บทที่ 12. ทฤษฎีตัดสินใจเชิงสถิติ Statistical Decision Theory

ทฤษฎีตัดสินใจเชิงสถิติ

Statistics are no substitute for Judgement.

Henry Clay

ทฤษฎีตัดสินใจจะกล่าวถึงการแยกแยะเกณฑ์ (Criteria) สำหรับการตัดสินใจที่กระทำขึ้นภายใต้สภาวการณ์ต่าง ๆ ซึ่งสามารถจะประเมินผลได้ และใช้เกณฑ์เหล่านี้มาพิจารณาทางเลือกที่ดีที่สุดในการตัดสินใจ (Best decision acts or Alternatives) ทฤษฎีตัดสินใจจะเน้นถึงการใช้ค่าความน่าจะเป็นเชิงจิตและแบบเงื่อนไข กับยังได้ขยายวิธีการทางสถิติคลาสสิคออกไปอีก โดยการใช้ผลได้และผลเสีย (Gains or Losses) เข้าไปในการวิเคราะห์ นั่นคือพยายามใช้ข้อมูลข่าวสารที่เกี่ยวข้องทั้งหมดให้เป็นประโยชน์ ดังนั้นทฤษฎีตัดสินใจจึงแทนความพยายามที่จะรวบรวมข้อมูลข่าวสารที่มีทั้งหมดไปใช้ในกระบวนการของการอนุมานหรืออ้างอิงเกี่ยวกับพารามิเตอร์ แล้วใช้ข้อมูลข่าวสารเหล่านี้พิจารณาทางเลือกหรือกโลบาย (Strategies) ที่ดีที่สุด

12.1 การวิเคราะห์เกี่ยวกับการตัดสินใจ (The Analysis of Decision)

ในการกระทำการตัดสินใจนั้น ผู้ตัดสินใจ (Decision Maker) ต้องมีทางเลือกของการกระทำอยู่หลายทาง แต่ละทางก็ให้ผลต่าง ๆ กัน และในเวลาเดียวกันก็ต้องมีค่าของ สภาวการณ์นอกบังคับ (States of Nature) ซึ่งเป็นตัวแทนของเหตุการณ์ต่าง ๆ ที่จะเกิดขึ้นนั้น ค่าที่เป็นไปได้จะมีสองค่าหรือมากกว่า นั่นคือผลตอบแทนของทางเลือกต่าง ๆ ขึ้นอยู่กับสภาวการณ์นอกบังคับโดยทั่วไปกระบวนการสำหรับเลือกกโลบายหรือทางเลือกที่ดีที่สุดนั้น จะประกอบด้วย

(1) ระบุทางเลือกทั้งหมด

(2) แจงนับเหตุการณ์หรือสภาวการณ์นอกบังคับที่เป็นไปได้ทั้งหมด

(3) วิเคราะห์ธรรมชาติของความไม่แน่นอนในปัญหาตัดสินใจนั้น โดยการกำหนดความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่จะเกิดขึ้น

(4) กำหนดผลตอบแทนหรือความสูญเสียของทางเลือกต่าง ๆ และ

(5) เรียงลำดับข้อมูลข่าวสารที่ต้องรวบรวมตามลำดับก่อนหลัง

ตารางสัมพันธ์ของผลตอบแทน (Payoff Matrix or Table) นักวิเคราะห์ได้อาศัยวิธีการทางคณิตศาสตร์เสนอส่วนต่าง ๆ ของปัญหาการตัดสินใจในรูปแมทริกซ์ (Matrix) หรือตารางสองทางซึ่งเรียกว่าตารางสัมพันธ์ของผลตอบแทน แมทริกซ์นี้จะเป็นแถวตัวเลขแบบ 2 มิติ ซึ่งเรียงอยู่ในแถวนอนและแถวตั้ง จะให้แถวนอนเป็นกโลบายหรือทางเลือกของการกระทำ (หนึ่งแถวนอนต่อหนึ่งกโลบาย) และแถวตั้งเป็นสภาวการณ์นอกบังคับ หรือเป็นทางเลือกของคู่แข่งขัน ในแต่ละช่องหรือแต่ละเซลล์จะเป็นผลตอบแทน (Payoff) ซึ่งเป็นมาตราวัดอัตถประโยชน์ (Utility) ที่ประมาณจากผลทดลองที่เกิดขึ้นภายใต้สภาวการณ์นอกบังคับ กับกโลบายแต่ละอย่าง ดังนั้นตารางสัมพันธ์จึงสามารถสรุปคุณลักษณะทั้งหมดของปัญหาการตัดสินใจได้ ดังนี้

สภาวการณ์นอกบังคับ		N_1	N_2	....	N_j
	S_1	P_{11}	P_{12}	. . ,	P_{1j}
กโลบาย	S_2	P_{21}	P_{22}	. . .	P_{2j}
	S_3	P_{31}	P_{32}	. . .	P_{3j}
	.				
	.	.	.		.
	S_i	P_{i1}	P_{i2}	. . .	P_{ij}

ในเมื่อ N_1, N_2, ..., N_j แทนสภาวการณ์, S_1, S_2,...,S_i แทนกโลบาย, และ P_{11}, P_{12}, ..., P_{ij} แทนผลตอบแทน ลองพิจารณาปัญหาการตัดสินใจต่อไปนี้

ตัวอย่าง บริษัท กขค ผู้ผลิตเครื่องใช้ในบ้าน กำลังพิจารณากโลบาย 3 อย่าง เกี่ยวกับมอเตอร์ไฟฟ้าของเครื่องใช้แบบใหม่ที่บริษัทกำลังจะนำออกขาย กโลบายนั้นเป็นดังนี้

กโลบาย 1 บริษัทจะใช้นโยบายเดิม คือซื้อมอเตอร์ที่ประกอบแล้ว

กโลบาย 2 เพิ่มการลงทุน (ขนาดกลาง) เกี่ยวกับเครื่องมือและวิศวกรฝ่ายผลิต นั่นคือบริษัทซื้อส่วนประกอบของมอเตอร์และนำมาประกอบเอง

กโลบาย 3 บริษัทเพิ่มการลงทุนเต็มที่ในด้านโรงงานและวิศวกร นั่นคือบริษัทจะผลิตมอเตอร์ และส่วนต่าง ๆ เอง

ผลตอบแทนของแต่ละกโลบายขึ้นอยู่กับสภาพของตลาด (สภาวการณ์นอกบังคับ) นั่นคือขึ้นอยู่กับการยอมรับหรือความนิยมของผู้ใช้เครื่องนั้นว่าสูงหรือต่ำ ถ้าสภาวการณ์ทั้งสอง (ผู้ใช้นิยมมาก ผู้ใช้นิยมน้อย) กโลบายทั้งสาม (ซื้อมอเตอร์ ซื้อส่วนประกอบและนำมาประกอบเอง หรือผลิตมอเตอร์เอง) และผลตอบแทนที่ผู้จัดการบริษัทกะประมาณได้ นั้นสรุปได้เป็นดังนี้

สภาวการณ์นอกบังคับ		ผู้ใช้นิยมน้อย N_1	ผู้ใช้นิยมมาก N_2
กโลบาย	S_1 ซื้อมอเตอร์	40	110
	S_2 ประกอบมอเตอร์	30	150
	S_3 ผลิตมอเตอร์	-40	180

ในเมื่อ ผลตอบแทน มีหน่วยเป็น 100,000 บาท

ผลตอบแทนในแต่ละเซลล์นั้นกะประมาณได้จากข้อมูลข่าวสารเกี่ยวกับราคาขาย ค่าใช้จ่ายในการผลิต และจำนวนลูกค้าที่จะใช้ ถ้าสินค้าใหม่ได้รับความนิยมสูงเมื่อออกสู่ตลาด บริษัทก็จะเลือกกโลบาย 3 ซึ่งจะได้กำไรมากที่สุด ถ้าน้อย 3 จะขาดทุน เพราะค่าใช้จ่ายคงที่สูง กโลบาย 2 และ 3 จะให้ผลตอบแทนสุทธิเล็กน้อย เมื่อสภาพตลาดอยู่ในระดับต่ำ และจะให้ผลตอบแทนสุทธิมากขึ้น ถ้าได้รับความนิยมสูง

12.2 ชนิดของการตัดสินใจ (Kinds of Decisions)

ในการที่จะเลือกกโลบายไหนนั้นขึ้นอยู่กับว่าผู้ตัดสินใจมีข้อมูลข่าวสารเกี่ยวกับสภาวการณ์แต่ละอย่างจะเกิดขึ้นขนาดไหน นั่นคือทราบดีกรีของความน่าจะเป็นที่สภาวการณ์จะเกิดขึ้นนั่นเอง ดังนั้นนักตัดสินใจจึงแบ่งประเภทของการตัดสินใจได้เป็น 4 แบบ ตามดีกรีของความน่าจะเป็นที่สภาวการณ์จะเกิดขึ้น ดังนี้

(1) การตัดสินใจภายใต้ความแน่นอน

(2) การตัดสินใจภายใต้การเสี่ยง

(3) การตัดสินใจภายใต้ความไม่แน่นอน

(4) การตัดสินใจภายใต้การขัดแย้ง หรือการแข่งขัน

12.2.1 การตัดสินใจภายใต้ความแน่นอน (Decision-making under Certainty)

การตัดสินใจแบบนี้จะเกิดขึ้นเมื่อเรามีปัญหาตัดสินใจที่เราทราบด้วยความแน่ใจว่าสภาวการณ์ไหนจะเกิดขึ้นแน่ นั่นคือในแถวตั้งจะมีแถวเดียว การตัดสินใจในปัญหาแบบนี้

เราพิจารณาแค่ผลตอบแทนในกโลบายต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องในสภาวการณ์เดียวเท่านั้น ถ้ากโลบายมีจำกัด คือ ไม่มากนัก ผู้ตัดสินใจก็ไม่ยุ่งยากที่จะหากโลบายที่เหมาะสม นั่นคือ ถ้าทราบว่าสภาพตลาดนั้นได้รับความนิยมต่ำ บริษัทก็จะเลือกกโลบายแรก คือซื้อมอเตอร์ที่ประกอบแล้ว เพราะกโลบายนี้จะให้กำไรมากกว่ากโลบายอื่น แต่ถ้าสภาพตลาดได้รับความนิยมสูง กโลบายที่ดีที่สุดก็คือผลิตมอเตอร์เอง เมื่อผู้ตัดสินใจมีทางเลือกเพียงเล็กน้อย การตัดสินใจภายใต้ความแน่นอนจึงเป็นเรื่องง่าย อย่างไรก็ตามถ้าจำนวนกโลบายมีมากมาย จำเป็นต้องมีวิธีการหากโลบายที่ดีที่สุด การวิจัยการปฏิบัติงาน (Operations Research Techniques) หรือเทคนิคโปรแกรมเชิงเส้น (Linear Programming Techniques) เป็นวิธีหนึ่งที่ใช้หาทางเลือกหรือกโลบายที่ดีที่สุด โดยการหาผลตอบแทนที่มากสุด หรือผลเสียหายที่น้อยสุด (Maximizing gains or Minimizing losses) แบบมีข้อจำกัด

12.2.2 การตัดสินใจภายใต้การเสี่ยง (Decision-making under Risk)

การตัดสินใจแบบนี้จะเกิดขึ้นเมื่อปัญหาการตัดสินใจนั้นมีจำนวนสภาวการณ์มากๆ แต่ทว่าผู้ตัดสินใจทราบความน่าจะเป็นที่สภาวการณ์แต่ละอย่างจะเกิดขึ้น นั่นคือไม่สามารถระบุสภาวการณ์ด้วยความแน่ใจได้ แต่สามารถระบุได้ด้วยความน่าจะเป็นที่ทราบค่าได้

ภายใต้สภาพของการเสี่ยงนี้ นักทฤษฎีตัดสินใจได้ใช้เกณฑ์สำหรับประเมินผลกโลบายหรือทางเลือกต่าง ๆ เพื่อหาทางเลือกที่ดีที่สุดนั้นด้วยเกณฑ์ของค่าคาดหวังของผลตอบแทน (Expected Value of the Payoff, EOP) ของกโลบายแต่ละอย่าง ผลตอบแทนคาดหวังของกโลบายนั้นจะเป็นผลรวมของผลตอบแทนที่เป็นไปได้ในสภาวการณ์ต่าง ๆ ซึ่งคูณด้วยความน่าจะเป็นที่เกี่ยวพันอยู่ เกณฑ์ตัดสินใจแบบนี้จะเลือกกโลบายที่มีผลตอบแทนคาดหวังสูงสุด หรือผลเสียหายคาดหวังน้อยสุด นั่นคือ เลือกกโลบายที่มี

$$\text{EOP } (S_i) = \sum_j P_{ij} \; f(N_j)$$

มากที่สุด

ตัวอย่าง เจ้าของร้านขนมปังต้องการพิจารณาว่าจะผลิตขนมเค็กแต่ละคืนเพื่อขายในวันรุ่งขึ้นเท่าใดจึงจะดีถ้าขายไม่ได้ในวันรุ่งขึ้นจะเสียหมด ขนมนั้นมีต้นทุนอันละ 8 บาท และราคาขายอันละ 20 บาท

จากข้อมูลเก่า ๆ และประสบการณ์ที่เจ้าของร้านมีอยู่ เราทราบอุปสงค์แต่ละวันเป็นดังนี้

อุปสงค์	0	1	2	3	4	5
ความน่าจะเป็น	0	0.1	0.2	0.3	0.3	0.1

จากข้อมูลข่าวสารข้างบนเราสร้างตารางสัมพันธ์ของผลตอบแทนได้เป็นดังนี้

สภาวการณ์นอกบังคับ (อุปสงค์)		0	1	2	3	4	5
กโลบาย (ผลิต)	0	0	0	0	0	0	0
	1	−8	12	12	12	12	12
	2	−16	4	24	24	24	24
	3	−24	−4	16	36	36	36
	4	−32	−12	8	28	48	48
	5	−40	−20	0	20	40	60

สำหรับผลตอบแทนคาดหวัง (EOP) ของกโลบาย (S_i) ใด ๆ คือ

$$\text{EOP}(S) = \sum_j P_{ij}\ f(N_j)$$

ในเมื่อ P_{ij} เป็นผลตอบแทนของกโลบาย i ในสภาวการณ์ j และ f (N_j) เป็นความน่าจะเป็นของสภาวการณ์ j ดังนั้นเราจะได้

EOP ($S_1 = 0$) = 0 EOP ($S_4 = 3$) = 28

EOP ($S_2 = 1$) = 12 EOP ($S_5 = 4$) = 28

EOP ($S_3 = 2$) = 22 EOP ($S_6 = 5$) = 22

นั่นคือ เราจะเลือกโลบายที่ 4 หรือ 5 นั่นเอง

วิธีวิเคราะห์แบบเพิ่ม (Marginal or Incremental Analysis)

ปัญหาข้างบนนี้จะแก้ หรือหาทางเลือกได้ง่าย ถ้าสภาวการณ์ และกโลบายที่เป็นไปได้มีไม่มากนัก แต่ถ้ามีมาก ๆ เราทำได้ไม่สะดวกนัก เพราะเราต้องมีงานคำนวนมากมาย อย่างไรก็ดี เราก็มีวิธีการแก้ปัญหาเช่นนี้ ซึ่งเรียกกันว่า วิธีวิเคราะห์แบบเพิ่ม วิธีนี้จะลดงานในด้านคำนวณลงมาก

ขอให้พิจารณาหน่วยเพิ่ม (Additional Unit) ของสินค้าที่เราจะเก็บไว้หรือจะซื้อมา เราจะพบว่าหน่วยที่เพิ่มขึ้นนี้มีทางที่เป็นไปได้ 2 ทาง คือ ขายได้ หรือขายไม่ได้ ผลรวมของความน่าจะเป็นของ 2 ทาง (เหตุการณ์) นี้จะเท่ากับ 1 เช่นถ้าความน่าจะเป็นที่จะขาย

หน่วยเพิ่มได้เป็น 0.3 แล้วความน่าจะเป็นที่จะขายไม่ได้เท่ากับ $1 - 0.3 = 0.7$ เป็นต้น

สำหรับหน่วยที่จะเพิ่มนี้ ถ้าขายได้ เราก็ได้กำไรเพิ่มขึ้น ซึ่งเราเรียกว่า **กำไรเพิ่ม** (MP, Marginal Profit) ในปัญหาข้างบนนี้กำไรเพิ่มจะเป็น 20—8 = 12 บาท ถ้ามองในแง่สูญเสียเนื่องจากการเก็บ (Stock) หรือผลิตไม่พอกับความต้องการ ก็จะเรียกว่า สูญเสียจากการเก็บไว้น้อยเกินไป (Loss from Understocking or Underage)

ในทางตรงกันข้าม ถ้าหน่วยเพิ่มขายไม่ได้ นั่นคือกรณีที่เก็บ (หรือผลิต) ของไว้เพิ่มหนึ่งหน่วย แล้วขายไม่ได้นั่นเอง ซึ่งจะทำให้กำไรลดลงด้วย จำนวนที่ลดลงจะเรียกว่า **สูญเสียเพิ่ม** (ML, Marginal Loss) หรือสูญเสียจากการเก็บไว้มากเกินไป (Loss from Overstocking or Overage) กรณีนี้สูญเสียเพิ่มเป็น 8 บาท การสูญเสียทั้ง 2 ประเภทนี้เรียกกันว่า สูญเสียโอกาส (Opportunity Losses)

จากตัวอย่างข้างบน เรามาพิจารณาเป็นขั้น ๆ ว่าจะผลิตขนมเค็กหน่วยแรกดีหรือไม่ การตัดสินใจในกรณีนี้จะเลือกกโลบายหนึ่งจาก "ผลิตหน่วยแรก" หรือ "ไม่ผลิตหน่วยแรก" และสภาวการณ์นอกบังคับที่เป็นไปได้จะเป็น "มีอุปสงค์หน่วยแรก" หรือ "ไม่มีอุปสงค์หน่วยแรก" ดังนั้นเราจะได้ตารางสัมพันธ์สูญเสีย (Loss Matrix) เป็นดังนี้

	สภาวการณ์	มีอุปสงค์หน่วยแรก	ไม่มีอุปสงค์หน่วยแรก
		$P(D \geq 1) = 1.0$	$P(D < 1) = 0$
กโลบาย	ผลิตหน่วยแรก	0	ML = 8
	ไม่ผลิตหน่วยแรก	MP = 12	0

การสูญเสียโอกาสเฉลี่ย (EOL, Expected Opportunity Loss)

$$\text{EOL}(S_1) = 0, \qquad \text{EOL}(S_2) = 12$$

ความน่าจะเป็นที่จะมีอุปสงค์หน่วยแรกจะเป็นความน่าจะเป็นสะสม (Cumulative Probability) ของอุปสงค์ (D, Demand) สำหรับหนึ่งหน่วยหรือมากกว่า นั่นคือ

$$P(D \geq 1) = P(D = 1) + P(D = 2) + \ldots\ldots + P(D = 5)$$

$$= .1 + .2 + .3 + .3 + .1 = 1.00$$

แล้ว $P(D < 1) = P(D = 0) = 0$

ดังนั้นการสูญเสียโอกาสเฉลี่ยสำหรับการผลิตหรือไม่ผลิตขนมเค็กหน่วยแรก จะคำนวณได้เป็น

$$EOL(S_1) = 0(1.00) + 8(0) = 0$$

$$EOL(S_2) = 12(1.00) + 0(0) = 12$$

สำหรับ EOL (S_1) ก็คือการสูญเสียเพิ่มเฉลี่ย (Expected Marginal Loss, E (ML)) นั่นเอง เพราะเป็นผลคูณของ MK กับความน่าจะเป็นของมัน และ EOL (S_2) ก็คือกำไรเพิ่มเฉลี่ย (Expected Marginal Profit, E (MP))

ในการตัดสินใจว่าจะผลิตหน่วยแรกหรือไม่นั้น พิจารณาจากการสูญเสียเฉลี่ยของกโลบาย S_1 หรือ S_2 นั่นคือดูที่ EOL(S_1) และ EOL(S_2) โดยที่ EOL(S_1) น้อยกว่า EOL(S_2) เราจึงตัดสินใจผลิตหน่วยแรก

ลองพิจารณาการผลิตหน่วยที่สองต่อไป ซึ่งจะได้ตารางสัมพันธ์สูญเสีย ดังนี้

สภาวการณ์		มีอุปสงค์หน่วยที่สอง $P(D \geq 2) = .9$	ไม่มีอุปสงค์หน่วยที่สอง $P(D < 2) = .1$
กโลบาย	ผลิตหน่วยที่สอง	0	ML = 8
	ไม่ผลิตหน่วยที่สอง	MP = 12	0
	การสูญเสียเฉลี่ย	EOL(S_1) = 0.8	
		EOL(S_2) = 10.8	

ในการตัดสินใจว่าจะผลิตหน่วยที่สองหรือไม่ ก็ทำได้เช่นเดียวกับหน่วยแรก และสำหรับการตัดสินใจในหน่วยที่ j ก็เป็นไปในทำนองเดียวกัน ดังนั้นเราจะได้ตารางของวิธีวิเคราะห์แบบเพิ่มของหน่วยที่ j ดังนี้

อุปสงค์หน่วยที่ j	$P(D \geq j)$	กำไรเพิ่มเฉลี่ย MP $P(D \geq j)$	$P(D < j)$	สูญเสียเพิ่มเฉลี่ย ML $P(D > j)$
1	1 0	2	0	0
2	.9	10.8	.1	.8
3	.7	8.4	.3	2.4
4	.4	4.8	.6	4.8
5	.1	1.2	.9	7.2

จากตารางเราจะเห็นว่า เมื่ออุปสงค์เพิ่มขึ้น กำไรเพิ่มเฉลี่ยจะลดลง หรือสูญเสียเพิ่มเฉลี่ยจะสูงขึ้น ดังนั้นตราบใดที่สูญเสียเพิ่มเฉลี่ยน้อยกว่ากำไรเพิ่มเฉลี่ย เราก็จะเพิ่มการผลิตเรื่อยไป โดยทั่วไปเราจะเพิ่มระดับการผลิตหรือการเก็บจนกระทั่งสูญเสียเพิ่มเฉลี่ยไม่มากกว่ากำไรเพิ่มเฉลี่ย จากหลักการเพิ่ม (Marginal Principle) ทางเศรษฐศาสตร์ เราจะได้ระดับที่ให้ผลประโยชน์มากที่สุด (Optimal Level) เมื่อสูญเสียเพิ่มเฉลี่ย (จากการเพิ่มการผลิต หรือการเก็บ) เท่ากับ กำไรเพิ่มเฉลี่ย (จากการเพิ่มการผลิต หรือการเก็บ) หรือ $E(MP) = E(ML)$

ดังนั้นระดับการผลิตหรือการเก็บที่ให้ผลประโยชน์สูงสุด จะเกิดขึ้นเมื่อ

$$
\begin{aligned}
E(MP) &= E(ML) \\
MP\,P(D \geq j) &= ML\,P(D < j) \\
&= ML\left\{1 - P(D \geq j)\right\} \\
&= ML - ML\,P(D \geq j) \\
P(D \geq j)\left\{ML + MP\right\} &= ML \\
P(D \geq j) &= \frac{ML}{ML + MP} = p^*
\end{aligned}
$$

สำหรับ $p^* = P(D \geq j)$ นี้จะเรียกว่า ความน่าจะเป็นวิกฤต (Critical Probability) และอัตราส่วน $\frac{ML}{ML + MP}$ นี้เรียกว่า อัตราส่วนวิกฤต (Critical Ratio)

ในการหาค่าของ j ซึ่งเป็นระดับการผลิตสูงสุดที่จะทำให้ $E(ML) = E(MP)$ นั้น หาได้ดังต่อไปนี้

ก. กรณีที่ j แทนหน่วยของการผลิตชนิดไม่ต่อเนื่อง (Discrete Units) แล้ว j จะเป็นค่าที่มากที่สุดที่ทำให้ $P(D \geq j) \geq p^*$

จากตัวอย่างเราได้ $MP = 12$, $ML = 8$

$$p^* = 8/(8 + 12) = 0.4$$

และจากตาราง เราก็พบว่า $j = 4$ นั่นคือผลิตขนมเค็กเท่ากับ 4 หน่วย ทั้งนี้เพราะ $j = 4$

ทำให้ $E(ML) = E(MP) \pm 4.8$

ข. กรณีที่ j แทนหน่วยของการผลิตชนิดต่อเนื่อง (Continuous Case) แล้ว j จะเป็นค่ามากที่สุดที่ทำให้ $P(D \geq j) = p*$ เช่นในกรณีของการแจกแจงปกติ (Normal Distribution) เราจะได้ j ดังนี้

$$j = \mu + Z_{p*}$$

หรือกรณีตัวอย่างสุ่ม เราจะได้ $j = \mu_{\bar{X}} + Z_{p*}\sigma_{\bar{X}}$

$$\simeq \bar{X} + Z_{p*}.S_{\bar{X}}$$

ในเมื่อ j แทนหน่วยที่ทำให้ได้ประโยชน์สูงสุด $\bar{X}$ เป็นค่าเฉลี่ยที่ประมาณได้จากตัวอย่าง $S_{\bar{X}}$ เป็นความคลาดเคลื่อนมาตรฐานจากตัวอย่าง และ $S_{\bar{X}} = S/\sqrt{n}$ และ Z_{p*} เป็นค่าของตัวแปรปกติมาตรฐานที่ทำให้เกิดพื้นที่ทางด้านขวาเท่ากับ $p*$ และค่านี้หาได้โดยตารางปกติมาตรฐานนั้นเอง

ตัวอย่าง ผู้จัดการฝ่ายผลิตต้องการประมาณการผลิตที่เหมาะสมของสินค้าชนิดหนึ่ง และสินค้าชนิดนี้มีต้นทุนการผลิต 20 บาท และราคาขาย 30 บาท

จากการสุ่มตัวอย่างเพื่อกะประมาณปริมาณการผลิต เขาพบว่ามีส่วนเฉลี่ย 1,500 หน่วย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 800 หน่วย ตัวอย่างที่ใช้มีขนาด 64 ครั้ง

ปริมาณการผลิตที่เหมาะสมจะหาได้ดังนี้

$$n = 64 \quad \bar{X} = 1{,}500 \quad S = 800$$

$$S_{\bar{X}} = S/\sqrt{n} = 800/\sqrt{64} = 100$$

$$MP = 30 - 20 = 10 \qquad ML = 20$$

$$p* = 20/(20 + 10) = 0.67$$

จากตารางปกติเราได้ $Zp* = -0.43$

ดังนั้น $j = 1{,}500 + (-0.43)(100)$

$= 1{,}457$ หน่วย

จากที่กล่าวมาเกี่ยวกับวิธีวิเคราะห์แบบเพิ่ม เราพอสรุปเป็นขั้น ๆ ได้ดังนี้

(1) พิจารณา MP และ ML เมื่อ MP เป็นผลจากการเก็บหรือผลิตของเพิ่มหนึ่งหน่วย แล้วก็ขายได้ และ ML เป็นผลจากการเก็บหรือผลิตของเพิ่มหนึ่งหน่วย แล้วขายไม่ได้

(2) คำนวนอัตราส่วนวิกฤต $p* = ML/(ML + MP)$

(3) จากการแจกแจงก่อนการสุ่ม (Prior Probability) ของสภาวการณ์นอกบังคับ θ หรือ $P(\theta)$ เราก็คำนวน $P(\theta \geq j)$ สำหรับ $j = 1,2,..., n$ เมื่อ n แทนจำนวนสมาชิกที่เป็นไปได้ของสภาวการณ์นอกบังคับ แล้วก็หาจำนวนสูงสุดของ j ที่ทำให้ $P(\theta \geq j)$ น้อยกว่าหรือเท่ากับอัตราส่วนวิกฤต สำหรับ j ที่สูงสุดนี้จะเป็นกโลบายที่ดีที่สุด

12.2.3 การตัดสินใจภายใต้ความไม่แน่นอน (Decision—making under Uncertainty)

การตัดสินใจแบบนี้เกิดขึ้นเมื่อไม่ทราบความน่าจะเป็นที่สภาวการณ์นอกบังคับต่าง ๆ จะเกิดขึ้น อย่างไรก็ตามผู้ตัดสินใจก็ยังสามารถระบุสภาวการณ์และผลตอบแทนที่เกี่ยวข้องได้

ภายใต้ความไม่แน่นอนนั้นผลตอบแทนสามารถแจกแจงได้ แต่ไม่ทราบความน่าจะเป็น เกณฑ์ที่จะหาทางเลือกที่ดีที่สุดซึ่งเป็นที่เชื่อถือได้มีอยู่หลายประการ ผู้ตัดสินใจจะเลือกใช้ได้ตามทัศนคติของตน หรือให้สอดคล้องกับสมมติฐานที่ตั้งขึ้น อย่างไรก็ตามเกณฑ์ตัดสินใจเหล่านั้นพอจะแยกได้เป็น 2 แบบ คือ เกณฑ์ตัดสินใจแบบไม่ได้รวบรวมข้อมูลข่าวสารจากตัวอย่าง และเกณฑ์ตัดสินใจแบบรวบรวมข้อมูลข่าวสารจากตัวอย่าง

ก. การตัดสินใจแบบไม่สุ่มตัวอย่าง (Decision Analysis Without Sampling) การตัดสินใจแบบนี้จะไม่อาศัยข้อมูลข่าวสารเพิ่มเติม โดยการรวบรวมข้อมูลจากตัวอย่างที่เกี่ยวกับสภาวการณ์ แต่อาศัยข้อมูลที่มีอยู่มาช่วยพิจารณาตัดสินใจ เกณฑ์ตัดสินใจสำหรับเลือกกโลบายที่ดีที่สุดของการตัดสินใจแบบนี้มีอยู่หลายเกณฑ์ดังนี้

(1) เกณฑ์เพิ่มค่าที่น้อยสุด (Maximin Criterion) เกณฑ์นี้ได้รับการเสนอแนะจาก Abraham Wald เมื่อปี 1945 ซึ่งแนะนำว่า ผู้ตัดสินใจควรจะเป็นคนมองโลกในแง่ร้าย นั่นคือผู้ตัดสินใจควรจะเลือกเอาการกระทำหรือทางเลือกที่ว่าได้ผลขั้นต่ำซึ่งมากที่สุด (Maximize minimum payoff, Maximin) เพราะถือว่าผลประโยชน์ขั้นต่ำ (Worst) จะเกิดขึ้น

กล่าวคือ (ตามตัวอย่างเกี่ยวกับมอเตอร์ไฟฟ้า)

ถ้าเลือก S_1 อย่างเลวที่สุดที่จะเกิดขึ้นได้ก็คือ N_1 เป็นจริง นั่นคือได้กำไร 40

ถ้าเลือก S_2 อย่างเลวที่สุดที่จะเกิดขึ้นได้ก็คือ N_1 เกิดขึ้น นั่นคือได้กำไร 30 และ

ถ้าเลือก S_3 อย่างเลวที่สุดที่จะเกิดขึ้น คือ N_1 เกิดขึ้น กล่าวคือ ขาดทุน 40

ดังนั้นเมื่อเปรียบเทียบผลได้อย่างเลวที่สุดที่จะเกิดขึ้นของทางเลือก 3 ทาง นี้แล้ว S_1 ยังดีกว่า คือได้กำไรมากกว่า ฉะนั้นถ้าถือตามเกณฑ์นี้แล้วควรจะเลือกกโลบาย S_1 คือ ซื้อมอเตอร์ไฟฟ้าที่ประกอบแล้ว

	สภาวการณ์	ผู้ใช้นิยมน้อย	ผู้ใช้นิยมมาก	ผลขั้นต่ำ (Worst or Minimum)
กโลบาย	ซื้อมอเตอร์	40	110	40 ←
	ประกอบมอเตอร์	30	150	30
	ผลิตมอเตอร์	40	180	−40

เราจะเห็นได้ว่าเกณฑ์ตัดสินใจเช่นนี้ค่อนข้างจะเป็นเกณฑ์โบราณ หรือหัวเก่าไปหน่อย และยังเป็นเกณฑ์ของผู้มองโลกในแง่ร้าย (Criterion of Pessimism) พอสมควร เพราะคิดว่าเหตุการณ์ที่เลวร้ายที่สุดจะเกิดขึ้น ถ้าใช้เกณฑ์นี้เป็นประจำในระยะเวลายาวนานก็ย่อมจะหมายถึงว่า คงจะไม่มีการริเริ่มดำเนินกิจการใหม่เป็นแน่ เพราะเป็นการยากที่กิจการใหม่จะไม่มีการขาดทุนในระยะแรกเกณฑ์นี้มีจุดอ่อนที่ไม่ได้คิดถึงผลประโยชน์สูงสุดเลย

(2) เกณฑ์เพิ่มค่าที่มากสุด (Maximax Criterion) เกณฑ์นี้จะเลือกกโลบายที่ดีที่สุดโดยการเลือกเอากโลบายที่ได้ผลดีที่สุด (Maximize maximum payoff) เน้นการเล็งผลเลิศนั่นเอง ซึ่งตรงข้ามกับเกณฑ์แรก นั่นคือเป็นเกณฑ์ที่มองโลกในแง่ดี (Criterion of Optimism) ตามเกณฑ์นี้ผู้ตัดสินใจจะคิดดูว่า ถ้าเลือก S_1 ผลดีที่สุดคือ N_2 เกิดขึ้น จะได้กำไร 110 ถ้าเลือก S_2 ผลดีที่สุดคือ N_2 เป็นจริง จะได้กำไร 150 และถ้าเลือก S_3 ผลดีที่สุดคือ N_2 เกิดขึ้น จะได้กำไรถึง 180

ดังนั้นถ้าเล็งผลเลิศ จะเห็นว่า S_3 ดีที่สุด เพราะได้กำไรสูงสุด นั่นคือ ผลิตมอเตอร์และส่วนต่าง ๆ เอง

ผลดีที่สุด

กโลบาย (Best or Maximum payoff)

S_1	110
S_2	150
S_3	180 ←

(3) เกณฑ์เฮอร์วิคซ์ (Hurwicz Criterion) เกณฑ์นี้เสนอแนะโดย Leonid Hurwicz ซึ่งถือเอาส่วนเฉลี่ยแบบถ่วงน้ำหนักของผลตอบแทนที่มากสุดกับน้อยสุดในแต่ละกโลบายเป็นเกณฑ์ตัดสินใจ ผู้ตัดสินใจจะเลือกน้ำหนักที่สะท้อนถึงทัศนคติเชิงจิตวิสัย (Subjective Opinion) ของเขาเอง และน้ำหนักนี้ Hurwicz ถือว่าเป็นดัชนีที่บอกถึงระดับการมองโลกในแง่ดี (Coefficient of Optimism) จะแทนด้วย α ซึ่งมีค่าระหว่าง 0 กับ 1 ดังนั้น $1 - \alpha$ จึงเป็นดัชนีที่บอกถึงระดับการมองโลกในแง่ร้าย ตามเกณฑ์นี้เราจะเปรียบเทียบทางเลือกหรือกโลบายโดยใช้ H

$$H = \alpha \,(\max) + (1 - \alpha)\,(\min)$$

ถ้า $\alpha = 1/4$ เราประเมินทางเลือกต่าง ๆ ได้ดังนี้

กโลบาย	ผลตอบแทนมากสุด max. payoff	ผลตอบแทนต่ำสุด min. payoff	ผลตอบแทนเฉลี่ย Expected Payoff
S_1	110	40	110 (1/4) + 40 (3/4) = 57.5
S_2	150	30	150 (1/4) + 30 (3/4) = 60.0 ←
S_3	180	−40	180 (1/4) + (−40) (3/4) = 15.0

โดยเกณฑ์นี้บริษัทจะเลือก S_2 นั่นคือ ซื้อส่วนประกอบของมอเตอร์และประกอบในโรงงานเอง ถ้า $\alpha = 1$ เกณฑ์นี้จะเป็นเกณฑ์เพิ่มค่าที่น้อยสุด แต่ถ้า $\alpha = 0$ ก็จะเป็นเกณฑ์เพิ่มค่าที่มากที่สุด นั่นเอง

ถึงแม้ว่าเกณฑ์เฮอรวิคซ์จะดีกว่าเกณฑ์ที่มองโลก แบบสุดเหวี่ยง (Maximin หรือ Maximax) แต่ก็มีข้อบกพร่องเหมือนกัน คือถ้ามีเหตุการณ์หรือสภาวการณ์มาก ๆ เช่น 3 เหตุการณ์หรือมากกว่าขึ้นไปเกณฑ์นี้ก็ยังคิดเฉพาะเหตุการณ์ที่ดีที่สุด กับเหตุการณ์ที่เลวที่สุดเท่านั้น นั่นคือคิดเฉพาะเหตุการณ์แบบสุดเหวี่ยง (Extreme Payoffs) ไม่ได้คิดเหตุการณ์กลาง ๆ อื่นด้วย

(4) **เกณฑ์ลดค่าที่มากสุด (Minimax or Regret Criterion)** เกณฑ์นี้ Leonard J. Savage เสนอแนะเมื่อ 1951 ซึ่งเน้นที่ค่าเสียโอกาส (Opportunity Cost) ของการตัดสินใจที่ผิด นั่นคือมีการป้องกันผู้ตัดสินใจจะเสียผลประโยชน์ในการทำความผิดพลาด ภายใต้กฎการตัดสินใจนี้ จึงต้องสร้างตารางสูญเสีย (Regret or Loss Matrix) มาตราวัดการสูญเสียจะเป็นผลตอบแทนที่เพิ่มขึ้นซึ่งสูญเสียไปเนื่องจากไม่เลือกกโลบายที่ดีที่สุดในสภาวการณ์ที่กำหนดไว้ ดังนั้นตามเกณฑ์นี้จะได้ตารางสูญเสีย ดังนี้

	N	N_1	N_2
S	S_1	0	70
	S_2	10	30
	S_3	60	0

ถ้า N_1 เป็นจริง แล้วเราเลือก S_1 ก็ไม่ต้องสูญเสียอะไร นั่นคือผลสูญเสียเป็น 0 เมื่อเลือก S_2 ซึ่งเป็นการตัดสินใจที่ผิด จึงมีการสูญเสียเกิดขึ้น คือ $(40 - 30) = 10$ และเมื่อเลือก S_3 ผลสูญเสียเป็น $(40 - (-40)) = 80$

ถ้า N_2 เป็นจริง แล้วเราเลือก S_3 ก็ไม่ต้องสูญเสียอะไร เมื่อเลือก S_2 ก็เป็นการตัดสินใจที่ผิด จึงมีผลสูญเสีย $(180 - 150) = 30$ และเมื่อเลือก S_1 ผลสูญเสียเป็น $(180 - 110) = 70$

เกณฑ์ลดค่าที่มากสุดนี้ผู้ตัดสินใจจะเปรียบเทียบดูว่าภายในสถานการณ์หนึ่ง การตัดสินใจทางใดจะก่อให้เกิดระดับความสูญเสียสูงสุด แล้วเลือกเอาทางที่ก่อให้เกิดความสูญเสียต่ำสุดในจำนวนสูงสุดนี้ ดังนั้นความสูญเสียสูงสุดจากทางเลือกต่าง ๆ จะเป็นดังนี้

กโลบาย	ความสูญเสียต่ำสุด Worst, or Maximum Regret	
S_1	70	
S_2	30	←— Minimum
S_3	80	

ดังนั้น S_2 จึงเป็นทางเลือกที่ดีที่สุด

เกณฑ์ลดค่าที่มากสุดนี้จะดีกว่าเกณฑ์เพิ่มค่าน้อยที่สุด เพราะคิดถึงค่าเสียโอกาสด้วย แต่ก็ยังเป็นเกณฑ์ที่มองโลกในแง่ร้ายนั่นเอง นั่นคือทำการตัดสินใจแบบที่ว่าสิ่งที่เลว

ที่สุดจะเกิดขึ้น

(5) **เกณฑ์คาดหวัง (Expected Value Criterion)** กฎการตัดสินใจของเกณฑ์นี้กล่าวว่า กโลบายที่ดีที่สุดจะต้องเป็นเกณฑ์ที่ให้ผลตอบแทนคาดหวังสูงสุด ถ้าใช้ P_{ij} แทนผลตอบแทนสำหรับสภาวการณ์ที่ j และกโลบายที่ i S_i แทนทางเลือกหรือกโลบายที่ i N_j เป็นสภาวการณ์ที่ j และ $f(N_j)$ เป็นความน่าจะเป็นของสภาวการณ์ j แล้วผลตอบแทนคาดหวังของแต่ละกโลบายคำนวนได้ดังนี้

$$EV(S_i) = \sum_j P_{ij}\, f(N_j)$$

เกณฑ์นี้ต้องมีความน่าจะเป็นที่เกี่ยวข้องกับแต่ละสภาวการณ์ด้วย ความน่าจะเป็นเหล่านี้จะพิจารณาในเชิงจิตวิสัย หรืออาศัยข้อมูลจากการทดลองที่ทำมาแล้ว หรือใช้ข้อมูลข่าวสารทั้งสองแบบ สำหรับความน่าจะเป็นของสภาวการณ์ที่กำหนดขึ้นมา จะเรียกว่า ความน่าจะเป็นก่อนสุ่มตัวอย่าง (Prior Probability) ถ้ากำหนดความน่าจะเป็นสภาวการณ์เท่า ๆ กัน นั่นคือทุก ๆ สภาวการณ์มีโอกาสเกิดขึ้นเท่ากัน แล้วเกณฑ์นี้จะเรียกว่า เกณฑ์ลาปลาส (Laplace Criterion) ดังนั้นคาดหวังของผลตอบแทนจะเป็น

$$EV(S_i) = (1/n) \sum_j^n P_{ij}$$

การที่กำหนดความน่าจะเป็นให้แก่สภาวการณ์เท่า ๆ กันนั้นก็โดยอาศัยหลักของเหตุผลที่ไม่พอเพียง (Principle of Insufficient Reason) ซึ่งถือว่า ถ้าไม่มีเหตุผลพอเพียงว่าเหตุการณ์อันใดจะเกิดขึ้นมากน้อยกว่ากันเท่าใด ก็ให้สมมติว่าเหตุการณ์แต่ละอย่างมีโอกาสเกิดขึ้นเท่า ๆ กัน

ตามตัวอย่าง ถ้าผู้ตัดสินใจคิดดูแล้วว่าไม่สามารถจะหาเหตุผลได้ว่าสภาวการณ์ใดมีโอกาสเกิดขึ้นเท่าใด แล้วเราสามารถหาผลตอบแทนคาดหวังของแต่ละกโลบาย ได้ดังนี้

กโลบาย	ผลตอบแทนคาดหวัง
S_1	(1/2) (40 + 110) = 75
S_2	(1/2) (30 + 150) = 90 ←
S_3	(1/2) (−40 + 180) = 70

เนื่องจากกโลบาย S_2 มีผลตอบแทนคาดหวังสูงสุด จึงเป็นกโลบายที่ดีที่สุดสำหรับผู้ตัดสินใจที่อาศัยเกณฑ์ลาปลาส

ถ้ากำหนดความน่าจะเป็นอย่างอื่นให้แก่สภาวการณ์ เราอาจจะเลือกกโลบายที่ดีที่สุดเป็นอย่างอื่น นั่นคือถ้าการแจกแจงน่าจะเป็นของสภาวการณ์เปลี่ยนแปลง กโลบายที่ดีที่สุดอาจจะเปลี่ยนแปลงไปได้

สมมติว่าถ้าเราได้ข้อมูลข่าวสารเกี่ยวกับความน่าจะเป็นของสภาวการณ์ต่าง ๆ เช่น ผู้จัดการฝ่ายตลาดของบริษัท กขค ได้กำหนดความน่าจะเป็นเชิงจิตวิสัยให้แก่สภาวการณ์โดยอาศัยความรู้เรื่องผลิตภัณฑ์และการตลาดที่เขามีอยู่ จากข้อมูลข่าวสารที่มีอยู่แบบนี้ จึงได้กฎเกี่ยวกับค่าคาดหวังสำหรับเลือกกโลบายที่ดีที่สุด ดังนี้

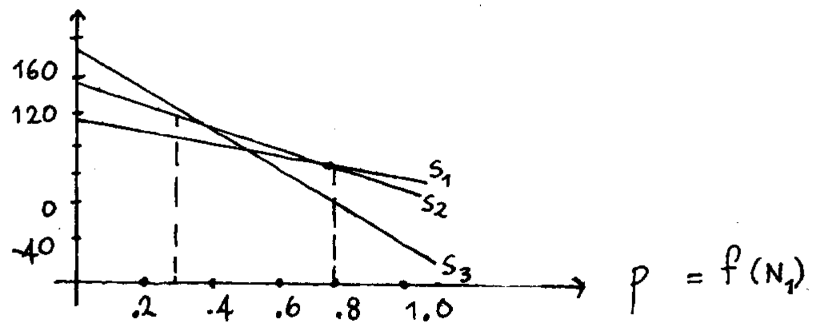
ให้ความน่าจะเป็ของสภาวการณ์ N_1 ด้วย P และของ N_2 ด้วย $(1-p)$ แล้วเราจะได้ค่าคาดหวังของแต่ละทางเลือก เป็น

$$EV(S_1) = 40(p) + 110(1-p) = 110 - 70(p)$$

$$EV(S_2) = 39(p) + 150(1-p) = 150 - 120(p)$$

$$EV(S_3) = -40(p) + 180(1-p) = 180 - 220(p)$$

จากสมการทั้งสามเราเขียนกราฟได้ดังนี้



เราจะเห็นว่า $EV(S_2) = EV(S_3)$ เมื่อ $p = 0.30$

และ $EV(S_1) = EV(S_2)$ เมื่อ $p = 0.80$

สำหรับจุดตัดเราก็ได้จาก

$EV(S_2) = EV(S_3)$ และ $EV(S_1) = EV(S_2)$

$150 - 120p = 180 - 220p$ $\quad$ $110 - 70p = 150 - 120p$

$p = 0.30$ $\quad$ $p = 0.08$

ภายในพิสัย $0.0 < f(N_1) < 0.30$ ค่าคาดหวังของกโลบาย S_3 สูงสุด ซึ่งแสดงว่าเมื่อความน่าจะเป็นของผู้ใช้นิยมน้อย (N_1) น้อยกว่า 0.30 กโลบาย S_3 จะดีที่สุด ส่วน

กโลบาย S_2 จะเป็นกโลบายที่ดีที่สุดภายในพิสัย $0.3 < f(N_1) < 0.80$ และกโลบาย S_1 จะเป็นกโลบายที่ดีที่สุด เมื่อ $f(N_1) > 0.80$

ถ้าผู้จัดการฝ่ายตลาดของบริษัท กขค สรุปเกี่ยวกับความน่าจะเป็นของผู้ใช้นิยมน้อยได้แล้ว เกณฑ์คาดหวังที่ให้ผลตอบแทนคาดหวังสูงสุดจะกำหนดทางเลือกที่ดีที่สุด คำว่า "ผู้ใช้นิยมน้อย" (Low Acceptance) นั้น ถ้านิยามเฉพาะเจาะจงลงไปก็จะเป็นประโยชน์แก่การตัดสินใจ เช่นถ้าผู้จัดการฝ่ายตลาดชี้ว่า "ความนิยม" นั้นหมายถึงการแสดงถึงความตั้งใจที่จะซื้อผลิตภัณฑ์ และ "ผู้ใช้นิยมน้อย" หมายถึงเปอร์เซ็นต์ของลูกค้าที่แสดงความตั้งใจจะซื้อประมาณ 25% หรือน้อยกว่า ถ้าใช้ π แทนสัดส่วนจริง (ประชากร) ที่ลูกค้าแสดงความตั้งใจจะซื้อผลิตภัณฑ์ แล้วกฎตัดสินใจสามารถกล่าวเฉพาะเจาะจงได้เป็น

เลือกกโลบาย S_1 ถ้า $P(\pi \leq 0.25) = f(N_1) > 0.80$

เลือกกโลบาย S_2 ถ้า $0.30 < P(\pi \leq 0.25) = f(N_1) < 0.80$

เลือกกโลบาย S_3 ถ้า $P(\pi \leq 0.25) = f(N_1) < 0.30$

จากที่กล่าวมาทั้งหมดของเกณฑ์ตัดสินใจภายใต้ความไม่แน่นอน ซึ่งนำไปประยุกต์กับตัวอย่างของเรื่องมอเตอร์ไฟฟ้า เราจะได้ข้อเสนอแนะในการเลือกกโลบายที่ดีที่สุดต่าง ๆ กัน ดังนี้

ทัศนที่มองโลกแง่ร้าย S_1 เป็นทางเลือกที่ดีที่สุด

ทัศนที่มองโลกแง่ดี จะเลือก S_3

เกณฑ์อื่น ๆ จะเลือก S_2

ดังนั้นจึงไม่มีข้อตกลงว่าอันไหนเป็นทางเลือกที่ดีที่สุด และเกณฑ์ที่กล่าวมาทั้งหมดนั้นเป็นเกณฑ์ในการตัดสินใจตามทัศนท่าทีของบุคคล (หรือผู้ตัดสินใจ) ที่มีต่อการมองเหตุการณ์ หรือตามสมมติฐานที่สอดคล้องกับผู้ตัดสินใจ แต่ละเกณฑ์อาจนำไปสู่การตัดสินใจแตกต่างกันออกไป จะว่าเกณฑ์ใดถูก เกณฑ์ใดผิดย่อมไม่ได้ ทั้งนี้ย่อมแล้วแต่ทัศนของแต่ละคน

ข. การตัดสินใจแบบสุ่มตัวอย่าง (Decision Analysis with Sampling) การตัดสินใจแบบนี้จะต้องหาข้อมูลข่าวสารเพิ่มเติมเกี่ยวกับความน่าจะเป็นของสภาวการณ์นอกบังคับ ข้อมูลข่าวสารนี้จะใช้ขยายและปรับปรุงความน่าจะเป็นก่อนสุ่มตัวอย่าง (Prior Probability) ดังนั้นการตัดสินใจแบบนี้จึงใช้ทั้งข้อมูลข่าวสารก่อนสุ่มตัวอย่าง และข้อมูลข่าวสารจากตัวอย่างมาช่วยพิจารณาหาทางเลือกที่ดีที่สุด จากข้อมูลข่าวสารทั้งสองอย่างนี้

เราจะได้การแจกแจงน่าจะเป็นหลังสุ่มตัวอย่าง (Posterior Probability Distribution) ซึ่งเป็นความน่าจะเป็นเกี่ยวกับสภาวการณ์ และหาได้จากทฤษฎีเบยส์ (Bayes, Theorem) ลองพิจารณาตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่าง เช้าวันหนึ่งพ่อค้าขายแตงโมพิจารณาว่าจะซื้อแตงโม 200 ลูก ที่ชาวสวนส่งมาให้หรือไม่ ถ้าต้นทุนของแตงโมเป็นลูกละ 2 บาท แต่จะขาย 3 บาท และพ่อค้าจะต้องเสียค่าแผงอีก 10 บาทต่อวัน จากประสบการณ์ พ่อค้าทราบว่าแตงโมจะเสีย 10% หรือ 40%

ดังนั้นถ้าแตงโมเสีย 10 % เราพิจารณากำไรได้ดังนี้

$$
\begin{aligned}
\text{กำไร} &= \text{ราคาขาย} - \text{ราคาซื้อ} - \text{ค่าแผง} \\
&= 200(1-.10)(3) - 200(2) - 10 \\
&= 540 - 410 = 130
\end{aligned}
$$

และถ้าแตงโมเสีย 40% เขาจะได้กำไร เป็น

$$
\begin{aligned}
\text{กำไร} &= 200(1-.40)(3) - 200(2) - 10 \\
&= 360 - 410 = -50 \text{ นั่นคือขาดทุน 50 บาท นั่นเอง}
\end{aligned}
$$

เมื่อพ่อค้าไม่ซื้อแตงโม เขาก็จะให้คนอื่นเช่าแผงในราคาที่เขาเสีย ดังนั้นถ้าไม่ซื้อเขาก็จะได้กำไรเป็น 0 ที่กล่าวมานี้สรุปได้ดังตารางสัมพันธ์ของผลตอบแทน ดังนี้

	สภาวการณ์	N_1 : เสีย 10%	N_2 : เสีย 40%
กโลบาย	ซื้อแตงโม S_1	130	−50
	ไม่ซื้อแตงโม S_2	0	0

ในเทอมของค่าเสียโอกาส ตารางข้างบนจะเป็น

	N_1	N_2
S_1	0	50
S_2	130	0

ถ้าพ่อค้าไม่มีข้อมูลข่าวสารเกี่ยวกับคุณภาพของแตงโม (สภาวการณ์) แล้วเขาจะตัดสินใจซื้อหรือไม่ก็โดยอาศัยเกณฑ์ที่กล่าวมาแล้ว อย่างไรก็ตามถ้าเขาเชื่อว่าความน่าจะเป็นของคุณภาพแตงโมเป็นดังนี้

คุณภาพ (สภาวการณ์)	ความน่าจะเป็นก่อนสุ่มตัวอย่าง (จิตวิสัย)
N_1 : เสีย 10 %	0.70

N_2 : เสีย 40 % $\quad\quad\quad \underline{0.30}$

$\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad 1.00$

โดยการใช้ความน่าจะเป็นนี้ เราก็สามารถพิจารณาทางเลือกที่ดีที่สุดได้ นั่นคือหาค่าเสียโอกาสคาดหวัง (EOL, Expected Opportunity Loss)

$$EOL(S_i) = \sum_j L_{ij} \; P(N_j)$$

ในเมื่อ L_{ij} เป็นค่าเสียโอกาสของกโลบายที่ i ในสภาวการณ์ที่ j

ดังนั้น
$$EOL(S_1) = 0(.70) + 50(.30) = 15$$
$$EOL(S_2) = 130(.70) + 0(.30) = 91$$

เราจะพบว่ากโลบาย S_1 มีค่าเสียโอกาสคาดหวังน้อยกว่า S_2 จึงซื้อแตงโม ถ้าเราพิจารณากโลบายที่ดีที่สุดในเทอมของผลได้ เราจะได้ว่า S_1 จะให้ค่าคาดหวังของผลได้สูงสุด ดังนี้

$$EV(S_1) = 150(.7) + (-50)(.3) = 76$$
$$EV(S_2) = 0(.7) + 0(.3) = 0$$

(1) ค่าคาดหวังของข้อมูลข่าวสารสมบูรณ์ (Expected Value of Perfect Information, EVPI) ที่นี้เราก็มาประสบปัญหาเกี่ยวกับการพิจารณาว่าจะรวบรวมข้อมูลข่าวสารเพิ่มเติมก่อนกระทำการตัดสินใจหรือไม่ ซึ่งเราควรจะทราบว่าเราสามารถลดค่าเสียโอกาสคาดหวัง (หรือเพิ่มผลได้คาดหวัง) เท่าใดเมื่อมีข้อมูลข่าวสารเพิ่มเติมเกี่ยวกับสภาวการณ์นอกบังคับ

ความจริงการตัดสินใจของพ่อค้าโดยอาศัยความเชื่อของตัวเองเกี่ยวกับสภาวการณ์ที่แท้จริงนั้นจะต้องมีความคลาดเคลื่อนเกิดขึ้น สำหรับข้อมูลข่าวสารที่สมบูรณ์ (Perfect Information) นั้นเป็นข้อมูลข่าวสารที่ปราศจากความคลาดเคลื่อน ในประชากรอนันต์ข้อมูลข่าวสารที่สมบูรณ์จะเป็นขีดจำกัด (Limit) ของค่าประมาณแบบไม่เอียงเฉที่ดีที่สุดจากตัวอย่างเมื่อเพิ่มขนาดตัวอย่าง ส่วนประชากรที่จำกัดนั้นข้อมูลข่าวสารที่สมบูรณ์ก็ได้จากการสำมะโนอย่างสมบูรณ์ ในเมื่อค่าสังเกตถูกต้อง

การประหยัดคาดหวัง (Expected Savings) ที่ได้จากการที่ทราบสภาวการณ์ที่แท้จริงจะเกิดขึ้นนั้นเราให้ชื่อว่า ค่าคาดหวังของข้อมูลข่าวสารสมบูรณ์ (EVPI) เทอมนี้

จะสร้างขีดจำกัดบนสำหรับข้อมูลข่าวสารเพิ่มเติม ถ้ามีข้อมูลข่าวสารสมบูรณ์การตัดสินใจก็จะเป็นการตัดสินใจภายใต้ความแน่นอน ดังนั้น EVPI จะเท่ากับค่าเสียโอกาสคาดหวังสำหรับทางเลือกที่ดีที่สุดภายใต้ความไม่แน่นอนนั่นคือข้อมูลข่าวสารสมบูรณ์จะประหยัดค่าเสียโอกาสจำนวนหนึ่งจริง ค่าคาดหวังของข้อมูลข่าวสารสมบูรณ์นี้เราจะเห็นว่ามันก็คือ ค่าใช้จ่ายของความไม่แน่นอน (Cost of Uncertainty) นั่นเอง

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น EVPI} &= \text{ค่าคาดหวังของผลได้ภายใต้ความแน่นอน} - EV(S_1) \\ &= 130(0.7) + 0(0.3) - 76 \\ &= 91 - 76 = 15 \\ &= EOL(S_1) \end{aligned}$$

ในการตัดสินใจนั้นต้องอาศัยข้อมูลข่าวสารบางส่วน (Partial Information) มากกว่าที่จะอาศัยข้อมูลข่าวสารสมบูรณ์ ดังนั้นผู้ตัดสินใจจึงมีค่าเสียโอกาส กรณีนี้เป็น 15 และในสถานการณ์จริง ๆ นั้น ข้อมูลข่าวสารสมบูรณ์ไม่ค่อยได้พบกันนัก จึงจำเป็นต้องหาข้อมูลข่าวสารเพิ่มเติมด้วยการสุ่มตัวอย่าง

วิธีหาข้อมูลข่าวสารเพิ่มเติมเกี่ยวกับสภาวการณ์นอกบังคับวิธีหนึ่งก็โดยการสุ่มตัวอย่างของแตงโมนั้น และจากจำนวนแตงโมที่เสียจากการสุ่มนั้นทำให้เราสามารถอนุมานเกี่ยวกับจำนวนที่เสียทั้งหมดได้ดังนั้นการตัดสินใจของพ่อค้าจะขึ้นกับผลของการทดลองหรือตัวอย่างสุ่มนี้

สมมติว่าพ่อค้าเลือกแตงโมมา 3 ลูก แบบสุ่มชนิดแทนที่ และทดสอบคุณภาพถ้าพบว่าเสีย 1 ลูก จากข้อมูลข่าวสารทั้งหมดไม่ว่าจะเป็นแบบจิตวิสัยหรือวัตถุวิสัย ทฤษฎีตัดสินใจจะนำมาใช้พิจารณาทางเลือกหรือกโลบายที่ดีที่สุด ดังนั้นข้อมูลข่าวสารที่สังเกตได้จากการทดสอบคุณภาพแตงโม กับความน่าจะเป็นก่อนสุ่มตัวอย่างในเชิงจิตวิสัย จะช่วยสรุปการตัดสินใจ นั่นคือปัญหานั้นจะสรุปได้ด้วยการหาค่าเสียโอกาสคาดหวังโดยอาศัยความน่าจะเป็นหลังการสุ่มตัวอย่าง

(2) ความน่าจะเป็นหลังการสุ่มตัวอย่าง (Posterior Probabilities) จากความน่าจะเป็นก่อนการสุ่มตัวอย่างของสภาวการณ์

$$P(N_1) = 0.70, \quad P(N_2) = 0.30$$

และผลทดลองจากตัวอย่างที่ได้ เราสามารถคำนวนความน่าจะเป็นหลังการสุ่มตัวอย่างของสภาวการณ์ N_1 และ N_2 หรือ $P(N_1/X_i)$ และ $P(N_2/X_i)$ โดยอาศัยทฤษฎีเบยส์ได้ ดังนี้

ก. สำหรับ $X = 0$

สภาวการณ์ N_j	ความน่าจะเป็นก่อนสุ่มตัวอย่าง $P(N_j)$	ความน่าจะเป็นเงื่อนไข $P(X_i/N_j)$	ความน่าจะเป็นร่วม $P(X_i, N_j)$	ความน่าจะเป็นหลังสุ่มตัวอย่าง $P(N_j X_i)$
N_1	0.70	0.729	0.5103	0.9953
N_2	0.30	0.008	0.0024	0.0047
			$P(X = 0) = 0.5127$	1.0000

ข. สำหรับ $X = 1$

N_1	0.70	0.243	0.1701	0.8552
N_2	0.30	0.096	0.0288	0.1448
			$P(X = 1) = 0.1989$	1.0000

ค. สำหรับ $X = 2$

N_1	0.70	0.027	0.0189	0.1409
N_2	0.30	0.384	0.1152	0.8591
			$P(X = 2) = 0.1341$	1.0000

ง. สำหรับ $X = 3$

N_1	0.70	0.001	0.0007	0.0045
N_2	0.30	0.512	0.1536	0.9955
			$P(X = 3) = 0.1543$	1.0000

$$P(X_i, N_j) = P(X_i/N_j)P(N_j)$$

$$P(X_i) = P(X_i, N_1) + P(X_i, N_2)$$

$$P(N_j/X_i) = P(N_j, X_i)/P(X_i)$$

เมื่อตัวอย่างมีแตงโมเสีย 0 ลูก ค่าเสียโอกาสคาดหวังจะเป็น

$$EOL(S_1/0) = 0(.9953) + 50(.0047) = .235$$

$$EOL(S_2/0) = 130(.9953) + 0(.0047) = 129.389$$

ดังนั้นทางเลือกที่ดีที่สุด เมื่อตัวอย่างไม่มีแตงโมเสีย คือ S_1

เมื่อตัวอย่างมีแตงโมเสีย 1, 2, 3 ลูก ค่าเสียโอกาสคาดหวัง จะเป็น

$$EOL(S_1/1) = 0(.8552) + 50(.1448) = 7.240$$

$$EOL(S_2/1) = 130(.8552) + 0(.1448) = 111.576$$

ทางเลือกที่ดีที่สุดคือ S_1

$$EOL(S_1/2) = 0(.1409) + 50(.8591) = 42.955$$

$$EOL(S_2/2) = 130(.1409) + 0(.8591) = 18.317$$

ทางเลือกที่ดีที่สุดคือ S_2

$$EOL(S_1/3) = 0(.0045) + 50(.9955) = 49.775$$

$$EOL(S_2/3) = 130(.0045) + 0(.9955) = .585$$

ทางเลือกที่ดีที่สุดคือ S_2

ข้อสำคัญที่น่าจะพิจารณาคือ การแจกแจงน่าจะเป็นเริ่มแรกที่แสดงถึงการแจกแจงก่อนการสุ่มตัวอย่าง เพราะสร้างขึ้นก่อน แล้วเราก็ปรับปรุงการแจกแจงก่อนการสุ่มจากข้อมูลข่าวสารของตัวอย่างการแจกแจงน่าจะเป็นที่ปรับปรุงแล้วนั้นได้ชื่อว่า การแจกแจงหลังการสุ่มตัวอย่าง ซึ่งเป็นฟังก์ชั่นของผลทดลองจากตัวอย่าง เพราะฉะนั้นจึงมีการแจกแจงหลังการสุ่มตัวอย่างต่าง ๆ กันตามแต่ผลทดลองที่เป็นไปได้จากตัวอย่าง และเราก็สามารถหาค่าเสียโอกาสคาดหวังหลังการสุ่มตัวอย่างของทางเลือกที่ดีที่สุดได้ดังนี้

$$\text{Posterior EOL} = \sum_i \left\{ \min EOL(S_i/X_i) \right\} P(X_i)$$

$$= 0.235(0.5127) + 7.240(0.1980) + 18.317(.1431) + (.585)(.1543)$$

$$= 4.1071$$

จากทางเลือกที่ดีที่สุดและค่าเสียโอกาสคาดหวังของมัน เราสามารถสรุปได้ดังตารางข้างล่างต่อไปนี้

จำนวนของเสีย X_i	ความน่าจะเป็น $P(X_i)$	ทางเลือกดีที่สุด	ค่าเสียโอกาสคาดหวัง	ค่าเสียโอกาสคาดหวังหลังการสุ่มตัวอย่าง
0	0.5127	S_1	0.235	0.1205
1	0.1989	S_1	7.240	1.4400
2	0.1341	S_2	18.317	2.4563
3	0.1543	S_2	0.585	0.0903
				4.1071

แล้วเราก็สามารถสร้างกฎตัดสินใจได้ดังนี้

จะเลือกกโลบาย S_1 ถ้า $X_i \leq 1$

จะเลือกกโลบาย S_2 ถ้า $X_i > 1$

ในเมื่อ X_i แทนจำนวนแตงโมที่เสียในตัวอย่าง

จากปัญหาที่กล่าวมานั้นเมื่อใช้ตัวอย่างขนาด 3 ปรากฏว่ามีแตงโมเสีย 1 ลูก เราจึงเลือก S_1 นั่นคือซื้อแตงโมทั้งหมดนั้น

(3) ค่าคาดหวังของข้อมูลข่าวสารจากตัวอย่าง (EVSI, Expected Value of Sample Information) โดยที่ตัวอย่างมีความคลาดเคลื่อนมาตรฐาน (Sampling Error) จึงไม่สามารถพิจารณาตัวทำนายที่สมบูรณ์ (Perfect Predictor) ได้ แต่ตัวอย่างจะให้ข้อมูลข่าวสารเพิ่มเติมและช่วยปรับปรุงการตัดสินใจที่จะกระทำ เพราะว่าการปรับปรุงใด ๆ ในการตัดสินใจจะมีค่าเชิงเศรษฐกิจเกิดขึ้น นั่นคือทำให้ค่าเสียโอกาสคาดหวังลดลง

ตัวอย่างมีคุณค่าก็เพราะมันลดความไม่แน่นอน จากประจักษ์พยานจากตัวอย่างที่มีอยู่ในมือ เราก็จะมีความรู้เกี่ยวกับเหตุการณ์ที่จะเกิดมากยิ่งขึ้น ดังนั้นเราจึงมีโอกาสน้อยที่จะทำความผิดพลาด ถ้าเราเปรียบเทียบ EOL ก่อนการเลือกตัวอย่าง (ซึ่งเท่ากับ 15) กับ EOL หลังการสุ่มตัวอย่าง (ซึ่งเท่ากับ 4.1071) ดังนั้นเราจึงได้ค่าคาดหวังของข้อมูลข่าวสารตัวอย่าง ดังนี้

$$\begin{aligned} \text{EVSI} &= \text{Prior EOL} - \text{Posterior EOL} \\ &= \text{EVPI} - \text{Posterior EOL} \end{aligned}$$

ในตัวอย่างนี้ เราจะได้ EVSI $= 15 - 4.1071 = 10.8929$

(4) ผลได้สุทธิคาดหวังจากตัวอย่าง (Expected Net Gain from Sampling, ENGS) ถ้าข้อมูลข่าวสารเพิ่มเติม (ข้อมูลจากตัวอย่าง) ได้มาโดยไม่เสียค่าใช้จ่าย แล้ว EVPI อาจจะลดลงได้ด้วยการเก็บข้อมูลจากการทดลอง แต่ถ้าเสียค่าใช้จ่ายจากการสุ่มตัวอย่างแล้วก็ต้องพิจารณาควบคู่ไปกับ EVPI เมื่อผลได้สุทธิของการสุ่มตัวอย่าง (การลดลงใน EVPI ลบด้วยค่าใช้จ่ายของการสุ่มตัวอย่าง) เป็นบวก ก็จะมีเหตุผลสำหรับการเลือกตัดสินใจขั้นสุดท้าย ซึ่งหมายความว่าเราต้องไม่เพียงแต่ประเมิน EVPI เท่านั้น ยังจะต้องพิจารณาค่าใช้จ่ายจากการสุ่มตัวอย่างด้วย ว่าจะได้ประโยชน์ต่อการหาข้อมูลข่าวสารเพิ่มเติมนั้นได้เพิ่มขึ้นหรือไม่

โดยทั่วไปตัวอย่างยิ่งโต ก็ยิ่งมีคุณค่ามาก แต่ตัวอย่างยิ่งโต ก็ยิ่งมีค่าใช้จ่ายมากด้วย ดังนั้นผู้ตัดสินใจจะต้องใช้ขนาดตัวอย่างที่เหมาะสม ซึ่งจะทำให้คุณค่าของข้อมูลจากตัวอย่างเท่ากับค่าใช้จ่ายในการเก็บตัวอย่าง ตัวอย่างจะได้ไม่ใหญ่โตจนค่าใช้จ่ายของมันมากกว่าค่าคาดหวัง

สำหรับผลได้สุทธิคาดหวังจากตัวอย่าง (ENGS, Expected Net Gain from Sampling) กำหนดไว้ดังนี้

$$\begin{aligned} \text{ENGS} &= \text{การลดลงใน EVPI} - \text{ค่าใช้จ่ายของการสุ่มตัวอย่าง} \\ &= \text{EVPI} - \text{Post EOL} - \text{C} \\ &= \text{EVSI} - \text{C} \end{aligned}$$

ในเมื่อ C เป็นค่าใช้จ่ายทั้งหมดในการสุ่มตัวอย่าง

ถ้า ENGS เป็นลบ เราก็ไม่ต้องพิจารณาการสุ่มตัวอย่าง จากตัวอย่างนี้เราได้ค่าใช้จ่ายในการสุ่มตัวอย่างเท่ากับ 3(2) = 6 บาท ดังนั้นเราจะได้ ENGS เป็น

$$\begin{aligned} \text{ENGS} &= \text{EVSI} - \text{C} \\ &= 10.8929 - 6 = 4.8929 \end{aligned}$$

เนื่องจาก ENGS เป็นบวก จึงแสดงว่าจะมีประโยชน์ในการสุ่มตัวอย่าง

(5) ขนาดตัวอย่างที่เหมาะสม (Optimum Sample Size) เนื่องจาก EVSI และค่าใช้จ่ายของการสุ่มตัวอย่างผันแปรตามขนาดตัวอย่าง นั่นคือ EVSI เป็นฟังก์ชั่นของขนาดตัวอย่าง ตัวอย่างยิ่งโต EVSI ก็ยิ่งมาก ดังนั้น ENGS จึงผันแปรตามขนาดตัวอย่างด้วย ผู้ตัดสินใจก็จะประสบกับปัญหาเกี่ยวกับการเลือกขนาดตัวอย่างที่เหมาะสม เนื่องจากมีค่าใช้จ่ายในการเก็บตัวอย่างหรือข้อมูลข่าวสาร ผลได้สุทธิคาดหวังจากตัวอย่างขนาด n หรือ ENGS (n) จึงกำหนดไว้ดังนี้

$$\text{ENGS}(n) = \text{EVSI} - C(n)$$

ในเมื่อ C (n) แทนค่าใช้จ่ายในการสุ่มตัวอย่างขนาด n

ถ้า ENGS (n) > 0 แล้วการสุ่มตัวอย่างขนาด n นั้นจะมีคุณค่า หรือได้ประโยชน์จากตัวอย่าง แต่ถ้า ENGS(n) $\leq$ 0 ก็จะไม่สุ่มตัวอย่าง เพราะไม่ได้ประโยชน์จากตัวอย่าง สำหรับ ENGS(n) > 0 นี้ก็ไม่ได้หมายความว่าขนาดตัวอย่าง n นี้เหมาะสม จึงมีปัญหาต่อไปว่าตัวอย่างขนาดไหนที่จะทำให้ ENGS สูงสุด ขนาดตัวอย่างที่เหมาะสมจะให้เป็น n_o และจะให้กฎตัดสินใจที่เหมาะสมสำหรับ $n = n_i$ เป็น $\delta^o(n_i)$ ค่าใช้จ่ายของตัวอย่างใด ๆ ขนาด n จึงเป็น

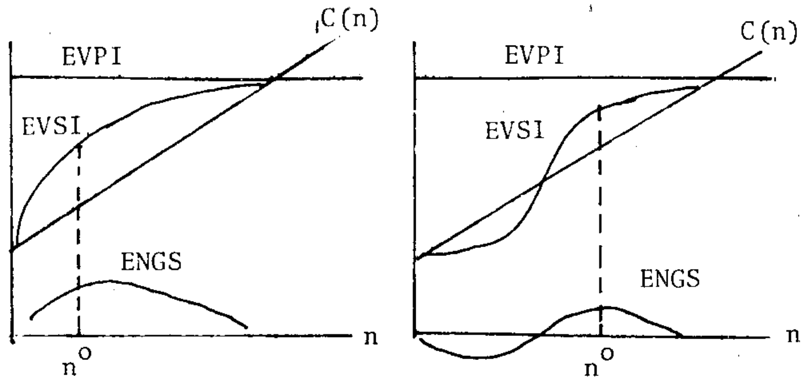
$$C(n) = FC + n\,VC$$

นั้นคือค่าใช้จ่ายทั้งหมดของตัวอย่างขนาด n เท่ากับผลรวมของค่าใช้จ่ายคงที่ (FC, Fixed Cost of Sampling) และค่าใช้จ่ายผันแปร (VC, Variable Cost)

การเลือกขนาดตัวอย่างที่เหมาะสมจะเกี่ยวข้องกับการคำนวณ ENGS ของตัวอย่างขนาดต่าง ๆ และพิจารณาค่าของ n ที่ทำให้ ENGS มากที่สุด และต้องมากกว่า 0 ด้วยอย่างไรก็ตาม เราสามารถจำกัดค่าของ n ได้ คือค่าสูงสุดของ n หรือ n_{max} นั้นต้องสอดคล้องกับความสัมพันธ์ต่อไปนี้

$$C\ (n_{max}) < EVPI$$

สำหรับกราฟของค่าใช้จ่ายในการสุ่มตัวอย่าง และ EVSI ตามขนาดของตัวอย่าง n จะเป็นดังนี้



ค่าของข้อมูลข่าวสารจากตัวอย่างจะเป็นดังกราฟ ก หรือ ข แล้วแต่ธรรมชาติของปัญหาตัดสินใจ และพารามิเตอร์ของการแจกแจงก่อนสุ่มตัวอย่าง เราจะเห็นได้ว่าอัตราการเพิ่มของค่าของข้อมูลข่าวสารจะลดลง เมื่อค่านั้นเข้าใกล้ค่าสูงสุด สำหรับ ENGS นั้นเราไม่สามารถประกันได้ว่าจะเป็นบวกเสมอ นั่นคือค่าใช้จ่ายอาจจะมากกว่า EVSI สำหรับทุกค่าของ n ได้ ซึ่งในกรณีนี้จะให้ขนาดตัวอย่างที่เหมาะสมเป็น $n = 0$

โดยทั่วไปการพิจารณาขนาดตัวอย่างที่เหมาะสมที่ทำให้ $C\ (n_{max}) < EVPI$ ทำได้เป็นขั้น ๆ ดังนี้

- วิเคราะห์ก่อนการสุ่มตัวอย่าง (Preposterior Analysis) กำหนด $\delta^o(n_i)$
- คำนวน Post. EOL สำหรับ $\delta^o(n_i)$
- คำนวน EVSI สำหรับ $\delta^o(n_i)$ จากผลต่างของ Prior EOL ของทางเลือกที่ดีที่สุด กับ Post. EOL
- คำนวน ENGS สำหรับ $\delta^o(n_i)$ จากผลต่างของ EVSI − $C(n_i)$

— ขนาดตัวอย่างที่เหมาะสมจะเป็นค่าของ n ที่ทำให้ ENGS ของ $\delta^{o}(n_i)$ มีค่าสูงสุด

12.2.4 การตัดสินใจภายใต้การขัดแย้ง (Decision–making under Conflict or Competitive Conditions)

การตัดสินใจที่กล่าวมาทั้ง 3 ประเภทนั้นเป็นการตัดสินใจต่อสภาวการณ์นอกบังคับ แต่การตัดสินใจแบบนี้เป็นการตัดสินใจต่อคู่แข่งขันที่มีเหตุผล (Rational Opponents) นั่นคือ ในตารางความสัมพันธ์นั้น แถวตั้งจะแทนกโลบายของคู่แข่งขัน ความสำคัญของปัญหาการตัดสินใจเกี่ยวกับคู่แข่งขัน ก็คือการขัดแย้งในผลประโยชน์ ซึ่งแต่ละฝ่ายพยายามหักล้างกัน

การตัดสินใจภายใต้การขัดแย้งเป็นศาสตร์ที่ศึกษากันในทฤษฎีเกม (Theory of Games) ซึ่งมีเทคนิคที่สามารถจะนำไปประยุกต์กับสถานการณ์เกี่ยวกับการแข่งขันระหว่างคู่ต่อสู้ที่สามารถได้ เช่น การต่อรอง การแข่งขันทางธุรกิจ และการขัดแย้งระหว่างประเทศ เป็นต้น

ทฤษฎีเกมนั้นสามารถแบ่งประเภทได้ตามจำนวนคู่แข่งขัน และดีกรีของการขัดแย้งในผลประโยชน์ เกมที่มีคู่แข่งขันเพียงสอง เป็นกรณีที่ง่ายที่สุด แต่ไม่ง่ายที่จะศึกษานัก เกมที่มีการขัดแย้งในผลประโยชน์อย่างสมบูรณ์นั้น เป็นเกมที่คู่แข่งขันฝ่ายหนึ่งได้ประโยชน์ (Gains) แต่ฝ่ายอื่นสูญเสียผลประโยชน์ (Loss) นั่นคือผลได้ของฝ่ายหนึ่งจะเป็นการสูญเสียของอีกฝ่ายหนึ่ง หรือผลรวมของผลได้กับความสูญเสียของคู่ต่อสู้เป็นศูนย์ เกมดังกล่าวนี้เรียกว่า **เกมผลรวมเป็นศูนย์** (Zero–Sum Game) เกมชนิดนี้ในทางธุรกิจก็คือการแข่งขันในทางครองตลาด (Market Share) ในทางการเมืองก็คือการแข่งขันช่วงชิงตำแหน่งตัวแทนในสภา สำหรับเกมที่มีคู่ต่อสู้สองฝ่ายเท่านั้น จะเรียกว่า **เกมผลรวมเป็นศูนย์ชนิดสองฝ่าย** (Two–person, Zero–Sum Games)

เกมที่มีการขัดแย้งในผลประโยชน์ไม่สมบูรณ์ เรียกว่า เกมผลรวมไม่เป็นศูนย์ (Nonzero–Sum Games) ปัญหาขององค์การเกี่ยวกับคู่แข่งขันส่วนมากเป็นแบบนี้ เช่น การแข่งขันการขาย ซึ่งจะมีขนาดของตลาดเกี่ยวข้องด้วย การโฆษณาอาจจะให้การครองตลาดเพิ่มขึ้น แต่มันจะเป็นผลประโยชน์ของคู่แข่งขันด้วย เพราะการโฆษณาจะกระตุ้นการ

ขายและยี่ห้อด้วย หรือกล่าวได้ว่าผลได้ของคู่แข่งขันฝ่ายหนึ่งในเทอมของจำนวนขายไม่จำเป็นต้องเป็นค่าใช้จ่าย (สูญเสีย) ของฝ่ายอื่นทั้งหมด การขัดแย้งทางด้านการทหารก็เช่นเดียวกัน ทฤษฎีเกมประเภทผลรวมไม่เป็นศูนย์นี้ยุ่งยากจะไม่กล่าวถึง จะพูดเฉพาะกรณีเกมผลรวมเป็นศูนย์ชนิดสองฝ่ายเท่านั้น

สำหรับเกมผลรวมเป็นศูนย์ชนิดสองฝ่ายนั้นเราจะใช้ $S_1, S_2, ..., S_i$ แทนกโลบายของคู่แข่งขันฝ่ายหนึ่ง และ $C_1, C_2 ..., C_j$ แทนกโลบายของคู่แข่งขันอีกฝ่ายหนึ่ง โดยที่คู่แข่งขันคนหนึ่งได้ อีกคนหนึ่งจะสูญเสีย เราจึงใช้ตารางสัมพันธ์ที่กล่าวมาตอนแรก ๆ แทนปัญหาการตัดสินใจแบบนี้ ต่อไปนี้จะยกตัวอย่างปัญหาการตัดสินใจเกี่ยวกับการแข่งขันการครองตลาดกับคู่แข่งขันอีกฝ่าย

สมมติว่าผู้จัดการมีกโลบายอยู่ 3 แบบ และคู่แข่งขันมีอยู่ 4 แบบ ตารางสัมพันธ์จะสร้างในเทอมของเปอร์เซ็นต์ที่เพิ่มขึ้นในการครองตลาด

	กโลบายของคู่แข่งขัน	C_1	C_2	C_3	C_4
	S_1	6	−3	15	−11
กโลบายของผู้จัดการ	S_2	7	1	9	5
	S_3	−3	0	−5	8

ตารางสัมพันธ์นี้อ่านได้เช่นเดียวกับที่ผ่านมา นั่นคือถ้าผู้จัดการเลือก S_1 และคู่แข่งขันเลือก C_3 แล้ว ผู้จัดการจะเพิ่มการครองตลาด 15 % โดยที่เกมนี้เป็นเกมผลรวมเป็นศูนย์ คู่แข่งขันจึงสูญเสีย 15 % ผลที่ได้เป็นลบนั้นจะใช้แทนการสูญเสียของผู้จัดการ หรือเป็นผลได้ของคู่แข่งขัน

เกณฑ์ในการตัดสินใจของผู้จัดการเกี่ยวกับเกมแบบนี้ก็ใช้ เกณฑ์เพิ่มค่าน้อยสุด (Maximin or Wald Criterion) นั่นคือ ถ้าผู้จัดการเลือกกโลบาย S_1 เขาจะสูญเสียอย่างมากถึง 11 % (ถ้าคู่แข่งขันเลือกกโลบาย C_4) ถ้าเขาเลือก S_2 เขาจะไม่สูญเสียอะไร แต่จะได้น้อยที่สุด 1 % (ถ้าคู่แข่งขันเลือก C_2) และถ้าเลือก S_3 จะสูญเสีย 5 % (ถ้าคู่แข่งขันเลือก C_3 ดังนั้นสรุปได้ดังนี้

กโลบายของผู้จัดการ	ผลได้ที่ต่ำสุด
S_1	-11
S_2	1 ←
S_3	-5

ในเมื่อใช้เกณฑ์เพิ่มค่าน้อยสุด จึงเลือกค่าสูงสุดของผลได้ต่ำสุดเหล่านั้น นั่นคือ ผู้จัดการจะเลือก S_2

สำหรับคู่แข่งขันนั้นก็ต้องอาศัยเกณฑ์อย่างเดียวกัน นั่นคือ ถ้าเลือก C_1 เขาจะสูญเสีย 7 % (ค่าสูงสุดในแถวตั้ง โดยที่ผลได้เหล่านี้อยู่ในเทอมของผู้จัดการ ซึ่งเป็นคู่แข่งขันของเขา) ถ้าเลือก C_2 จะสูญเสีย 1 % (ถ้าคู่แข่งขันเลือก S_2) และต่อ ๆ ไป เราจะได้

กโลบายของคู่แข่งขัน	ผลเสียสูงสุด
C_1	7
C_2	1 ← min
C_3	15
C_4	8

ตามเกณฑ์เพิ่มค่าน้อยสุด คู่แข่งขันต้องการทำให้ผลเสียสูงสุดนั้นน้อยที่สุด ซึ่งเป็นค่าที่ลดค่ามากสุด (Minimax Value) นั่นเอง และค่านี้ก็คือ 1 % ดังนั้นคู่แข่งขันของผู้จัดการจะเลือกกโลบาย C_2

ดังนั้นการตัดสินใจที่ดีที่สุดของคู่แข่งขันทั้งสองก็คือ ผู้จัดการควรเลือก S_2 และคู่แข่งขันของเขาควรจะเลือก C_2 ผลก็คือผู้จัดการจะครองตลาดเพิ่มขึ้น 1 %

เราจะเห็นว่าผู้จัดการใช้เกณฑ์เพิ่มค่าน้อยสุด และคู่แข่งขันใช้เกณฑ์ลดค่ามากสุดนั่นเอง ซึ่งผลออกมาเป็น 1 % เท่ากัน ค่านี้เรียกว่า ค่าของเกม (Value of the Game) ถ้าค่าของเกมเป็นบวก แสดงว่าผู้จัดการได้เปรียบ ถ้าเป็นลบก็เสียเปรียบ แต่ถ้าเป็น 0 เกมนี้จะเรียกว่าเกมยุติธรรม (Fair Game or Equitable Game)

สำหรับเกมที่มีค่าที่เพิ่มค่าน้อยที่สุด (Maximin Value) เท่ากับ ค่าที่ลดค่ามากสุด (Minimax Value) นั้น ค่าของเกมจะได้ชื่อว่า จุดบนอานม้า (Saddle Point) เมื่อเกมไม่มีจุดบนอานม้า กโลบายที่ใช้ต้องเป็นกโลบายผสม หรือกโลบายเชิงสุ่ม (Mixed or Randomized Strategies) (นั่นคือกโลบายที่ใช้จะสุ่มมาด้วยความน่าจะเป็นอย่างหนึ่ง) เพื่อทำให้ค่าเท่ากัน หรือให้เกิดจุดบนอานม้านั่นเอง

มีเกมบางเกมซึ่งกโลบายอันหนึ่งดีกว่าอย่างอื่น กโลบายนั้นจะเรียกว่า กโลบายเด่น (Dominating Strategy)