VII สถิติที่ไม่เกี่ยวกับพารามิเตอร์
NONPARAMETRIC STATISTICS

กระบวนการในการทดสอบสมมติฐานเท่าที่กล่าวมาแล้วนั้น ขึ้นอยู่กับเกณฑ์สมมติ (assumption) ที่ว่า ตัวอย่างสุ่มเลือกมาจากประชากรที่มีการแจกแจงแบบปกติ ในบทนี้เราจะมาพิจารณาการทดสอบที่เราไม่มีเกณฑ์สมมติเกี่ยวกับการแจกแจงของประชากร ซึ่งเรียกว่า แบบทดสอบที่ไม่เกี่ยวกับพารามิเตอร์ (nonparametric test) หรือแบบทดสอบที่เป็นอิสระจากรูปการแจกแจง (Distribution - Free Test) การทดสอบแบบนี้เป็นที่นิยมใช้กันมากในปัจจุบัน ด้วยเหตุผลหลายประการ ประการแรก ทางด้านการคำนวณ ทำได้รวดเร็วมากและง่ายต่อการอธิบายและทำความเข้าใจ ประการที่สอง ข้อมูลไม่จำเป็นต้องใช้ปริมาณการวัด อาจจะอยู่ในเชิงคุณภาพ เช่น ชำรุด ไม่ชำรุด ใช่หรือไม่ใช่ ฯลฯ อาจใช้เสกลหรืออันดับ เช่น กำหนดหมายเลข 1 แก่ของที่ถือว่าดีที่สุด หมายเลข 2 แก่ของที่มีคุณภาพรองลงมา เป็นต้น ประการที่สาม การใช้แบบทดสอบที่ไม่เกี่ยวกับพารามิเตอร์มีความคล่องตัวมากกว่า เงื่อนไขข้อกำหนดต่าง ๆ มีน้อยกว่าแบบทดสอบที่เกี่ยวกับพารามิเตอร์ อย่างไรก็ตามกรณีที่เราสามารถใช้แบบทดสอบที่เกี่ยวกับพารามิเตอร์ได้ เราก็ควรเลือกใช้เพราะมันมีประสิทธิภาพมากกว่า ทั้งนี้เนื่องจากแบบทดสอบที่ไม่เกี่ยวกับพารามิเตอร์มีข้อเสียที่ว่า ไม่ได้นำข้อเท็จจริงที่ได้จากตัวอย่างไปใช้ให้เกิดประโยชน์มากที่สุด ซึ่งเป็นผลเสียที่ทำให้ประสิทธิภาพในการทดสอบด้อยกว่าแบบที่เกี่ยวกับพารามิเตอร์ นอกจากนี้ต้องใช้ตัวอย่างสุ่มที่มีขนาดโต แบบทดสอบที่น่าสนใจมีดังต่อไปนี้

6.1 การทดสอบแบบผลรวมอันดับ (Wilcoxon (Rank Sum) Two-Sample Test)

ทดสอบการเท่ากันของค่าเฉลี่ยจากประชากร 2 กลุ่มที่เป็นอิสระกัน ขั้นตอนการทดสอบมีดังนี้

1. ตั้งสมมติฐาน

   H_0 : $\mu_1 = \mu_2$ หรือ $\mu_1 \leqslant \mu_2$ หรือ $\mu_1 \geqslant \mu_2$

   H_a : $\mu_1 \neq \mu_2$ หรือ $\mu_1 > \mu_2$ หรือ $\mu_1 < \mu_2$

   (กรณีใดกรณีหนึ่ง)

2. กำหนดระดับนัยสำคัญ α
3. เกณฑ์ตัดสินใจ

   3.1 เมื่อ $n_1 \leqslant n_2 \leqslant 8$

   ไม่ยอมรับ H_0 ถ้า ค่าของ u ที่ได้ทำให้

$P(U \leqslant u/H_0$ เป็นจริง$) < \alpha$ —— การทดสอบทางเดียว

หรือ $P(U \leqslant u/H_0$ เป็นจริง$) < \frac{\alpha}{2}$ —— ทดสอบสองทาง

3.2 เมื่อ $9 \leqslant n_1 \leqslant n_2 \leqslant 20$

ไม่ยอมรับ H_0 ถ้าค่าของ u ที่ได้น้อยกว่าค่าวิกฤติ (ค่า u ซึ่งอ่านจากตาราง Vb)

4. คำนวณค่าตัวสถิติทดสอบ R_1, R_2, u_1, u_2, u

นำข้อมูลจากตัวอย่างทั้งสองมาเรียงลำดับจากค่าน้อยไปหามาก แล้วให้อันดับแก่ข้อมูลเหล่านี้จากอันดับที่ 1 ถึงอันดับที่ $n_1 + n_2$ (กรณีที่มีค่าเท่ากันให้อันดับเฉลี่ยแก่ข้อมูลที่เท่ากันนั้น) คำนวณค่าของผลบวกอันดับจากแต่ละตัวอย่างเป็นค่า R_1 และ R_2 ตามลำดับ แล้วคำนวณค่าของ

$$u_1 = R_1 - \frac{n_1(n_1 + 1)}{2} \quad \text{และ} \quad u_2 = R_2 - \frac{n_2(n_2 + 1)}{2}$$

ได้ค่าของตัวสถิติ

$$u = \text{ค่าต่ำสุด } (u_1, u_2)$$

5. สรุปผล (อาศัยการพิจารณาค่าของ u ที่ได้จากข้อ 4 ว่าจะอยู่ในเขตยอมรับหรือปฏิเสธ)

เมื่อ n_-, n_2 มีขนาดโต การแจกแจงตัวอย่างของ U จะเข้าใกล้การแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ย

$$\mu_U = n_1n_2/2$$

และความแปรปรวน

$$\sigma_U^2 = n_1n_2(n_1 + n_2 + 1)/12$$

ซึ่งหมายความว่า ถ้า $n_2 > 20$ เราใช้ตัวสถิติทดสอบ

$$Z = \frac{U - \mu_U}{\sigma_U}$$

ในการทดสอบ

ตัวอย่างที่ 6.1.1 ผู้จัดการโรงงานยาสูบประกาศว่า บุหรี่ยี่ห้อบีซึ่งผลิตขึ้นมาใหม่ จะมีคราบควันน้อยกว่ายี่ห้อเอ เพื่อยืนยันคำกล่าวนี้ จึงวัดคราบควันของบุหรี่ทั้งสองยี่ห้อ ปรากฏผลดังนี้

คราบควัน (มิลลิกรัม)

ยี่ห้อเอ	12	9	13	11	14
ยี่ห้อบี	8	10	7		

คำประกาศดังกล่าว มีเหตุผลเชื่อถือได้หรือไม่ ทั้งนี้ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

วิธีทำ การทดสอบกระทำตามขั้นตอนดังนี้ เมื่อ $n_1 = 3, n_2 = 5$

1. $H_0 : \mu_{\text{บี}} = \mu_{\text{เอ}}$

   $H_a : \mu_{\text{บี}} < \mu_{\text{เอ}}$

2. $\alpha = 0.05$

3. ไม่ยอมรับ H_0 ถ้าค่าของ μ ที่ได้ทำให้

   $P(U \leqslant u/H_0) < 0.05$

4. กำหนดอันดับให้กับข้อมูลซึ่งเรียงลำดับจากน้อยไปหามาก ดังต่อไปนี้

ข้อมูล	7	8	9	10	11	12	13	14
อันดับ	<u>1</u>	<u>2</u>	3	<u>4</u>	5	6	7	8

(อันดับที่ขีดเส้นใต้ เป็นของข้อมูลชุดที่ 1)

จะได้

$$R_1 = 1 + 2 + 4 = 7$$

$$R_2 = 3 + 5 + 6 + 7 + 8 = 29$$

และ

$$u_1 = 7 - \frac{3(3 + 1)}{2} = 1$$

$$u_2 = 29 - \frac{5(5 + 1)}{2} = 14$$

เลือกค่าน้อยกว่าระหว่าง u_1 กับ u_2 เป็นค่าของ u ดังนั้น $u = 1$

จากตาราง Va เมื่อ $u = 1, n_1 = 3, n_2 = 5$ จะเห็นว่า $P(U \leqslant 1/H_0) = 0.036$

ซึ่งน้อยกว่า 0.05 แสดงว่าค่า $u = 1$ ตกอยู่ในเขตไม่ยอมรับ

5. สรุปว่า คำประกาศมีเหตุผลเชื่อได้

ตัวอย่างที่ 6.1.2 ในการทดสอบเพื่อเปรียบเทียบความเหนียวของสายเบ็ดตกปลา ซึ่งผลิตจากกรรมวิธีสองแบบ ว่าจะมีความเหนียวโดยเฉลี่ยแตกต่างกันหรือไม่ จากการเลือกมาทดสอบแบบละ 10 เส้นปรากฏผลดังนี้

กรรมวิธีที่ 1	10.4	9.8	11.5	10.0	9.9	9.6	10.9	11.8	9.3	10.7
กรรมวิธีที่ 2	8.7	11.2	9.8	10.1	10.8	9.5	11.0	9.8	10.5	9.9

จงแสดงการทดสอบและสรุปผลที่ระดับนัยสำคัญ 0.1

วิธีทำ การทดสอบกระทำตามขั้นตอนดังนี้

1. $H_0 \ : \ \mu_1 = \mu_2$

   $H_a \ : \ \mu_1 \neq \mu_2$

2. $\alpha = 0.1$

3. ไม่ยอมรับ H_0 ถ้า $u \leqslant 27$ (จากตาราง Vb)

4.

ข้อมูล	8.7	9.3	9.5	9.6	9.8	9.8	9.8	9.9	9.9	10.0	10.1	10.4
อันดับ	1	<u>2</u>	3	<u>4</u>	<u>6</u>	6	6	<u>8.5</u>	8.5	<u>10</u>	11	<u>12</u>
ข้อมูล	10.5	10.7	10.8	10.9	11.0	11.2	11.5	11.8				
อันดับ	13	<u>14</u>	15	<u>16</u>	17	18	<u>19</u>	<u>20</u>				

จะได้

$$R_1 = 2 + 4 + 6 + 8.5 + 10 + 12 + 14 + 16 + 19 + 20 = 111.5$$

$$R_2 = \frac{20}{2}(1 + 20) - 111.5 = 98.5$$

ดังนั้น

$$u_1 = 111.5 - \frac{(10)(11)}{2} = 56.5$$

$$u_2 = 98.5 - \frac{(10)(11)}{2} = 43.5$$

$\Rightarrow \ u = 43.5$ ซึ่งมากกว่า 27 ค่า u ตกอยู่ในเขตยอมรับ

5. สรุปว่า สายเบ็ดซึ่งผลิตจากกรรมวิธีแต่ละแบบ มีความเหนียวโดยเฉลี่ยเท่ากัน

6.2 การทดสอบโดยใช้เครื่องหมาย (Sign Test)

ในการทดสอบแบบจับคู่ กรณีที่ตัวอย่างสุ่มไม่ได้มาจากประชากรที่มีการแจกแจงแบบปกติ และจำนวนคู่ (n) น้อยกว่า 30 การทดสอบที่รวดเร็วและง่ายที่สุด ก็คือการทดสอบโดยใช้เครื่องหมาย ในการทดสอบ $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ หรือ $\mu_D = 0$ ผลต่างของข้อมูลแต่ละคู่ (d_i) จะกำหนดโดยเครื่องหมายบวกหรือลบ ขึ้นอยู่กับว่า d_i จะมีค่าบวกหรือลบ ถ้า H_0 เป็นจริงและประชากรเป็น

แบบสมมาตรกัน จำนวนเครื่องหมาย + และเครื่องหมาย − ก็ควรจะเท่ากัน แต่ถ้าจำนวนเครื่องหมายใดมีมากเกินไป เราจะไม่ยอมรับสมมติฐานที่ว่าประชากรมีค่าเฉลี่ยเท่ากัน

การทดสอบแบบใช้เครื่องหมาย เรากำหนด

r = จำนวนที่น้อยกว่าระหว่างจำนวนของเครื่องหมายบวกกับเครื่องหมายลบ

ถ้า H_0 เป็นจริง กล่าวคือ $\mu_1 = \mu_2$ ตัวสถิติทดสอบ R จะมีการแจกแจงแบบทวินามที่มีพารามิเตอร์ $p = 0.5$ ดังนั้นเกณฑ์ในการตัดสิน เราจะไม่ยอมรับ H_0 ถ้า

ค่าของ R ที่ได้ $\leqslant r^*$

ในเมื่อค่าของ r^* เป็นค่าวิกฤตซึ่งอ่านได้จากตาราง VI เมื่อ $p = 0.5$ โดยที่

$P(R \leqslant r^*/H_0$ เป็นจริง$) = \alpha$ ——— ทดสอบทางเดียว

$2P(R \leqslant r^*/H_0$ เป็นจริง$) = \alpha$ ——— ทดสอบสองทาง

อย่างไรก็ตาม เมื่อตัวอย่างมีขนาดโต เราประมาณค่าด้วยการแจกแจงแบบปกติมาตรฐาน นั่นคือใช้ตัวสถิติทดสอบ

$$Z = \frac{X - 0.5n}{\sqrt{0.25n}}$$

ตัวอย่างที่ 6.2.1 ภาวะอากาศเป็นพิษมีความสำคัญทางด้านเศรษฐกิจอย่างยิ่ง การละเลยไม่คำนึงถึงภาวะอากาศเป็นพิษ อาจทำให้เกิดการสูญเสียทางเศรษฐกิจอย่างใหญ่หลวง จึงต้องมีการพัฒนาเครื่องวัดอากาศเป็นพิษ เพื่อวัดปริมาณสารต่าง ๆ ที่มีในอากาศ จะได้หาทางลดส่วนที่ก่อให้เกิดอากาศเป็นพิษ บริษัทซีอาร์ได้พัฒนาเครื่องวัด 2 ชนิด ใช้วัดปริมาณซัลเฟอร์-มอนนอกไซด์ ในการทดลองเพื่อดูประสิทธิภาพของเครื่องทั้งสองชนิด ได้นำเครื่องวัดไปติดตั้งที่สี่แยกแห่งหนึ่ง เป็นเวลา 2 สัปดาห์ ปรากฏผลดังนี้

ปริมาณซัลเฟอร์มอนนอกไซด์

วันที่	เครื่องมือ ก	เครื่องมือ ข
1	0.96	0.87
2	0.82	0.74
3	0.75	0.63
4	0.61	0.55
5	0.89	0.76
6	0.64	0.70
7	0.81	0.69
8	0.68	0.57
9	0.65	0.53
10	0.84	0.88
11	0.59	0.51
12	0.94	0.79
13	0.91	0.84
14	0.77	0.63

อาศัยข้อเท็จจริงที่ได้นี้ จะแสดงว่า การใช้เครื่องมือต่างชนิดกันจะเป็นผลให้ได้ปริมาณซัลเฟอร์มอนนอกไซด์ต่างกัน หรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

วิธีทำ

1. $H_0 : \mu_ก = \mu_ข$

   $H_a : \mu_ก \neq \mu_ข$

2. $\alpha = 0.01$, $n = 14$

3. ไม่ยอมรับ H_0 ถ้า

   $r \leqslant 1$ (จากตาราง VI)

4. หาผลต่างของข้อมูลแต่ละคู่ กำหนดเครื่องหมาย + และ – ตามค่าที่ได้ดังนี้

   \+ + + + + – + + + + + + +

   จะเห็นว่า $r_+ = 12$, $r_- = 2$ ดังนั้น $r = 2$

5. สรุปว่า เครื่องมือทั้งสองชนิดวัดได้ปริมาณที่ไม่แตกต่างกัน

ตัวอย่างที่ 6.2.2 องค์การเภสัชกรรมผลิตยาลดความอ้วน และนำไปทดลองกับคน 9 คน ชั่งน้ำหนักก่อนกินยานี้ และหลังจากกินยานี้ 2 อาทิตย์ ปรากฏผลดังนี้

	น้ำหนักเป็นกิโลกรัม								
คนที่	1	2	3	4	5	6	7	8	9
น้ำหนักก่อนกินยา	69	73	76	82	71	58	55	64	57
น้ำหนักหลังกินยา	70	61	68	67	59	52	52	56	50

ข้อเท็จจริงที่ได้นี้ จะถือว่า ยาที่ผลิตใหม่นี้ลดความอ้วนได้จริง ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

วิธีทำ

1. $H_0 \; : \; \mu_D = 0$ (μ_D เป็นน้ำหนักที่ลดลงโดยเฉลี่ย)

   $H_a \; : \; \mu_D > 0$
2. $\alpha = 0.05, n = 9$
3. ไม่ยอมรับ H_0 ถ้า

   $r \leqslant 1$ (อ่านค่าจากตาราง VI เมื่อ $2\alpha = .10$)
4. กำหนดเครื่องหมาย + และ − แทนน้ำหนักที่เพิ่มขึ้นและทดลอง ตามลำดับ จะได้ผลดังนี้

   + − − − − − − − −

   จะเห็นว่า $r_+ = 1, r_- = 8$ ดังนั้น $r = 1$
5. สรุปว่า ยาที่ผลิตขึ้นใหม่สามารถลดความอ้วนได้จริง

6.3 การทดสอบแบบจัดคู่ของ Wilcoxon (Wilcoxon Test For Paired Observation)

การทดสอบโดยใช้เครื่องหมาย แสดงให้เห็นเพียงว่าค่าใดจะมากกว่า ไม่ได้บอกขนาดของผลต่าง การทดสอบที่จะบอกทั้งขนาดและทิศทาง คือการทดสอบแบบจับคู่ของ Wilcoxon การทดสอบแบบนี้จะกำหนดอันดับให้กับค่าของผลต่าง โดยไม่คิดเครื่องหมาย (กรณีการทดสอบ $H_0 : \mu_1 - \mu_2 = d_0$ เอาผลต่างของข้อมูลแต่ละคู่ ลบด้วย d_0) เรียงลำดับจากน้อยไปหามาก ค่าที่เป็น 0 ตัดทิ้ง คำนวณค่าของผลรวมอันดับที่มาจากค่าบวก และที่มาจากค่าลบ เป็น W_+ และ W_- ตามลำดับ ได้ค่าของ

$$W = \text{ค่าต่ำสุด } (W_+, W_-)$$

เกณฑ์ที่ใช้ในการตัดสิน จะกำหนดได้โดย

(1) เมื่อ $n < 5$ ไม่ยอมรับ H_0 ถ้า ค่าของ W ที่คำนวณได้ ทำให้

$$P(W \leqslant w/H_0) = \frac{\#(W \leqslant w)}{2^n}$$

น้อยกว่า α (ทดสอบทางเดียว) หรือ น้อยกว่า $\alpha/2$ (ทดสอบสองทาง)

(2) เมื่อ $5 \leqslant n \leqslant 30$ ไม่ยอมรับ H_0 ถ้า

ค่าของ W ที่ได้ $\leqslant$ ค่าวิกฤติ (ค่าของ W อ่านจากตาราง VII)

กรณีที่ตัวอย่างมีขนาดโต ($n > 30$) ใช้ตัวสถิติทดสอบ

$$Z = \frac{W - \mu_W}{\sigma_W}$$

ในเมื่อ

$$\mu_W = n(n+1)/4$$

และ

$$\sigma_W^2 = n(n+1)(2n+1)/24$$

ตัวอย่างที่ 6.3.1 กล่าวกันว่าผู้ที่เลิกสูบบุหรี่ จะมีน้ำหนักเพิ่มขึ้นเสมอ เพื่อสนับสนุนคำกล่าวนี้ จึงสุ่มตัวอย่างนักสูบบุหรี่มา 4 คน ชั่งน้ำหนักก่อนเลิกสูบบุหรี่ และหลังจากเลิกสูบบุหรี่มาแล้ว 5 สัปดาห์ ปรากฏผลดังนี้

	น้ำหนัก (กิโลกรัม)			
ก่อนเลิกสูบ	66	80	69	52
หลังเลิกสูบ	71	82	68	56

มีเหตุผลเพียงพอที่จะยืนยันคำกล่าวนี้หรือไม่ ทั้งนี้ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

วิธีทำ

1. $H_0 : \mu_D = 0$ (μ_D เป็นน้ำหนักที่เพิ่มขึ้นโดยเฉลี่ย)

   $H_a : \mu_D > 0$

2. $\alpha = 0.05$, $n = 4$

3. ไม่ยอมรับ H_0 ถ้าค่าของ W ที่ได้ทำให้

   $P(W \leqslant w/H_0) < 0.05$

4.

น้ำหนักเพิ่มขึ้น (d_i)	5	2	−1	4
อันดับ	4	2	1	3

ดังนั้น

$$W = \text{ค่าต่ำสุด } (1{,}4 + 2 + 3) = 1$$

และ $P(W \leqslant 1) = 0.125 > 0.05$ จึงยอมรับ H_0

5. สรุปว่า คำกล่าวไม่จริง การเลิกสูบบุหรี่ไม่มีผลต่อน้ำหนัก

หมายเหตุ จำนวนที่ $W \leqslant 1$ อาจเป็น ϕ หรือ $\{1\}$ ก็ได้ ดังนั้น

$$P(W \leqslant 1) = 2/2^4 = 0.125$$

ตัวอย่างที่ 6.3.2 นักวิชาการการเกษตรได้ทดลองปลูกข้าว 2 ชนิด ในสถานีการทดลอง 9 จังหวัด เพื่อจะได้เปรียบเทียบปริมาณผลผลิตที่ได้ ผลผลิตที่เก็บได้เป็นคู่ ๆ มีดังนี้

จังหวัด	1	2	3	4	5	6	7	8	9
พันธุ์ข้าว 1	38	23	25	41	44	29	37	31	38
พันธุ์ข้าว 2	45	25	31	38	50	33	36	40	43

จะมีความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญ ระหว่างผลผลิตที่ได้ของพันธุ์ข้าวทั้ง 2 ชนิด หรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 (ไม่ทราบการแจกแจงของปริมาณผลผลิต)

วิธีทำ

1. $H_0 : \mu_D = 0$ (μ_D เป็นค่าเฉลี่ยของผลต่างระหว่างผลผลิตข้าวทั้งสอง)
   $H_a : \mu_D \neq 0$
2. $\alpha = 0.05, n = 9$
3. ไม่ยอมรับ H_0 ถ้า
   $W \leqslant 6$ (จากตาราง VII)
4.

ผลผลิตต่างกัน (d_i)	7	2	−4	−3	6	4	−1	9	5
อันดับ	8	2	4.5	3	7	4.5	1	9	6

$W_+ = 8 + 2 + 7 + 4.5 + 9 + 6 = 36.5$ และ $W_- = 4.5 + 3 + 1 = 8.5$

ดังนั้น $W = 8.5$ จึงยอมรับ H_0

5. สรุปว่า ผลผลิตของข้าว 2 ชนิดไม่แตกต่างกัน

6.4 การทดสอบโดยใช้ Run (Runs Test)

ในการเก็บรวบรวมข้อมูล เรามักจะกล่าวว่า การเก็บกระทำโดยการสุ่ม การทดสอบแบบ Run จะช่วยให้เราทราบว่า ค่าสังเกตุหรือข้อมูลเหล่านั้นได้มาจากการสุ่มจริงหรือไม่ นั่นคือ

การทดสอบแบบ Run จะใช้ในการทดสอบ

H_0 : ข้อมูลได้มาจากการสุ่ม

การทดสอบโดยใช้ Run เราไม่สนใจว่า ข้อมูลหรือค่าสังเกตุที่ได้ เป็นแบบปริมาณหรือคุณภาพ เราเพียงแยกข้อมูลที่ได้เป็นสองกลุ่มที่ขจัดกัน เช่นชายหรือหญิง ดีหรือเลว ใช่หรือไม่ใช่ สูงกว่าหรือต่ำกว่ามัธยฐานหรือค่าเฉลี่ย เป็นต้น การจัดลำดับเป็นการจัดเรียงของสัญลักษณ์ 2 กลุ่ม กำหนดว่า n_1, n_2 เป็นจำนวนของสัญลักษณ์แต่ละกลุ่ม ดังนั้น

$$n = n_1 + n_2 = \text{ขนาดตัวอย่าง}$$

ให้ u เป็นผลรวมของจำนวนอนุกรมของสัญลักษณ์ที่เหมือนกัน นั่นคือผลรวมของ Runs เมื่อ n_1 และ n_2 มีขนาดโต เราใช้ตัวสถิติทดสอบ

$$Z = \frac{U - \mu_U}{\sigma_U}$$

ในเมื่อ $\mu_U = \frac{2n_1n_2}{n_1 + n_2} + 1$ และ $\sigma_U^2 = \frac{2n_1n_2(2n_1n_2 - n_1 - n_2)}{(n_1 + n_2)^2(n_1 + n_2 - 1)}$

เราจะไม่ยอมรับ H_0 หรือการจัดข้อมูลไม่เป็นแบบสุ่ม ก็ต่อเมื่อ

$$|Z_{\text{คำนวณ}}| > Z_{\alpha/2}$$

ตัวอย่างที่ 6.4.1 สุ่มผลิตภัณฑ์จากสายการผลิตหนึ่งมาตรวจสอบ 1 ชิ้น ทุก ๆ 20 ชิ้น ว่าชำรุด (ช) หรือไม่ชำรุด (ด) ปรากฏผลดังต่อไปนี้

ช ช ด ด ด ช ด ด ช ช ด ด ด ด ด ช ช ช ด ด ช ด ด ด ด ช ด ช

ผลที่ได้จากตัวอย่างนี้ จะสรุปว่า ผลิตภัณฑ์ที่ชำรุดเกิดขึ้นอย่างสุ่ม ได้หรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ .05

วิธีทำ

1. H_0 : ผลิตภัณฑ์ที่ชำรุดเกิดขึ้นอย่างสุ่ม
   H_a : ผลิตภัณฑ์ที่ชำรุดไม่เกิดขึ้นอย่างสุ่ม
2. $\alpha = .05$, $n = 11 + 17 = 28$
3. ไม่ยอมรับ H_0 ถ้า

   $$|Z_{\text{คำนวณ}}| > Z_{.025} = 1.96$$
4. ในที่นี้ $u = 13$, $\mu_U = \frac{2(11)(17)}{11 + 17} + = 14.357$

และ $\sigma_U = \sqrt{\dfrac{2(11)(17)(2(11)(17) - 11 - 17)}{(11 + 17)^2(11 + 17 - 1)}} = 2.47$

$$|Z_{\text{คำนวณ}}| = \left|\frac{13 - 14.357}{2.47}\right| = 0.549$$

5. สรุปว่า การเกิดขึ้นของผลิตภัณฑ์ที่ชำรุดเป็นแบบสุ่ม

ตัวอย่างที่ 6.4.2 ผลการหยั่งเสียงนายธนาคาร 40 คน ว่าเห็นด้วย (ร) หรือไม่เห็นด้วย (ม) กับการขึ้นอัตราดอกเบี้ยเงินฝากและเงินกู้ เรียงลำดับได้ดังนี้

ร ม ม ม ม ร ร ม ม. ม ร ม ม ม ร ร ม ร ม ม

ร ร ม ม ม ม ม ร ร ร ม ม ร ม ม ม ม ร ม ร

จากข้อเท็จจริงที่ได้นี้ จะแสดงว่า การหยั่งเสียงกระทำโดยการสุ่ม ได้หรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ .01

วิธีทำ

1. H_0 : การหยั่งเสียงกระทำโดยการสุ่ม

   H_a : การหยั่งเสียงไม่เป็นแบบสุ่ม

2. $\alpha = .01, n = 15 + 25 = 40$

3. ไม่ยอมรับ H_0 ถ้า

   $|Z_{\text{คำนวณ}}| > Z_{.005} = 2.576$

4. $u = 19, \mu_U = \dfrac{2(15)(25)}{40} + 1 = 19.75$

   $\sigma_U = \sqrt{\dfrac{2(15)(25)(2(15)(25) - 15 - 25)}{(15 + 25)^2(15 + 25 - 1)}} = 2.92$

   $|Z_{\text{คำนวณ}}| = \left|\dfrac{19 - 19.75}{2.92}\right| = 0.26$

5. สรุปว่า การหยั่งเสียงกระทำโดยการสุ่ม

6.5 ส.ป.ส.สหสัมพันธ์อันดับ (Rank Correlation Coefficient)

ในบทที่ 5 เราใช้ ส.ป.ส.สหสัมพันธ์ตัวอย่าง เป็นตัววัดขนาดและความสัมพันธ์เชิงเส้นของตัวแปรเชิงสุ่มต่อเนื่อง X และ Y มีมาตรการวัดความสัมพันธ์อีกแบบหนึ่ง ที่ไม่เกี่ยวกับตัวพารามิเตอร์ แต่อาศัยอันดับที่ให้กับค่าสังเกตุ x และ y ซึ่งเรียงลำดับตามขนาดของมัน ตัววัด

ความสัมพันธ์นี้รู้จักกันในนามของ Spearman rank correlation coefficient เขียนแทนด้วย r_s และกำหนดค่าไว้ดังนี้

$$r_s = 1 - \frac{6\sum_{i=1}^{n} d_i^2}{n(n^2-1)}$$

ในเมื่อ d_i เป็นผลต่างระหว่างอันดับที่ให้กับค่า x และให้กับค่า y

n เป็นจำนวนคู่ของข้อมูลหรือค่าสังเกตุ

ค่าของ r_s มีความหมายเช่นเดียวกับค่าของ r และจะมีค่าอยู่ในช่วง −1 ถึง 1 การทดสอบความเป็นอิสระกันระหว่าง X กับ Y หรือการพิจารณาว่า X กับ Y จะมีสหสัมพันธ์กันหรือไม่ กรณีการทดสอบ 2 ทาง จะปฏิเสธสมมติฐาน H_0 ที่ว่าเป็นอิสระกัน ถ้าค่าของ $|r_s|$ ที่คำนวณได้มากกว่าหรือเท่ากับค่าวิกฤติ (ค่าของ r_s อ่านจากตาราง VIII) ที่ระดับนัยสำคัญที่กำหนดไว้ กรณีที่ตัวอย่างมีขนาดโต ถ้า X กับ Y เป็นอิสระกันจริง การแจกแจงของ r_s จะเข้าใกล้การแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ย 0 ความแปรปรวน $1/(n-1)$ ดังนั้นในการทดสอบการเป็นอิสระกันของ X กับ Y เมื่อขนาดตัวอย่างโต เราใช้ตัวสถิติทดสอบ

$$Z = \frac{r_s - 0}{1/\sqrt{n-1}} = r_s\sqrt{n-1}$$

ตัวอย่างที่ 6.5.1 ศึกษากรรมวิธีการผลิตน้ำตาลทราย วัดปริมาณน้ำตาลทรายที่ได้จากกรรมวิธีการผลิต ณ อุณหภูมิต่าง ๆ ปรากฏผลดังต่อไปนี้

อุณหภูมิ	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2.0
ปริมาณที่ได้	8.1	7.8	8.5	9.8	9.5	8.9	8.6	10.2	9.3	10.5

ข้อเท็จจริงที่ได้จากตัวอย่างนี้ จะแสดงว่า ปริมาณน้ำตาลทรายที่ผลิตได้จากกรรมวิธีนี้กับอุณหภูมิเป็นอิสระต่อกัน ที่ระดับนัยสำคัญ .05 หรือไม่

วิธีทำ

1. $H_0 : \rho = 0$

   $H_a : \rho \neq 0$

2. a = .05, n = 10

3. ไม่ยอมรับ Ho ถ้า

   $|r_s| \geqslant 0.648$ (จากตาราง VIII)

4. อุณหภูมิ	อันดับ	ปริมาณน้ำตาลที่ผลิตได้	อันดับ	ผลต่างอันดับ (d_i)	d_i^2
1.1	1	8.1	2	- 1	1
1.2	2	7.8	1	1	1
1.3	3	8.5	3	0	0
1.4	4	9.8	8	- 4	16
1.5	5	9.5	7	- 2	4
1.6	6	8.9	5	1	1
1.7	7	8.6	4	3	9
1.8	8	10.2	9	- 1	1
1.9	9	9.3	6	3	9
2.0	10	10.5	10	0	0
				ผลรวม	42

$$r_s = 1 - \frac{6(42)}{10(100-1)} = 0.7455$$

5. สรุปว่า ปริมาณน้ำตาลทรายที่ได้จากกรรมวิธีการผลิตนี้กับอุณหภูมิมีสหสัมพันธ์ทางบวก

ตัวอย่างที่ 6.5.2 ศึกษาการใช้น้ำของข้าวโพดเลี้ยงสัตว์พันธุ์สุวรรณ 1 ใช้น้ำในการเจริญเติบโตตลอดอายุในปริมาณเท่าใด น้ำหนักผลผลิตที่ได้จะมีความสัมพันธ์โดยตรงกับปริมาณน้ำที่ใช้หรือไม่ จากการศึกษาผลที่ได้ใน 27 เขต ได้ค่าดังนี้

เขต	ปริมาณน้ำ (มิลลิเมตร)	น้ำหนักผลผลิต (กก./ไร่)	เขต	ปริมาณน้ำ (มิลลิเมตร)	น้ำหนักผลผลิต (กก./ไร่)	เขต	ปริมาณน้ำ (มิลลิเมตร)	น้ำหนักผลผลิต (กก./ไร่)
1	584.5	766.9	10	625.4	780.2	19	618.9	742.2
2	482.0	670.5	11	574.9	758.7	20	569.1	755.7
3	527.4	713.8	12	365.2	594.6	21	580.8	765.7
4	601.3	780.4	13	438.5	653.4	22	583.2	762.4
5	572.3	751.7	14	683.7	779.4	23	605.8	771.3
6	531.2	708.5	15	621.5	750.8	24	591.5	769.8
7	497.8	711.4	16	587.3	765.1	25	484.9	696.4
a	558.6	722.7	17	535.0	699.3	26	572.5	749.5
9	527.4	718.2	18	493.6	662.7	27	612.4	782.5

อาศัยข้อเท็จจริงที่ได้นี้ จะสรุปว่า ปริมาณน้ำที่ใช้และน้ำหนักผลผลิตต่อไร่มีสหสัมพันธ์ทางบวก ได้หรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ .05

วิธีทำ

1. $H_0 \;:\; \rho = 0$

   $H_a \;:\; \rho > 0$

2. $\alpha = 0.05$

3. ไม่ยอมรับ Ho ถ้า

   $Z_{\text{คำนวณ}} > Z_{.05}$ = J.645 (ถือว่า n มีขนาดโต)

4.

เขต	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
อันดับน้ำ	18	3	7.5	21	13	9	6	11	7.5	26	15	1	2	27
อันดับผลผลิต	21	4	9	26	15	7	8	11	10	25	17	1	2	24
ผลต่าง (d,)	-3	-1	-1.5	-5	-2	2	-2	0	-2.5	1	-2	0	0	3
d_i^2	9	1	2.25	25	4	4	4	0	6.25	1	4	0	0	9
เขต	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	
อันดับน้ำ	25	19	10	5	24	12	16	17	22	20	4	14	23	
อันดับการผลิต	14	19	6	3	12	16	20	18	23	22	5	13	27	
ผลต่าง (di)	11	0	4	2	12	-4	-4	-1	-1	-2	-1	1	-4	
d_i^2	121	0	16	4	144	16	16	1	1	4	1	1	16	

$\sum_i d_i^2 = 410.5$ ดังนั้น $r_s = 1 \quad \frac{6(410.5)}{27(27^2 - 1)} = 0.8747$

$Z_{\text{คำนวณ}}$ = .8747427-I = 4.46

5. สรุปว่า ปริมาณน้ำที่ใช้และน้ำหนักผลผลิตมีสหสัมพันธ์ทางบวกจริง

6.6 การทดสอบ Kruskal - Wallis Test

ใช้ในการทดสอบสมมติฐานที่ว่า ตัวอย่างสุ่มแบบอิสระ k ตัวอย่าง, k > 2, มาจากประชากรที่มีการแจกแจงแบบเดียวกัน การทดสอบนี้เป็นการทดสอบที่ไม่เกี่ยวกับตัวพารามิเตอร์ เป็นกระบวนการทดสอบอันเป็นทางเลือกของการทดสอบ F ซึ่งทดสอบการเท่ากันของ k ค่าเฉลี่ย ในการวิเคราะห์ความแปรปรวนที่มีหนึ่งแฟกเตอร์ เมื่อไม่มีเกณฑ์สมมติว่าตัวอย่างสุ่ม

มาจากประชากรที่มีการแจกแจงแบบปกติ ถ้า H_0 เป็นจริง และแต่ละตัวอย่างประกอบด้วยค่าสังเกตุอย่างน้อย 5 ตัว ตัวสถิติทดสอบ H จะประมาณได้ด้วยการแจกแจงแบบคายกำลังสองที่มีองศาอิสระ k − 1, χ^2_{k-1}, ค่าของสถิติ H จะกำหนดได้ด้วยค่า h

ในเมื่อ

$$h = \frac{12}{n(n+1)} \sum_{i=1}^{k} \frac{r_i^2}{n_i} - 3(n+1)$$

โดยที่ $n = n_1 + n_2 + \cdots + n_k = \sum_{i=1}^{k} n_i$

n_i = ขนาดของตัวอย่าง

r_i = ผลบวกของอันดับในกลุ่มตัวอย่าง i

หมายเหตุ การกำหนดอันดับให้กับข้อมูลหรือค่าสังเกตุ ทำได้โดยนำข้อมูลจากทุกตัวอย่างมาเรียงลำดับจากน้อยไปหามาก แล้วกำหนดอันดับที่ 1, 2, ..., n ให้กับข้อมูลเหล่านั้น กรณีที่มีค่าเท่ากันกำหนดด้วยค่าเฉลี่ยของอันดับนั้น ๆ

ถ้าค่า h ตกอยู่ในเขตวิกฤต กล่าวคือ $h > \chi^2_{\alpha,k-1}$ เราจะไม่ยอมรับ H_0 ที่ระดับนัยสำคัญ α นอกนั้นยอมรับ

ตัวอย่างที่ 6.6.1 ค่าจ้างต่อสัปดาห์ของพนักงานในแผนกการผลิต ก ข ค และ ง ของโรงงานอุตสาหกรรมแห่งหนึ่ง ซึ่งเลือกมาอย่างสุ่ม แผนกละ 5 คน ได้ผลดังนี้

แผนกการผลิต

ก	ข	ค	ง
324	488	520	435
420	342	500	300
480	288	450	400
354	445	500	425
360	320	480	390

อาศัยผลจากตัวอย่าง จะสรุปว่า ค่าจ้างต่อสัปดาห์ของพนักงานในแผนกทั้ง 4 ไม่แตกต่างกัน ทั้งนี้ที่ระดับนัยสำคัญ .05

วิธีทำ

1. H_0 : $\mu_{ก} = \mu_{ข} = \mu_{ค} = \mu_{ง}$
   H_a : อย่างน้อยที่สุด 1 คู่ไม่เท่ากัน

2. α = .05, k = 4

3. ไม่ยอมรับ H_0 ถ้า

$$h > \chi^2_{.05} = 7.815$$

4. ให้อันดับกับข้อมูลทั้ง 20 ค่า ได้ผลดังนี้

						ผลรวม (r_i)
แผนก ก	4	10	15.5	6	7	42.5
แผนก ข	17	5	1	13	3	39
แผนก ค	20	18.5	14	18.5	15.5	86.5
แผนก ง	12	2	9	11	8	42

$$h = \frac{12}{(20)(21)}\left(\frac{42.5^2}{5} + \frac{39^2}{5} + \frac{86.5^2}{5} + \frac{42^2}{5} \right) - (3)(21) = 8.848$$

5. สรุปว่า ค่าจ้างต่อสัปดาห์ของพนักงานในแผนกการผลิตทั้ง 4 แตกต่างกัน

ตัวอย่างที่ 6.6.2 เปรียบเทียบเวลาที่ใช้ในการทำงานของเครื่องคิดเลขขนาดจิ๋ว โดยใส่ถ่านยี่ห้อเดียวกันเครื่องละ 2 ก้อน ใช้เครื่องคิดเลขแต่ละยี่ห้อจนหมดถ่าน บันทึกเวลาที่ใช้ทำงานได้ดังนี้

	เวลาเป็นชั่วโมง	
เครื่องคิดเลข เอ	เครื่องคิดเลข บี	เครื่องคิดเลข ซี
4.9	5.5	6.4
6.1	5.4	6.8
4.3	6.2	5.6
4.6	5.8	6.5
5.3	5.5	6.3
	5.2	6.6
	4.8	

อาศัยข้อเท็จจริงที่ได้นี้ จะสรุปว่า เวลาในการทำงานของเครื่องคิดเลขทั้งสามยี่ห้อเท่ากันที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 ได้หรือไม่

วิธีทำ

1. H_0 : $\mu_{\text{เอ}} = \mu_{\text{บี}} = \mu_{\text{ซี}}$

   H_a : อย่างน้อยที่สุด 1 คู่ไม่เท่ากัน

2. $\alpha = 0.01$, k = 3

3. ไม่ยอมรับ H_0 ถ้า

$$h > \chi^2_{.01,2} = 9.210$$

4. ให้อันดับแก่ข้อมูลทั้งหมดเรียงจากน้อยไปหามาก ได้ค่าดังนี้

	เครื่องคิดเลข เอ	เครื่องคิดเลข บี	เครื่องคิดเลข ซี
	4	0.5	15
	12	7	18
	1	13	10
	2	11	16
	6	a.5	14
		5	17
		3	
ผลรวม	25	56	90

ดังนั้น

$$h = \frac{12}{(18)(19)}\left(\frac{25^2}{5} + \frac{56^2}{7} + \frac{90^2}{6}\right) - (3)(19) = 10.4737$$

5. สรุปว่า เวลาในการทำงานของเครื่องคิดเลข 3 ยี่ห้อนี้แตกต่างกัน

คำถาม-คำตอบ

1—5 ให้ใช้แบบทดสอบต่อไปนี้เป็นข้อเลือก

ก) แบบทดสอบของมูด
ข) แบบทดสอบโคลไมโกรอฟ
ค) แบบทดสอบครัสคัล-วอลลิส
ง) แบบทดสอบคอกซ์และสจวร์ท
จ) แบบทดสอบแมนน์-วิทนีย์

การทดสอบต่อไปนี้ จะใช้แบบทดสอบแบบใด

1. ทดสอบแนวโน้มของอนุกรมค่าสังเกต
2. ทดสอบผลต่างของ 2 ค่าเฉลี่ยที่เป็นอิสระกัน
3. เปรียบเทียบการกระจายของ 2 ประชากร
4. ทดสอบการปรับที่ดี
5. ทดสอบการเท่ากันของหลายค่าเฉลี่ยที่เป็นอิสระต่อกัน

6—10 ให้ใช้แบบการทดสอบต่อไปนี้เป็นข้อเลือก

ก) การทดสอบแบบผลรวมอันดับ
ข) การทดสอบโดยใช้รัน
ค) การทดสอบแบบจับคู่ของวิลคอกซัน
ง) การทดสอบโดยใช้เครื่องหมาย

การทดสอบสมมติฐานในข้อต่อไปนี้ ควรจะใช้การทดสอบแบบใด

6. อายุใช้งานของนาฬิกายี่ห้อหนึ่ง โดยเฉลี่ยเป็น 22 เดือน
7. ผลผลิตต่อชั่วโมงของกระบวนการผลิต 2 วิธีน่าจะแตกต่างกัน
8. การควบคุมคุณภาพจะทำให้ลดต้นทุนการผลิต
9. การชำรุดของสินค้าจากกระบวนการผลิตหนึ่งเป็นแบบสุ่ม
10. การใช้เทคนิคการโปรแกรมเชิงเส้นทำให้ได้ผลกำไรสูงขึ้น

คำตอบ 1.ง 2. จ 3. ก 4. ข 5. ค 6. ง 7. ก 8. ค 9. ข 10. ค

แบบฝึกหัดที่ 7

1. ในการวิจัยเซรุ่มรักษาโรคมะเร็ง ได้ทดสอบกับหนูซึ่งเป็นโรคมะเร็ง 9 ตัว โดยฉีดเซรุ่มให้กับหนู 5 ตัว ที่เหลือไม่ได้ฉีด จำนวนปีที่หนูมีชีวิตอยู่ได้ มีดังนี้

ไม่ฉีดเซรุ่ม	1.9	0.5	2.8	3.1	
ฉีดเซรุ่ม	2.1	5.3	1.4	4.6	0.9

มีเหตุผลเพียงพอที่จะกล่าวได้ว่า เซรุ่มนี้มีประสิทธิภาพได้หรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

2. ข้อมูลต่อไปนี้แสดงถึงน้ำหนักของผลิตภัณฑ์ ก และผลิตภัณฑ์ ข แต่ละห่อ

ผลิตภัณฑ์ ก	34	39	41	28	33	
ผลิตภัณฑ์ ข	36	40	35	31	39	36

จากข้อเท็จจริงนี้ เราจะนำมาสรุปว่า ผลิตภัณฑ์ ก มีน้ำหนักโดยเฉลี่ย มากกว่าผลิตภัณฑ์ ข ได้หรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

3. ศึกษาจำนวนนิโคตินที่มีอยู่ในบุหรี่ยี่ห้อเอกับยี่ห้อบี ผลจากการวัด ได้จำนวนนิโคตินเป็นมิลลิกรัมดังนี้

	จำนวนนิโคติน (มิลลิกรัม)									
ยี่ห้อเอ	2.1	4.0	6.3	5.4	4.8	3.7	6.1	3.3		
ยี่ห้อบี	4.1	0.6	3.1	2.5	4.0	6.2	1.6	2.2	1.9	5.4

จงทดสอบการเท่ากันของสารนิโคตินโดยเฉลี่ยของบุหรี่ 2 ยี่ห้อนี้ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

4. แผนกวิจัยของบริษัทเอบีซี ต้องการซื้อเครื่องคิดเลขขนาดกระเป๋า มีสองยี่ห้อที่อยู่ในข่ายการพิจารณายี่ห้อ ข มีราคาถูกกว่ายี่ห้อ ก เล็กน้อย แต่ยี่ห้อ ก ใช้งานได้นานกว่าเมื่อเปรียบเทียบกับจำนวนถ่านที่ต้องใช้ ผู้จัดการตั้งใจจะซื้อยี่ห้อ ข เว้นแต่จะมีหลักฐานเพียงพอว่ายี่ห้อ ก ทำงานโดยเฉลี่ยนานกว่ายี่ห้อ ข จากการทดสอบการใช้เครื่องคิดเลขยี่ห้อละ 9 เครื่อง ใช้ถ่านชนิดเดียวกัน วัดจำนวนชั่วโมงที่สามารถทำงานได้ ปรากฏผลดังนี้

	จำนวนชั่วโมงทำงาน								
ยี่ห้อ ก	5.5	5.6	6.3	4.6	5.3	5.0	6.2	5.8	5.1
ยี่ห้อ ข	3.8	4.8	4.3	4.2	4.0	4.9	4.5	5.2	4.5

ผู้จัดการจะตัดสินใจอย่างไร กำหนดระดับนัยสำคัญ 0.01

5. สุ่มตัวอย่างพนักงานขายมา 12 คน ซึ่งถือว่ามีความสามารถเท่าเทียมกัน เลือกมา 5 คน ไปอบรมเกี่ยวกับการตลาด หลังจากนั้นดูผลการขายของพนักงานทั้ง 12 คน ได้ค่าดังนี้

ระยะทาง : กิโลเมตรต่อลิตร

รถคันที่	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
ยางเรเดียล	4.2	4.7	6.6	7.0	6.7	4.5	5.7	6.0	7.4	4.9	6.1	5.2
ยางธรรมดา	4.1	4.9	6.2	6.9	6.8	4.4	5.7	5.8	6.9	4.7	6.0	4.9

เราจะสรุปว่าการใช้ยางเรเดียล จะสามารถประหยัดเชื้อเพลิงได้ดีกว่ายางธรรมดาอื่น ๆ ได้หรือไม่

11. นายแพทย์ผู้หนึ่งอ้างว่า ยาที่ผลิตมาใหม่นี้สามารถเพิ่มความดันเลือดได้ ในการทดลองเพื่อดูประสิทธิภาพของยาขนานใหม่นี้ ได้ทดลองกับคนไข้ 15 คน วัดความดันเลือดก่อนและหลังการใช้ยานี้ ปรากฏผลดังนี้

คนที่	ความดันก่อน	ความดันหลัง	คนที่	ความดันก่อน	ความดันหลัง
1	116	119	9	136	139
2	118	124	10	137	135
3	120	126	11	137	143
4	124	128	12	140	146
5	128	121	13	143	150
6	130	135	14	146	149
7	131	137	15	147	142
a	134	138			

ข้อเท็จจริงที่ได้จากตัวอย่างนี้ จะสนับสนุนคำกล่าวของนายแพทย์หรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

12. กล่าวกันว่าการใช้เทคนิคการโปรแกรมเชิงเส้นในการวางแผนการผลิตและจำหน่าย จะมีผลให้สามารถเพิ่มผลกำไรให้กับอุตสาหกรรมนั้น ๆ ได้ จากการสุ่มตัวอย่างโรงงานอุตสาหกรรม 10 แห่ง ดูกำไรที่ได้โดยเฉลี่ยต่อวันจากการผลิตและจำหน่ายในช่วงที่ไม่ได้ใช้เทคนิคการโปรแกรมเชิงเส้น และในช่วงที่ใช้เทคนิคการโปรแกรมเชิงเส้น ปรากฏผลดังนี้

กำไรเฉลี่ยต่อวัน (แสนบาท)

โรงงาน	1	2	3	4	5	6	7	a	9	10
ใช้การโปรแกรม	5.3	6.2	6.6	4.5	5.7	6.2	5.9	7.1	5.4	5.7
ไม่ใช้การโปรแกรม	5.0	5.4	6.8	4.2	5.0	6.4	5.6	7.2	5.3	5.2

เราจะสรุปผลว่า การใช้เทคนิคการโปรแกรมเชิงเส้นให้ผลจริงตามคำกล่าวได้หรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

13. สุ่มตัวอย่างหัวหน้าครอบครัวในหมู่บ้านจัดสรรแห่งหนึ่งมา 35 คน เพื่อประมาณสัดส่วนของครอบครัวที่เอาประกันไฟ จากการสอบถามแต่ละรายว่าเขาเอาประกัน (ช) หรือไม่ได้ประกัน (ม) เรียงลำดับได้ดังนี้

ช ช ม ม ม ม ช ช ช ช ม ม ช ช ช ม ช ม ม ช ช ช ช ช ม ม ม ช ช ม ม ช ช ช ม

จงใช้การทดสอบแบบรันมาพิจารณาว่า ลำดับที่ได้ของคำตอบเหล่านี้จะเป็นข้อยืนยันว่าตัวอย่างถูกเลือกมาอย่างสุ่ม จริงหรือไม่

14. ศึกษากรรมวิธีการผลิตอาหารกระป๋อง พบว่า ถ้าขบวนการผลิตอยู่ภายใต้การควบคุม น้ำหนักของอาหารแต่ละกระป๋องจะมีการแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ย 450 กรัม และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 120 กรัม ถ้าน้ำหนักของอาหารกระป๋องภายใต้การผลิตนี้ 28 กระป๋อง มีค่าดังนี้

430	450	456	455	439	442	447	448	450	452	456	460	449	441
458	462	465	448	439	456	461	467	459	445	436	429	453	447

จงใช้การทดสอบแบบรันพิจารณาว่า การกระจายของน้ำหนักอาหารกระป๋องภายใต้กระบวนการผลิตนี้เป็นแบบสุ่ม

15. สำรวจพนักงาน 50 คน เพื่อประมาณเปอร์เซนต์ของพนักงานที่มีทักษะ ปรากฏผลดังนี้

ท ท ท ท ม ม ม ท ท ท ม ม ท ท ท ท ท ม ม ม ม ท ม ม

ท ท ท ม ม ม ม ท ท ม ท ท ม ท ม ม ท ท ท ท ม ม ท ท ท

ในเมื่อ ท แทนพนักงานมีทักษะ และ ม แทนพนักงานไม่มีทักษะ

จะสรุปว่า ข้อมูลที่ได้นี้เป็นตัวอย่างสุ่ม ได้หรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

16. คณะกรรมการผู้บริโภคได้ตรวจสอบคุณภาพของหม้อหุงต้มไฟฟ้า คะแนนที่ได้ (จากคะแนนเต็ม 100) และราคาที่กำหนดไว้ของหม้อไฟฟ้าแต่ละยี่ห้อ มีดังนี้

ยี่ห้อ	คะแนนคุณภาพ	ราคากำหนด
ก	85	1480
ข	92	1560
ค	80	1575
ง	89	1550
จ	82	1500
ช	76	1545
บ	95	1525
ป	86	1465
ท	69	1495

16.1 จงคำนวณ ส.ป.ส.สหสัมพันธ์อันดับระหว่างคุณภาพกับราคา

16.2 จงทดสอบสมมติฐานที่ว่าคุณภาพกับราคาไม่มีสหสัมพันธ์กัน ที่ระดับนัยสำคัญ .05

17. ศึกษาปริมาณนิโคตินและคราบควันที่มีอยู่ในบุหรี่ยี่ห้อต่าง ๆ 10 ยี่ห้อ ปรากฏผลดังนี้

ยี่ห้อ	จำนวนมิลลิกรัมของคราบควัน	จำนวนมิลลิกรัมของนิโคติน
ก	14	0.9
ข	17	1.1
ค	28	1.6
ง	17	1.3
จ	16	1.0
ช	13	0.8
ด	24	1.5
ต	25	1.4
บ	18	1.2
ป	31	2.0

ข้อเท็จจริงที่ได้นี้ จะแสดงว่า ปริมาณคราบควันและนิโคตินมีสหสัมพันธ์กัน ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 ได้หรือไม่

18. สุ่มตัวอย่างพนักงานประจำโรงงานอุตสาหกรรมแห่งหนึ่งมา 10 คน บันทึกค่าจ้างต่อสัปดาห์และจำนวนปีที่ทำงานดังนี้

พนักงานคนที่	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ค่าจ้าง/สัปดาห์	330	300	270	415	285	430	350	400	325	425
จำนวนปีที่ทำงาน	2	3	1	5	1	7	4	7	6	9

18.1 ผลที่ได้จะสรุปว่า ค่าจ้างต่อสัปดาห์มีความสัมพันธ์โดยตรงกับจำนวนปีที่ทำงานได้หรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.025

18.2 ถ้าจากการสุ่มพนักงานมา 30 คน ได้ค่า ส.ป.ส.สหสัมพันธ์อันดับเท่าเดิม ผลที่ได้จะเปลี่ยนแปลงอย่างไรหรือไม่

19. ฝ่ายบุคลากรของรัฐวิสาหกิจแห่งหนึ่ง แต่งตั้งกรรมการ 10 คน ให้คะแนนในด้านต่าง ๆ แก่พนักงานของรัฐ 26 คน บันทึกคะแนนที่ได้พร้อมด้วยอายุของพนักงานไว้ดังนี้

พนักงานคนที่	คะแนน	อายุ	พนักงานคนที่	คะแนน	อายุ
	75	30	14	80	42
2	68	25	15	71	38
3	83	29	16	93	45
4	78	48	17	86	40
5	89	38	18	84	52
6	72	27	19	88	26
7	83	34	20	76	53
8	90	51	21	85	36
9	82	46	22	90	35
10	73	41	23	71	24
11	85	33	24	92	38
12	77	45	25	86	43
13	80	37	26	90	29

เราจะสรุปผลว่า อายุมีผลต่อประสิทธิภาพในการทำงาน ได้หรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

20. ผู้จัดการฝ่ายผลิตของโรงงานอุตสาหกรรมขนาดย่อมกล่าวว่า ถ้าปริมาณผลผลิตในแต่ละวันมีน้อย ต้นทุนการผลิตต่อหน่วยจะสูง แต่ถ้าหากเพิ่มปริมาณผลผลิตขึ้นได้ ก็จะสามารถลดต้นทุนการผลิตต่อหน่วยลงได้ จากการสุ่มตัวอย่างการผลิตมา 50 วัน คำนวณได้ว่า ส.ป.ส.สหสัมพันธ์อันดับระหว่างปริมาณการผลิตกับต้นทุนการผลิตต่อหน่วยเป็น -0.29 ผลที่ได้นี้จะยืนยันคำกล่าวของผู้จัดการได้หรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

21. สุ่มตัวอย่างบุหรี่มา 4 ยี่ห้อ ๆ ละ 5 มวน มาตรวจสอบปริมาณคราบควัน ได้ผลดังนี้

ปริมาณมิลลิกรัมของคราบควัน

ยี่ห้อเอ	ยี่ห้อบี	ยี่ห้อซี	ยี่ห้อดี
14	16	16	17
10	18	15	20
11	14	14	19
13	15	12	21
15	17	18	18

จงทดสอบว่า ปริมาณคราบควันในบุหรี่แต่ละยี่ห้อจะแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ ที่ระดับนัยสำคัญ .05

22. การวิเคราะห์ทางเคมีจากห้องทดลอง 4 แห่ง จากการสุ่มสารชนิดเดียวกันส่งไปยังห้องทดลองทั้ง 4 แห่ง เพื่อดูว่าผลการวิเคราะห์ทางเคมีจากห้องทดลองทั้ง 4 จะให้ค่าโดยเฉลี่ยเหมือนกันหรือไม่ ผลการวิเคราะห์ได้ค่าดังนี้

ห้องทดลอง เอ	ห้องทดลอง บี	ห้องทดลอง ซี	ห้องทดลอง ดี
58.7	62.7	55.9	60.7
61.4	64.5	56.1	60.3
60.9	63.1	57.3	60.9
59.1	59.2	55.2	61.4
58.2	60.3	58.1	62.3
57.8	61.2	60.0	61.3
61.4	59.8	57.6	60.8

จงแสดงการทดสอบและสรุปผลที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

23. ในการทดลองเพื่อดูว่าเครื่องยนต์ที่มีระบบต่างกัน 5 ระบบ ระบบใดจะดีกว่ากัน ผลจากการวัดอัตราการเผาไหม้ของเครื่องยนต์แต่ละระบบ ได้ค่าดังนี้

ระบบเครื่องยนต์

1	2	3	4	5
20.1	24.0	19.4	23.2	18.4
18.3	16.7	21.3	19.8	19.1
19.2	22.8	24.5	18.1	17.3
17.5	19.8	19.9	17.6	17.3
18.7	18.9	21.8	20.2	19.7
		20.4	17.8	18.9
				18.8
				19.3

จงทดสอบที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ว่า อัตราการเผาไหม้ของเครื่องยนต์ทั้ง 5 ระบบเหมือนกัน