

(ก)

สารบัญ

คำนำ

บทที่ 1 พีชคณิตของเมตริกซ์

- 1.1 ระบบสมการกำลังหนึ่ง
สมการเส้นตรง (1) สมการระนาบ (1-2) สมการเชิงเส้น (2)
- 1.2 การจัดระบบสมการเชิงเส้นในรูปเมตริกซ์
- 1.3 เมตริกซ์คืออะไร
นิยาม (4) ตัวอย่าง (5)
- 1.4 คุณสมบัติของเมตริกซ์
 - 1.4.1 สมภาพหรือการเท่ากันของเมตริกซ์
นิยาม (6) Equivalent Relation (6)
 - 1.4.2 การบวกเมตริกซ์
นิยาม (6) คุณสมบัติขั้นพื้นฐานของการบวก (7)
Commutative Law (8) Associative Law (8)
Cancellation Law for Addition (9)
 - 1.4.3 การลบกันของเมตริกซ์
นิเสธของเมตริกซ์ (9) Zero Matrix (9)
คุณสมบัติของการลบเมตริกซ์ (9)
 - 1.4.4 การคูณเมตริกซ์ด้วยตัวคงค่า
นิยาม (11) คุณสมบัติของการคูณเมตริกซ์ด้วยตัวคงค่า (11 - 12)
 - 1.4.5 การคูณเมตริกซ์
นิยาม (14) คุณสมบัติขั้นพื้นฐานของการคูณ (14)
Index of Summation (15) Free Subscript (15)
การยกกำลังของเมตริกซ์ (16) คุณสมบัติของการคูณเมตริกซ์ (16)
Commutative Law (16) Running Subscript (18)
Cancellation Law for Multiplication (19)

Associative Law (19) Distributive Law (23)

Trace of a Matrix (25) Diagonal Matrix (27)

Identity Matrix (27) Scalar Matrix (28)

Idempotent Matrix (30)

แบบฝึกหัดที่ 1.1

Nilpotent Matrix (33) Premultiply-Post Multiply (34)

1.5 การเปลี่ยนตำแหน่งของเมตริกซ์

นิยาม (36) คุณสมบัติของการเปลี่ยนตำแหน่งเมตริกซ์ (36)

1.6 เมตริกซ์รูปอื่น ๆ

Symmetric Matrix (39) Main Diagonal (39)

Skew-Symmetric Matrix (39) Real Matrix (42)

Conjugate, Tranjugate Matrix (42) Complex Matrix (42)

Hermitian Matrix (42) Upper Triangular Matrix (43)

Lower Triangular Matrix (43) Upper, Lower Matrix (43)

1.7 ส่วนกลับของเมตริกซ์

นิยาม (44) Nonsingular Matrix (45) Singular Matrix (45)

1.8 การแบ่งกลุ่มสมาชิกของ เมตริกซ์

Submatrix (48) การบวกเมตริกซ์ (49)

การคูณเมตริกซ์ (50)

แบบฝึกหัดที่ 1.2

บทที่ 2 ระบบสมการเชิงเส้น

2.1 การแก้สมการในระบบสมการเชิงเส้น

Consistency, Inconsistency (56) Unique Solution, Infinitely Many Solution (56)

Sweepout Process (60) Elementary Operation (60)

Equivalent System of Equation (60) Parametric Form (61) Particular Solution (63)

2.2 Echelon Form ของระบบสมการเชิงเส้น

คุณสมบัติของ Echelon Form และ Reduced Echelon Form (66)

Augmented Matrix (66) Gauss-Jordan Reduction (66) Gaussian Elimination (66)

Echelon Matrix (67) Row Equivalent, Elementary Row Operation, Elementary Column Operation (69)

2.3 ระบบสมการเอกพันธ์เชิงเส้น

นิยาม (72) Trivial Solution, Nontrivial Solution (72)

Gaussian Elimination (78)

2.4 การหาส่วนกลับของเมตริกซ์

Elementary Vector (79) การหาส่วนกลับของเมตริกซ์

โดยใช้ Elementary Operation (79)

2.5 การหาส่วนกลับของเมตริกซ์โดยวิธีแบ่งกลุ่มสมาชิก

หลักการหาส่วนกลับและรูปทั่วไปของส่วนกลับ (85)

การทำให้เมตริกซ์ใด ๆ กลายเป็น Symmetric Matrix (91)

2.6 สรูป

แบบฝึกหัด

บทที่ 3 ดีเทอร์มิแนนต์

3.1 การจัดลำดับและดีเทอร์มิแนนต์

นิยามของการจัดลำดับ π (102) Odd Permutation, Even Permutation (102)

ดัชนีของการจัดลำดับ (102) $\mu(\pi)$ (103) ลำดับปกติ (103) Parity Index, Same

Parity, Opposite Parity (105) นิยามของดีเทอร์มิแนนต์ (105)

Row, Column Expansion (106) การหาค่าดีเทอร์มิแนนต์ของเมตริกซ์ที่มีขนาดตั้งแต่ 3×3 ลงมา (108)

3.2 คุณสมบัติของดีเทอร์มิแนนต์

3.3 องค์ประกอบร่วมของสมาชิกของเมตริกซ์

Row Expansion, Column Expansion (122) Minor และ Cofactor (124)

3.4 Pivotal Condensation Method

แบบฝึกหัดที่ 3.1

Vandermonde Matrix (149) Tridiagonal Matrix (150)

3.5 ดีเทอร์มิแนนต์ของผลคูณเมตริกซ์

- 3.5.1 ดีเทอร์มิแนนต์ของผลคูณระหว่าง Square Matrix, Elementary Matrix (152)
คุณสมบัติของการคูณกันระหว่าง Square Matrix (153)
- 3.5.2 ดีเทอร์มิแนนต์ของผลคูณระหว่าง Rectangular Matrix (257)
Major Determinant, Corresponding Major (159)
คุณสมบัติของการคูณกันระหว่าง Rectangular Matrix (157, 161)
- 3.6 การหาส่วนกลับของเมตริกซ์ Adjoint Matrix (164)
คุณสมบัติของการหาส่วนกลับของเมตริกซ์โดยอาศัยดีเทอร์มิแนนต์ (165)
- 3.7 การแก้ระบบสมการเชิงเส้นโดยอาศัยดีเทอร์มิแนนต์ Cramer's Rule (167)
- 3.8 การกระจายเพื่อหาค่าดีเทอร์มิแนนต์ตามวิธีของลาปลาซ
และดีเทอร์มิแนนต์ของผลบวกเมตริกซ์
- 3.8.1 Laplace's Expansion
- 3.8.2 ดีเทอร์มิแนนต์ของผลบวกเมตริกซ์
- แบบฝึกหัดที่ 3.2

บทที่ 4 Vector Space

- 4.1 Vector Space และ Subspace
นิยามของ Vector Space (184) การประกอบกันเชิงเส้น (189)
Subspace (191)
- 4.2 การขึ้นอยู่กับกันเชิงเส้นและความเป็นอิสระเชิงเส้น
นิยาม (194, 195) ทฤษฎีเกี่ยวกับการขึ้นอยู่กับกันเชิงเส้นและ
ความเป็นอิสระเชิงเส้น (196)
- แบบฝึกหัด 4.1
- Linear Polynomial (207) Quadratic Polynomial (207) Bilinear Form (210)
- 4.3 มิติและฐานที่เกิดของเวกเตอร์
Span หรือ Generate (211) Finite Dimensional n-Space (211) Basis (212)
- 4.3.1 ทฤษฎีเบื้องต้นเกี่ยวกับ Basis และ Dimension, Zero Space (212)
Dimension (215) Natural Basis (215)
- 4.3.2 การหา Basis ของ Vector Space และ Subspace
Steinitz Replacement Theorem (222) Pseudo Vector (223)

4.3.3 Row Space, Column Space และ Rank ของเมตริกซ์

4.3.4 การเปลี่ยน Basis

Coordinate Vector (229) Unit Vector (232)

Isomorphism (235) Transition Matrix (237)

4.3.5 Orthonormal Basis

ความยาวของเวกเตอร์ (244) Unit Vector (245) Normalized Vector (246)

มุมแสดงทิศทางของเวกเตอร์ (247) Orthogonal Condition (248)

Orthogonal Set (248) Orthonormal Basis (248)

กระบวนการของแกรม-ชมิตซ์ (249) Orthogonal Matrix (251)

Eucledian Space, Inner Product Space (252) Triangular Inequality (253)

การฉายภาพของเวกเตอร์ (254)

แบบฝึกหัดที่ 4.2

บทที่ 5 ค่าที่บ่งบอกจำนวนเวกเตอร์อิสระของเมตริกซ์ (Rank of Matrix)

5.1 Rank และ Rank Normal Form, Full Rank (260) Rank Normal Form (262)

Idempotent Symmetric Matrix (263)

5.2 ทฤษฎีที่สำคัญ ๆ เกี่ยวกับ Rank ของเมตริกซ์

5.3 การเสนอ Elementary Operation ในรูปของเมตริกซ์

tion 5.3.1 ส่วนกลับของ Elementary Operation ในรูปของเมตริกซ์

5.3.2 การแยกตัวประกอบของเมตริกซ์

5.3.3 Equivalent Matrix

แบบฝึกหัดที่ 5.1

5.4 Rank และการแก้ระบบสมการเชิงเส้น

5.4.1 ระบบสมการเอกพันธ์เชิงเส้น

Complete Solution, Particular Solution (293) Null Space (293)

การสร้างแบบจำลองเพื่อวิเคราะห์การถดถอย (299)

5.4.2 ระบบสมการวิวิธพันธ์เชิงเส้น

Rank ของระบบสมการ (306) Complete Solution (307)

แบบฝึกหัดที่ 5.2

บทที่ 6 อินทิเกรชัน อนุพันธ์และบทประยุกต์

- 6.1 Linear Form, Bilinear Form และ Quadratic Form
- 6.2 Transformation และ Characteristic Value
- 6.3 Definite Quadratic Form
- 6.4 การคำนวณค่าของ Multiple Integration, Normal Distribution (330)
- 6.5 การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชัน
 - 6.5.1 การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันเทียบกับเวกเตอร์
 - 6.5.2 การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันเทียบกับเมตริกซ์

แบบฝึกหัด

ภาคผนวก 1 Field

ภาคผนวก 2 Σ และ π

นิยามศัพท์เฉพาะ

เอกสารอ้างอิง