ กับค่าปัจจุบันสุทธิของกำไรแต่ละทางเลือก ได้เป็นดังนี้

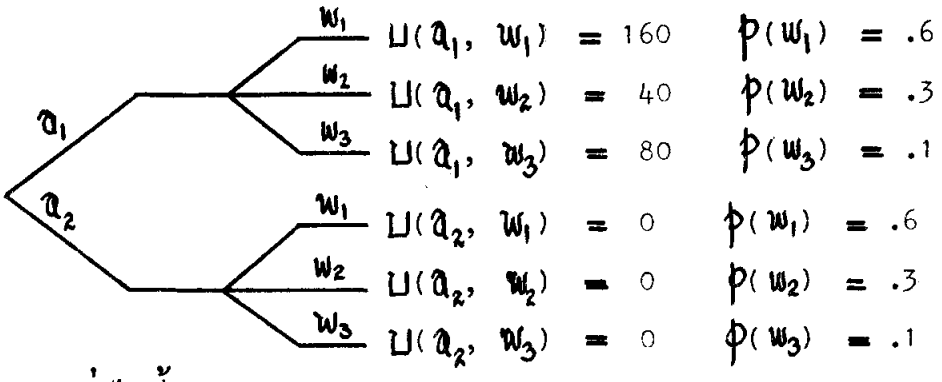
$$p(w_1) = .6, \quad p(w_2) = .3, \quad p(w_3) = .1$$

$$U(a_1, w_1) = 160 \text{ ล้าน}, \quad U(a_1, w_2) = 40 \text{ ล้าน}$$

$$U(a_1, w_3) = -8 \text{ ล้าน}$$

$$U(a_2, w_1) = U(a_2, w_2) = U(a_2, w_3) = 0$$

ข้อมูลข่าวสารเหล่านี้อธิบายได้ดังแผนภาพตัดสินใจ ดังนี้




หรือแสดงได้ในตารางต่อไปนี้

| $W$ | $w_1$ $p(w_1) = .6$ | $w_2$ $p(w_2) = .3$ | $w_3$ $p(w_3) = .1$ |
|---|---|---|---|
| $A$ $a_1$ | 160 ล้าน | 40 ล้าน | −80 ล้าน |
| $a_2$ | 0 | 0 | 0 |

โดยการกำหนด $(A, W, U, p)$ พร้อมกับข้อมูลข่าวสาร บริษัทจึงอยู่ในฐานะที่จะตัดสินว่าจะเลือกทางเลือก $a_1$ หรือ $a_2$ ตามฟังก์ชั่นน่าจะเป็นก่อนทดลอง $p$ ที่ระบุไว้นั้น นั่นคือ $p(w_1) = .6$ , $p(w_2) = .3$ , และ $p(w_3) = .1$

3. <u>การแบ่งประเภทของตัวแบบวิเคราะห์การตัดสินใจ</u>

เราได้กล่าวมาแล้วว่า ทฤษฎีตัดสินใจนั้นสามารถกำหนดได้ในเทอมของการตัดสินใจภายใต้ความแน่นอน ภายใต้การเสี่ยง และภายใต้ความไม่แน่นอน เราสามารถนิยามตัวแบบทั้งสามนี้ได้ในเทอมของโครงสร้างที่นิยามมาแล้ว ถ้าความน่าจะเป็นก่อนทดลองของสภาวการณ์ต่าง ๆ ไม่ทราบอย่างสมบูรณ์ แล้วปัญหาการตัดสินใจที่มีกลุ่มทางเลือก $A$ , กลุ่มสภาวการณ์ $W$, และฟังก์ชั่นผลตอบแทน $U$ นั้นสามารถแยกได้ว่าเป็นปัญหาภายใต้ความไม่แน่นอน สมมติว่าผู้ตัดสินใจแสดงความเชื่อของเขา และข้อมูลข่าวสารเกี่ยวกับการเกิดขึ้นของสภาวการณ์ที่มีผลกระทบต่อทางเลือก นี่ก็หมายความว่าฟังก์ชั่นน่าจะเป็นก่อนทดลอง $p$ ใน $W$ นั้นทราบในเชิงจิตวิสัย และแล้วปัญหาภายใต้ความไม่แน่นอนก็จะแปลงเป็นปัญหาภายใต้การเสี่ยง เพื่อที่จะแก้ปัญหาข้อขัดแย้งในการแบ่งประเภทนี้ จะดำเนินวิธีการต่าง ๆ ในการแบ่งประเภทได้ดังนี้

(1) ตัวแบบวิเคราะห์ตัดสินใจภายใต้ความแน่นอน

(2) ตัวแบบวิเคราะห์ตัดสินใจ เมื่อทราบฟังก์ชั่นน่าจะเป็นก่อนทดลอง

และ (3) ตัวแบบวิเคราะห์ตัดสินใจ เมื่อไม่ทราบฟังก์ชั่นน่าจะเป็นก่อนทดลอง

ต่อไปจะนิยามแต่ละตัวแบบเหล่านี้ — เมื่อไรก็ตามที่ผู้ตัดสินใจประสบกับปัญหาตัดสินใจภายใต้ความแน่นอน แล้วเขาจะสมมติว่าได้ทราบสภาวการณ์นอกบังคับที่แท้จริงซึ่งจะเกิดขึ้น และยังสามารถกะประมาณผลตอบแทนได้ แล้วเขาจะเลือกทางเลือกหนึ่งจาก $A$ ซึ่งเป็นทางเลือกที่เหมาะสมที่สุด เพราะฉะนั้นกลุ่มทางเลือก $A$ และฟังก์ชั่นผลตอบแทน $U$ ที่กำหนดใน $A \times \{w\}$ ในเมื่อ $w$ เป็นสภาวการณ์หนึ่งเท่านั้นที่เกิดขึ้น นั้นจะแทนตัวแบบวิเคราะห์การตัดสินใจภายใต้ความแน่นอน

นิยาม 3 สำหรับปัญหาตัดสินใจใด ๆ ให้ $A$ เป็นกลุ่มทางเลือก และ $U^0$ เป็นฟังก์ชั่นผลตอบแทนที่กำหนดใน $A \times \{w\}$ ในเมื่อ $w$ เป็นสภาวการณ์นอกบังคับที่จะเกิดขึ้น แล้ว $(A, U^0)$ จะกำหนดตัวแบบวิเคราะห์ตัดสินใจภายใต้ความแน่นอน

สมมติว่าเรากำหนดแบบพิเศษของฟังก์ชั่นน่าจะเป็น $q$ ใน $W$ โดยที่

$$q(w) = 1$$

$$q(\bar{w}) = 0 \quad \text{สำหรับ } w \text{ ใด ๆ ที่ต่างจาก } w \text{ ใน } W$$

ฟังก์ชั่นน่าจะเป็น $q$ จะแสดงว่าสภาวการณ์ $w$ จะเกิดขึ้นด้วยความน่าจะเป็น 1 นั่นคือ $w$ เป็นเหตุการณ์ที่แน่นอน (Sure Event) เพราะฉะนั้นตัวแบบวิเคราะห์ตัดสินใจภายใต้ความแน่นอนอาจจะแทนด้วย $(A, U^0, q)$ ในเมื่อ $q$ กำหนดไว้ดังที่กล่าวมา

สำหรับ $(A, W, U, p)$ หรือ $(A, W, L, p)$ จะอธิบายถึงข้อมูลที่เกี่ยวข้องของปัญหาตัดสินใจใด ๆ เพื่อที่จะเลือกทางเลือกที่เหมาะสม เพราะฉะนั้นเราจะได้นิยามดังต่อไปนี้

นิยาม 4 สำหรับปัญหาตัดสินใจใด ๆ ให้ $A$ เป็นกลุ่มทางเลือก $W$ เป็นกลุ่มสภาวการณ์ $U$ (หรือ $L$) เป็นฟังก์ชั่นผลตอบแทน (หรือฟังก์ชั่นค่าเสียโอกาส) ที่กำหนดใน $A \times W$ และ $p$ เป็นฟังก์ชั่นน่าจะเป็นก่อนทดลอง แล้ว $(A, W, U, p)$ หรือ $(A, W, L, p)$ จะกำหนดตัวแบบวิเคราะห์การตัดสินใจ เมื่อทราบฟังก์ชั่นน่าจะเป็นก่อนทดลอง หรือตัวแบบตัดสินใจภายใต้การเสี่ยง

ถ้าฟังก์ชั่นน่าจะเป็นก่อนทดลอง $\phi$ สำหรับปัญหาตัดสินใจนั้นทราบในเชิงไม่แน่นอนแล้ว $(A, W, U)$ จะแทนปัญหาตัดสินใจที่ไม่ทราบฟังก์ชั่นน่าจะเป็นก่อนทดลอง

นิยาม 5 สำหรับปัญหาตัดสินใจใด ๆ ให้ $A$, $W$, และ $U$ (หรือ $L$) เป็นกลุ่มทางเลือก กลุ่มสภาวการณ์ และฟังก์ชั่นผลตอบแทน (หรือฟังก์ชั่นค่าเสียโอกาส) ที่กำหนดใน $A \times W$ ตามลำดับ แล้ว $(A, W, U)$ หรือ $(A, W, L)$ จะกำหนดตัวแบบวิเคราะห์ตัดสินใจ ในเมื่อไม่ทราบฟังก์ชั่นน่าจะเป็นก่อนทดลอง

เราจะเห็นได้ว่า ถ้า $\phi$ สามารถระบุได้อย่างสมบูรณ์ แล้วตัวแบบวิเคราะห์การตัดสินใจนี้จะกลายเป็นตัวแบบที่ทราบฟังก์ชั่นน่าจะเป็นก่อนทดลอง ต่อไปเราจะขยายตัวแบบ $(A, W, U, \phi)$ ออกไปเพื่อใช้กับปัญหาตัดสินใจที่สลับซับซ้อน

4. <u>การวิเคราะห์การตัดสินใจแบบขั้นเดียว และแบบหลายขั้น</u> (Single-Stage and Multistage Decision Analysis)

ปัญหาส่วนมากจะสลับซับซ้อนและไม่คงที่ (Dynamic) ซึ่งมันจะเกี่ยวข้องกับคาบเวลาของการวางแผนระยะยาว โดยที่การตัดสินใจที่เหมาะสมในระยะเวลาหนึ่งอาจจะใช้ไม่ได้หรือไม่เหมาะสมกับคาบเวลาต่อมา หรืออาจจะเกี่ยวข้องกับอนุกรมของระยะต่าง ๆ โดยที่การตัดสินใจต้องกระทำแบบลำดับ (ดังเช่นกรณีนำสินค้าใหม่ออกขาย) ในทางตรงกันข้ามถ้าขอบเขตการวางแผนสำหรับปัญหาตัดสินใจสั้นกว่า แล้ว $(A, W, U, \phi)$ สามารถจะสร้างขึ้นเพื่อให้ทางเลือกที่ดีที่สุดนั้นไว้ใจได้ตลอดคาบเวลาของการวางแผน ในกรณีหลังนี้ผู้ตัดสินจะแจงนับทางเลือก และสภาวการณ์ที่เป็นไปได้ทั้งหมด และพิจารณาผลลัพธ์ของแต่ละทางเลือก ซึ่งขึ้นอยู่กับการเกิดขึ้นของสภาวการณ์นอกบังคับต่าง ๆ แล้วผู้ตัดสินใจจะเลือกทางเลือกหนึ่งจากกลุ่มทางเลือก $A$ ด้วยการใช้ฟังก์ชั่นน่าจะเป็นก่อนทดลอง $\phi$ นั่นคือเขาได้ทำการตัดสินใจ เราจะเรียกปัญหาแบบนี้ว่า ปัญหาตัดสินใจชนิดขั้นเดียว

นิยาม 6 ให้ $A$, $W$, $U$ (หรือ $L$), และ $\phi$ เป็นกลุ่มทางเลือก, กลุ่มสภาวการณ์, ฟังก์ชั่นผลตอบแทน (หรือฟังก์ชั่นค่าเสียโอกาส), และฟังก์น่าจะเป็นก่อนทดลอง สำหรับขอบเขตการวางแผนทั้งหมดของปัญหาตัดสินใจ แล้ว $(A, W, U, \phi)$ หรือ $(A, W, L, \phi)$ จะกำหนดตัวแบบวิเคราะห์การตัดสินใจชนิดขั้นเดียว

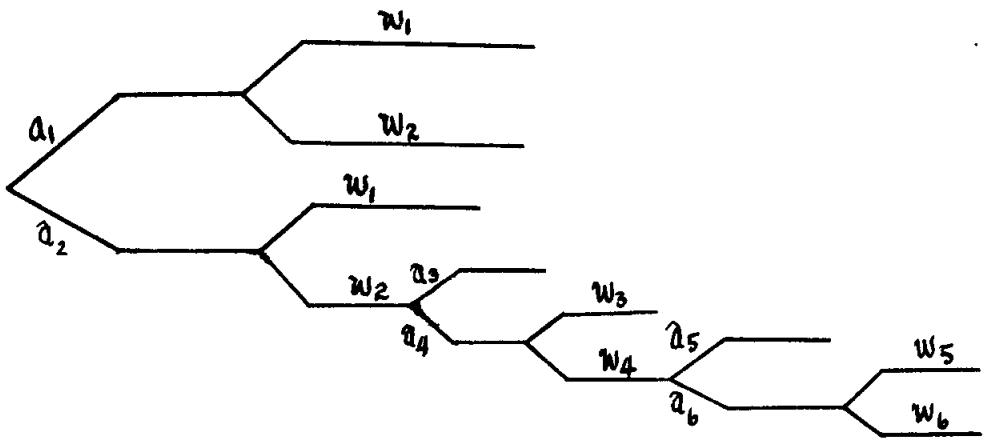
ถ้าปัญหาตัดสินใจสลับซับซ้อน และปัญหาใหญ่นี้สามารถแยกเป็นปัญหาย่อยต่าง ๆ กันจำนวนหนึ่งได้ โดยแต่ละปัญหานั้นง่ายที่จะวิเคราะห์ ดังในกรณีของตัวแบบวิเคราะห์การตัดสินใจชนิดชั้นเดียว ผลของปัญหาย่อยเหล่านี้เมื่อรวมกันแล้วก็จะได้ทางเลือกที่เหมาะสมสำหรับปัญหาใหญ่เดิมนั้น แบบของการวิเคราะห์นี้เรียกว่าการวิเคราะห์การตัดสินใจชนิดหลายชั้น ลองพิจารณาตัวอย่างต่อไปนี้

<u>ตัวอย่าง</u> บริษัท กขค เป็นบริษัทที่ผลิตส่วนประกอบรถแทรคเตอร์ ได้ทราบว่าประเทศกำลังพัฒนาเล็ก ๆ ประเทศหนึ่งสนใจที่จะสั่งซื้อคาร์บูเรเตอร์ 25000 หน่วย ประเทศนั้นได้ชักชวนให้ผู้ผลิตหรือผู้แทนขายต่าง ๆ พิจารณา สมมติว่าประเทศนั้นได้ระบุระยะเวลาของการมอบของไว้ ถ้ารัฐบาลของประเทศนั้นสนใจข้อเสนอของบริษัท กขค แล้วก็จะทำสัญญากับบริษัท แต่ถ้าไม่สนใจก็ไม่ทำสัญญา ดังนั้นบริษัท กขค จึงมีทางเลือกที่จะกระทำอยู่ 2 ทาง คือเตรียมข้อเสนอ หรือไม่สนใจความคิดนั้น

ถ้าบริษัทตกลงใจยื่นข้อเสนอ และได้รับสัญญา แล้วปัญหาต่อไปที่จะเกิดขึ้นก็คือบริษัทสามารถผลิตได้ตามข้อกำหนดของรัฐบาลหรือไม่ ทั้งนี้เนื่องจากกลไกในขบวนการผลิต บริษัทอาจจะไม่สามารถประกันการผลิตคาร์บูเรเตอร์ 25000 หน่วยให้เป็นที่ยอมรับทั้งหมดได้ เพราะฉะนั้นจึงต้องตัดสินใจว่าจะซื้อบางส่วนจากตัวแทนขายอื่น ๆ หรือจะผลิตใหม่เพื่อให้ทันส่งของตามเวลาที่กำหนดไว้

จากข้อมูลเหล่านี้ ประธานบริษัทจะดำเนินการแก้ปัญหาอย่างไร ? เขาจะดำเนินการต่อไปหรือจะล้มเลิกโครงการ ในแต่ละแง่ก็มีคีกรีของความไม่แน่นอนด้วย ตัวอย่างเช่น บริษัทอาจจะยื่นโครงการต่อรัฐบาลนั้น แต่รัฐบาลนั้นอาจจะไม่รับ นั่นคือบริษัทอื่นได้สัญญา หรือรัฐบาลอาจจะรับ ถ้าบริษัทได้รับสัญญา แล้วก็จะมีปัญหาของข้อกำหนดของคาร์บูเรเตอร์ที่สั่งนั้นให้พิจารณาอีก บริษัทอาจจะไม่สามารถผลิตคาร์บูเรเตอร์ที่ดีทั้งหมดได้ ซึ่งในกรณีนี้บริษัทต้องตัดสินใจว่าจะซื้อจากบริษัทอื่นหรือไม่

ผลลัพธ์ของทางเลือกและการเกิดขึ้นของสภาวการณ์นอกบังคับต่าง ๆ ในแต่ละแง่หรือระยะแสดงได้ดังรูปต่อไปนี้




ในเมื่ออนุกรมของทางเลือก และสภาวการณ์นอกบังคับ กำหนดไว้ดังนี้

ให้ $a_1$ เป็นทางเลือก "เลิกโครงการ", $a_2$ "เตรียมโครงการ", $a_3$ "ไม่ผลิตคาร์บูเรเตอร์", $a_4$ "ผลิตคาร์บูเรเตอร์", $a_5$ "ซื้อคาร์บูเรเตอร์ 25000($p$)", และ $a_6$ "ผลิต 25000($r$) คาร์บูเรเตอร์", ($r>p$) และให้ $w_1$ เป็นสภาวการณ์ "รัฐบาลไม่ให้สัญญา", $w_2$ "ให้สัญญา", $w_3$ "ไม่มีคาร์บูเรเตอร์เสีย", $w_4$ "คาร์บูเรเตอร์เสีย $p$%", $w_5$ "คาร์บูเรเตอร์เสีย 25000($rs$)", และ $w_6$ "คาร์บูเรเตอร์ดี 25000($r$)($1-s$)" แล้วเราสามารถแทนปัญหานี้ด้วยปัญหาย่อยต่าง ๆ กัน 3 ปัญหา ที่แต่ละปัญหาสามารถวิเคราะห์ได้ดังตัวแบบวิเคราะห์การตัดสินใจชนิดขั้นเดียว ปัญหาชนิดขั้นเดียวทั้งสามนั้นอาจจะแทนด้วย

$$(A^{(1)}, W^{(1)}, U^{(1)}, p^{(1)}),$$

$$(A^{(2)}, W^{(2)}, U^{(2)}, p^{(2)}),$$

และ $$(A^{(3)}, W^{(3)}, U^{(3)}, p^{(3)})$$

ในเมื่อ $A^{(1)} = \{a_1, a_2\}$, $A^{(2)} = \{a_3, a_4\}$, $A^{(3)} = \{a_5, a_6\}$

$W^{(1)} = \{w_1, w_2\}$, $W^{(2)} = \{w_3, w_4\}$, $W^{(3)} = \{w_5, w_6\}$

ฟังก์ชั่นผลตอบแทน $U^{(k)}$ และฟังก์ชั่นน่าจะเป็นก่อนทดลอง $p^{(k)}$ สำหรับขั้น $k$ ($k=1$, 2, 3) นี้สามารถกำหนดได้ตามลำดับ ปัญหาย่อยชนิดขั้นเดียวเหล่านี้จะได้รับการวิเคราะห์

ในขั้นแรก แล้วทางเลือกที่เหมาะสมของบริษัท กขค ก็จะอนุมานจากทางเลือกที่เหมาะสมของปัญหาย่อยเหล่านั้น

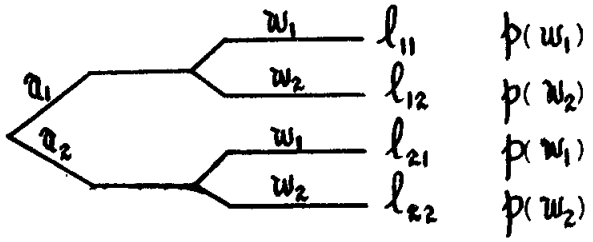
นิยาม 8 สมมติว่าปัญหาการตัดสินใจแบบสลับซับซ้อนที่กำหนดให้สามารถแยกออกเป็นตัวแบบวิเคราะห์การตัดสินใจชนิดขั้นเดียวต่าง ๆ กัน $t$ ตัวแบบ ซึ่งอยู่ในรูปฟอร์ม $(A^{(k)}, W^{(k)}, U^{(k)}, P^{(k)})$, $k=1,2,\ldots,t$ ถ้าแต่ละปัญหาการตัดสินใจชนิดขั้นเดียวสามารถแก้ปัญหาได้ และผลเหล่านั้นเมื่อรวมกันก็จะได้วิธีแก้ปัญหาสำหรับปัญหาเดิม การวิเคราะห์แบบนี้เรียกว่า การวิเคราะห์การตัดสินใจชนิดหลายขั้น

ดังนั้นการวิเคราะห์การตัดสินใจชนิดหลายขั้นจะประกอบด้วย 2 ระยะ คือแยกปัญหาเดิม และรวมผลของปัญหาการตัดสินใจชนิดขั้นเดียว

5. <u>การวิเคราะห์การตัดสินใจด้วยการสุ่มตัวอย่าง</u>

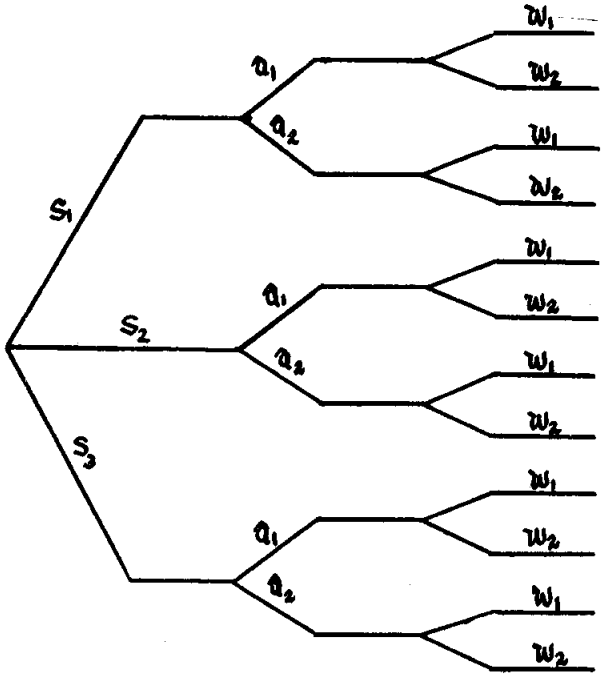
เราทราบว่าผู้ตัดสินใจไม่ทราบว่าสภาวการณ์ไหนจะเกิดขึ้นในขณะที่ทำการตัดสินใจ ถึงแม้ว่าเขาจะทราบสภาวการณ์นอกบังคับที่เป็นไปได้ทั้งหมดที่มีผลกระทบต่อทางเลือกในทางปฏิบัติ มันอาจจะเป็นไปได้สำหรับผู้ตัดสินใจที่จะได้รับข้อมูลข่าวสารเกี่ยวกับสภาวการณ์นอกบังคับเพิ่มขึ้นโดยการกระทำการทดลอง การทดลองจะให้ข้อมูลข่าวสารบางอย่างเกี่ยวกับสภาวการณ์นอกบังคับ ถึงแม้ว่าโดยทั่วไปเขาจะสามารถพิจารณา หรือระบุได้อย่างชัดแจ้งว่าเป็นสภาวการณ์นอกบังคับใด ผู้ตัดสินใจควรจะพิจารณาทางเลือกที่ดีที่สุดในแง่ของข้อมูลข่าวสารเพิ่มเติมที่เขาได้รับจากการกระทำการทดลอง จากข้อมูลข่าวสารใหม่นี้เขาจะปรับปรุงความน่าจะเป็นก่อนทดลอง $P(w_j)$ ของ $w_j$ ใน $W$ ความน่าจะเป็นใหม่นี้จะเรียกว่า ความน่าจะเป็นที่ปรับปรุง หรือความน่าจะเป็นหลังการทดลอง (Revised or Posterior Probabilities) ของ $W$ แล้วผู้ตัดสินใจจะใช้การแจกแจงน่าจะเป็นที่ปรับปรุงของ $W$ ไปเลือกทางเลือกที่เหมาะสมสำหรับปัญหาตัดสินใจนั้น การวิเคราะห์เช่นนี้เรียกว่า "การวิเคราะห์การตัดสินใจด้วยการสุ่มตัวอย่าง" สำหรับการวิเคราะห์การตัดสินใจโดยการใช้การแจกแจงน่าจะเป็นก่อนทดลองนั้นได้ชื่อว่า "การวิเคราะห์การตัดสินใจเมื่อไม่ใช้การสุ่มตัวอย่าง" ต่อไปเราจะแสดงถึงความแตกต่างระหว่างแบบของการวิเคราะห์ทั้งสองนั้น

<u>ตัวอย่าง</u> บริษัท กข ได้รับสัญญาเช่าที่ดินในบริเวณที่คิดว่าจะขุดน้ำมันได้ บริษัทต้องตัดสินใจว่าจะเจาะน้ำมันก่อนที่สัญญาเช่าจะหมดอายุลง หรือจะล้มเลิกสิทธินั้น บริษัทไม่เคยทราบมาก่อนว่ามีน้ำมันในบริเวณนั้นหรือไม่ สมมติว่าบริษัทได้แจงนับสภาวการณ์ที่เป็นไปได้ทั้งหมดของปัญหาได้เป็น "ไม่มีน้ำมัน" หรือ "มีน้ำมัน" ถ้าเราให้ $w_1$ เป็นสภาวการณ์ "ไม่มีน้ำมัน" และ $w_2$ เป็นสภาวการณ์ "มีน้ำมัน" กลุ่มสภาวการณ์ $W$ จึงสามารถอธิบายได้ด้วย $W = \{w_1, w_2\}$ ในทำนองเดียวกันเราแทน $a_1$ เป็นทางเลือก "ล้มเลิกสิทธิในสัญญาเช่าที่ดิน" และ $a_2$ เป็น "เจาะน้ำมัน" ดังนั้นกลุ่มทางเลือก $A$ จะเป็น $A = \{a_1, a_2\}$ จากคุณลักษณะในเชิงเศรษฐกิจสำหรับปัญหานั้นเราสามารถพิจารณาฟังก์ชั่นค่าเสียโอกาส หรือฟังก์ชั่นผลตอบแทนใน $A \times W$ และการแจกแจงน่าจะเป็นก่อนทดลอง $p$ ใน $W$ ได้ ปัญหาดังกล่าวนี้สามารถอธิบายได้ในรูปฟอร์มต่อไปนี้




ดังนั้นโครงสร้าง $(A, W, L, p)$ ที่กำหนดให้นี้ บริษัท กข สามารถจะตัดสินใจได้ว่าจะเจาะบ่อน้ำมันหรือไม่ การวิเคราะห์ในปัญหาเพียงเท่านี้จะเป็นการวิเคราะห์การตัดสินใจเมื่อไม่ใช้การสุ่มตัวอย่าง

สมมติว่าบริษัทสามารถจะหาข้อมูลข่าวสารเพิ่มเติมโดยการปรึกษานักธรณีวิทยาผู้ซึ่งทำการสำรวจทางธรณีวิทยาเพื่อพิจารณาโครงสร้างของพื้นที่เหล่านั้น สมมติว่าผลของการสำรวจที่เป็นไปได้ของโครงสร้างเป็น — ดีมาก, ดี, และปานกลาง ให้ $s_1$, $s_2$, และ $s_3$ แทนผลทดลองของการสำรวจทางธรณีวิทยา แล้วเซท $S$ ซึ่งเรียกว่ากลุ่มผลทดลองจะกำหนดไว้เป็น $S = \{s_1, s_2, s_3\}$ นั่นคือ $S$ เป็นเซทของผลทดลองที่เป็นไปได้ทั้งหมดของการทดลอง วิธีที่บริษัทใช้ข้อมูลข่าวสารใน $S$ อธิบายได้ดังนี้




ถ้าผลทดลองของการสำรวจทางธรณีวิทยาเป็น "โอกาสที่จะพบน้ำมันมีมาก $S_1$ " บริษัทอาจจะพิจารณาทางเลือก $a_1$ หรือ $a_2$ ถ้าเลือก $a_1$ และ $a_2$ เป็นสภาวการณ์นอกบังคับที่แท้จริง แล้วค่าเสียโอกาสจะกำหนดให้เป็น $L(a_j, w_i)$ ซึ่งในรูปภาพข้างบนนี้เราแสดงด้วย $L(a_1, w_1; S_1)$ เพื่อแสดงว่า $L(a_1, w_1)$ ขึ้นอยู่กับ $S_1$ จะมีค่าใช้จ่ายในการสุ่มตัวอย่าง (Sampling cost) หรือการสำรวจ $S_1$ เพิ่มเติมให้แก่ $L(a_1, w_1)$ อีก และค่าใช้จ่ายเหล่านี้จะต้องคำนึงถึงด้วย โดยทั่วไปค่าใช้จ่ายในการสุ่มตัวตัวอย่างจะสมมติว่าเป็นผลบวกเชิงเส้น (Linearly additive) กับค่าเสียโอกาสของทางเลือกต่าง ๆ ภายใต้สภาวการณ์นอกบังคับต่าง ๆ เพราะฉะนั้นข้อตกลงนี้เราสามารถสมมติได้ว่า

$L(a_i, w_j; S_k) = C(S_k) + L(a_i, w_j)$ ทุก ๆ $S_k$ ใน $S$ และ $(a_i, w_j)$ ใน $A \times W$ เมื่อ $C(S_k)$ เป็นฟังก์ชันของค่าใช้จ่ายในการสุ่มตัวอย่าง อย่างไรก็ตามการวิเคราะห์ทฤษฎีตัดสินใจด้วยการสุ่มตัวอย่างนั้น เราเลือกทางเลือกที่ดีที่สุดหลังจากค่าสังเกตุจากตัวอย่างได้เกิดขึ้นแล้ว นี่ก็หมายความว่า $L(a_i, w_j)$ เป็นฟังก์ชันที่เกี่ยวข้องในกระบวนการเลือกทางเลือกที่ดีที่สุด (โดยขึ้นกับฟังก์ชันน่าจะเป็น

ก่อนทดลอง และที่ปรับปรุงแล้วใน $W$) หลังจากสังเกตุ $s_k$ ได้ และ $C(s_k)$ สามารถทำให้เป็นฟังก์ชั่นค่าใช้จ่ายแบบคงที่ได้ เพราะฉะนั้นในการวิเคราะห์เรายังคงใช้สัญญลักษณ์ $L(a_i, w_j)$ แทน $L(a_i, w_j; s_k)$

เราได้กล่าวมาแล้วว่าผู้ตัดสินใจได้ปรับปรุงความน่าจะเป็นก่อนทดลองด้วยการใช้ข้อมูลข่าวสารใน $S$ ความน่าจะเป็นที่ปรับปรุงนี้พิจารณาได้จากทฤษฎีเบยส์ จากการใช้ทฤษฎีนี้เราจำเป็นที่ต้องทราบความน่าจะเป็น หรือโอกาสที่เกิดขึ้นของ $s_k$ ในรูปฟอร์ม $p_{w_j}(s_k) = p(s_k/w_j)$ ซึ่งจะเรียกว่าฟังก์ชั่นน่าจะเป็น (Likelihood Function) ของ $w_j$ แล้วความน่าจะเป็นที่ปรับปรุง $\bar{p}(w_j)$ สามารถคำนวณได้เป็น

$$\begin{aligned} \bar{p}(w_j) &= p(w_j/s_k) \\ &= p(s_k/w_j)\, p(w_j) \Big/ \sum_{w_r \in W} p(s_k/w_r)\, p(w_r) \end{aligned}$$

นั่นก็คือความน่าจะเป็นที่ปรับปรุงผันแปรตามผลคูณของความน่าจะเป็น กับความน่าจะเป็นก่อนทดลอง หรือ Revised Probability $\alpha$ (Likelihood)(Prior Probability) ในเมื่อค่าคงที่ของความเป็นสัดส่วน กำหนดไว้เป็นตัวส่วนของสมการนี้

บริษัท กข ก็จะใช้ $\bar{p}(w_j)$ แทน $p(w_j)$ เพื่อพิจารณาทางเลือกที่ดีที่สุดสำหรับปัญหาตัดสินใจ นี่เป็นข้อแตกต่างอันหนึ่งในกรณีของการวิเคราะห์การตัดสินใจด้วยตัวอย่าง

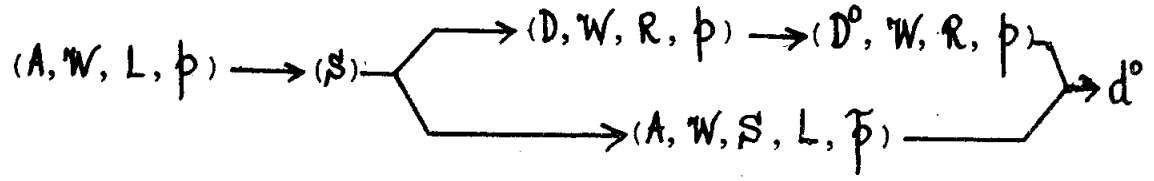
ดังนั้นในการวิเคราะห์การตัดสินใจด้วยการสุ่มตัวอย่างนั้น เราต้องทราบกลุ่มผลทดลอง $S$, การแจกแจงน่าจะเป็น $p_w(s)$ ใน $S$ สำหรับสภาวการณ์หนึ่งที่กำหนดไว้ $w$, และฟังก์ชั่นค่าเสียโอกาส $L$ ที่กำหนดใน $A \times W$ แล้วหลังจากสังเกตุผลทดลอง $s \in S$ ผู้ตัดสินใจจะพิจารณาทางเลือกที่ดีที่สุด ขบวนการนี้จะทำซ้ำ ๆ กับทุก ๆ ผลทดลองของกลุ่มผลทดลอง $S$ เมื่อจบขบวนการ เราจะได้กโลบาย (Strategy) หรือกฎตัดสินใจ (Decision Rule) ที่ดีที่สุดสำหรับปัญหาตัดสินใจ ซึ่งจะแนะนำทางเลือกที่ดีที่สุดในทุก ๆ ผลทดลอง $s \in S$ ดังนั้น $(A, W, S, L, \bar{p})$ จะอธิบายตัวแบบวิเคราะห์การตัดสินใจด้วยการสุ่มตัวอย่าง นั่นคือเราจะได้นิยามต่อไปนี้

นิยาม 8 ให้ $A, W,$ และ $S$ เป็นกลุ่มทางเลือก, กลุ่มสภาวการณ์, และกลุ่มผลทดลองของปัญหาตัดสินใจ ให้ $L$ เป็นฟังก์ชั่นค่าเสียโอกาสที่กำหนดใน $A \times W$ และให้ $\mathcal{P}(w_j)$ เป็นความน่าจะเป็นที่ปรับปรุงของสภาวการณ์ $w_j$ ในเมื่อ

$$\mathcal{P}(w_j) = p(w_j/s_k) = p(s_k/w_j)\, p(w_j) \Big/ \sum_{w_r \in S} p(s_k/w_r)\, p(w_r)$$

แล้ว $(A, W, S, L, \mathcal{P})$ จะกำหนดว่าเป็นตัวแบบวิเคราะห์การตัดสินใจด้วยการสุ่มตัวอย่าง

วิธีการของการเลือกกโลบายที่ดีที่สุดที่อธิบายข้างบนนี้เรียกว่า การวิเคราะห์ในรูปฟอร์มขยาย (Extensive Form) ยังมีวิธีการอีกอย่างหนึ่งซึ่งได้ชื่อว่า การวิเคราะห์ในรูปฟอร์มปกติ (Normal Form) ซึ่งจะให้กโลบายที่ดีที่สุดเช่นเดียวกันสำหรับปัญหาตัดสินใจใด ๆ ในการวิเคราะห์แบบปกติ เราจะหาเซท $D$ ของกฎตัดสินใจแท้ ๆ (Pure Decision Rules) ทั้งหมดที่แนะนำทางเลือกสำหรับทุก ๆ ผลทดลองใน $S$ และคำนวณการเสี่ยง (Risk) $R$ หรือค่าเสียโอกาสคาดหวังของทุก ๆ กฎตัดสินใจใน $D$ ในเมื่อกำหนดสภาวการณ์ $w$ ของ $W$ ให้ แล้วก็คำนวณมาตราวัดแบบเบยส์ (Bayes Measure) หรือการเสี่ยงคาดหวัง (Expected Opportunity Risk) ของทุก ๆ กฎตัดสินใจใน และหากฎตัดสินใจที่ดีที่สุดที่ทำให้มาตราวัดแบบเบยส์ต่ำสุด สิ่งที่เหมือนกันของวิธีการทั้งสองนี้แสดงได้ดังรูปต่อไปนี้




ในเมื่อ $D^\circ$ เป็นเซทของกฎตัดสินใจแท้ ๆ หรือแบบสุ่ม (Pure or Randomized) ทั้งหมดที่เกี่ยวพันกับปัญหาตัดสินใจ และ $d^\circ$ เป็นกฎตัดสินใจที่ดีที่สุด