

บทที่ 12

สถิติไร้พารามิเตอร์

เนื่องจากแบบทดสอบ T, Z, F จะต้องมีข้อสมมติเกี่ยวกับการแจกแจงของประชากรที่ตัวอย่างสุ่มมาว่าเป็นประชากรปกติ หรือใกล้เคียงปกติ หากข้อสมมติไม่จริง การใช้ตัวสถิติเหล่านั้นจะเป็นเพียงการทดสอบโดยประมาณ ซึ่งบางครั้งก็ให้ผลใกล้เคียงค่าแท้จริงโดยเฉพาะเมื่อใช้ตัวอย่างขนาดใหญ่ แต่บางครั้งก็ให้ผลที่น่าสงสัย ถ้าข้อสมมติที่เกี่ยวกับประชากรไม่สมบูรณ์ จะมีทางเลือก 2 ทางคือ (1) แปลงข้อมูล และ (2) การสร้างแบบทดสอบใหม่ ที่ไม่ต้องยึดติดกับเงื่อนไขต่างๆ มากนัก เช่น ไม่ต้องใช้เงื่อนไขว่ามีการแจกแจงแบบปกติ แบบทดสอบนี้ จึงเรียกว่า distribution-free หรือ non-parametric ซึ่งพบว่าสำหรับตัวอย่างขนาดเล็ก ($n < 10$) ซึ่งการตรวจสอบการแจกแจงจะทำให้ยาก แม้จะมาจากประชากรแบบปกติ แต่การใช้สถิติไร้พารามิเตอร์ จะให้ผลใกล้เคียงกับแบบใช้พารามิเตอร์ (T, Z, F) แต่ถ้าเงื่อนไขต่างๆ สมบูรณ์ การทดสอบแบบมีพารามิเตอร์ย่อมมีประสิทธิภาพสูงกว่า

12.1 การทดสอบที่ตั้งของประชากร (กรณีตัวอย่าง 1 กลุ่ม)

12.1.1 **Sign Test** (หรือ Binomial test) คือการเปลี่ยนข้อมูลให้เป็นการแจกแจงแบบทวินาม คือ ให้มีเพียงเครื่องหมาย +, - แล้วนับจำนวนเครื่องหมายอันใดอันหนึ่ง และตรวจสอบว่าสนับสนุนสมมติฐาน $H_0 : M = M_0$, $H_a : M > M_0$ หรือ $M < M_0$ หรือ $M \neq M_0$ โดยเทียบกับค่าจากตารางทวินาม ที่ $p = .50$

12.1.2 **Wilcoxon Signed-Rank Test** มีวิธีการคล้าย sign test แต่ละเอียดกว่า เพราะมีการจัดอันดับ และหาผลรวมของเครื่องหมาย คือ $W_+ = \sum r_+$ = ผลรวมอันดับของเครื่องหมายบวก และ $W_- = \sum r_-$ คือผลรวมอันดับของเครื่องหมายลบ โดยตรวจสอบว่า $(W_+) + (W_-) = n(n+1)/2$ สมมติฐานเหมือน sign test โดยใช้หลักการว่า ถ้า H_0 เป็นจริง จะได้ W_+ และ W_- มีค่าใกล้เคียงกัน ถ้า H_0 เป็นเท็จ โดยมี $M > M_0$ จะพบว่า W_+ มีค่าสูง ถ้า H_0 เป็นเท็จ โดยมี $M < M_0$ จะได้ W_- มีค่าสูง ดังนั้น การทดสอบนัยสำคัญของ W_+ หรือ W_- จะใช้ค่าจากตาราง Wilcoxon

Signed-Rank Test โดยเลือกค่า W_+ หรือ W_- ที่มีค่าต่ำ (เนื่องจากค่าตาราง กำหนดแต่ค่าที่น้อย)

ตัวอย่างที่ 1 ระหว่างปี 1971-1974 พบว่ามีมาตรฐานความสูงของชายอายุ 18-24 ปี = 69.7 นิ้ว ต่อมาอีก 10 ปี ได้เก็บสถิติความสูงของชายในกลุ่มอายุดังกล่าว 20 คนให้ทดสอบว่า ความเจริญทางสาธารณสุขทำให้ชายในกลุ่มอายุดังกล่าวสูงกว่าเดิม ? กำหนดให้ความสูงของชาย 20 คน เป็นนิ้ว มีดังนี้

(X_i) : 70.2, 71.4, 69.8, 65.8, 67.3, 71.4, 78.0, 72.6, 69.9, 74.4,

67.5, 70.5, 67.2, 70.1, 72.1, 73.2, 73.5, 65.2, 70.9, 76.0

วิธีที่ 1 : Sign Test ต้องเปลี่ยนข้อมูลเป็นเครื่องหมาย โดยเทียบกับ 69.7 ถ้า $X_i - 69.7 > 0$ จะเป็นเครื่องหมายบวก ถ้า $X_i - 69.7 < 0$ จะเป็นเครื่องหมายลบ ถ้า $X_i - 69.7 = 0$ จะไม่มีเครื่องหมาย จึงต้องตัดข้อมูลตัวนี้ออกไป จะได้ $n = 20, n_+ = 15, n_- = 5, H_0 : M = 69.7, H_a : M > 69.7$

ถ้า H_0 เป็นจริง จะได้ n_+ และ n_- จำนวนพอๆ กัน แต่ถ้า H_a เป็นจริง n_+ ควรจะมีจำนวนมาก จากตัวอย่าง $n_+ = 15$ จากตาราง $n = 20, p = .50$ จะได้ $P(X \geq 15) = .0207 = p\text{-value}$ เนื่องจาก $p\text{-value} < .05$ จึงปฏิเสธ H_0 และสรุปว่า การสาธารณสุขดีขึ้น ทำให้ความสูงเพิ่มจากเดิม

วิธีที่ 2 : Signed Rank Test 1) ต้องหาค่า $d_i = X_i - 69.7$ 2) จัดอันดับให้ d_i (โดยไม่คิดเครื่องหมาย) 3) ให้เครื่องหมายกับอันดับ 4) หาผลรวมอันดับของเครื่องหมาย +, - จะได้ $\sum r_+, \sum r_-$ หรือ W_+, W_- นำค่าที่เล็กเปรียบเทียบกับค่าตาราง จากตัวอย่าง เมื่อเปลี่ยน X_i เป็น $d_i = X_i - 69.7$ จะได้ค่า d_i ดังนี้

(d_i) : 0.5, 1.7, 0.1, -3.9, -2.4, 1.7, 8.3, 2.9, 0.2, 4.7,

-2.2, 0.8, -2.5, 0.4, 2.4, 3.5, 3.8, -4.5, 1.2, 6.3

จัดอันดับ

(r_i) : 4, 7.5, 1, -16, -10.5, 7.5, 10, 13, 2, 18,

-9, 5, -12, 3, 10.5, 14, 15, -17, 6, 19

$\sum r_+ = W_+ = 145.5, \sum r_- = W_- = 64.5$

check : $n(n+1)/2 = 20(21)/2 = 210, (W_+ + W_-) = 210$

ตัวสถิติที่ใช้ทดสอบ คือ $W_- = 64.5$ (ค่าต่ำของ W)

เปิดตาราง ที่ $n = 20$, $\alpha = .05$ (one-sided) จะปฏิเสธ H_0 เมื่อ $W \leq 60$

แต่ได้ค่าสถิติ $W = 64.5$ จึงไม่อยู่ในเขตวิกฤต จึงยังปฏิเสธ H_0 ไม่ได้ ต้องสรุปว่าความสูงยังไม่เปลี่ยนแปลงจากเดิม

12.2 การทดสอบที่ตั้งของประชากร (กรณีข้อมูลแบบจับคู่)

(x_i, y_i) คือ ข้อมูลแบบจับคู่ จำนวน n คู่ เพื่อทดสอบว่า $H_0 : M_X = M_Y$ ต้องหาผลต่างแต่ละคู่ คือ $d_i = (x_i - y_i)$ แล้วใช้ sign test หรือ signed rank test ทดสอบต่อไป

ตัวอย่างที่ 2 การใช้ยานิคใหม่รักษากันไข้ความดันโลหิตสูง 10 คน ได้วัดความดันก่อนและหลังการ ไข้ยา เพื่อทดสอบว่ายาดังกล่าวมีสรรพคุณลดความดันได้ผลหรือไม่

คนไข้ :	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x : (ก่อน) :	175	179	165	170	160	180	177	178	173	176
Y : (หลัง) :	140	143	135	133	162	150	182	139	140	141

$d_i = X_i - y_i :$ 35 36 30 37 -2 30 -5 39 33 35

rank 6.5 9 3.5 10 -1 3.5 -2 8 5 6.5

$\sum r_+ = 52$, $\sum r_- = 3$, check : $\sum r = n(n+1)/2 = 10(11)/2 = 55$, $n_+ = 8$, $n_- = 2$,

$H_0 : M_X = M_Y$, $H_a : M_X > M_Y$

Sign Test : ถ้า H_0 เป็นจริง จะมี n_+ พอกๆ กับ n_- ถ้า H_a เป็นจริง คาดว่าจะมี n_+ จำนวนมาก จาก ตัวอย่าง ได้ $n_+ = 8$ หากค่า $p\text{-value} = .0547$ ก่อนข้างเล็ก ($\sim .05$) จึงปฏิเสธ H_0 และสรุปว่ายา ดังกล่าวช่วยลดความดัน

Wilcoxon Signed-Rank Test : เลือกตัวสถิติที่มีค่าน้อย คือ $W_- = \sum r = 3$ จากตาราง $n = 10$,

$\alpha = .05$ (one-sided test) จะปฏิเสธ H_0 เมื่อ $W \leq 11$ ดังนั้น $W = 3$ ตกอยู่ในเขตวิกฤต จึงปฏิเสธ H_0 และสรุปว่ายาที่มีสรรพคุณตามอ้าง

12.3 การทดสอบที่ตั้งของประชากร (กรณีตัวอย่าง 2 กลุ่มซึ่งเป็นอิสระกัน).

ใช้ Wilcoxon - Rank Sum Test โดยมี $H_0 : M_1 = M_2$, $H_a : M_1 > M_2$ หรือ $M_1 < M_2$ หรือ $M_1 \neq M_2$ โดยจะมีข้อมูล 2 กลุ่ม คือ X_1, X_2, \dots, X_m และ Y_1, Y_2, \dots, Y_n โดย $m \leq n$ ให้นำข้อมูลทั้ง $m + n$ ตัวมารวมเป็นชุดเดียวกัน แล้วจัดอันดับ 1, 2, ..., $m+n$ แล้วหาผลรวมอันดับของกลุ่มที่มี m จำนวน เรียกว่า W_m แล้วนำไปเปรียบเทียบกับค่าจากตาราง Wilcoxon-Rank Sum Test

ตัวอย่างที่ 8 เปรียบเทียบความสูง (เป็นนิ้ว) ของนักเรียนชาย 7 คน และนักเรียนหญิง 5 คน จะสรุปว่าชายและหญิงสูงพอๆ กันหรือไม่

Y : ชาย	:	76	74	73	72	71	70	67
rank	:	12	11	10	9	8	7	4
X : หญิง	:	69	68	66	65	64		
rank	:	6	5	3	2	1		

$H_0 : M_x = M_y$, $H_a : M_x \neq M_y$, $m = 5$, $n = 7$, $m + n = 12$, $W_m = 17$, $W_n = 61$,

check : $12(13)/2 = 78$ ตัวสถิติคือ $W_m = 17$, เปิดตาราง $m = 5$, $n = 7$, $p = .05$ (2-sided) จะได้ (20.45) หมายความว่า จะปฏิเสธ H_0 เมื่อค่าสถิติ W น้อยกว่า 20 หรือมากกว่า 45 และ $W = 17$ ซึ่งน้อยกว่า 20 จึงปฏิเสธ H_0 นั่นคือ ความสูงของนักเรียนชายและหญิง แตกต่างกัน คือชายสูงกว่าหญิง

12.4 การทดสอบที่ตั้งของประชากร (กรณี k ตัวอย่าง ซึ่งเป็นอิสระกัน)

ใช้แบบทดสอบของ Kruskal-Wallis โดยมีตัวอย่าง k กลุ่มๆ ละ n_i จำนวน $N = \sum n_i$ ให้นำข้อมูลทั้ง N จำนวนมาเรียงลำดับ (จัดอันดับ) แล้วหาผลรวมของแต่ละกลุ่ม เรียกว่า R_i โดยมี $H_0 : M_1 = M_2 = \dots = M_k = M$, $H_a : M_i$ ไม่เท่ากันทั้งหมด ถ้า H_0 เป็นจริง จะได้ R_i ไม่ต่างกันมาก แต่ถ้า H_0 เป็นเท็จ ค่า R_i จะต่างกันมาก นำค่า R_i ไปคำนวณด้วยสถิติทดสอบ H ดังนี้

$$H = [12\sum R_i^2/n_i]/[N(N+1) - 3(N+1)] \sim \chi^2_{(k-1)}$$

ตัวอย่างที่ 4 การศึกษาความหนาแน่นของแมลงชนิดหนึ่ง เปรียบเทียบระหว่างป่า 3 ประเภท คือ ป่าที่มีต้นไม้เล็กๆ ลำต้นอ่อน, ป่าที่มีพุ่มไม้ หรือหญ้าไม้เตี้ยๆ และป่าไม้ยืนต้น โดยนับจำนวนแมลง/ m^3

$$H_0 : M_1 = M_2 = M_3, H_a : \text{ความหนาแน่นไม่เท่ากันทั้งหมด}$$

ป่า (1) :	14	12.1	9.6	8.2	$n_1 = 4$
rank :	(12)	(11)	(10)	(8)	$R_1 = 41$
ป่า (2) :	8.4	5.1	7.3	6.6	$n_2 = 4$
rank :	(9)	(2)	(7)	(5)	$R_2 = 23$
ป่า (3) :	6.9	5.3	5.8	4.1	$n_3 = 4$
rank :	(6)	(3)	(4)	(1)	$R_3 = 14$

$$N = 4 + 4 + 4 = 12, \sum R_i^2/n_i = (41^2 + 23^2 + 14^2)/4 = 601.5$$

$$H = [12(601.5)]/[12(13)] - 3(13) = 7.269^*, \chi^2_{2, .05} = 5.991$$

ปฏิเสธ H_0 , $.01 < p\text{-value} < .05$

12.5 การทดสอบที่ตั้งของประชากร (กรณี k ตัวอย่างที่สัมพันธ์กันหรือจับกลุ่มกัน)

ใช้ Friedman Test โดยมี $H_0 : M_1 = M_2 = \dots = M_k = M$, $H_a : M_i$ ไม่เท่ากันทั้งหมด แต่ตัวอย่าง k กลุ่ม มีความสัมพันธ์กัน คือ มาจากบล็อกเดียวกัน (ใช้แผนงานทดลอง แบบ RCB) จึงต้องจัดอันดับวิธีการภายในแต่ละบล็อก ซึ่งจะมีอันดับ 1, 2, ..., k (เท่ากับจำนวนวิธีการ) ต้องจัดจนครบ b บล็อก แล้วหาผลรวมอันดับของแต่ละวิธีการ คือ $R_i, i = 1, 2, \dots, k$ แล้วนำ R_i ไปหาค่าสถิติ S ของ Friedman ดังนี้

$$(1) S = 12 \sum_{i=1}^k [R_i \cdot b(k+1)/2]^2 / bk(k+1) \sim \chi^2_{(k-1)}$$

หรือ

$$(2) S = 12 \sum_{i=1}^k R_i^2 / bk(k+1) - 3b(k+1) \sim \chi^2_{(k-1)}$$

ตัวอย่างที่ 5 เปรียบเทียบน้ำหนักที่เพิ่มขึ้นของหมูที่กินอาหาร 4 สูตร เพื่อทดสอบประสิทธิภาพของ อาหาร 4 สูตร ซึ่งมี $H_0 : M_1 = M_2 = M_3 = M_4$ และ $H_a : M_i$ ไม่เท่ากันทั้งหมด

Block	อาหาร (วิธีการ)			
	1	2	3	4
1	1.5 (2)	2.7 (4)	2.1 (3)	1.3 (1)
2	1.4 (2)	2.9 (4)	2.2 (3)	1.0 (1)
3	1.4 (2)	2.1 (3)	2.4 (4)	1.1 (1)
4	1.2 (1)	3.0 (4)	2.0 (3)	1.3 (2)
5	1.4 (1)	3.3 (4)	2.5 (3)	1.5 (2)

R_i 8 19 16 7

$k = 4, b = 5, \sum R_i^2 = 730, b(k+1)/2 = 5(5)/2 = 12.5$

สูตรที่ (1)

$$S = 12[(8-12.5)^2 + (19-12.5)^2 + (16-12.5)^2 + (7-12.5)^2]/5(4)(5)$$

$$= 12(105)/5(4)(5) = 12.6^{**}, \chi^2_{3, .005} = 12.8, \chi^2_{3, .01} = 11.3$$

สูตรที่ (2)

$$S = 12(730)/(5)(4)(5) - 3(5)(5)$$

$$= 87.60 - 75 = 12.6^{**}$$

ปฏิเสธ H_0 ด้วย $.005 < p\text{-value} < .01$ สรุปว่าอาหาร 4 สูตร ให้น้ำหนักเพิ่มขึ้น ไม่เท่ากัน

ทั้งหมด

12.6 วิธีทดสอบการสุ่ม (Test for randomness)

ถ้าต้องการทดสอบว่าการแจกแจงของข้อมูลหรือเหตุการณ์ ในขอบเขตหรือเวลาที่ระบุไว้เป็นแบบเชิงสุ่ม นั่นคือ การทดสอบว่าข้อมูลมาจากการที่มีการแจกแจงแบบปัวซอง จะใช้ χ^2 -goodness of fit test ในหัวข้อ 11.1 โดยมี H_0 : ข้อมูลเป็นแบบสุ่ม หรือมีการแจกแจงแบบปัวซอง

สำหรับการทดสอบว่าอนุกรมของข้อมูลชุดหนึ่งเป็นแบบสุ่มหรือไม่ จะมีวิธีการดังนี้

12.6.1 Run Test for Randomness จะมีสมมติฐาน

H_0 : อนุกรมของข้อมูลเป็นแบบเชิงสุ่ม, H_a : อนุกรมไม่เป็นแบบเชิงสุ่ม

ข้อมูลที่เกิดขึ้นในอนุกรม จะต้องมี 2 สัญลักษณ์ ตัวสถิติที่ใช้คือ จำนวน run โดย 1 run คืออนุกรมของสัญลักษณ์ที่เหมือนกัน แล้วเปรียบเทียบกับค่าวิกฤต ของ run ถ้าไม่มีตารางเฉพาะ ต้องแปลงเป็นค่า Z โดยหา μ_r และ σ_r^2 จะได้ $Z = (r - \mu_r)/\sigma_r$, $\mu_r = \{2n_1n_2/(n_1+n_2)\} + 1$,

$$\sigma_r^2 = \frac{2n_1n_2(2n_1n_2 - n_1 \cdot n_2)}{(n_1 + n_2)^2(n_1 + n_2 + 1)}$$

n_1, n_2 คือจำนวนสัญลักษณ์ 2 ชนิด

12.6.2 Runs Above and Below Median ใช้สำหรับอนุกรมที่มีเพียงสัญลักษณ์เดียว จึงต้องหาค่ามัธยฐาน แล้วเปลี่ยนข้อมูลเดิมเป็น a และ b, a = above median, b = below median นับจำนวน run = r หา $E(r) = n/2 + 1$ และ $\sigma^2(r) = (16n - 29)/90$

ตัวอย่างที่ 6 ตำรวจรั้งนกกระจอก ในพื้นที่ 1 ตารางกิโลเมตร จาก 40 ท้องที่ เพื่อศึกษาว่ามีการแจกแจงแบบเชิงสุ่ม

H_0 : นกกระจอกทำรังในท้องที่ต่างๆ แบบเชิงสุ่ม

H_a : นกกระจอกทำรังในท้องที่ต่างๆ ไม่เป็นแบบเชิงสุ่ม

x_i (จำนวนรัง/กม.2) :	0	1	2	3	4	5
f_i (จำนวนห้องที่) :	9	22	6	2	1	0
				⏟		
				3		
$P(X_i)$: .332871	.366158	.201387	.073842	.020307	.005435
$F_i = nP(X_i)$: 13.315	14.646	8.055	2.954	.812	.217
				⏟		
				3.983		

$$n = \sum f_i = 40, \hat{\mu} = \bar{X} = \sum f_i X_i / n = 44/40 = 1.1$$

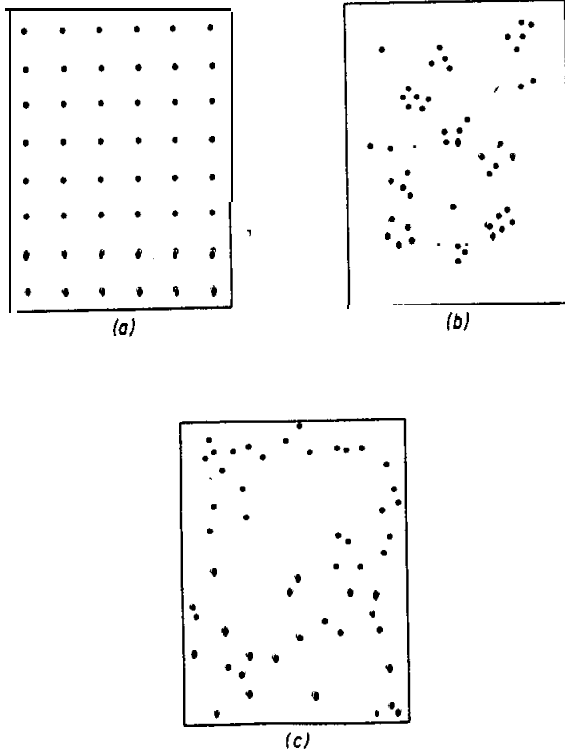
$$P(x) = e^{-\mu} \mu^x / x!, x = 0, 1, 2, \dots, \mu = 1.1$$

$$\chi^2 = \sum (f_i - F_i)^2 / F_i = 1.398 + 3.693 + .524 + .243 = 5.858$$

$$= k - 1 \cdot 1 = 2, \chi^2_{2,.05} = 5.99, \text{ ยังปฏิเสธ } H_0 \text{ ไม่ได้}$$

.05 < p-value < .10 นั่นคือ นกกระจอกทำรังแบบสุ่ม

ข้อสังเกต คุณสมบัติของการแจกแจงแบบปัวซองคือ $\sigma^2 = \mu$ ดังนั้น ถ้าข้อมูลเป็นแบบสุ่ม จะมี $\sigma^2 = \mu$ แต่ถ้าข้อมูลไม่เป็นแบบสุ่ม เช่นเป็นแบบ Uniform จะมี $\sigma^2 < \mu$ หรือ จับกันเป็นกลุ่มย่อยๆ เฉพาะที่ จะมี $\sigma^2 > \mu$



รูปที่ 11.1 แสดงการแจกแจงแบบ 2 มิติ ของ (a) การแจกแจงแบบยูนิฟอร์ม ซึ่งมี $\sigma^2 < \mu$ (b) ข้อมูลจับกลุ่มเป็นกลุ่มย่อยๆ หลายกลุ่ม ซึ่งมี $\sigma^2 > \mu$ และ (c) ข้อมูลแบบสุ่ม (ปัวซอง) ซึ่งมี $\sigma^2 = \mu$

ตัวอย่างที่ 7 สังเกตต้นไม้ตามแนวทางหลวงว่าเป็น specie A หรือ B ระหว่าง 2 จังหวัด บันทึกได้ดังนี้ (22 ต้น)

A A B B A A B B B B A A A B B B B A A B B B

H_0 : อนุกรมเป็นแบบสุ่ม, H_a : อนุกรมไม่เป็นแบบสุ่ม

$$r = 8, n_1 = 9, n_2 = 13, n = 22$$

$$\mu_r = \{2n_1n_2/(n_1+n_2+1)\} + 1 = \{2(9)(13)/(9+13+1)\} + 1 = 11.17$$

$$\sigma_r^2 = [2n_1n_2(2n_1n_2-n_1-n_2)]/[(n_1+n_2)^2(n_1+n_2-1)]$$

$$= \{2(9)(13)[2(9)(13)-22]\}/[22^2(21)] = 4.88, \sigma_r = 2.21$$

$$Z = (r - \mu_r)/\sigma_r = (8-11.7)/2.21 = -1.674, Z_{.025} = 1.96$$

ยังปฏิเสธ H_0 ไม่ได้ จึงสรุปว่า การปรากฏของต้นไม้ 2 specie นั้น เป็นแบบเชิงสุ่ม

ตัวอย่างที่ 8 ให้ technician 3 คน หาค่าวิเคราะห์ฟอสฟอรัสจากฟางข้าว คนละ 5 ตัวอย่าง ได้ค่าวิเคราะห์ของคนที่ 1, 2, 3 ตามลำดับ (คนละ 5 จำนวน) ดังนี้

X_i : 34 36 34 35 34 37 36 35 37 37 34 37 35 37 36

b - b b b a - b a a ba ba -

⁹⁴
วิธีทำ

ควรใช้ **run above and below median** โดยขั้นแรกหาค่ามัธยฐาน = 36 นำค่าวิเคราะห์เทียบกับ 36 ถ้า $X_i > 36 = a$, ถ้า $X_i < 36 = b$, ถ้า $X_i = 36$ จะไม่มีสัญลักษณ์ ให้ตัดทิ้งไป

$$n_a = 5, n_b = 7, n = 12, r = 8, E(r) = n/2 + 1 = 12/2 + 1 = 7$$

$$\sigma^2(r) = n(n-2)/4(n-1) = 12(10)/4(11) = 2.72, \sigma_r = 1.65$$

$$Z = (r - \mu_r)/\sigma_r = (8-7)/1.65 = .61 \text{ ยังไม่มีนัยสำคัญ}$$

จึงสรุปว่า อนุกรมเป็นแบบเชิงสุ่ม

ตัวอย่างที่ 9 ใช้ **run up and down** จากตัวอย่างที่ 8 ให้เปลี่ยนเป็นเครื่องหมาย +, - โดยเปรียบเทียบ $(x_{i+1} - x_i)$ ถ้าผลต่าง > 0 เป็น +, ถ้า < 0 เป็น - ถ้า $= 0$ ให้ตัดทิ้งไป

34 36 34 35 34 37 36 35 37 37 34 37 35 37 36

+ - + - + - -+ 0- + - + -

$$r = 12, n = 14, E(r) = (2n-1)/3 = \{2(14)-1\}/3 = 9$$

$$V(r) = (16n-29)/90 = 16(14)/90 = 2.167, \sigma(r) = \sqrt{2.167} = 1.471$$

$$Z = (12-9)/1.471 = 2.039, Z_{.025} = 1.96$$

จึงปฏิเสธ H_0 และสรุปว่าอนุกรมไม่เป็นแบบสุ่ม

แบบฝึกหัดที่ 12

1. ให้ทดสอบว่ามัธยฐานของเวลาที่แพทย์ให้คำปรึกษาคนไข้ = 22 นาที/คน จากการสุ่มคนไข้มา 20 คน มีระยะเวลาเป็นนาที ที่แพทย์ตรวจและให้คำปรึกษา ดังนี้
21.6, 23.5, 23.4, 24.9, 18.7, 13.4, 26.8, 9.4, 15.6, 18.1,
20.4, 24.8, 16.8, 20.1, 19.1, 16.4, 19.3, 21.9, 16.2, 18.9
จงใช้ sign test เปรียบเทียบกับ signed rank test
2. ลักษณะดินที่ดีควรมีค่ามัธยฐานของ spores ของ indigenous mycorrhizal fungi จำนวน 9 หน่วยต่อดิน 1 กรัม ถ้าสุ่มตัวอย่างดิน ซึ่งบริเวณพื้นผิวหน้าถูกทำลายมา 20 ตัวอย่าง ได้ค่า spore/กรัม ดังนี้
.01, .12, .28, .54, 2.7, .02, .15, .30, .92, 2.7, .06, .16, .32, 1.52, 8.24, .08, .24, .48, 1.64, 9.3
จงใช้ sign test ทดสอบว่าเป็นดินที่สมบูรณ์หรือไม่
3. ให้ทดสอบว่า การออกกำลังกายโดยสม่ำเสมอจะช่วยเพิ่มระดับ oxygen uptake สำหรับคนไข้โรคหัวใจ coronary ข้อมูลที่ได้คือ ระดับ oxygen uptake เป็น ml/kg (นาที) ของคนไข้โรคหัวใจ 10 คน ก่อนการฝึกกายบำบัด และ 6 เดือนหลังฝึกกายบำบัด (ซึ่งจักรยาน 3 ครั้ง/สัปดาห์)

คนไข้	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ก่อน (X)	46.98	23.98	48.25	41.24	42.90	42.45	23.00	30.89	33.80	47.41
หลัง (Y)	40.96	26.21	57.25	38.83	52.17	54.02	24.58	51.51	31.62	54.83

จงใช้ sign test และ signed rank test

4. ให้ทดสอบว่าอาหารที่วางบริโภคในคาบเวลาต่างๆ มีปริมาณไม่เท่ากัน ข้อมูลคือ น้ำหนักของอาหาร (เป็นกิโลกรัม) ที่วางโต๊ะเต็มทีบริโภคต่อวัน

ก.พ. : 4.7 4.9 5.0 4.8 4.7
 พ.ค. : 4.6 4.4 4.3 4.4 4.1 4.2
 ส.ค. : 4.8 4.7 4.6 4.4 4.7 4.8
 พ.ย. : 4.9 5.2 5.4 5.1 5.6

5. ให้ทดสอบว่า อาหาร 3 ชนิด ทำให้นกมีน้ำหนักเพิ่มขึ้นแตกต่างกัน หรือไม่ โดยทดลองกับ ลูกนก 7 ครอบๆ ละ 3 ตัว ข้อมูลคือน้ำหนักเป็นกรัม

		ครอบ (block)						
อาหาร		1	2	3	4	5	6	7
1	:	54.3	54.2	55.8	51.6	53.8	55.2	56.6
2	:	55.1	54.6	54.9	53.4	53.6	54.1	57.1
3	:	59.7	58.5	61.2	58.3	59.7	69.2	61.8

6. โยนเมล็ดขนุน 600 เมล็ดแบบสุ่มในพื้นที่ 500 ตารางวา อยากทราบว่า จะคาดหมาย จำนวนแปลง ขนาด 1 ตารางวา จำนวนเท่าใดที่มีลักษณะต่อไปนี้
- (6.1) ไม่มีเมล็ดขนุนเลย (6.2) มี 1 เมล็ด/แปลง
 (6.3) มี 4 เมล็ดขึ้นไป/แปลง (6.4) ไม่เกิน 2 เมล็ด/แปลง
7. ข้อมูลคือจำนวนปลาชนิดหนึ่งที่ถูกฆ่า (เป็น ก.ก.) จากแม่น้ำแห่งหนึ่ง ในเวลา 16 ปี ให้ทดสอบว่า
- (7.1) อนุกรมเป็นแบบสุ่มหรือมีแนวโน้มเพิ่มสูงขึ้น และ
 (7.2) อนุกรมเป็นแบบเชิงสุ่มโดยรอบค่ามัธยฐาน
- ปี : 1 2 3 4 5 6 7 8
 ก.ก. : 147.4 159.8 155.2 161.3 173.2 191.5 198.2 166.0
 ปี : 9 10 11 12 13 14 15 16
 ก.ก. : 177.7 184.9 177.6 162.8 177.9 189.6 206.9 221.5

เฉลยแบบฝึกหัดที่ 12

1. $H_0 : M = 22$, $H_a : M \neq 22$, วิธี sign test : $d_i = X_i - 22$ จะได้ $n_+ = 5$, $n_- = 15$

เปิดตารางทวินาม $n = 10$, $p = .50$, $P(X \leq 5) = .0207 = p\text{-value} < .05$ จึงปฏิเสธ H_0 และสรุปว่ามัธยฐานของเวลาที่ใช้รักษาคคนไข้ น้อยกว่า 22 นาที/คน

วิธี signed rank test : $W_+ = 38.5$, $W_- = 171.5$ เปิดตาราง $n = 20$

$\alpha = .025$ จึงปฏิเสธ H_0 เมื่อ $W \leq 52$ แต่ $W_+ = 38.5 < 52$ จึงปฏิเสธ H_0 ได้เช่นเดียวกัน

2. $H_0 : M = 9$, $H_a : M < 9$, $d_i = x_i - 9$ จะได้ $n_- = 19$, $n_+ = 1$

จากตารางทวินาม ที่ $n = 20$, $p = .50$, $P(X < 1) \cong 0 = p\text{-value}$ ซึ่งเป็นค่าเล็กมาก จะปฏิเสธ H_0 ด้วยความมั่นใจ 99.99% ว่าพื้นที่นั้นมีผิวหน้าดินที่ไม่สมบูรณ์

3. $H_0 : M_x = M_y$, $H_a : M_x < M_y$, $d_i = (x - y)$ ได้ $n_+ = 7$, $n_- = 3$

จากตารางทวินาม $n = 10$, $p = .5$, $P(X < 3) = .1719 = p\text{-value} > .05$ จึงยังไม่ปฏิเสธ H_0 ดังนั้นด้วยวิธี sign test ยังสรุปไม่ได้ว่าการออกกำลังกายช่วยเพิ่ม oxygen intake, $W_+ = 44$, $W_- = 11$, ค่าตาราง ที่ $n = 10$, $\alpha = .05$ ได้เขตวิกฤตคือ $W \leq 11$ และ $W_- = 11$ อยู่ในเขตวิกฤต จึงปฏิเสธ H_0 และสรุปได้ว่าการออกกำลังกายช่วยเพิ่ม oxygen intake

4. $H_0 : M_1 = M_2 = M_3 = M_4 = M$, $H_a : M_i$ ไม่เท่ากันทั้งหมด; $i = 1, 2, 3, 4$

$N = 22$, $R_1 = 69.5$, $R_2 = 23.5$, $R_3 = 61.5$, $R_4 = 98.5$, $H = 17.06 \sim \chi^2(3)$, $p\text{-value} < .005$

สรุปว่า กวางบริโภคอาหารในปริมาณที่แตกต่างกันตามระยะเวลา

5. $H_0 : M_1 = M_2 = M_3 = M$, $H_a : M_i$ ไม่เท่ากันทั้งหมด; $i = 1, 2, 3$

$k = 3$, $b = 7$, $R_1 = 10$, $R_2 = 11$, $R_3 = 21$, $S = 10.57 \sim \chi^2(2)$

$\chi^2_{.005,2} = 10.6$, $p\text{-value} \cong .01$ จึงปฏิเสธ H_0 และสรุปว่าอาหาร 3 ชนิดมีผลต่อการเพิ่มน้ำหนักของนก แตกต่างกัน

6. ถ้าการโยนเมล์คขนุนเป็นแบบสุ่ม จะมีการแจกแจงแบบปัวซอง ด้วย $\mu = 600/500 = 1.2$ เมล์คต่อพื้นที่ 1 ตารางวา เปิดตารางปัวซองที่ $\mu = 1.2$ จะได้

(6.1) $P(X = 0) = .30119$, จำนวนแปลง $500(.30119) \cong 150$ แปลง

(6.2) $P(X = 1) = .36143$ จำนวนแปลง $500(.36143) \cong 181$ แปลง

(6.3) $P(X \geq 4) = .03376$, จำนวนแปลง $500(.03376) \cong 17$ แปลง

(6.4) $P(X \leq 2) = .87949$, จำนวนแปลง $500(.87949) \cong 440$ แปลง

7. H_0 : อนุกรมเป็นแบบสุ่ม, H_a : อนุกรมมีแนวโน้มเพิ่มสูงขึ้น ใช้ run up and down โดยเปรียบเทียบกับปีถัดไป ถ้าเพิ่มขึ้นเป็น + ถ้าลดลงเป็น - จาก $n = 16$ จะได้ $n_+ = 11$, $n_- = 4$, $r = 7$,

$E(r) = (2n-1)/3 = 10.33$, $V(r) = (16n-29)/90 = 2.52$, $\sigma(r) = 1.587$, $Z = (7-10.33)/1.587 = -2.1^*$,

p-value = .0179 จึงปฏิเสธ H_0 และสรุปว่าจำนวนปลาถูกฆ่าเพิ่มสูงขึ้น

H_0 : อนุกรมเป็นแบบสุ่ม โดยรอบมัธยฐาน, H_a : อนุกรมไม่เป็นแบบสุ่ม

ต้องการค่ามัธยฐาน คือค่า X ที่เรียงลำดับแล้ว ตัวที่ $8.5 = (x_8 + x_9)/2 = (173.2 + 177.6)/2 = 175.4$

นำข้อมูลเดิมเทียบกับ 175.4 ถ้าน้อยกว่าเป็น -, ถ้ามากกว่าเป็น + จะได้ 6 run ($r = 6$), $n = 16$,

$E(r) = n/2 + 1 = 9$, $V(r) = n(n-2)/4(n-1) = 3.73$, $\sigma(r) = 1.932$, $Z = (6-9)/1.932 = -1.55$,

p-value .0606 > .05 จึงยังไม่ปฏิเสธ สรุปว่าอนุกรมเป็นแบบสุ่มโดยรอบค่ามัธยฐาน

บรรณานุกรม

1. Cochran, W.G. and Cox, G.M. **Experimental Designs**, 2nd ed. 1957, Wiley, N.Y. U.S.A.
2. Johannes Ipsen and Polly Feigl. **Introduction to Biostatistics**, 2nd ed. 1973, Toppan Printing Co. Ltd., Singapore.
3. Jarrold H. Zar. **Biostatistical Analysis**, 1st ed. 1974, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N.J., U.S.A.
4. J.S. Milton and J.O. Tsokos. **Statistical Methods in the Biological and Health Sciences**, 1st printing 1983, Mc-GrawHill International Book Company, Tokyo, Japan.
5. Robert R. Sokal and F. James Rohlf. **Introduction to Biostatistics**, 2nd ed. 1973, Toppan Printing Co., Singapore.

ตารางสถิติ

CUMULATIVE DISTRIBUTION: STANDARD NORMAL

$$F_z(z) = P[Z \leq z]$$

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
-3.4	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0002
-3.3	0.0005	0.0005	0.0005	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0003
-3.2	0.0007	0.0007	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006	0.0005	0.0005	0.0005
-3.1	0.0010	0.0009	0.0009	0.0009	0.0008	0.0008	0.0008	0.0008	0.0007	0.0007
-3.0	0.0013	0.0013	0.0013	0.0012	0.0012	0.0011	0.0011	0.0011	0.0010	0.0010
-2.9	0.0019	0.0018	0.0017	0.0017	0.0016	0.0016	0.0015	0.0015	0.0014	0.0014
-2.8	0.0026	0.0025	0.0024	0.0023	0.0023	0.0022	0.0021	0.0021	0.0020	0.0019
-2.7	0.0035	0.0034	0.0033	0.0032	0.0031	0.0030	0.0029	0.0028	0.0027	0.0026
-2.6	0.0047	0.0045	0.0044	0.0043	0.0041	0.0040	0.0039	0.0038	0.0037	0.0036
-2.5	0.0062	0.0060	0.0059	0.0057	0.0055	0.0054	0.0052	0.0051	0.0049	0.0048
-2.4	0.0082	0.0080	0.0078	0.0075	0.0073	0.0071	0.0069	0.0068	0.0066	0.0064
-2.3	0.0107	0.0104	0.0102	0.0099	0.0096	0.0094	0.0091	0.0089	0.0087	0.0084
-2.2	0.0139	0.0136	0.0132	0.0129	0.0125	0.0122	0.0119	0.0116	0.0113	0.0110
-2.1	0.0179	0.0174	0.0170	0.0166	0.0162	0.0158	0.0154	0.0150	0.0146	0.0143
-2.0	0.0228	0.0222	0.0217	0.0212	0.0207	0.0202	0.0197	0.0192	0.0188	0.0183
-1.9	0.0287	0.0281	0.0274	0.0268	0.0262	0.0256	0.0250	0.0244	0.0239	0.0233
-1.8	0.0359	0.0352	0.0344	0.0336	0.0329	0.0322	0.0314	0.0307	0.0301	0.0294
-1.7	0.0446	0.0436	0.0427	0.0418	0.0409	0.0401	0.0392	0.0384	0.0375	0.0367
-1.6	0.0548	0.0537	0.0526	0.0516	0.0505	0.0495	0.0485	0.0475	0.0465	0.0455
-1.5	0.0668	0.0655	0.0643	0.0630	0.0618	0.0606	0.0594	0.0582	0.0571	0.0559
-1.4	0.0808	0.0793	0.0778	0.0764	0.0749	0.0735	0.0722	0.0708	0.0694	0.0681
-1.3	0.0968	0.0951	0.0934	0.0918	0.0901	0.0885	0.0869	0.0853	0.0838	0.0823
-1.2	0.1151	0.1131	0.1112	0.1093	0.1075	0.1056	0.1038	0.1020	0.1003	0.0985
-1.1	0.1357	0.1335	0.1314	0.1292	0.1271	0.1251	0.1230	0.1210	0.1190	0.1170
-1.0	0.1587	0.1562	0.1539	0.1515	0.1492	0.1469	0.1446	0.1423	0.1401	0.1379
-0.9	0.1841	0.1814	0.1788	0.1762	0.1736	0.1711	0.1685	0.1660	0.1635	0.1611
-0.8	0.2119	0.2090	0.2061	0.2033	0.2005	0.1977	0.1949	0.1922	0.1894	0.1867
-0.7	0.2420	0.2389	0.2358	0.2327	0.2296	0.2266	0.2236	0.2206	0.2177	0.2148
-0.6	0.2743	0.2709	0.2676	0.2643	0.2611	0.2578	0.2546	0.2514	0.2483	0.2451
-0.5	0.3085	0.3050	0.3015	0.2981	0.2946	0.2912	0.2877	0.2843	0.2810	0.2776
-0.4	0.3446	0.3409	0.3372	0.3336	0.3300	0.3264	0.3228	0.3192	0.3156	0.3121
-0.3	0.3821	0.3783	0.3745	0.3707	0.3669	0.3632	0.3594	0.3557	0.3520	0.3483
-0.2	0.4207	0.4168	0.4129	0.4090	0.4052	0.4013	0.3974	0.3936	0.3897	0.3859
-0.1	0.4602	0.4562	0.4522	0.4483	0.4443	0.4404	0.4364	0.4325	0.4286	0.4247
-0.0	0.5000	0.4960	0.4920	0.4880	0.4840	0.4801	0.4761	0.4721	0.4681	0.4641
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9278	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998

CUMULATIVE BINOMIAL DISTRIBUTION

$$F_x(t) = P[X \leq t] = \sum_{x \leq t} \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$$

n	r	p									
		0.10	0.20	0.25	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.80	0.90
5	0	0.5905	0.3277	0.2373	0.1681	0.0778	0.0312	0.0102	0.0024	0.0003	0.0000
5	1	0.9185	0.7373	0.6328	0.5282	0.3370	0.1875	0.0870	0.0308	0.0067	0.0005
5	2	0.9914	0.9421	0.8965	0.8369	0.6826	0.5000	0.3174	0.1631	0.0579	0.0086
5	3	0.9995	0.9933	0.9844	0.9692	0.9130	0.8125	0.6630	0.4718	0.2627	0.0815
5	4	1.0000	0.9997	0.9990	0.9976	0.9898	0.9688	0.9222	0.8319	0.6723	0.4095
5	5	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
10	0	0.3487	0.1074	0.0563	0.0282	0.0060	0.0010	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000
10	1	0.7361	0.3758	0.2440	0.1493	0.0464	0.0107	0.0017	0.0001	0.0000	0.0000
10	2	0.9298	0.6778	0.5256	0.3828	0.1673	0.0547	0.0123	0.0016	0.0001	0.0000
10	3	0.9872	0.8791	0.7759	0.6496	0.3823	0.1719	0.0548	0.0106	0.0009	0.0000
10	4	0.9984	0.9672	0.9219	0.8497	0.6331	0.3770	0.1662	0.0474	0.0064	0.0002
10	5	0.9999	0.9936	0.9803	0.9527	0.8338	0.6230	0.3669	0.1503	0.0328	0.0016
10	6	1.0000	0.9991	0.9965	0.9894	0.9452	0.8281	0.6177	0.3504	0.1209	0.0128
10	7	1.0000	0.9999	0.9996	0.9984	0.9877	0.9453	0.8327	0.6172	0.3222	0.0702
10	8	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9983	0.9893	0.9536	0.8507	0.6242	0.2639
10	9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9990	0.9940	0.9718	0.8926	0.6513
10	10	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
15	0	0.2059	0.0352	0.0134	0.0047	0.0005	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
15	1	0.5490	0.1671	0.0802	0.0353	0.0052	0.0005	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
15	2	0.8159	0.3980	0.2361	0.1268	0.0271	0.0037	0.0003	0.0000	0.0000	0.0000
15	3	0.9444	0.6482	0.4613	0.2969	0.0905	0.0176	0.0019	0.0001	0.0000	0.0000
15	4	0.9873	0.8358	0.6865	0.5155	0.2173	0.0592	0.0094	0.0007	0.0000	0.0000
15	5	0.9978	0.9389	0.8516	0.7216	0.4032	0.1509	0.0338	0.0037	0.0001	0.0000
15	6	0.9997	0.9819	0.9434	0.8689	0.6098	0.3036	0.0951	0.0152	0.0008	0.0000
15	7	1.0000	0.9958	0.9827	0.9500	0.7869	0.5000	0.2131	0.0500	0.0042	0.0000
15	8	1.0000	0.9992	0.9958	0.9848	0.9050	0.6964	0.3902	0.1311	0.0181	0.0003
15	9	1.0000	0.9999	0.9992	0.9963	0.9662	0.8491	0.5968	0.2784	0.0611	0.0023
15	10	1.0000	1.0000	0.9999	0.9993	0.9907	0.9408	0.7827	0.4845	0.1642	0.0127
15	11	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9981	0.9824	0.9095	0.7031	0.3518	0.0556
15	12	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9997	0.9963	0.9729	0.8732	0.6020	0.1841
15	13	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9995	0.9948	0.9647	0.8329	0.4510
15	14	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9995	0.9953	0.9648	0.7941
15	15	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
20	0	0.1216	0.0115	0.0032	0.0008	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
20	1	0.3917	0.0692	0.0243	0.0076	0.0005	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
20	2	0.6769	0.2061	0.0913	0.0355	0.0036	0.0002	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
20	3	0.8670	0.4114	0.2252	0.1071	0.0160	0.0013	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000
20	4	0.9568	0.6296	0.4148	0.2375	0.0510	0.0059	0.0003	0.0000	0.0000	0.0000
20	5	0.9887	0.8042	0.6172	0.4164	0.1256	0.0207	0.0016	0.0000	0.0000	0.0000
20	6	0.9976	0.9133	0.7858	0.6080	0.2500	0.0577	0.0065	0.0003	0.0000	0.0000
20	7	0.9996	0.9679	0.8982	0.7723	0.4159	0.1316	0.0210	0.0013	0.0000	0.0000
20	8	0.9999	0.9900	0.9591	0.8867	0.5956	0.2517	0.0565	0.0051	0.0001	0.0000
20	9	1.0000	0.9974	0.9861	0.9520	0.7553	0.4119	0.1275	0.0171	0.0006	0.0000
20	10	1.0000	0.9994	0.9961	0.9829	0.8725	0.5881	0.2447	0.0480	0.0026	0.0000
20	11	1.0000	0.9999	0.9991	0.9949	0.9435	0.7483	0.4044	0.1133	0.0100	0.0001
20	12	1.0000	1.0000	0.9998	0.9987	0.9790	0.8684	0.5841	0.2277	0.0321	0.0004
20	13	1.0000	1.0000	1.0000	0.9997	0.9935	0.9423	0.7500	0.3920	0.0867	0.0024
20	14	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9984	0.9793	0.8744	0.5836	0.1958	0.0113
20	15	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9997	0.9941	0.9490	0.7625	0.3704	0.0432
20	16	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9987	0.9840	0.8929	0.5886	0.1330
20	17	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998	0.9964	0.9645	0.7939	0.3231
20	18	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9995	0.9924	0.9308	0.6083
20	19	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9992	0.9885	0.8784
20	20	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

Reprinted with permission of Macmillan Publishing Company, Inc., from Ronald Walpole and Raymond Myers, *Probability and Statistics for Engineers and Scientists*, 2d ed., 1978, p. 509.

POISSON DISTRIBUTION FUNCTION

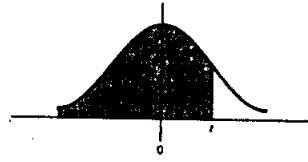
$$F_X(t) = P[X \leq t] = \sum_{x \leq t} e^{-\lambda} (\lambda)^x / x!$$

[t]	λs									
	.50	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0	6.0	7.0	8.0	9.0
0	.607	.368	.135	.050	.018	.007	.002	.001	.000	.000
1	.910	.736	.406	.199	.092	.040	.017	.007	.003	.001
2	.986	.920	.677	.423	.238	.125	.062	.030	.014	.006
3	.998	.981	.857	.647	.433	.265	.151	.082	.042	.021
4	1.000	.996	.947	.815	.629	.440	.285	.173	.100	.055
5	1.000	.999	.983	.961	.785	.616	.446	.301	.191	.116
6	1.000	1.000	.995	.966	.889	.762	.606	.450	.313	.207
7	1.000	1.000	.999	.988	.949	.867	.744	.599	.453	.324
8	1.000	1.000	1.000	.996	.979	.932	.847	.729	.593	.456
9	1.000	1.000	1.000	.999	.992	.968	.916	.830	.717	.587
10	1.000	1.000	1.000	1.000	.997	.986	.957	.901	.816	.706
11	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.995	.980	.947	.888	.803
12	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.998	.991	.973	.936	.876
13	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.996	.987	.966	.926
14	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.994	.983	.959
15	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.998	.992	.978
16	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.996	.989
17	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.998	.995
18	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.998
19	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999
20	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000

POISSON DISTRIBUTION FUNCTION (Continued)

[r]	10.0	11.0	12.0	λ_s	13.0	14.0	15.0
2	.003	.001	.001		.000	.000	.000
3	.010	.005	.002		.001	.000	.000
4	.029	.015	.008		.004	.002	.001
5	.067	.038	.020		.011	.006	.003
6	.130	.079	.046		.026	.014	.008
7	.220	.143	.090		.054	.032	.018
8	.333	.232	.155		.100	.062	.037
9	.458	.341	.242		.166	.109	.070
10	.583	.460	.347		.252	.176	.118
11	.697	.579	.462		.353	.260	.185
12	.792	.689	.576		.463	.358	.268
13	.864	.781	.682		.573	.464	.363
14	.917	.854	.772		.675	.570	.466
15	.951	.907	.844		.764	.669	.568
16	.973	.944	.899		.835	.756	.664
17	.986	.968	.937		.890	.827	.749
18	.993	.982	.963		.930	.883	.819
19	.997	.991	.979		.957	.923	.875
20	.998	.995	.988		.975	.952	.917
21	.999	.998	.994		.986	.971	.947
22	1.000	.999	.997		.992	.983	.967
23	1.000	1.000	.999		.996	.991	.981
24	1.000	1.000	.999		.998	.995	.989
25	1.000	1.000	1.000		.999	.997	.994
26	1.000	1.000	1.000		1.000	.999	.997
27	1.000	1.000	1.000		1.000	.999	.998
28	1.000	1.000	1.000		1.000	1.000	.999
29	1.000	1.000	1.000		1.000	1.000	1.000

CUMULATIVE T DISTRIBUTION



$$F(t) = P[T \leq t]$$

$\begin{matrix} F \\ Y \end{matrix}$.60	.75	.90	.95	.975	.99	.995	.9995
1	.325	1.000	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	636.619
2	.289	.816	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	31.598
3	.277	.765	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	12.924
4	.271	.741	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	8.610
5	.267	.727	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	6.869
6	.265	.718	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.959
7	.263	.711	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	5.408
8	.262	.706	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	5.041
9	.261	.703	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.781
10	.260	.700	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.587
11	.260	.697	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.437
12	.259	.695	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	4.318
13	.259	.694	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	4.221
14	.258	.692	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	4.140
15	.258	.691	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	4.073
16	.258	.690	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	4.015
17	.257	.689	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.965
18	.257	.688	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.922
19	.257	.688	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.883
20	.257	.687	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.850
21	.257	.686	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.819
22	.256	.686	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.792
23	.256	.685	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.767
24	.256	.685	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.745
25	.256	.684	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.725
26	.256	.684	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.707
27	.256	.684	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.690
28	.256	.683	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.674
29	.256	.683	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.659
30	.256	.683	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.646
40	.255	.681	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	3.551
60	.254	.679	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660	3.460
120	.254	.677	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617	3.373
∞	.253	.674	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.291

CUMULATIVE CHI-SQUARE DISTRIBUTION



$$F(x^2) = P[X^2 \leq x^2]$$

χ^2	.005	.010	.025	.050	.100	.250	.500	.750	.900	.950	.975	.990	.995
1	.000393	.00157	.00982	.00393	.0158	.102	.455	1.32	2.71	3.84	5.02	6.63	7.88
2	.0100	.0201	.0506	.103	.211	.575	1.39	2.77	4.61	5.99	7.38	9.21	10.6
3	.0717	.115	.216	.352	.584	1.21	2.37	4.11	6.25	7.81	9.35	11.3	12.8
4	.207	.297	.484	.711	1.06	1.92	3.36	5.39	7.78	9.49	11.1	13.3	14.9
5	.412	.564	.831	1.15	1.61	2.67	4.35	6.63	9.24	11.1	12.8	15.1	16.7
6	.676	.872	1.24	1.64	2.20	3.45	5.35	7.84	10.6	12.6	14.4	16.8	18.5
7	.989	1.24	1.69	2.17	2.83	4.25	6.35	9.04	12.0	14.1	16.0	18.5	20.3
8	1.34	1.65	2.18	2.73	3.49	5.07	7.34	10.2	13.4	15.5	17.5	20.1	22.0
9	1.73	2.09	2.70	3.33	4.17	5.90	8.34	11.4	14.7	16.9	19.0	21.7	23.6
10	2.16	2.56	3.25	3.94	4.87	6.74	9.34	12.5	16.0	18.3	20.5	23.2	25.2
11	2.60	3.05	3.82	4.57	5.58	7.58	10.3	13.7	17.3	19.7	21.9	24.7	26.8
12	3.07	3.57	4.40	5.23	6.30	8.44	11.3	14.8	18.5	21.0	23.3	26.2	28.3
13	3.57	4.11	5.01	5.89	7.04	9.30	12.3	16.0	19.8	22.4	24.7	27.7	29.8
14	4.07	4.66	5.63	6.57	7.79	10.2	13.3	17.1	21.1	23.7	26.1	29.1	31.3
15	4.60	5.23	6.26	7.26	8.55	11.0	14.3	18.2	22.3	25.0	27.5	30.6	32.8
16	5.14	5.81	6.91	7.96	9.31	11.9	15.3	19.4	23.5	26.3	28.8	32.0	34.3
17	5.70	6.41	7.56	8.67	10.1	12.8	16.3	20.5	24.8	27.6	30.2	33.4	35.7
18	6.26	7.01	8.23	9.39	10.9	13.7	17.3	21.6	26.0	28.9	31.5	34.8	37.2
19	6.84	7.63	8.91	10.1	11.7	14.6	18.3	22.7	27.2	30.1	32.9	36.2	38.6
20	7.43	8.26	9.59	10.9	12.4	15.5	19.3	23.8	28.4	31.4	34.2	37.6	40.0
21	8.03	8.90	10.3	11.6	13.2	16.3	20.3	24.9	29.6	32.7	35.5	38.9	41.4
22	8.64	9.54	11.0	12.3	14.0	17.2	21.3	26.0	30.8	33.9	36.8	40.3	42.8
23	9.26	10.2	11.7	13.1	14.8	18.1	22.3	27.1	32.0	35.2	38.1	41.6	44.2
24	9.89	10.9	12.4	13.8	15.7	19.0	23.3	28.2	33.2	36.4	39.4	43.0	45.6
25	10.5	11.5	13.1	14.6	16.5	19.9	24.3	29.3	34.4	37.7	40.6	44.3	46.9
26	11.2	12.2	13.8	15.4	17.3	20.8	25.3	30.4	35.6	38.9	41.9	45.6	48.3
27	11.8	12.9	14.6	16.2	18.1	21.7	26.3	31.5	36.7	40.1	43.2	47.0	49.6
28	12.5	13.6	15.3	16.9	18.9	22.7	27.3	32.6	37.9	41.3	44.5	48.3	51.0
29	13.1	14.3	16.0	17.7	19.8	23.6	28.3	33.7	39.1	42.6	45.7	49.6	52.3
30	13.8	15.0	16.8	18.5	20.6	24.5	29.3	34.8	40.3	43.8	47.0	50.9	53.7

CUMULATIVE F DISTRIBUTION

ST 304



$$P[F_{\gamma_1, \gamma_2} \leq f] = .90$$

$\gamma_1 \backslash \gamma_2$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
1	39.86	49.50	53.59	55.83	57.24	58.20	58.91	59.44	59.86	60.19	60.71	61.22	61.74	62.00	62.26	62.53	62.79	63.06	63.33
2	8.53	9.00	9.16	9.24	9.29	9.33	9.35	9.37	9.38	9.39	9.41	9.42	9.44	9.45	9.46	9.47	9.47	9.48	9.49
3	5.54	5.46	5.39	5.34	5.31	5.28	5.27	5.25	5.24	5.23	5.22	5.20	5.18	5.18	5.17	5.16	5.15	5.14	5.13
4	4.54	4.32	4.19	4.11	4.05	4.01	3.98	3.95	3.94	3.92	3.90	3.87	3.84	3.83	3.82	3.80	3.79	3.78	3.76
5	4.06	3.78	3.62	3.53	3.45	3.40	3.37	3.34	3.32	3.30	3.27	3.24	3.21	3.19	3.17	3.16	3.14	3.12	3.10
6	3.78	3.46	3.29	3.18	3.11	3.05	3.01	2.98	2.96	2.94	2.90	2.87	2.84	2.82	2.80	2.78	2.76	2.74	2.72
7	3.58	3.26	3.07	2.96	2.88	2.83	2.78	2.75	2.72	2.70	2.67	2.63	2.59	2.58	2.56	2.54	2.51	2.49	2.47
8	3.46	3.11	2.92	2.81	2.73	2.67	2.62	2.59	2.56	2.54	2.50	2.46	2.42	2.40	2.38	2.36	2.34	2.32	2.29
9	3.36	3.01	2.81	2.69	2.61	2.55	2.51	2.47	2.44	2.42	2.38	2.34	2.30	2.28	2.25	2.23	2.21	2.18	2.16
10	3.29	2.92	2.73	2.61	2.52	2.46	2.41	2.38	2.35	2.32	2.28	2.24	2.20	2.18	2.16	2.13	2.11	2.08	2.06
11	3.23	2.86	2.66	2.54	2.45	2.39	2.34	2.30	2.27	2.25	2.21	2.17	2.12	2.10	2.08	2.05	2.03	2.00	1.97
12	3.18	2.81	2.61	2.48	2.39	2.33	2.28	2.24	2.21	2.19	2.15	2.10	2.06	2.04	2.01	1.99	1.96	1.93	1.90
13	3.14	2.76	2.56	2.43	2.35	2.28	2.23	2.20	2.16	2.14	2.10	2.05	2.01	1.98	1.96	1.93	1.90	1.88	1.85
14	3.10	2.73	2.52	2.39	2.31	2.24	2.19	2.15	2.12	2.10	2.05	2.01	1.96	1.94	1.91	1.89	1.86	1.83	1.80
15	3.07	2.70	2.49	2.36	2.27	2.21	2.16	2.12	2.09	2.06	2.02	1.97	1.92	1.90	1.87	1.85	1.82	1.79	1.76
16	3.05	2.67	2.46	2.33	2.24	2.18	2.13	2.09	2.06	2.03	1.99	1.94	1.89	1.87	1.84	1.81	1.78	1.75	1.72
17	3.03	2.64	2.44	2.31	2.22	2.15	2.10	2.06	2.03	2.00	1.96	1.91	1.86	1.84	1.81	1.78	1.75	1.72	1.69
18	3.01	2.62	2.42	2.29	2.20	2.13	2.08	2.04	2.00	1.98	1.93	1.89	1.84	1.81	1.78	1.75	1.72	1.69	1.66
19	2.99	2.61	2.40	2.27	2.18	2.11	2.06	2.02	1.98	1.96	1.91	1.86	1.81	1.79	1.76	1.73	1.70	1.67	1.63
20	2.97	2.59	2.38	2.25	2.16	2.09	2.04	2.00	1.96	1.94	1.89	1.84	1.79	1.77	1.74	1.71	1.68	1.64	1.61
21	2.96	2.57	2.36	2.23	2.14	2.06	2.02	1.98	1.95	1.92	1.87	1.83	1.78	1.75	1.72	1.69	1.66	1.62	1.59
22	2.95	2.56	2.35	2.22	2.13	2.05	2.01	1.97	1.93	1.90	1.86	1.81	1.76	1.73	1.70	1.67	1.64	1.60	1.57
23	2.94	2.55	2.34	2.21	2.11	2.03	1.99	1.95	1.92	1.89	1.84	1.80	1.74	1.72	1.69	1.66	1.62	1.59	1.55
24	2.93	2.54	2.33	2.19	2.10	2.04	1.98	1.94	1.91	1.88	1.83	1.78	1.73	1.70	1.67	1.64	1.61	1.57	1.53
25	2.92	2.53	2.32	2.18	2.09	2.02	1.97	1.93	1.89	1.87	1.82	1.77	1.72	1.69	1.66	1.63	1.59	1.55	1.51
26	2.91	2.52	2.31	2.17	2.08	2.01	1.96	1.92	1.88	1.86	1.81	1.76	1.71	1.68	1.65	1.62	1.58	1.54	1.50
27	2.90	2.51	2.30	2.17	2.07	2.00	1.95	1.91	1.87	1.85	1.80	1.75	1.70	1.67	1.64	1.60	1.56	1.52	1.48
28	2.89	2.50	2.29	2.16	2.06	2.00	1.94	1.90	1.87	1.84	1.79	1.74	1.69	1.66	1.63	1.59	1.55	1.51	1.47
29	2.89	2.50	2.28	2.15	2.06	1.99	1.93	1.89	1.86	1.83	1.78	1.73	1.68	1.65	1.62	1.58	1.54	1.50	1.46
30	2.88	2.49	2.28	2.14	2.05	1.98	1.93	1.88	1.85	1.82	1.77	1.72	1.67	1.64	1.61	1.57	1.53	1.49	1.45
40	2.84	2.44	2.23	2.09	2.00	1.93	1.87	1.83	1.79	1.76	1.71	1.66	1.61	1.57	1.54	1.50	1.46	1.42	1.38
60	2.79	2.39	2.18	2.04	1.95	1.87	1.82	1.77	1.74	1.71	1.66	1.60	1.55	1.51	1.48	1.44	1.40	1.35	1.29
120	2.75	2.35	2.13	2.00	1.90	1.82	1.77	1.72	1.68	1.65	1.60	1.55	1.48	1.45	1.41	1.37	1.32	1.26	1.19
∞	2.71	2.30	2.08	1.94	1.85	1.77	1.72	1.67	1.63	1.60	1.55	1.49	1.42	1.38	1.34	1.30	1.24	1.17	1.00

CUMULATIVE F DISTRIBUTION (Continued)

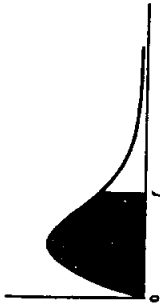


$$P[F_{\gamma_1, \gamma_2} \leq f] = .95$$

$\gamma_1 \backslash \gamma_2$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
1	161.4	199.5	215.7	224.6	230.2	234.0	236.8	238.9	240.5	241.9	243.9	245.9	248.0	249.1	250.1	251.1	252.2	253.2	254.2
2	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.35	19.37	19.38	19.40	19.41	19.43	19.45	19.45	19.46	19.47	19.48	19.49	19.50
3	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79	8.74	8.70	8.66	8.64	8.62	8.59	8.57	8.55	8.53
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.91	5.86	5.80	5.77	5.75	5.72	5.69	5.66	5.63
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74	4.68	4.62	4.56	4.53	4.50	4.46	4.43	4.40	4.36
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	4.00	3.94	3.87	3.84	3.81	3.77	3.74	3.70	3.67
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64	3.57	3.51	3.44	3.41	3.38	3.34	3.30	3.27	3.23
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35	3.28	3.22	3.15	3.12	3.08	3.04	3.01	2.97	2.93
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14	3.07	3.01	2.94	2.90	2.86	2.83	2.79	2.75	2.71
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98	2.91	2.85	2.77	2.74	2.70	2.66	2.62	2.58	2.54
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.85	2.79	2.72	2.65	2.61	2.57	2.53	2.49	2.45	2.40
12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.92	2.85	2.80	2.75	2.69	2.62	2.54	2.51	2.47	2.43	2.38	2.34	2.30
13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.67	2.60	2.53	2.46	2.42	2.38	2.34	2.29	2.25	2.21
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.60	2.53	2.46	2.39	2.35	2.31	2.27	2.22	2.18	2.13
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54	2.48	2.40	2.33	2.29	2.25	2.20	2.16	2.11	2.07
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49	2.42	2.35	2.28	2.24	2.19	2.15	2.11	2.06	2.01
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49	2.45	2.38	2.31	2.23	2.19	2.15	2.10	2.06	2.02	1.96
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41	2.34	2.27	2.19	2.15	2.11	2.06	2.02	1.97	1.92
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	2.38	2.31	2.23	2.16	2.11	2.07	2.03	1.98	1.93	1.88
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	2.35	2.28	2.20	2.12	2.08	2.04	1.99	1.95	1.90	1.84
21	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.42	2.37	2.32	2.25	2.18	2.10	2.05	2.01	1.96	1.92	1.87	1.81
22	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40	2.34	2.30	2.23	2.15	2.07	2.03	1.98	1.94	1.89	1.84	1.78
23	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.44	2.37	2.32	2.27	2.20	2.13	2.05	2.01	1.96	1.91	1.86	1.81	1.76
24	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30	2.25	2.18	2.11	2.03	1.98	1.94	1.89	1.84	1.79	1.73
25	4.24	3.39	2.99	2.76	2.60	2.49	2.40	2.34	2.28	2.24	2.16	2.09	2.01	1.96	1.92	1.87	1.82	1.77	1.71
26	4.23	3.37	2.98	2.74	2.59	2.47	2.39	2.32	2.27	2.22	2.15	2.07	1.99	1.95	1.90	1.85	1.80	1.75	1.69
27	4.21	3.35	2.96	2.73	2.57	2.46	2.37	2.31	2.25	2.20	2.13	2.06	1.97	1.93	1.88	1.84	1.79	1.73	1.67
28	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.45	2.36	2.29	2.24	2.19	2.12	2.04	1.96	1.91	1.87	1.82	1.77	1.71	1.65
29	4.18	3.33	2.93	2.70	2.55	2.43	2.35	2.28	2.22	2.18	2.10	2.03	1.94	1.90	1.85	1.81	1.75	1.70	1.64
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	2.16	2.09	2.01	1.93	1.89	1.84	1.79	1.74	1.68	1.62
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	2.08	2.00	1.92	1.84	1.80	1.74	1.69	1.64	1.58	1.51
60	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.26	2.17	2.10	2.04	1.99	1.92	1.84	1.75	1.71	1.65	1.59	1.53	1.47	1.39
120	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.17	2.09	2.02	1.96	1.91	1.83	1.75	1.66	1.61	1.55	1.50	1.43	1.36	1.25
∞	3.84	3.00	2.60	2.37	2.21	2.10	2.01	1.94	1.88	1.83	1.76	1.67	1.57	1.52	1.46	1.39	1.32	1.23	1.00

CUMULATIVE F DISTRIBUTION (Continued)

ST 304



$$P[F_{\gamma_1, \gamma_2} \leq f] = .975$$

$\gamma_1 \backslash \gamma_2$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
1	647.8	799.5	864.2	899.6	921.8	937.1	948.2	958.7	963.3	968.6	976.7	984.9	988.1	997.2	1001	1006	1010	1014	1018
2	38.51	39.00	39.17	39.25	39.30	39.33	39.36	39.37	39.39	39.40	39.41	39.43	39.45	39.46	39.46	39.47	39.48	39.49	39.50
3	17.44	16.04	15.44	15.10	14.88	14.73	14.62	14.54	14.47	14.42	14.34	14.25	14.17	14.12	14.08	14.04	13.99	13.95	13.90
4	12.22	10.65	9.98	9.60	9.36	9.20	9.07	8.98	8.90	8.84	8.75	8.66	8.58	8.51	8.46	8.41	8.36	8.31	8.26
5	10.01	8.43	7.76	7.39	7.15	6.98	6.85	6.76	6.68	6.62	6.52	6.43	6.33	6.28	6.23	6.18	6.12	6.07	6.02
6	8.81	7.26	6.60	6.23	5.99	5.82	5.70	5.60	5.52	5.46	5.37	5.27	5.17	5.12	5.07	5.01	4.96	4.90	4.85
7	8.07	6.54	5.89	5.52	5.29	5.12	4.99	4.90	4.82	4.76	4.67	4.57	4.47	4.42	4.36	4.31	4.25	4.20	4.14
8	7.57	6.06	5.42	5.05	4.82	4.65	4.53	4.43	4.36	4.30	4.20	4.10	4.00	3.95	3.89	3.84	3.78	3.73	3.67
9	7.21	5.71	5.08	4.72	4.48	4.32	4.20	4.10	4.03	3.96	3.87	3.77	3.67	3.61	3.56	3.51	3.45	3.39	3.33
10	6.94	5.46	4.83	4.47	4.24	4.07	3.95	3.85	3.78	3.72	3.62	3.52	3.42	3.37	3.31	3.26	3.20	3.14	3.08
11	6.72	5.26	4.63	4.28	4.04	3.88	3.76	3.66	3.59	3.53	3.43	3.33	3.23	3.17	3.12	3.06	3.00	2.94	2.88
12	6.55	5.10	4.47	4.12	3.89	3.73	3.61	3.51	3.44	3.37	3.28	3.18	3.07	3.02	2.96	2.91	2.85	2.79	2.72
13	6.41	4.97	4.35	4.00	3.77	3.60	3.48	3.39	3.31	3.25	3.15	3.05	2.95	2.89	2.84	2.78	2.72	2.66	2.60
14	6.30	4.86	4.24	3.89	3.66	3.50	3.38	3.29	3.21	3.15	3.05	2.95	2.84	2.79	2.73	2.67	2.61	2.55	2.49
15	6.20	4.77	4.15	3.80	3.58	3.41	3.29	3.20	3.12	3.06	2.96	2.86	2.76	2.70	2.64	2.59	2.52	2.46	2.40
16	6.12	4.69	4.08	3.73	3.50	3.34	3.22	3.12	3.05	2.99	2.89	2.79	2.68	2.63	2.57	2.51	2.45	2.38	2.32
17	6.04	4.62	4.01	3.66	3.44	3.28	3.16	3.06	2.98	2.92	2.82	2.72	2.62	2.56	2.50	2.44	2.38	2.32	2.25
18	5.98	4.56	3.95	3.61	3.38	3.22	3.10	3.01	2.93	2.87	2.77	2.67	2.56	2.50	2.44	2.38	2.32	2.26	2.19
19	5.92	4.51	3.90	3.56	3.33	3.17	3.05	2.96	2.88	2.82	2.72	2.62	2.51	2.45	2.39	2.33	2.27	2.20	2.13
20	5.87	4.46	3.86	3.51	3.29	3.13	3.01	2.91	2.84	2.77	2.68	2.57	2.46	2.41	2.35	2.29	2.23	2.16	2.09
21	5.83	4.42	3.82	3.48	3.25	3.09	2.97	2.87	2.80	2.73	2.64	2.53	2.42	2.37	2.31	2.25	2.18	2.11	2.04
22	5.79	4.38	3.78	3.44	3.22	3.05	2.93	2.84	2.76	2.70	2.60	2.50	2.39	2.33	2.27	2.21	2.14	2.08	2.00
23	5.75	4.35	3.75	3.41	3.18	3.02	2.90	2.81	2.73	2.67	2.57	2.47	2.36	2.30	2.24	2.18	2.11	2.04	1.97
24	5.72	4.32	3.72	3.38	3.15	2.99	2.87	2.78	2.70	2.64	2.54	2.44	2.33	2.27	2.21	2.15	2.08	2.01	1.94
25	5.69	4.29	3.69	3.35	3.13	2.97	2.85	2.75	2.68	2.61	2.51	2.41	2.30	2.24	2.18	2.12	2.05	1.98	1.91
26	5.66	4.27	3.67	3.33	3.10	2.94	2.82	2.73	2.65	2.59	2.49	2.39	2.28	2.22	2.16	2.09	2.03	1.95	1.88
27	5.63	4.24	3.65	3.31	3.08	2.92	2.80	2.71	2.63	2.57	2.47	2.36	2.25	2.19	2.13	2.07	2.00	1.93	1.85
28	5.61	4.22	3.63	3.29	3.06	2.90	2.78	2.69	2.61	2.55	2.45	2.34	2.23	2.17	2.11	2.05	1.98	1.91	1.83
29	5.59	4.20	3.61	3.27	3.04	2.88	2.76	2.67	2.59	2.53	2.43	2.32	2.21	2.15	2.09	2.03	1.96	1.89	1.81
30	5.57	4.18	3.59	3.25	3.03	2.87	2.75	2.65	2.57	2.51	2.41	2.31	2.20	2.14	2.07	2.01	1.94	1.87	1.79
40	5.42	4.05	3.46	3.13	2.90	2.74	2.62	2.53	2.45	2.39	2.29	2.18	2.07	2.01	1.94	1.88	1.80	1.72	1.64
60	5.29	3.93	3.34	3.01	2.79	2.63	2.51	2.41	2.33	2.27	2.17	2.06	1.94	1.88	1.82	1.74	1.67	1.58	1.48
120	5.15	3.80	3.23	2.89	2.67	2.52	2.40	2.30	2.22	2.16	2.05	1.94	1.82	1.76	1.69	1.61	1.53	1.43	1.31
∞	5.02	3.69	3.12	2.79	2.57	2.41	2.29	2.19	2.11	2.05	1.94	1.83	1.71	1.64	1.57	1.48	1.39	1.27	1.00

CUMULATIVE F DISTRIBUTION (Continued)

$$P[F_{\gamma_1, \gamma_2} \leq f] = .99$$

$\gamma_1 \backslash \gamma_2$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
1	4052	4999.5	5403	5625	5764	5859	5928	5982	6022	6036	6106	6157	6209	6235	6261	6287	6313	6339	6366
2	98.50	99.00	99.17	99.25	99.30	99.33	99.36	99.37	99.39	99.40	99.42	99.43	99.45	99.46	99.47	99.47	99.48	99.49	99.50
3	34.12	30.82	29.46	28.71	28.24	27.91	27.67	27.49	27.35	27.23	27.05	26.87	26.69	26.60	26.50	26.41	26.32	26.22	26.13
4	21.20	18.00	16.69	15.98	15.52	15.21	14.98	14.80	14.66	14.55	14.37	14.20	14.02	13.83	13.84	13.75	13.65	13.56	13.46
5	16.26	13.27	12.06	11.39	10.97	10.67	10.46	10.29	10.16	10.05	9.89	9.72	9.55	9.47	9.38	9.29	9.20	9.11	9.02
6	13.75	10.92	9.78	9.15	8.75	8.47	8.26	8.10	7.98	7.87	7.72	7.56	7.40	7.31	7.23	7.14	7.06	6.97	6.88
7	12.25	9.55	8.45	7.85	7.46	7.19	6.99	6.84	6.72	6.62	6.47	6.31	6.16	6.07	5.99	5.91	5.82	5.74	5.65
8	11.26	8.65	7.59	7.01	6.63	6.37	6.18	6.03	5.91	5.81	5.67	5.52	5.36	5.28	5.20	5.12	5.03	4.95	4.86
9	10.56	8.02	6.99	6.42	6.06	5.80	5.61	5.47	5.35	5.26	5.11	4.96	4.81	4.73	4.65	4.57	4.48	4.40	4.31
10	10.04	7.56	6.55	5.99	5.64	5.39	5.20	5.06	4.94	4.85	4.71	4.56	4.41	4.33	4.25	4.17	4.08	4.00	3.91
11	9.65	7.21	6.22	5.67	5.32	5.07	4.89	4.74	4.63	4.54	4.40	4.25	4.10	4.02	3.94	3.86	3.78	3.69	3.60
12	9.33	6.93	5.95	5.41	5.06	4.82	4.64	4.50	4.39	4.30	4.16	4.01	3.86	3.78	3.70	3.62	3.54	3.45	3.36
13	9.07	6.70	5.74	5.21	4.86	4.62	4.44	4.30	4.19	4.10	3.96	3.82	3.66	3.59	3.51	3.43	3.34	3.25	3.17
14	8.86	6.51	5.56	5.04	4.69	4.46	4.28	4.14	4.03	3.94	3.80	3.66	3.51	3.43	3.35	3.27	3.18	3.09	3.00
15	8.68	6.36	5.42	4.89	4.56	4.32	4.14	4.00	3.89	3.80	3.67	3.52	3.37	3.29	3.21	3.13	3.05	2.96	2.87
16	8.53	6.23	5.29	4.77	4.44	4.20	4.03	3.89	3.78	3.69	3.55	3.41	3.26	3.18	3.10	3.02	2.93	2.84	2.75
17	8.40	6.11	5.18	4.67	4.34	4.10	3.93	3.79	3.68	3.59	3.46	3.31	3.16	3.08	3.00	2.92	2.83	2.75	2.66
18	8.29	6.01	5.09	4.58	4.25	4.01	3.84	3.71	3.60	3.51	3.37	3.23	3.08	3.00	2.92	2.84	2.75	2.66	2.57
19	8.18	5.93	5.01	4.50	4.17	3.94	3.77	3.63	3.52	3.43	3.30	3.15	3.00	2.92	2.84	2.76	2.67	2.58	2.49
20	8.10	5.85	4.94	4.43	4.10	3.87	3.70	3.56	3.46	3.37	3.23	3.09	2.94	2.86	2.78	2.69	2.61	2.52	2.43
21	8.02	5.78	4.87	4.37	4.04	3.81	3.64	3.51	3.40	3.31	3.17	3.03	2.88	2.80	2.72	2.64	2.55	2.46	2.36
22	7.95	5.72	4.82	4.31	3.99	3.76	3.59	3.45	3.35	3.26	3.12	2.98	2.83	2.75	2.67	2.58	2.50	2.40	2.31
23	7.88	5.66	4.76	4.26	3.94	3.71	3.54	3.41	3.30	3.21	3.07	2.93	2.78	2.70	2.62	2.54	2.45	2.35	2.26
24	7.82	5.61	4.72	4.22	3.90	3.67	3.50	3.36	3.26	3.17	3.03	2.89	2.74	2.66	2.58	2.49	2.40	2.31	2.21
25	7.77	5.57	4.68	4.18	3.85	3.63	3.46	3.32	3.22	3.13	2.99	2.85	2.70	2.62	2.54	2.45	2.36	2.27	2.17
26	7.72	5.53	4.64	4.14	3.82	3.59	3.42	3.29	3.19	3.09	2.96	2.81	2.66	2.58	2.50	2.41	2.33	2.23	2.13
27	7.68	5.49	4.60	4.11	3.78	3.56	3.39	3.26	3.15	3.06	2.93	2.78	2.63	2.55	2.47	2.38	2.29	2.20	2.10
28	7.64	5.45	4.57	4.07	3.75	3.53	3.36	3.23	3.12	3.03	2.90	2.75	2.60	2.52	2.44	2.35	2.26	2.17	2.06
29	7.60	5.42	4.54	4.04	3.73	3.50	3.33	3.20	3.09	3.00	2.87	2.73	2.57	2.49	2.41	2.33	2.23	2.14	2.03
30	7.56	5.39	4.51	4.02	3.70	3.47	3.30	3.17	3.07	2.98	2.84	2.70	2.55	2.47	2.39	2.30	2.21	2.11	2.01
40	7.31	5.18	4.31	3.83	3.51	3.29	3.12	2.99	2.89	2.80	2.66	2.52	2.37	2.29	2.20	2.11	2.02	1.92	1.80
60	7.08	4.98	4.13	3.65	3.34	3.12	2.95	2.82	2.72	2.63	2.50	2.35	2.20	2.12	2.03	1.94	1.84	1.73	1.60
120	6.85	4.79	3.95	3.48	3.17	2.95	2.79	2.66	2.56	2.47	2.34	2.19	2.03	1.95	1.86	1.76	1.66	1.54	1.38
∞	6.63	4.61	3.78	3.32	3.02	2.80	2.64	2.51	2.41	2.32	2.18	2.04	1.88	1.79	1.70	1.59	1.47	1.33	1.09

TABLE D.45 Ten Thousand Random Digits

	00-04	05-09	10-14	15-19	20-24	25-29	30-34	35-39	40-44	45-49
00	22808	04391	45529	53968	57136	98228	85485	13801	68194	56382
01	49305	36965	44849	64987	59501	35141	50159	57369	76913	75739
02	81934	19920	73316	69243	69605	17022	53264	83417	55193	92929
03	10840	13508	48120	22467	54505	70536	91206	81038	22418	34800
04	99555	73289	59605	37105	24621	44100	72832	12268	97089	68112
05	32677	45709	62337	35132	45128	96761	08745	53388	98353	46724
06	09401	75407	27704	11569	52842	83543	44750	03177	50511	15301
07	73424	31711	65519	74869	56744	40864	75315	89866	96563	75142
08	37075	81378	59472	71858	86903	66860	03757	32723	54273	45477
09	02060	37158	55244	44812	45369	78939	08048	28036	40946	03898
10	94719	43565	40028	79866	43137	28063	52513	66405	71511	66135
11	70234	48272	59621	88778	16536	36505	41724	24776	63971	01685
12	07972	71752	92745	86465	01845	27416	50519	48458	68460	63113
13	58521	64882	26993	48104	61307	73933	17214	44827	88306	78177
14	32580	45202	21148	09684	39411	04892	02055	75276	51831	85686
15	88796	30829	35009	22695	23694	11220	71006	26720	39476	60538
16	31525	82746	78935	82980	61236	28940	96341	13790	66247	33839
17	02747	35989	70387	89571	34570	17002	79223	96817	31681	15207
18	46651	28987	20625	61347	63981	41085	67412	29053	00724	14841
19	43598	14436	33521	55637	39789	26560	66404	71802	18763	80560
20	30596	92319	11474	64546	60030	73795	60809	24016	29166	36059
21	56198	64370	85771	62633	78240	05766	32419	35769	14057	80674
22	68266	67544	06464	84956	18431	04015	89049	15098	12018	89338
23	31107	28597	65102	75599	17496	87590	68848	33021	69855	54015
24	37555	05069	38680	87274	55152	21792	77219	48732	03377	01160
25	90463	27249	43845	94391	12145	36882	48906	52336	00780	74407
26	99189	88731	93531	52638	54989	04237	32978	59902	05463	09245
27	37631	74016	89072	59598	55356	27346	80856	80875	52850	36548
28	73829	21651	50141	76142	72303	06694	61697	76662	23745	96282
29	15634	89428	47090	12094	42134	62381	87236	90118	53463	46969
30	00571	45172	78532	63863	98597	15742	41967	11821	91389	07476
31	83374	10184	56384	27050	77700	13875	96607	76479	80535	17454
32	78666	85645	13181	08700	08289	62956	64439	39150	95690	18555
33	47890	88197	21368	65254	35917	54035	83028	84636	38186	50581
34	56238	13559	79344	83198	94642	35165	40188	21456	67024	62771
35	36369	32234	38129	59963	99237	72648	66504	99065	61161	16186
36	42934	34578	28968	74028	42164	56647	76806	61023	33099	48293
37	09010	15226	43474	30174	26727	39317	48508	55438	85336	40762
38	83897	90073	72941	85613	85569	24183	08247	15946	02957	68504
39	82206	01230	93252	89045	25141	91943	75531	87420	99012	80751
40	14175	32992	49046	41272	94040	44929	98531	27712	05106	35242
41	58968	88367	70927	74765	18635	85122	27722	95388	61523	91745
42	62601	04595	76926	11007	67631	64641	07994	04639	39314	83126
43	97030	71165	47032	85021	65554	66774	21560	04121	57297	85415
44	89074	31587	21360	41673	71192	85795	82757	52928	62586	02179
45	07806	81312	81215	99858	26762	28993	74951	64680	50934	32011
46	91540	86466	13229	76624	44092	96604	08590	89705	03424	48033
47	99279	27334	33804	77988	93592	90708	56780	70097	39907	51006
48	63224	05074	83941	25034	43516	22840	35230	66048	80754	46302
49	98361	97513	27529	66419	35328	19738	82366	38573	50967	72754

Ten Thousand Random Digits

	00-04	05-09	10-14	15-19	20-24	25-29	30-34	35-39	40-44	45-49
50	27791	82504	33523	27623	16597	32089	81596	78429	14111	68245
51	33147	46058	92388	10150	63224	26003	56427	29945	44546	50233
52	67243	10454	40269	44324	46013	00061	21622	68213	47749	76398
53	78176	70368	95523	09134	31178	33857	26171	07063	41984	99310
54	70199	70547	94431	45423	48695	01370	68065	61982	20200	27066
55	19840	01143	18606	07622	77282	68422	70767	33026	15135	91212
56	32970	28267	17695	20571	50227	69447	45535	16845	68283	15919
57	43233	53872	68520	70013	31395	60361	39034	59444	17066	07418
58	08514	23921	16685	89184	71512	82239	72947	69523	75618	79826
59	28595	51196	96108	84384	80359	02346	60581	01488	63177	47496
60	83334	81552	88223	29934	68663	23726	18429	84855	26897	94782
61	66112	95787	84997	91207	67576	27496	01603	22395	41546	68178
62	25245	14749	30653	42355	88625	37412	87384	09392	11273	28116
63	21861	22185	41576	15238	92294	50643	69848	48020	19785	41518
64	74506	40569	90770	40812	57730	84150	91500	53850	52104	37988
65	23271	39549	33042	10661	37312	50914	73027	21010	76788	64037
66	08548	16021	64715	08275	50987	67327	11431	31492	86970	47335
67	14236	80869	90798	85659	10079	28535	35938	10710	67046	74021
68	55270	49583	86467	40633	27952	27187	35058	66628	94372	75665
69	02301	05524	91801	23647	51330	35677	05972	90729	26650	81684
70	72843	03767	62590	92077	91552	76853	45812	15503	93138	87788
71	49248	43346	29503	22494	08051	09035	75802	63967	74257	00046
72	62598	99092	87806	42727	30659	10118	83000	96198	47155	00361
73	27510	69457	98616	62172	07056	61015	22159	65590	51082	34912
74	84167	66640	69100	22944	19833	23961	80834	37418	42284	12951
75	14722	88488	54999	55244	03301	37344	01053	79305	94771	95215
76	46696	05477	32442	18738	43021	72933	14995	30408	64043	67834
77	13938	09867	28949	94761	38419	38695	90165	82841	75399	09932
78	48778	56434	42495	07050	35250	09660	56192	34793	36146	96806
79	00571	71281	01563	66448	94560	55920	31580	26640	91262	30863
80	96050	57641	21798	14917	21836	15053	33566	51177	91786	12610
81	30870	81575	14019	07831	81840	25506	29358	88668	42742	62048
82	59153	29135	00712	73025	14263	17253	95662	75535	26170	95240
83	78283	70379	54969	05821	26485	28990	40207	00434	38863	61892
84	12175	95800	41106	93962	06245	00883	65337	75506	66294	62241
85	14192	39242	17961	29448	84078	14545	39417	83649	26495	41672
86	69060	38669	00849	24991	84252	41611	62773	63024	57079	59283
87	46154	11705	29355	71523	21377	36745	00766	21549	51796	81340
88	93419	54353	41269	07014	28352	77594	57293	59219	26098	63041
89	13201	04017	68889	81388	60829	46231	46161	01360	25839	52380
90	62264	99963	98226	29972	95169	07546	01574	94986	06123	52804
91	58030	30054	27479	70354	12351	33761	94357	81081	74418	74297
92	81242	26739	92304	81425	29052	37708	49370	46749	59613	50749
93	16372	70531	92036	54496	50521	83872	30064	67555	40354	23671
94	54191	04574	58634	91370	40041	77649	42030	42547	47593	07435
95	15933	92602	19496	18703	63380	58017	14665	88867	84807	44672
96	21518	77770	53826	97114	82062	34592	87400	64938	75540	54751
97	34524	64627	92997	21198	14976	07071	91566	44335	83237	24335
98	46557	67780	59432	23250	63352	43890	07109	07911	85956	62699
99	31929	13996	05126	83561	03244	33635	26952	01638	22788	26393

DUNCAN'S TABLES

least significant studentized ranges r_p $\alpha = 0.05$ P						least significant studentized ranges r_p $\alpha = 0.01$ P					
r	2	3	4	5	6	r	2	3	4	5	6
1	17.97	17.97	17.97	17.97	17.97	1	90.03	90.03	90.03	90.03	90.03
2	6.085	6.085	6.085	6.085	6.085	2	14.04	14.04	14.04	14.04	14.04
3	4.501	4.516	4.516	4.516	4.516	3	8.261	8.321	8.321	8.321	8.321
4	3.927	4.013	4.033	4.033	4.033	4	6.512	6.677	6.740	6.756	6.756
5	3.635	3.749	3.797	3.814	3.814	5	5.702	5.893	5.898	6.040	6.065
6	3.461	3.587	3.649	3.680	3.694	6	5.243	5.439	5.549	5.614	5.655
7	3.344	3.477	3.548	3.588	3.611	7	4.949	5.145	5.260	5.334	5.383
8	3.261	3.399	3.475	3.521	3.549	8	4.746	4.939	5.057	5.135	5.189
9	3.199	3.339	3.420	3.470	3.502	9	4.596	4.787	4.906	4.986	5.043
10	3.151	3.293	3.376	3.430	3.465	10	4.482	4.671	4.790	4.871	4.931
11	3.113	3.256	3.342	3.397	3.435	11	4.392	4.579	4.697	4.780	4.841
12	3.082	3.225	3.313	3.370	3.410	12	4.320	4.504	4.622	4.706	4.767
13	3.055	3.200	3.289	3.348	3.389	13	4.260	4.442	4.560	4.644	4.706
14	3.033	3.178	3.268	3.329	3.372	14	4.210	4.391	4.508	4.591	4.654
15	3.014	3.160	3.250	3.312	3.356	15	4.168	4.347	4.463	4.547	4.610
16	2.998	3.144	3.235	3.298	3.343	16	4.131	4.309	4.425	4.509	4.572
17	2.984	3.130	3.222	3.285	3.331	17	4.099	4.275	4.391	4.475	4.539
18	2.971	3.118	3.210	3.274	3.321	18	4.071	4.246	4.362	4.445	4.509
19	2.960	3.107	3.199	3.264	3.311	19	4.046	4.220	4.335	4.419	4.483
20	2.950	3.097	3.190	3.255	3.303	20	4.024	4.197	4.312	4.395	4.459
24	2.919	3.066	3.160	3.226	3.276	24	3.956	4.126	4.239	4.322	4.386
30	2.888	3.035	3.131	3.199	3.250	30	3.889	4.506	4.168	4.250	4.314
40	2.858	3.006	3.102	3.171	3.224	40	3.825	3.988	4.098	4.180	4.244
60	2.829	2.976	3.073	3.143	3.198	60	3.762	3.922	4.031	4.111	4.174
120	2.800	2.947	3.045	3.116	3.172	120	3.702	3.858	3.965	4.044	4.107
∞	2.772	2.918	3.017	3.089	3.146	∞	3.643	3.796	3.900	3.978	4.040

Critical Values of Spearman's Rank Correlation Coefficient

$\alpha(2):$	0.50	0.20	0.10	0.05	0.02	0.01	0.005	0.002	0.001
$\alpha(1):$	0.25	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005	0.0025	0.001	0.0005
n									
51	0.096	0.182	0.233	0.276	0.326	0.359	0.390	0.426	0.451
52	0.095	0.180	0.231	0.274	0.323	0.356	0.386	0.422	0.447
53	0.095	0.179	0.228	0.271	0.320	0.352	0.382	0.418	0.443
54	0.094	0.177	0.226	0.268	0.317	0.349	0.379	0.414	0.439
55	0.093	0.175	0.224	0.266	0.314	0.346	0.375	0.411	0.435
56	0.092	0.174	0.222	0.264	0.311	0.343	0.372	0.407	0.432
57	0.091	0.172	0.220	0.261	0.308	0.340	0.369	0.404	0.428
58	0.090	0.171	0.218	0.259	0.306	0.337	0.366	0.400	0.424
59	0.089	0.169	0.216	0.257	0.303	0.334	0.363	0.397	0.421
60	0.089	0.168	0.214	0.255	0.300	0.331	0.360	0.394	0.418
61	0.088	0.166	0.213	0.252	0.298	0.329	0.357	0.391	0.414
62	0.087	0.165	0.211	0.250	0.296	0.326	0.354	0.388	0.411
63	0.086	0.163	0.209	0.248	0.293	0.323	0.351	0.385	0.408
64	0.086	0.162	0.207	0.246	0.291	0.321	0.348	0.382	0.405
65	0.085	0.161	0.206	0.244	0.289	0.318	0.346	0.379	0.402
66	0.084	0.160	0.204	0.243	0.287	0.316	0.343	0.376	0.399
67	0.084	0.158	0.203	0.241	0.284	0.314	0.341	0.373	0.396
68	0.083	0.157	0.201	0.239	0.282	0.311	0.338	0.370	0.393
69	0.082	0.156	0.200	0.237	0.280	0.309	0.336	0.368	0.390
70	0.082	0.155	0.198	0.235	0.278	0.307	0.333	0.365	0.388
71	0.081	0.154	0.197	0.234	0.276	0.305	0.331	0.363	0.385
72	0.081	0.153	0.195	0.232	0.274	0.303	0.329	0.360	0.382
73	0.080	0.152	0.194	0.230	0.272	0.301	0.327	0.358	0.380
74	0.080	0.151	0.193	0.229	0.271	0.299	0.324	0.355	0.377
75	0.079	0.150	0.191	0.227	0.269	0.297	0.322	0.353	0.375
76	0.078	0.149	0.190	0.226	0.267	0.295	0.320	0.351	0.372
77	0.078	0.148	0.189	0.224	0.265	0.293	0.318	0.349	0.370
78	0.077	0.147	0.188	0.223	0.264	0.291	0.316	0.346	0.368
79	0.077	0.146	0.186	0.221	0.262	0.289	0.314	0.344	0.365
80	0.076	0.145	0.185	0.220	0.260	0.287	0.312	0.342	0.363
81	0.076	0.144	0.184	0.219	0.259	0.285	0.310	0.340	0.361
82	0.075	0.143	0.183	0.217	0.257	0.284	0.308	0.338	0.359
83	0.075	0.142	0.182	0.216	0.255	0.282	0.306	0.336	0.357
84	0.074	0.141	0.181	0.215	0.254	0.280	0.305	0.334	0.355
85	0.074	0.140	0.180	0.213	0.252	0.279	0.303	0.332	0.353
86	0.074	0.139	0.179	0.212	0.251	0.277	0.301	0.330	0.351
87	0.073	0.139	0.177	0.211	0.250	0.276	0.299	0.328	0.349
88	0.073	0.138	0.176	0.210	0.248	0.274	0.298	0.327	0.347
89	0.072	0.137	0.175	0.209	0.247	0.272	0.296	0.325	0.345
90	0.072	0.136	0.174	0.207	0.245	0.271	0.294	0.323	0.343
91	0.072	0.135	0.173	0.206	0.244	0.269	0.293	0.321	0.341
92	0.071	0.135	0.173	0.205	0.243	0.268	0.291	0.319	0.339
93	0.071	0.134	0.172	0.204	0.241	0.267	0.290	0.318	0.338
94	0.070	0.133	0.171	0.203	0.240	0.265	0.288	0.316	0.336
95	0.070	0.133	0.170	0.202	0.239	0.264	0.287	0.314	0.334
96	0.070	0.132	0.169	0.201	0.238	0.262	0.285	0.313	0.332
97	0.069	0.131	0.168	0.200	0.236	0.261	0.284	0.311	0.331
98	0.069	0.130	0.167	0.199	0.235	0.260	0.282	0.310	0.329
99	0.068	0.130	0.166	0.198	0.234	0.258	0.281	0.308	0.327
100	0.068	0.129	0.165	0.197	0.233	0.257	0.279	0.307	0.326

TABLE IX WILCOXON SIGNED-RANK TEST

One-sided	Two-sided	$n = 5$	$n = 6$	$n = 7$	$n = 8$	$n = 9$	$n = 10$
$P = .05$	$P = .10$	1	2	4	6	8	11
$P = .025$	$P = .05$		1	2	4	6	8
$P = .01$	$P = .02$			0	2	3	5
$P = .005$	$P = .01$				0	2	3
One-sided	Two-sided	$n = 11$	$n = 12$	$n = 13$	$n = 14$	$n = 15$	$n = 16$
$P = .05$	$P = .10$	14	17	21	26	30	36
$P = .025$	$P = .05$	11	14	17	21	25	30
$P = .01$	$P = .02$	7	10	13	16	20	24
$P = .005$	$P = .01$	5	7	10	13	16	19
One-sided	Two-sided	$n = 17$	$n = 18$	$n = 19$	$n = 20$	$n = 21$	$n = 22$
$P = .05$	$P = .10$	41	47	54	60	68	75
$P = .025$	$P = .05$	35	40	46	52	59	66
$P = .01$	$P = .02$	28	33	38	43	49	56
$P = .005$	$P = .01$	23	28	32	37	43	49
One-sided	Two-sided	$n = 23$	$n = 24$	$n = 25$	$n = 26$	$n = 27$	$n = 28$
$P = .05$	$P = .10$	83	92	101	110	120	130
$P = .025$	$P = .05$	73	81	90	98	107	117
$P = .01$	$P = .02$	62	69	77	85	93	102
$P = .005$	$P = .01$	55	61	68	76	84	92
One-sided	Two-sided	$n = 29$	$n = 30$	$n = 31$	$n = 32$	$n = 33$	$n = 34$
$P = .05$	$P = .10$	141	152	163	175	188	201
$P = .025$	$P = .05$	127	137	148	159	171	183
$P = .01$	$P = .02$	111	120	130	141	151	162
$P = .005$	$P = .01$	100	109	118	128	138	149
One-sided	Two-sided	$n = 35$	$n = 36$	$n = 37$	$n = 38$	$n = 39$	
$P = .05$	$P = .10$	214	228	242	256	271	
$P = .025$	$P = .05$	195	208	222	235	250	
$P = .01$	$P = .02$	174	186	198	211	224	
$P = .005$	$P = .01$	160	171	183	195	208	
One-sided	Two-sided	$n = 40$	$n = 41$	$n = 42$	$n = 43$	$n = 44$	$n = 45$
$P = .05$	$P = .10$	287	303	319	336	353	371
$P = .025$	$P = .05$	264	279	295	311	327	344
$P = .01$	$P = .02$	238	252	267	281	297	313
$P = .005$	$P = .01$	221	234	248	262	277	292
One-sided	Two-sided	$n = 46$	$n = 47$	$n = 48$	$n = 49$	$n = 50$	
$P = .05$	$P = .10$	389	408	427	446	466	
$P = .025$	$P = .05$	361	379	397	415	434	
$P = .01$	$P = .02$	329	345	362	380	398	
$P = .005$	$P = .01$	307	323	339	356	373	

WILCOXON RANK SUM TEST (Continued)

$m = 3(1)25$ and $n = m(1)m + 25$
 $P = .025$ one-sided; $P = .05$ two-sided

n	$m = 3$	$m = 4$	$m = 5$	$m = 6$	$m = 7$	$m = 8$	$m = 9$	$m = 10$	$m = 11$	$m = 12$	$m = 13$	$m = 14$
$n = m$	5,16	11,25	18,37	26,52	37,68	49,87	63,108	79,131	96,157	116,184	137,214	160,246
$n = m + 1$	6,18	12,28	19,41	28,56	39,73	51,93	66,114	82,138	100,164	120,192	141,223	165,255
$n = m + 2$	6,21	12,32	20,45	29,61	41,78	54,98	68,121	85,145	103,172	124,200	146,231	170,264
$n = m + 3$	7,23	13,35	21,49	31,65	43,83	56,104	71,127	88,152	107,179	128,208	150,240	174,274
$n = m + 4$	7,26	14,38	22,53	32,70	45,88	58,110	74,133	91,159	110,187	131,217	154,249	179,283
$n = m + 5$	8,28	15,41	24,56	34,74	46,94	61,115	77,139	94,166	114,194	135,225	159,257	184,292
$n = m + 6$	8,31	16,44	25,60	36,78	48,99	63,121	79,146	97,173	118,201	139,233	163,266	189,301
$n = m + 7$	9,33	17,47	26,64	37,83	50,104	65,127	82,152	101,179	121,209	143,241	168,274	194,310
$n = m + 8$	10,35	17,51	27,68	39,87	52,109	68,132	85,158	104,186	125,216	147,249	172,283	198,320
$n = m + 9$	10,38	18,54	29,71	41,91	54,114	70,138	88,164	107,193	128,224	151,257	176,292	203,329
$n = m + 10$	11,40	19,57	30,75	42,96	56,119	72,144	90,171	110,200	132,231	155,265	181,300	208,338
$n = m + 11$	11,43	20,60	31,79	44,100	58,124	75,149	93,177	113,207	135,239	159,273	185,309	213,347
$n = m + 12$	12,45	21,63	32,83	45,105	60,129	77,155	96,183	117,213	139,246	163,281	190,317	218,356
$n = m + 13$	12,48	22,66	33,87	47,109	62,134	80,160	99,189	120,220	143,253	167,289	194,326	222,366
$n = m + 14$	13,50	23,69	35,90	49,113	64,139	82,166	101,196	123,227	146,261	171,297	198,335	227,375
$n = m + 15$	13,53	24,72	36,94	50,118	66,144	84,172	104,202	126,234	150,268	175,305	203,343	232,384
$n = m + 16$	14,55	24,76	37,98	52,122	68,149	87,177	107,208	129,241	153,276	179,313	207,352	237,393
$n = m + 17$	14,58	25,79	38,102	53,127	70,154	89,183	110,214	132,248	157,283	183,321	212,360	242,402
$n = m + 18$	15,60	26,82	40,105	55,131	72,159	92,188	113,220	136,254	161,290	187,329	216,369	247,411
$n = m + 19$	15,63	27,85	41,109	57,135	74,164	94,194	115,227	139,261	164,298	191,337	221,377	252,420
$n = m + 20$	16,65	28,88	42,113	58,140	76,169	96,200	118,233	142,268	168,305	195,345	225,386	256,430
$n = m + 21$	16,68	29,91	43,117	60,144	78,174	99,205	121,239	145,275	171,313	199,353	229,395	261,439
$n = m + 22$	17,70	30,94	45,120	61,149	80,179	101,211	124,245	148,282	175,320	203,361	234,403	266,448
$n = m + 23$	17,73	31,97	46,124	63,153	82,184	103,217	127,251	152,288	179,327	207,369	238,412	271,457
$n = m + 24$	18,75	31,101	47,128	65,157	84,189	106,222	129,258	155,295	182,335	211,377	243,420	276,466
$n = m + 25$	18,78	32,104	48,132	66,162	86,194	108,228	132,264	158,302	186,342	216,384	247,429	281,475

$m = 3(1)25$ and $n = m(1)m + 25$
 $P = .025$ one-sided; $P = .05$ two-sided

n	$m = 15$	$m = 16$	$m = 17$	$m = 18$	$m = 19$	$m = 20$	$m = 21$	$m = 22$	$m = 23$	$m = 24$	$m = 25$
$n = m$	185,280	212,316	240,355	271,395	303,438	337,483	373,530	411,579	451,630	493,683	536,739
$n = m + 1$	190,290	217,327	246,366	277,407	310,450	345,495	381,543	419,593	460,644	502,698	546,754
$n = m + 2$	195,300	223,337	252,377	284,418	317,462	352,508	389,556	428,606	468,659	511,713	555,770
$n = m + 3$	201,309	229,347	258,388	290,430	324,474	359,521	397,569	436,620	477,673	520,728	565,785
$n = m + 4$	206,319	234,358	264,399	297,441	331,486	367,533	404,583	444,634	486,687	529,743	574,801
$n = m + 5$	211,329	240,368	271,409	303,453	338,498	374,546	412,596	452,648	494,702	538,758	584,816
$n = m + 6$	216,339	245,379	277,420	310,464	345,510	381,559	420,609	460,662	503,716	547,773	593,832
$n = m + 7$	221,349	251,389	283,431	316,476	351,523	389,571	428,622	469,675	512,730	556,788	603,847
$n = m + 8$	227,358	257,399	289,442	323,487	358,535	396,584	436,635	477,689	520,745	565,803	612,863
$n = m + 9$	232,368	262,410	295,453	329,499	365,547	403,597	443,649	485,703	529,759	575,817	622,878
$n = m + 10$	237,378	268,420	301,464	336,510	372,559	411,609	451,662	493,717	538,773	584,832	632,893
$n = m + 11$	242,388	274,430	307,475	342,522	379,571	418,622	459,675	502,730	546,788	593,847	641,909
$n = m + 12$	248,397	279,441	313,486	349,533	386,583	426,634	467,688	510,744	555,802	602,862	651,924
$n = m + 13$	253,407	285,451	319,497	355,545	393,595	433,647	475,701	518,758	564,816	611,877	660,940
$n = m + 14$	258,417	291,461	325,508	362,556	400,607	440,660	482,715	526,772	572,831	620,892	670,955
$n = m + 15$	263,427	296,472	331,519	368,568	407,619	448,672	490,728	535,785	581,845	629,907	679,971
$n = m + 16$	269,436	302,482	338,529	375,579	414,631	455,685	498,741	543,799	590,859	638,922	689,986
$n = m + 17$	274,446	308,492	344,540	381,591	421,643	463,697	506,754	551,813	599,873	648,936	699,1001
$n = m + 18$	279,456	314,502	350,551	388,602	428,655	470,710	514,767	560,826	607,888	657,951	708,1017
$n = m + 19$	284,466	319,513	356,562	395,613	435,667	477,723	522,780	568,840	616,902	666,966	718,1032
$n = m + 20$	290,475	325,523	362,573	401,625	442,679	485,735	530,793	576,854	625,916	675,981	727,1048
$n = m + 21$	295,485	331,533	368,584	408,636	449,691	492,748	537,807	584,868	633,931	684,996	737,1063
$n = m + 22$	300,495	336,544	374,595	414,648	456,703	500,760	545,820	593,881	642,945	693,1011	747,1078
$n = m + 23$	306,504	342,554	380,606	421,659	463,715	507,773	553,833	601,895	651,959	702,1025	756,1094
$n = m + 24$	311,514	348,564	387,616	427,671	470,727	515,785	561,846	609,909	660,973	712,1040	766,1109
$n = m + 25$	316,524	353,575	393,627	434,682	477,739	522,798	569,859	618,922	668,988	721,1055	775,1125

WILCOXON RANK SUM TEST

$m = 3(1)25$ and $n = m(1)m + 25$
 $P = .05$ one-sided; $P = .10$ two-sided

n	m = 3	m = 4	m = 5	m = 6	m = 7	m = 8	m = 9	m = 10	m = 11	m = 12	m = 13	m = 14
n = m	6,15	12,24	19,36	28,50	39,66	52,84	66,105	83,127	101,152	121,179	143,208	167,239
n = m + 1	7,17	13,27	20,40	30,54	41,71	54,90	69,111	86,134	105,159	125,187	148,216	172,248
n = m + 2	7,20	14,30	22,43	32,58	43,76	57,95	72,117	89,141	109,166	129,195	152,225	177,257
n = m + 3	8,22	15,33	24,46	33,63	46,80	60,100	75,123	93,147	112,174	134,202	157,233	182,266
n = m + 4	9,24	16,36	25,50	35,67	48,85	62,106	78,129	96,154	116,181	138,210	162,241	187,275
n = m + 5	9,27	17,39	26,54	37,71	50,90	65,111	81,135	100,160	120,188	142,218	166,250	192,284
n = m + 6	10,29	18,42	27,58	39,75	52,95	67,117	84,141	103,167	124,195	147,225	171,258	197,293
n = m + 7	11,31	19,45	29,61	41,79	54,100	70,122	87,147	107,173	128,202	151,233	176,266	203,301
n = m + 8	11,34	20,48	30,65	42,84	57,104	73,127	90,153	110,180	132,209	155,241	181,274	208,310
n = m + 9	12,36	21,51	32,68	44,88	59,109	75,133	93,159	114,186	136,216	159,249	185,283	213,319
n = m + 10	13,38	22,54	33,72	46,92	61,114	78,138	96,165	117,193	139,224	164,256	190,291	218,328
n = m + 11	13,41	23,57	34,76	48,96	63,119	80,144	100,170	120,200	143,231	168,264	195,299	223,337
n = m + 12	14,43	24,60	36,79	50,100	65,124	83,149	103,176	124,206	147,238	172,272	199,308	228,346
n = m + 13	15,45	25,63	37,83	52,104	68,128	86,154	106,182	127,213	151,245	177,279	204,316	234,354
n = m + 14	15,48	26,66	39,86	53,109	70,133	88,160	109,188	131,219	155,252	181,287	209,324	239,363
n = m + 15	16,50	27,69	40,90	55,113	72,138	91,165	112,194	134,226	159,259	185,295	214,332	244,372
n = m + 16	17,52	28,72	42,93	57,117	74,143	94,170	115,200	138,232	163,266	190,302	218,341	249,381
n = m + 17	17,55	29,75	43,97	59,121	77,147	96,176	118,206	141,239	167,273	194,310	223,349	254,390
n = m + 18	18,57	30,78	44,101	61,125	79,152	99,181	121,212	145,245	171,280	198,318	228,357	260,398
n = m + 19	19,59	31,81	46,104	62,130	81,157	102,186	124,218	148,252	175,287	203,325	233,365	265,407
n = m + 20	19,62	32,84	47,108	64,134	83,162	104,192	127,224	152,258	178,295	207,333	237,374	270,416
n = m + 21	20,64	33,87	49,111	66,138	86,166	107,197	130,230	155,265	182,302	211,341	242,382	275,425
n = m + 22	21,66	34,90	50,115	68,142	88,171	109,203	133,236	159,271	186,309	216,348	247,390	280,434
n = m + 23	21,69	35,93	52,118	70,146	90,176	112,208	136,242	162,278	190,316	220,356	252,398	285,443
n = m + 24	22,71	37,95	53,122	72,150	92,181	115,213	139,248	166,284	194,323	224,364	257,406	291,451
n = m + 25	23,73	38,98	54,126	73,155	94,186	117,219	142,254	169,291	198,330	229,371	261,415	296,460

$m = 3(1)25$ and $n = m(1)m + 25$
 $P = .05$ one-sided; $P = .10$ two-sided

n	m = 15	m = 16	m = 17	m = 18	m = 19	m = 20	m = 21	m = 22	m = 23	m = 24	m = 25
n = m	192,273	220,308	249,346	280,386	314,427	349,471	386,517	424,566	465,616	508,668	552,723
n = m + 1	198,282	226,318	256,356	287,397	321,439	356,484	394,530	433,579	474,630	517,683	562,738
n = m + 2	203,292	232,328	262,367	294,408	328,451	364,496	402,543	442,592	483,644	527,697	572,753
n = m + 3	209,301	238,338	268,378	301,419	336,462	372,508	410,556	450,606	492,658	536,712	582,768
n = m + 4	215,310	244,348	275,388	308,430	343,474	380,520	418,569	459,619	501,672	546,726	592,783
n = m + 5	220,320	250,358	281,399	315,441	350,486	387,533	427,581	468,632	511,685	555,741	602,798
n = m + 6	226,329	256,368	288,409	322,452	358,497	395,545	435,594	476,646	520,699	565,755	612,813
n = m + 7	231,339	262,378	294,420	329,463	365,509	403,557	443,607	485,659	529,713	574,770	622,828
n = m + 8	237,348	268,388	301,430	336,474	372,521	411,569	451,620	494,672	538,727	584,784	632,843
n = m + 9	242,358	274,398	307,441	342,486	380,532	419,581	459,633	502,686	547,741	594,798	642,858
n = m + 10	248,367	280,408	314,451	349,497	387,544	426,594	468,645	511,699	556,755	603,813	652,873
n = m + 11	254,376	286,418	320,462	356,508	394,556	434,606	476,658	520,712	565,769	613,827	662,888
n = m + 12	259,386	292,428	327,472	363,519	402,567	442,618	484,671	528,726	574,783	622,842	672,903
n = m + 13	265,395	298,438	333,483	370,530	409,579	450,630	492,684	537,739	584,796	632,856	682,918
n = m + 14	270,405	304,448	340,493	377,541	416,591	458,642	501,696	546,752	593,810	642,870	692,933
n = m + 15	276,414	310,458	346,504	384,552	424,602	465,655	509,709	554,766	602,824	651,885	702,948
n = m + 16	282,423	316,468	353,514	391,563	431,614	473,667	517,722	563,779	611,838	661,899	712,963
n = m + 17	287,433	322,478	359,525	398,574	438,626	481,679	526,734	572,792	620,852	670,914	723,977
n = m + 18	293,442	328,488	366,535	405,585	446,637	489,691	534,747	581,805	629,866	680,928	733,992
n = m + 19	299,451	334,498	372,546	412,596	453,649	497,703	542,760	589,819	639,879	690,942	743,1007
n = m + 20	304,461	340,508	379,556	419,607	461,660	505,715	550,773	598,832	648,893	699,957	753,1022
n = m + 21	310,470	347,517	385,568	426,618	468,672	512,728	559,785	607,845	657,907	709,971	763,1037
n = m + 22	315,480	353,527	392,577	433,629	475,684	520,740	567,798	615,859	666,921	718,986	773,1052
n = m + 23	321,489	359,537	398,588	439,641	483,695	528,752	575,811	624,872	675,935	728,1000	783,1067
n = m + 24	327,498	365,547	405,598	446,652	490,707	536,764	583,824	633,885	684,949	738,1014	793,1082
n = m + 25	332,508	371,557	411,609	453,663	498,718	544,776	592,836	642,898	694,962	747,1029	803,1097

Critical Values of Spearman's Rank Correlation Coefficient

$\alpha(2):$	0.50	0.20	0.10	0.05	0.02	0.01	0.005	0.002	0.001
$\alpha(1):$	0.25	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005	0.0025	0.001	0.0005
n									
4	0.600	1.000	1.000						
5	0.500	0.800	0.900	1.000	1.000				
6	0.371	0.657	0.829	0.886	0.943	1.000	1.000		
7	0.321	0.571	0.714	0.786	0.893	0.929	0.964	1.000	1.000
8	0.310	0.524	0.643	0.738	0.833	0.881	0.905	0.952	0.976
9	0.267	0.483	0.600	0.700	0.783	0.833	0.867	0.917	0.933
10	0.248	0.455	0.564	0.648	0.745	0.794	0.830	0.879	0.903
11	0.236	0.427	0.536	0.618	0.709	0.755	0.800	0.845	0.873
12	0.217	0.406	0.503	0.587	0.678	0.727	0.769	0.818	0.846
13	0.209	0.385	0.484	0.560	0.648	0.703	0.747	0.791	0.824
14	0.200	0.367	0.464	0.538	0.626	0.679	0.723	0.771	0.802
15	0.189	0.354	0.446	0.521	0.604	0.654	0.700	0.750	0.779
16	0.182	0.341	0.429	0.503	0.582	0.635	0.679	0.729	0.762
17	0.176	0.328	0.414	0.485	0.566	0.615	0.662	0.713	0.748
18	0.170	0.317	0.401	0.472	0.550	0.600	0.643	0.695	0.728
19	0.165	0.309	0.391	0.460	0.535	0.584	0.628	0.677	0.712
20	0.161	0.299	0.380	0.447	0.520	0.570	0.612	0.662	0.696
21	0.156	0.292	0.370	0.435	0.508	0.556	0.599	0.648	0.681
22	0.152	0.284	0.361	0.425	0.496	0.544	0.586	0.634	0.667
23	0.148	0.278	0.353	0.415	0.486	0.532	0.573	0.622	0.654
24	0.144	0.271	0.344	0.406	0.476	0.521	0.562	0.610	0.642
25	0.142	0.265	0.337	0.398	0.466	0.511	0.551	0.598	0.630
26	0.138	0.259	0.331	0.390	0.457	0.501	0.541	0.587	0.619
27	0.136	0.255	0.324	0.382	0.448	0.491	0.531	0.577	0.608
28	0.133	0.250	0.317	0.375	0.440	0.483	0.522	0.567	0.598
29	0.130	0.245	0.312	0.368	0.433	0.475	0.513	0.558	0.589
30	0.128	0.240	0.306	0.362	0.425	0.467	0.504	0.549	0.580
31	0.126	0.236	0.301	0.356	0.418	0.459	0.496	0.541	0.571
32	0.124	0.232	0.296	0.350	0.412	0.452	0.489	0.533	0.563
33	0.121	0.229	0.291	0.345	0.405	0.446	0.482	0.525	0.554
34	0.120	0.225	0.287	0.340	0.399	0.439	0.475	0.517	0.547
35	0.118	0.222	0.283	0.335	0.394	0.433	0.468	0.510	0.539
36	0.116	0.219	0.279	0.330	0.388	0.427	0.462	0.504	0.533
37	0.114	0.216	0.275	0.325	0.383	0.421	0.456	0.497	0.526
38	0.113	0.212	0.271	0.321	0.378	0.415	0.450	0.491	0.519
39	0.111	0.210	0.267	0.317	0.373	0.410	0.444	0.485	0.513
40	0.110	0.207	0.264	0.313	0.368	0.405	0.439	0.479	0.507
41	0.108	0.204	0.261	0.309	0.364	0.400	0.433	0.473	0.501
42	0.107	0.202	0.257	0.305	0.359	0.395	0.428	0.468	0.495
43	0.105	0.199	0.254	0.301	0.355	0.391	0.423	0.463	0.490
44	0.104	0.197	0.251	0.298	0.351	0.386	0.419	0.458	0.484
45	0.103	0.194	0.248	0.294	0.347	0.382	0.414	0.453	0.479
46	0.102	0.192	0.246	0.291	0.343	0.378	0.410	0.448	0.474
47	0.101	0.190	0.243	0.288	0.340	0.374	0.405	0.443	0.469
48	0.100	0.188	0.240	0.285	0.336	0.370	0.401	0.439	0.465
49	0.098	0.186	0.238	0.282	0.333	0.366	0.397	0.434	0.460
50	0.097	0.184	0.235	0.279	0.329	0.363	0.393	0.430	0.456

Critical Values for the Kolmogorov-Smirnov Goodness of Fit

α	0.50	0.20	0.10	0.05	0.02	0.01	0.005	0.002	0.001
1	0.75000	0.90000	0.95000	0.97500	0.99000	0.99500	0.99750	0.99900	0.99950
2	0.50000	0.68377	0.77639	0.84189	0.90000	0.92929	0.95000	0.96838	0.97764
3	0.43529	0.56481	0.63604	0.70760	0.78456	0.82900	0.86428	0.90000	0.92063
4	0.38209	0.49265	0.56522	0.62394	0.68887	0.73424	0.77639	0.82217	0.85047
5	0.34319	0.44698	0.50945	0.56328	0.62718	0.66853	0.70543	0.75000	0.78137
6	0.31447	0.41037	0.46799	0.51926	0.57741	0.61661	0.65287	0.69571	0.72479
7	0.29312	0.38148	0.43607	0.48342	0.53844	0.57581	0.60975	0.65071	0.67930
8	0.27567	0.35831	0.40962	0.45427	0.50654	0.54179	0.57429	0.61368	0.64098
9	0.26082	0.33910	0.38746	0.43001	0.47960	0.51332	0.54443	0.58210	0.60846
10	0.24809	0.32260	0.36866	0.40925	0.45662	0.48893	0.51872	0.55500	0.58042
11	0.23709	0.30829	0.35242	0.39122	0.43670	0.46770	0.49639	0.53135	0.55588
12	0.22748	0.29577	0.33815	0.37543	0.41918	0.44905	0.47672	0.51047	0.53422
13	0.21901	0.28470	0.32549	0.36143	0.40362	0.43247	0.45921	0.49189	0.51490
14	0.21146	0.27481	0.31417	0.34890	0.38970	0.41782	0.44352	0.47520	0.49753
15	0.20465	0.26589	0.30397	0.33760	0.37713	0.40420	0.42934	0.46011	0.48182
16	0.19844	0.25778	0.29472	0.32733	0.36571	0.39201	0.41844	0.44637	0.46750
17	0.19277	0.25039	0.28627	0.31796	0.35528	0.38086	0.40864	0.43580	0.45440
18	0.18757	0.24360	0.27851	0.30936	0.34569	0.37062	0.39980	0.42224	0.44234
19	0.18277	0.23735	0.27136	0.30143	0.33685	0.36117	0.38379	0.41156	0.43119
20	0.17833	0.23156	0.26473	0.29408	0.32866	0.35241	0.37451	0.40165	0.42085
21	0.17421	0.22617	0.25858	0.28724	0.32104	0.34426	0.36588	0.39243	0.41122
22	0.17036	0.22115	0.25283	0.28087	0.31394	0.33666	0.35782	0.38382	0.40223
23	0.16676	0.21646	0.24746	0.27490	0.30728	0.32954	0.35027	0.37575	0.39380
24	0.16338	0.21205	0.24242	0.26931	0.30104	0.32286	0.34318	0.36817	0.38588
25	0.16021	0.20790	0.23768	0.26604	0.29516	0.31657	0.33651	0.36104	0.37843
26	0.15721	0.20399	0.23320	0.25908	0.28962	0.31063	0.33022	0.35431	0.37139
27	0.15437	0.20030	0.22898	0.25436	0.28438	0.30502	0.32426	0.34794	0.36473
28	0.15169	0.19680	0.22497	0.24993	0.27942	0.29971	0.31862	0.34190	0.35842
29	0.14914	0.19348	0.22117	0.24571	0.27471	0.29466	0.31327	0.33617	0.35242
30	0.14672	0.19032	0.21756	0.24170	0.27023	0.28986	0.30818	0.33072	0.34672
31	0.14442	0.18732	0.21412	0.23788	0.26596	0.28529	0.30333	0.32553	0.34129
32	0.14222	0.18445	0.21085	0.23424	0.26189	0.28094	0.29870	0.32058	0.33611
33	0.14012	0.18171	0.20771	0.23076	0.25801	0.27677	0.29428	0.31584	0.33115
34	0.13811	0.17909	0.20472	0.22743	0.25429	0.27279	0.29005	0.31131	0.32641
35	0.13618	0.17659	0.20185	0.22425	0.25073	0.26897	0.28600	0.30697	0.32187
36	0.13434	0.17418	0.19910	0.22119	0.24732	0.26532	0.28211	0.30281	0.31751
37	0.13257	0.17188	0.19646	0.21826	0.24404	0.26180	0.27838	0.29882	0.31333
38	0.13086	0.16966	0.19392	0.21544	0.24089	0.25843	0.27480	0.29498	0.30931
39	0.12923	0.16753	0.19148	0.21273	0.23786	0.25518	0.27135	0.29128	0.30544
40	0.12765	0.16547	0.18913	0.21012	0.23494	0.25205	0.26803	0.28772	0.30171
41	0.12613	0.16349	0.18687	0.20760	0.23213	0.24904	0.26482	0.28429	0.29811
42	0.12466	0.16158	0.18468	0.20517	0.22941	0.24613	0.26173	0.28097	0.29465
43	0.12325	0.15974	0.18257	0.20283	0.22679	0.24332	0.25875	0.27778	0.29130
44	0.12188	0.15796	0.18053	0.20056	0.22426	0.24060	0.25587	0.27468	0.28806
45	0.12056	0.15623	0.17856	0.19837	0.22181	0.23798	0.25308	0.27169	0.28493
46	0.11927	0.15457	0.17665	0.19625	0.21944	0.23544	0.25038	0.26880	0.28190
47	0.11803	0.15295	0.17481	0.19420	0.21715	0.23298	0.24776	0.26600	0.27896
48	0.11683	0.15139	0.17301	0.19221	0.21493	0.23059	0.24523	0.26328	0.27611
49	0.11567	0.14987	0.17128	0.19028	0.21277	0.22828	0.24277	0.26065	0.27335
50	0.11453	0.14840	0.16959	0.18841	0.21068	0.22604	0.24039	0.25809	0.27067

Critical Values for the Kolmogorov-Smirnov Goodness of Fit

n	$\alpha = 0.50$	0.20	0.10	0.05	0.02	0.01	0.005	0.002	0.001
51	0.11344	0.14697	0.16796	0.18659	0.20864	0.22386	0.23807	0.25561	0.26807
52	0.11237	0.14558	0.16637	0.18482	0.20667	0.22174	0.23582	0.25319	0.26555
53	0.11133	0.14423	0.16483	0.18311	0.20475	0.21968	0.23364	0.25085	0.26309
54	0.11032	0.14292	0.16332	0.18144	0.20289	0.21768	0.23151	0.24857	0.26070
55	0.10934	0.14164	0.16186	0.17981	0.20107	0.21574	0.22944	0.24635	0.25837
56	0.10839	0.14040	0.16044	0.17823	0.19930	0.21384	0.22742	0.24419	0.25611
57	0.10746	0.13919	0.15906	0.17669	0.19758	0.21199	0.22546	0.24208	0.25390
58	0.10655	0.13801	0.15771	0.17519	0.19590	0.21020	0.22355	0.24003	0.25175
59	0.10566	0.13686	0.15639	0.17373	0.19427	0.20844	0.22169	0.23803	0.24966
60	0.10480	0.13573	0.15511	0.17231	0.19267	0.20673	0.21987	0.23608	0.24761
61	0.10396	0.13464	0.15385	0.17091	0.19112	0.20506	0.21809	0.23418	0.24562
62	0.10314	0.13357	0.15263	0.16956	0.18960	0.20343	0.21636	0.23232	0.24367
63	0.10234	0.13253	0.15144	0.16823	0.18812	0.20184	0.21467	0.23051	0.24177
64	0.10155	0.13151	0.15027	0.16693	0.18667	0.20029	0.21302	0.22873	0.23991
65	0.10079	0.13052	0.14913	0.16567	0.18525	0.19877	0.21141	0.22700	0.23810
66	0.10004	0.12954	0.14802	0.16443	0.18387	0.19729	0.20983	0.22531	0.23633
67	0.09931	0.12859	0.14693	0.16322	0.18252	0.19584	0.20829	0.22365	0.23459
68	0.09859	0.12766	0.14587	0.16204	0.18119	0.19442	0.20678	0.22204	0.23289
69	0.09789	0.12675	0.14483	0.16088	0.17990	0.19303	0.20530	0.22045	0.23123
70	0.09721	0.12586	0.14381	0.15975	0.17863	0.19167	0.20386	0.21890	0.22961
71	0.09653	0.12499	0.14281	0.15864	0.17739	0.19034	0.20244	0.21738	0.22802
72	0.09588	0.12413	0.14183	0.15755	0.17618	0.18903	0.20105	0.21589	0.22646
73	0.09523	0.12329	0.14087	0.15649	0.17499	0.18776	0.19970	0.21444	0.22493
74	0.09460	0.12247	0.13993	0.15544	0.17382	0.18650	0.19837	0.21301	0.22343
75	0.09398	0.12167	0.13901	0.15442	0.17268	0.18528	0.19706	0.21161	0.22196
76	0.09338	0.12088	0.13811	0.15342	0.17155	0.18408	0.19578	0.21024	0.22053
77	0.09278	0.12011	0.13723	0.15244	0.17045	0.18290	0.19453	0.20889	0.21912
78	0.09220	0.11935	0.13636	0.15147	0.16938	0.18174	0.19330	0.20757	0.21773
79	0.09162	0.11860	0.13551	0.15052	0.16832	0.18060	0.19209	0.20628	0.21637
80	0.09106	0.11787	0.13467	0.14960	0.16728	0.17949	0.19091	0.20501	0.21504
81	0.09051	0.11716	0.13385	0.14868	0.16626	0.17840	0.18974	0.20376	0.21373
82	0.08997	0.11645	0.13305	0.14779	0.16526	0.17732	0.18860	0.20253	0.21245
83	0.08944	0.11576	0.13226	0.14691	0.16428	0.17627	0.18748	0.20133	0.21119
84	0.08891	0.11508	0.13148	0.14605	0.16331	0.17523	0.18638	0.20015	0.20995
85	0.08840	0.11442	0.13072	0.14520	0.16236	0.17421	0.18530	0.19898	0.20873
86	0.08790	0.11376	0.12997	0.14437	0.16143	0.17321	0.18423	0.19784	0.20753
87	0.08740	0.11311	0.12923	0.14355	0.16051	0.17223	0.18319	0.19672	0.20635
88	0.08691	0.11248	0.12850	0.14274	0.15961	0.17126	0.18216	0.19562	0.20520
89	0.08643	0.11186	0.12779	0.14195	0.15873	0.17031	0.18115	0.19453	0.20406
90	0.08596	0.11125	0.12709	0.14117	0.15786	0.16938	0.18016	0.19347	0.20294
91	0.08550	0.11064	0.12640	0.14040	0.15700	0.16846	0.17918	0.19242	0.20184
92	0.08504	0.11005	0.12572	0.13965	0.15616	0.16755	0.17822	0.19138	0.20076
93	0.08459	0.10947	0.12506	0.13891	0.15533	0.16666	0.17727	0.19037	0.19969
94	0.08415	0.10889	0.12440	0.13818	0.15451	0.16579	0.17634	0.18937	0.19865
95	0.08371	0.10833	0.12375	0.13746	0.15371	0.16493	0.17542	0.18838	0.19761
96	0.08328	0.10777	0.12312	0.13675	0.15291	0.16408	0.17452	0.18741	0.19660
97	0.08286	0.10722	0.12249	0.13606	0.15214	0.16324	0.17363	0.18646	0.19560
98	0.08245	0.10668	0.12187	0.13537	0.15137	0.16242	0.17275	0.18552	0.19461
99	0.08204	0.10615	0.12126	0.13469	0.15061	0.16162	0.17189	0.18460	0.19364
100	0.08163	0.10563	0.12067	0.13403	0.14987	0.16081	0.17104	0.18368	0.19268

พิมพ์ที่

ห้างหุ้นส่วนจำกัด โรงพิมพ์ชวนพิมพ์

469 ถนนพระสุเมรุ แขวงบวรนิเวศ เขตพระนคร กรุงเทพฯ 10200

โทร. 2803542, 2810541, 2813180, 2822114 แฟกซ์ 2813181

นายจิโรจน์ ทรสงคราม ผู้พิมพ์ผู้โฆษณา พ.ศ. 2539

วันสิ้นสุดสัญญา

8 มีนาคม 2539



เปลวเทียนให้แสง รามคำแหงให้ทาง

2829304

