IV การประมาณค่า และการทดสอบ

การศึกษาประชากรทางสถิติเราอาศัยส่วนย่อย (ตัวอย่าง) กล่าวคือ เราศึกษาจากตัวอย่างแล้วนำเอาข้อเท็จจริงที่รวบรวมได้จากตัวอย่าง ไปสรุปผลของประชากรนั้น การศึกษาดังกล่าวประกอบด้วยการประมาณค่า (Estimation) และการทดสอบสมมติฐาน (Testing Hypothesis)

1. การประมาณค่า (Estimation)

การประมาณเชิงสถิติ หมายถึงวิธีการของการใช้ตัวสถิติที่ได้จากตัวอย่าง ไปกะประมาณพารามีเตอร์ของประชากร ตัวสถิติ (ฟังก์ชันของค่าที่รวบรวมได้) จากตัวอย่างที่ใช้กะประมาณค่าพารามีเตอร์ที่สนใจ เรียกว่า ตัวประมาณค่า (Estimator) ตัวประมาณค่าที่ดีควรจะมีคุณสมบัติดังนี้

(1) เป็นตัวประมาณค่าที่ไม่มีความเอียงเฉ (Unbiased) กล่าวคือ ค่าคาดหวังของตัวประมาณค่านั้นเท่ากับพารามีเตอร์ที่ต้องการกะประมาณ

(2) เป็นตัวประมาณค่าที่มีความคงเส้นคงวา (Consistent) กล่าวคือ ถ้า $\hat{\theta}$ เป็นตัวประมาณค่าของพารามีเตอร์ θ อันได้จากตัวอย่างสุ่มที่มีขนาด n เมื่อ n มีค่าสูง ($n \to \infty$) ความน่าจะเป็นที่ $\hat{\theta}$ จะใกล้เคียงกับ θ จะใกล้เคียง 1

(3) เป็นตัวประมาณค่าที่มีความแปรปรวนต่ำสุด (Minimum Variance)

เราเรียกค่าที่เป็นไปได้ของตัวประมาณค่าว่า ค่าประมาณ (Estimate) ซึ่งมี 2 แบบ

(1) ค่าประมาณแบบจุด เป็นการประมาณค่าพารามีเตอร์ด้วยค่า ๆ เดียว เช่น

ก. เราประมาณพารามีเตอร์ μ ด้วยตัวประมาณค่าต่อไปนี้

ก.1 ค่าเฉลี่ยตัวอย่าง $\bar{X}$ เป็นส่วนเฉลี่ยของค่าสังเกตตัวอย่าง

$$\bar{X} = \sum_{i=1}^{n} X_i/n$$

หรือ $$\bar{X} = \sum_{i=1}^{k} W_i X_i \Big/ \sum_{i=1}^{k} W_i$$, W_i เป็นตัวถ่วงน้ำหนัก

หรือ $$\bar{X} = A + i(\Sigma fd/n)$$, A เป็นค่าเฉลี่ยสมมติ

i เป็นความกว้างอันตรภาคชั้น

ก.2 มัธยฐานตัวอย่าง $\bar{X}_m$ เป็นค่ากลางของค่าสังเกตตัวอย่างที่เรียงลำดับตามขนาด

$$\bar{X}_m = X_{(k)}$$ ถ้า n เป็นเลขคี่ และ $k = (n+1)/2$

หรือ $$\bar{X}_m = \frac{1}{2}[X_{(k)} + X_{(k+1)}]$$ ถ้า n เป็นเลขคู่ และ $k = n/2$

หรือ $\bar{X}_m = L + i\left(\frac{n/2 - F}{f_m}\right)$ เมื่อ L, f_m เป็นขอบเขตล่าง, ความถี่ของชั้นที่มีมัธยฐาน และ F_m เป็นความถี่สะสมของชั้นที่ต่ำกว่า

2. การทดสอบสมมติฐาน (Testing Statistical Hypothesis)

สมมติฐานเชิงสถิติ (Statistical Hypothesis) เป็นถ้อยแถลงหรือข้อสมมติเกี่ยวกับประชากรที่ต้องการศึกษาและสำรวจ เช่นค่าพารามีเตอร์หรือในความสัมพันธ์ระหว่างพารามีเตอร์หลายตัวของประชากร หรือการแจกแจงประชากร

การทดสอบสมมติฐานเชิงสถิติ (Statistical Test) หมายถึงกฎเกณฑ์ (Rule) อันหนึ่งที่ใช้เป็นเกณฑ์ตัดสินว่าจะยอมรับหรือปฏิเสธสมมติฐานที่ตั้งขึ้น ซึ่งเรียกว่าสมมติฐานว่างเปล่า, H_0, (สมมติฐานที่ใช้แทนคำกล่าวที่ผู้ทำการทดสอบสนใจ เรียกว่า สมมติฐานแทน, H_a) การที่เรายอมรับหรือปฏิเสธได้ก็โดยอาศัยตัวสถิติจากตัวอย่าง ซึ่งมิได้หมายความว่าเราได้พิสูจน์หรือโต้แย้งสมมติฐานนั้น ๆ เพียงแต่เราใช้ข้อเท็จจริงที่รวบรวมได้จากตัวอย่าง มาเป็นเครื่องมือช่วยตัดสินว่า ควรจะยอมรับหรือปฏิเสธสมมติเท่านั้น

ในการทดสอบสมมติฐาน เรามีเกณฑ์สมมติ (Assumptions) ซึ่งเป็นสิ่งที่เราถือว่าจริงหรือสิ่งที่เกี่ยวกับพารามีเตอร์ หรือความสัมพันธ์ ระหว่างพารามีเตอร์ของประชากรที่เราคิดว่าควรจะเป็นจริง ในบางกรณีสมมติฐานที่เราตั้งขึ้นจะไม่มีเกณฑ์สมมติ เกี่ยวกับรูปแบบหรือการแจกแจงของประชากร พวกนี้เป็นสมมติฐานที่ไม่เกี่ยวกับพารามีเตอร์

การที่เราตัดสินใจยอมรับหรือปฏิเสธสมมติฐานที่ตั้งขึ้นเพื่อทดสอบ, H_0, เราอาจจะตัดสินใจผิดก็ได้ ข้อผิดพลาดดังกล่าวแยกออกได้เป็น 2 พวกคือ

ความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 (Type I Error) ได้แก่ความคลาดเคลื่อนอันเกิดจากการที่เราปฏิเสธสมมติฐานที่ตั้งขึ้น, H_0, ทั้ง ๆ ที่เป็นสมมติฐานที่ถูกต้อง ความน่าจะเป็นที่จะเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทนี้ เราเรียกว่า "ระดับนัยสำคัญ" (Level of significance) หรือ "ขนาดของการทดสอบ" (Size of the Test) มักจะแทนด้วย α กล่าวคือ

$$\alpha = P(\text{ปฏิเสธ } H_0/H_0 \text{ จริง})$$

ความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 2 (Type II Error) ได้แก่ความคลาดเคลื่อนอันเกิดจากการที่เรายอมรับสมมติฐานที่ตั้งขึ้น, H_0, ทั้ง ๆ ที่เป็นสมมติฐานที่ผิด (สมมติฐานแทน, H_a, เป็นสมมติฐานที่ถูกต้อง) ความน่าจะเป็นที่จะเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทนี้ มักจะแทนด้วย β กล่าวคือ

$$\beta = P(\text{ยอมรับ } H_0/H_0 \text{ ผิด})$$
$$= P(\text{ยอมรับ } H_0/H_a \text{ จริง})$$

ในการทดสอบสมมติฐานเราต้องการ α, β ต่ำ แต่ถ้าขนาดตัวอย่างคงที่ เราจะทำให้ α, β มีค่าต่ำพร้อม ๆ กันไม่ได้ เราเรียก $1 - \beta$ ว่าอำนาจการทดสอบ (Power of Test) โดยทั่ว ๆ ไปในการทดสอบสมมติฐานเรากะ α ไว้ล่วงหน้าแล้ว ก่อนที่จะรวบรวมตัวอย่าง ในทางปฏิบัติมักใช้ $\alpha = 0.01, 0.05$ หรือ 0.10 แล้วพยายามหาหลักเกณฑ์การทดสอบโดยพยายามให้ $1 - \beta$ มีค่าสูง

ขั้นในการทดสอบสมมติฐาน (Steps for Hypothesis Testing)

(1) ตั้งสมมติฐาน (Formulating Hypothesis)

สมมติฐานที่ตั้งขึ้นนั้นมีสมมติฐานว่างเปล่า H_0 ซึ่งมีรูปแบบเป็นแบบใดแบบหนึ่ง ดังนี้

$H_0 : \theta = \theta_0$ หรือ $H_0 : \theta \leqslant \theta_0$ หรือ $H_0 : \theta \geqslant \theta_0$

และสมมติฐานแทน H_a ซึ่งมี 2 อย่างคือ

- สมมติฐานรองทางเดียว (One-sided Alternatives) มีรูปแบบเป็น

  $H_a : \theta > \theta_0$ หรือ $H_a : \theta < \theta_0$

- สมมติฐานรองสองทาง (Two-sided Alternatives) มีรูปแบบเป็น

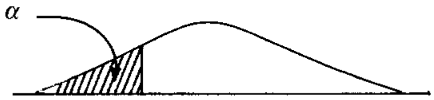
  $H_a : \theta \neq \theta_0$

(2) กำหนดระดับนัยสำคัญ (Specifying the Level of Significance) ปกติเรากำหนดระดับนัยสำคัญเป็น 0.05 หรือ 0.01 การทดสอบจะเรียกว่า "มีนัยสำคัญ" (Significant) ถ้า H_0 ได้รับการปฏิเสธในระดับนัยสำคัญ 0.05 และจะเรียกว่า "มีนัยสำคัญยิ่ง" (Highly Significant) ถ้า H_0 ได้รับการปฏิเสธ ณ ระดับนัยสำคัญ 0.01

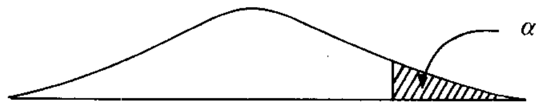
(3) เลือกตัวสถิติทดสอบและตั้งเกณฑ์ตัดสินใจ (Selecting the Test Statistic and Establishing Decision Criteria)

ในการเลือกตัวสถิตินั้นต้องเลือกตัวสถิติที่ทราบการแจกแจงภายใต้ข้อสมมติที่ว่า H_0 เป็นจริง เกณฑ์ที่ใช้ในการตัดสินใจที่จะปฏิเสธหรือยอมรับ H_0 จะแบ่งการแจกแจงของตัวสถิติออกเป็น 2 เขต คือเขตปฏิเสธและเขตยอมรับ เขตเหล่านี้ขึ้นอยู่กับ α, H_a และการแจกแจงของตัวสถิติที่ใช้ทดสอบ เขตปฏิเสธสำหรับแต่ละสมมติฐานรอง, H_a เป็นดังนี้

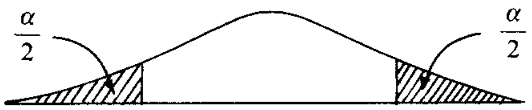
$H_a : \theta < \theta_0$



$H_a : \theta > \theta_0$



$H_a : \theta \neq \theta_0$



(4) ทดสอบและคำนวณ (Performs the Experiment and Doing Computations) ขั้นนี้เป็นงานสนามที่จะทำการทดลองและรวบรวมข้อมูลข่าวสาร แล้วคำนวณผลต่าง ๆ ที่จำเป็น จากผลการทดลองหรือตัวอย่าง และคำนวณค่าของตัวสถิติที่ใช้

(5) สรุปผลหรือทำการตัดสินใจ (Draw the Conclusion or Making Decisions) ขั้นนี้เราสรุปผลในเชิงสถิติโดยใช้การคำนวณในขั้น (4) มาเป็นเครื่องมือในการตัดสินใจ

3. การทดสอบและการประมาณค่าเฉลี่ยของประชากรที่มีการกระจายแบบปกติ

ก. ให้ $X_1, X_2, \ldots, X_n$ เป็นตัวอย่างขนาด n สุ่มจากประชากรที่ทราบค่าความแปรปรวน σ^2 ตัวสถิติที่ใช้คือ

$$Z = \frac{\overline{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}$$

ก.1 ทดสอบว่าประชากรแบบปกติมีค่าเฉลี่ย μ_0 นั่นคือตั้ง $H_0 : \mu = \mu_0$ ตัวสถิติที่ใช้คือ $Z = \dfrac{\overline{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$ เขตไม่ยอมรับจะกำหนดได้ดังนี้

H_a :	$u \neq \mu_0$	$\mu > \mu_0$	$\mu < \mu_0$
เขตปฏิเสธ	$\lvert Z \rvert > z_{\alpha/2}$	$Z > z_\alpha$	$Z < -z_\alpha$

ก.2 ประมาณค่าเฉลี่ย μ ในช่วงความเชื่อมั่น $100(1 - \alpha)\%$ จะได้

$$\overline{X} - z_{\alpha/2}\,\sigma/\sqrt{n} < \mu < \overline{X} + z_{\alpha/2}\,\sigma/\sqrt{n}$$

ข. ถ้าไม่ทราบค่าความแปรปรวน แต่ตัวอย่างมีขนาดโต ($n \geqslant 30$) ใช้สูตรเช่นเดียวกับข้อ ก แต่ประมาณค่า σ^2 ด้วย S^2 นั่นคือใช้ S^2 แทน σ^2

ค. ไม่ทราบค่าความแปรปรวนของประชากร ตัวสถิติที่ใช้คือ

$$T = \frac{\overline{X} - \mu}{S/\sqrt{n}} \quad ; \quad df = n - 1$$

ค.1 ทดสอบ $H_0 : \mu = \mu_0$ ใช้ตัวสถิติ $T = \dfrac{\overline{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}}$ และเขตปฏิเสธดังนี้

H_a :	$\mu \neq \mu_0$	$\mu > \mu_0$	$\mu < \mu_0$
เขตปฏิเสธ	$\|T\| > t_{\alpha/2}$	$T > t_{\alpha}$	$T < -t_{\alpha}$

ค.2 ช่วงเชื่อมั่น $100(1 - \alpha)\%$ ของค่าเฉลี่ย คือ

$$\overline{X} - t_{/2} S/\sqrt{n} < \mu < \overline{X} + t_{\alpha/2} S/\sqrt{n}$$

ตัวอย่าง 1 โรงงานผลิตเครื่องใช้ไฟฟ้าผลิตหลอดไฟฟ้าซึ่งมีอายุการใช้งาน ที่มีการแจกแจงปกติ และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 40 ชั่วโมง สุ่มตัวอย่างหลอดไฟฟ้ามาทดลองใช้ 30 หลอด คำนวณได้อายุโดยเฉลี่ย 780 ชั่วโมง จงหาช่วงความเชื่อมั่น 96% ของค่าเฉลี่ยที่แท้จริงของหลอดไฟฟ้าที่ผลิตจากโรงงานนี้

วิธีทำ ในที่นี้ เรารู้ค่าความแปรปรวนของประชากร คือ $\sigma^2 = 40^2$ และค่าเฉลี่ยของตัวอย่าง $\overline{X} = 780$, $\alpha = .04$ ดังนั้น $Z_{\alpha/2} = Z_{.02} = 2.054$

$$Z_{\alpha/2}\,\sigma/\sqrt{n} = 2.054 \times \frac{40}{\sqrt{30}} = 15$$

$$\overline{X} - Z_{\alpha/2}\,\sigma/\sqrt{n} = 780 - 15 = 765$$

$$\overline{X} + Z_{\alpha/2}\,\sigma/\sqrt{n} = 780 + 15 = 795$$

ช่วงความเชื่อมั่น 96% ของค่าเฉลี่ยที่แท้จริง คือ

$$765 < \mu < 795$$

ตัวอย่าง 2 บริษัทออกบัตรเครดิตเชื่อว่า รายได้โดยเฉลี่ยต่อปีของผู้ใช้บัตรเครดิตนี้ เท่ากับ 200,000 บาท จากการสุ่มตัวอย่างผู้ใช้บัตรเครดิตมา 145 คน พบว่ามีรายได้โดยเฉลี่ยต่อปี 199,060 บาท ความเบี่ยงเบนมาตรฐาน 3,120 บาทต่อปี ท่านจะสรุปผลที่ได้อย่างไร

วิธีทำ ในที่นี้ เราไม่รู้ค่าความแปรปรวน แต่ขนาดตัวอย่างโต เราจึงใช้ตัวสถิติ Z และใช้ S^2 แทน σ^2 เราทำการทดสอบตามขั้นตอนดังนี้

1. ตั้งสมมติฐาน

   H_0 : $\mu = 200{,}000$

   H_a : $\mu < 200{,}000$

2. กำหนดระดับนัยสำคัญ $\alpha = .05$

3. เกณฑ์ตัดสินใจ

เราจะปฏิเสธ H_0 ถ้า $Z_{คำนวณ} < -1.645\ (-Z_{.05})$

4. คำนวณค่า

$$Z = \frac{\overline{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}} = \frac{199060 - 200000}{3120/\sqrt{145}} = -3.628$$

5. สรุปผล

ค่า Z ที่ได้จากการคำนวณน้อยกว่า −1.645 เราจึงสรุปว่า จะถือว่ารายได้โดยเฉลี่ยเท่ากับ 200,000 บาท ไม่ได้

ตัวอย่าง 3 หนูพันธ์หนึ่งมีอัตราเพิ่มเฉลี่ยของน้ำหนัก เท่ากับ 65 กรัม ในระหว่างอายุ 3 เดือนแรก ได้มีการนำหนูพันธ์นี้มา 12 ตัว เพื่อทดลองให้อาหารเฉพาะชนิดหนึ่ง ตั้งแต่แรกเกิดจนกระทั่งอายุ 3 เดือน ปรากฏว่าน้ำหนักเพิ่มขึ้นเป็นดังนี้

55 62 54 58 65 64 60 62 59 67 62 61

ก. เราเชื่อได้หรือไม่ว่า อาหารที่ให้นั้นมีส่วนในการเปลี่ยนของน้ำหนัก

ข. จงหาช่วงความเชื่อมั่น 95% ของน้ำหนักโดยเฉลี่ยของหนูพันธ์นี้

วิธีทำ ในที่นี้ เราไม่รู้ค่าความแปรปรวน และขนาดตัวอย่างเล็ก ดังนั้นตัวสถิติที่ใช้คือ T

ก. การทดสอบทำตามขั้นตอนดังนี้

1. $H_0 : \mu = 65$ กรัม

   $H_a : \mu \neq 65$ กรัม

2. ใช้ระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.05$

3. เราจะปฏิเสธ H_0 ถ้าคำนวณค่า T ได้มากกว่า 2.201 หรือน้อยกว่า −2.201 ($t_{.025,11}$)

4. คำนวณค่า T

													ผลรวม
X	55	62	54	58	65	64	60	62	59	67	62	61	729
X^2	3025	3844	2916	3364	4225	4096	3600	3844	3481	4489	3844	3721	44449

$$\overline{X} = \frac{729}{12} = 60.75 \quad , \quad S^2 = \frac{12 \times 44449 - (729)^2}{12 \times 11} = 14.75$$

$$T = \frac{60.75 - 65}{\sqrt{14.75/12}} = -3.83$$

5. ค่า T ที่คำนวณได้น้อยกว่า −2.201 เราจึงถือว่า อาหารชนิดนั้นมีส่วนทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงน้ำหนักของหนูพันธ์นี้

ข.

$$\bar{X} - t_{.025,11} . S/\sqrt{n} = 60.75 - 2.201 \sqrt{\frac{14.75}{12}} = 58.31$$

$$\bar{X} + t_{.025,11} . S/\sqrt{n} = 60.75 - 2.201 \cdot \sqrt{\frac{14.75}{12}} = 63.19$$

ช่วงเชื่อมั่น 95% ของน้ำหนักเฉลี่ยของหนูพันธ์นี้ ก็คือ (58.31, 63.19)

4. ทดสอบและประมาณค่าความแตกต่างของสองค่าเฉลี่ยจากสองประชากรแบบปกติ

4.1 เมื่อตัวอย่างสุ่มเป็นอิสระกัน

ก. ทราบค่าความแปรปรวนทั้งคู่ เราใช้ตัวสถิติ

$$Z = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\sigma_1^2/n_1 + \sigma_2^2/n_2}}$$

เมื่อ σ_i^2 = ความแปรปรวนของประชากร i

n_i = ขนาดตัวอย่างสุ่มจากประชากร i

$\bar{X}_i$ = $\Sigma X_i/n_i$, $i = 1, 2$

ก.1 ต้องการทดสอบ $H_0 : \mu_1 - \mu_2 = \Delta$

ตัวสถิติที่ใช้ทดสอบได้แก่ $Z = \dfrac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - \Delta}{\sqrt{\sigma_1^2/n_1 + \sigma_2^2/n_2}}$

เขตปฏิเสธ H_0 ที่ระดับนัยสำคัญ α จะเป็นดังนี้

H_a :	$\mu_1 - \mu_2 \neq \Delta$	$\mu_1 - \mu_2 > \Delta$	$\mu_1 - \mu_2 < \Delta$
เขตปฏิเสธ	$\|Z\| > z_{\alpha/2}$	$Z > z_{\alpha}$	$Z < -z_{\alpha}$

ก.2 ช่วงเชื่อมั่น $100(1 - \alpha)\%$ ของ $\mu_1 - \mu_2$ คือ

$$(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} < \mu_1 - \mu_2 < (\bar{X}_1 - \bar{X}_2) + z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

ตัวอย่าง พนักงานขาย 2 คนได้บันทึกสถิติการขายเครื่องไฟฟ้าชนิดหนึ่ง ปรากฏว่า ผลการขาย 12 ครั้งของพนักงานขายคนแรก คิดจำนวนโดยเฉลี่ย 125 ชุด และจากการขาย 8 ครั้งของพนักงานขายคนที่ 2 ได้ 105 ชุดโดยเฉลี่ย จากประสบการณ์ชี้ให้เห็นว่า ผลการขายของพนักงาน

ทั้งสอง ต่างมีความแปรปรวน 270 **ท่านคิดว่าผลการขายของพนักงานทั้งสองมีความแตกต่างกันหรือไม่**

ถ้าผลการขายของพนักงานทั้งสองมีความแปรปรวน ตามลำดับ เท่ากับ 240 และ 232 **จงหาช่วงเชื่อมั่น 99% ของผลต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของผลจากการขาย**

วิธีทำ ในที่นี้เรารู้ค่าความแปรปรวนของประชากรทั้งสอง จึงใช้ตัวสถิติทดสอบ Z

การทดสอบเราทำตามขั้นตอนดังนี้

1. $H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0$

   $H_a : \mu_1 - \mu_2 \neq 0$

2. กำหนดระดับนัยสำคัญ $\alpha = .01$
3. เราจะปฏิเสธ H_0 ถ้า

   ค่าของ Z ที่คำนวณได้มากกว่า $z_{.005} = 2.58$ หรือน้อยกว่า $-z_{.005} = -2.58$
4. คำนวณค่า

$$Z = \frac{125 - 105}{\sqrt{\frac{270}{12} + \frac{270}{8}}} = 2.67$$

5. จากผลที่ได้ เราสรุปว่า ผลการขายของพนักงานทั้งสองแตกต่างกัน

คำนวณช่วงเชื่อมั่น 99% ของ $\mu_1 - \mu_2$ คือ

$$(\overline{X}_1 - \overline{X}_2) - z_{.025}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} < \mu_1 - \mu_2 < (\overline{X}_1 - \overline{X}_2) + z_{.025} \cdot \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

$$(125 - 105) - 2.58 \cdot \sqrt{\frac{240}{12} + \frac{232}{8}} < \mu_1 - \mu_2 < (125 - 105) + 2.58 \cdot \sqrt{\frac{240}{12} + \frac{232}{8}}$$

ดังนั้นช่วงเชื่อมั่น 99% ของ $\mu_1 - \mu_2$ คือ

$$1.94 < \mu_1 - \mu_2 < 38.06$$

ตัวอย่าง ชาวไร่ผู้หนึ่งประกาศว่า ผลผลิตโดยเฉลี่ยของข้าวโพดชนิด ก มากกว่าผลผลิตโดยเฉลี่ยของข้าวโพดชนิด ข อย่างน้อยที่สุด 12 บุชเชลต่อเอเคอร์ เพื่อยืนยันคำกล่าวนี้ ชาวไร่ได้ปลูกข้าวโพดแต่ละชนิดในที่ดิน 50 เอเคอร์ ท่านเห็นด้วยกับคำประกาศของเขาหรือไม่ ถ้าภายหลังการเก็บเกี่ยวผลผลิตที่ได้ ปรากฏว่าได้ข้าวโพดชนิด ก โดยเฉลี่ย 86.7 บุชเชลต่อเอเคอร์ และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 6.28 บุชเชลต่อเอเคอร์ ส่วนข้าวโพดชนิด ข ได้ผลผลิตโดยเฉลี่ย 77.8 บุชเชลต่อเอเคอร์ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 5.61 บุชเชลต่อเอเคอร์ กำหนดระดับนัยสำคัญ 0.05

ถ้าไม่เห็นด้วยกับการประกาศนั้น จงหาช่วงเชื่อมั่น 95% ของผลต่างของผลผลิตจากข้าวโพดทั้งสอง

วิธีทำ ในที่นี้เราไม่รู้ความแปรปรวนของประชากรทั้งสอง แต่ขนาดของตัวอย่างทั้งสองมีขนาดโต เราจึงประมาณความแปรปรวนของแต่ละประชากรด้วยความแปรปรวนของตัวอย่าง และใช้ตัวสถิติ Z

นั่นคือ $\sigma_1^2 = (6.28)^2$, $\sigma_2^2 = (5.61)^2$

เราทดสอบตามขั้นตอนดังนี้

1. $H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 12$

   $H_a : \mu_1 - \mu_2 < 12$

2. $\alpha = 0.05$

3. เราจะปฏิเสธ H_0 ถ้า

$$Z_{\text{คำนวณ}} < -Z_{.05} = -1.645$$

4. $$Z = \frac{(\overline{X}_1 - \overline{X}_2) - \Delta}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} = \frac{86.7 - 77.8 - 12}{\sqrt{\frac{(6.28)^2}{50} + \frac{(5.61)^2}{50}}} = -2.603$$

5. เมื่อเปรียบเทียบค่าที่คำนวณได้จาก (4) กับ −1.645 เราจึงสรุปว่า ไม่เห็นด้วยกับคำกล่าวนั้น

หาช่วงเชื่อมั่น 95% ของ $\mu_1 - \mu_2$ ซึ่งได้แก่

$$(\overline{X}_1 - \overline{X}_2) - Z_{.025}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} < \mu_1 - \mu_2 < (\overline{X}_1 - \overline{X}_2) + Z_{.025}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

ดังนั้น ช่วงเชื่อมั่น 95% ของ $\mu_1 - \mu_2$ คือ

$$(86.7 - 77.8) - 1.960\sqrt{\frac{(6.28)^2}{50} + \frac{(5.61)^2}{50}} < \mu_1 - \mu_2 < (86.7 - 77.8) + 1.960\sqrt{\frac{6.28^2}{50} + \frac{5.61^2}{50}}$$

$$6.56 < \mu_1 - \mu_2 < 11.23$$

ข. ไม่ทราบค่าความแปรปรวนทั้งคู่

ข.1 ถือว่าความแปรปรวนของทั้งคู่เท่ากัน ($\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$) เราใช้

$$S_p^2 = \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

เป็นตัวประมาณของ σ^2 ในเมื่อ S_1^2 และ S_2^2 เป็นความแปรปรวนของตัวอย่าง

ตัวสถิติทดสอบ $H_0 : \mu - \mu_2 = \Delta$ จึงเป็น

$$T = \frac{(\overline{X}_1 - \overline{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{S_p \cdot \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

เขตปฏิเสธกำหนดไว้ดังนี้

H_a :	$\mu_1 - \mu_2 \neq \Delta$	$\mu_1 - \mu_2 > \Delta$	$\mu_1 - \mu_2 < \Delta$	
'เขตปฏิเสธ	$\lvert T\rvert > t_{\alpha/2}$	$T > t_{\alpha}$	$T < -t_{\alpha}$	$df = n_1 + n_2 - 2$

ค่าประมาณในช่วงเชื่อมั่น $100(1 - \alpha)\%$ ของ $\mu_1 - \mu_2$ คือ

$$(\overline{X}_1 - \overline{X}_2) - t_{\alpha/2} \cdot S_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}} < \mu_1 - \mu_2 < (\overline{X}_1 - \overline{X}_2) + t_{\alpha/2} \cdot S_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}$$

ข.2 ถือว่าความแปรปรวนไม่เท่ากัน

ตัวสถิติที่ใช้ทดสอบ $H_0 : \mu_1 - \mu_2 = \Delta$ คือ

$$T' = \frac{(\overline{X}_1 - \overline{X}_2) - \Delta}{\sqrt{S_1^2/n_1 + S_2^2/n_2}}$$

เขตปฏิเสธที่ระดับนัยสำคัญ α กำหนดไว้ดังนี้

H_a :	$\mu_1 - \mu_2 \neq \Delta$	$\mu_1 - \mu_2 > \Delta$	$\mu_1 - \mu_2 < \Delta$
เขตปฏิเสธ	$\lvert T'\rvert > t_{\alpha/2}$	$T' > t_{\alpha}$	$T' < -t_{\alpha}$

ค่าประมาณในช่วงเชื่อมั่น $100(1 - \alpha)\%$ ของ $\mu_1 - \mu_2$ คือ

$$(\overline{X}_1 - \overline{X}_2) - t_{\alpha/2} \sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}} < \mu_1 - \mu_2 < (\overline{X}_1 - \overline{X}_2) + t_{\alpha/2} \sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}$$

ในที่นี้ เราใช้

$$\nu = \frac{(S_1^2/n_1 + S_2^2/n_2)^2}{(S_1^2/n_1)^2/(n_1 - 1) + (S_2^2/n_2)^2/(n_2 - 1)}$$

เป็นองศาแห่งความเป็นอิสระของ t

ตัวอย่าง 1 โรงงานผลิตยางรถยนต์บรรทุก 2 ชนิด ซึ่งคาดว่าจะมีความคงทนพอ ๆ กัน วิศวกรผู้ควบคุมคุณภาพได้ทดลองการใช้ยางทั้งสองชนิด กับรถบรรทุกที่ใช้งานวันละเท่า ๆ กัน ปรากฏว่าอายุการใช้งานของยางรถยนต์ทั้งสองชนิด เป็นดังนี้

ชนิด ก (อายุเป็นเดือน) 20 23 18 19 25 21

ชนิด ข (อายุเป็นเดือน) 18 20 19 19 17 16 14 13

ถ้าถือว่าอายุการใช้งานของยางมีการกระจายแบบปกติ ที่มีความแปรปรวนเท่ากัน จงหาช่วงเชื่อมั่น 98% ของผลต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของอายุการใช้งานของยางรถทั้งสอง

วิธีทำ ในที่นี้ $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$ ดังนั้น ค่าประมาณของ σ^2 คือ S_p^2

$$S_p^2 = \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

									ผลรวม
x_1	20	23	18	19	25	21			126
X_1^2	400	529	324	361	625	441			2680
X_2	18	20	19	19	17	16	14	13	136
X_2^2	324	400	361	361	289	256	196	169	2356

$$\overline{X}_1 - \overline{X}_2 = \frac{126}{6} - \frac{136}{8} = 4 \text{ เดือน}$$

$$(n_1 - 1)S_1^2 = \frac{2680 \times 6 - (126)^2}{6} = 34$$

$$(n_2 - 1)S_2^2 = \frac{2356 \times 8 - (136)^2}{8} = 44$$

$$S_p^2 = \frac{34 + 44}{12} = 6.5$$

$$(\overline{X}_1 - \overline{X}_2) \pm t_{.01,12} \cdot S_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}} = 4 \pm 2.681 \times \sqrt{6.5\left(\frac{1}{6} + \frac{1}{8}\right)}$$

ช่วงเชื่อมั่น 98% ของ $\mu_1 - \mu_2$ คือ

0.31 เดือน และ 7.69 เดือน

ตัวอย่าง 2 จากการเก็บสถิติเกี่ยวกับจำนวนน้ำฝนที่ตกในเดือนตุลาคม บันทึกผลไว้ดังนี้ ในเขต ก จำนวนน้ำฝนที่ตกในช่วง 15 ปีที่ผ่านมา มีจำนวนโดยเฉลี่ย 1.94 นิ้ว ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.45 นิ้ว ส่วนในเขต ข ในช่วง 10 ปีที่ผ่านมา มีจำนวนน้ำฝนตกโดยเฉลี่ย 1.04 นิ้ว ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.26 นิ้ว อาศัยข้อมูลที่ได้ จะถือว่าจำนวนน้ำฝนที่ตกในเขต ก มากกว่าที่ตกในเขต ข ได้หรือไม่

ถือว่าจำนวนน้ำฝนที่ตกในแต่ละเขตมีการกระจายปกติ ที่มีความแปรปรวนไม่เท่ากัน

วิธีทำ ในที่นี้ $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ เราใช้ตัวสถิติทดสอบ

$$T' = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{S_1^2/n_1 + S_2^2/n_2}}$$

ที่มี $df = \nu$

$$\nu = \frac{(S_1^2/n_1 + S_2^2/n_2)^2}{(S_1^2/n_1)^2/(n_1 - 1) + (S_2^2/n_2)^2/(n_2 - 1)}$$

$$= \frac{(0.2025/15 + 0.0676/10)^2}{(0.2025/15)^2/14 + (0.0676/10)^2/9} = 22.7 \simeq 23$$

การทดสอบทำตามขั้นตอนดังนี้

1. $H_0 \;:\; \mu_1 - \mu_2 = 0$

   $H_a \;:\; \mu_1 - \mu_2 > 0$
2. กำหนดระดับนัยสำคัญ $\alpha = .01$
3. เราจะปฏิเสธ H_0 ถ้า

   $T'_{\text{คำนวณ}} > t_{.01,23} = 2.5$
4. คำนวณค่า

$$T' = \frac{1.94 - 1.04}{\sqrt{0.2025/15 + 0.0676/10}} = 6.323$$

5. ค่า T' ที่คำนวณได้มากกว่า 2.5 เราจึงถือว่า จำนวนน้ำฝนที่ตกในเขต ก มากกว่าในเขต ข

4.2 เมื่อตัวอย่างสุ่มไม่เป็นอิสระกันหรือมีข้อมูลจับคู่กัน (Dependent Random Samples or Paired Observations)

ให้ n เป็นขนาดของตัวอย่างที่สุ่มมาจากแต่ละประชากร และหน่วยต่าง ๆ จากตัวอย่างทั้งสองจับคู่กันเป็น n คู่

d_i เป็นผลต่างของหน่วยตัวอย่างคู่ที่ i, $i = 1, 2, \ldots, n$

$$\bar{d} = \Sigma d_i/n \quad , \quad S_d^2 = \frac{n\Sigma d^2 - (\Sigma d)^2}{n(n-1)}$$

ตัวสถิติที่ใช้ทดสอบ $H_0 : \mu_1 - \mu_2 = \mu_D = \Delta$ คือ

$$T = \frac{\bar{d} - \Delta}{S_d/\sqrt{n}}$$

เขตปฏิเสธที่ระดับนัยสำคัญ α กำหนดไว้ดังนี้

H_a :	$\mu_D \neq \Delta$	$\mu_D > \Delta$	$\mu_D < \Delta$
เขตปฏิเสธ	$\lvert T\rvert > t_{\alpha/2,n-1}$	$T > t_{\alpha,n-1}$	$T < -t_{\alpha,n-1}$

ค่าประมาณในช่วงเชื่อมั่น $100(1-\alpha)\%$ ของ $\mu_D (= \mu_1 - \mu_2)$ คือ

$$\bar{d} - t_{\alpha/2} S_d/\sqrt{n} < \mu_D < \bar{d} + t_{\alpha/2} \cdot S_d/\sqrt{n}$$

หมายเหตุ ในกรณีที่ทราบค่าความแปรปรวน σ^2 ใช้ตัวสถิติ T เช่นเดียวกัน แต่เปรียบค่า t บรรทัดสุดท้ายจากตาราง คือ t_{∞} ($\rightarrow$ Z)

ตัวอย่าง ฝ่ายวิจัยของโรงงานอุตสาหกรรมเภสัชกรรม ประกาศว่า ยาที่ผลิตขึ้นใหม่จะช่วยลดน้ำหนักได้ภายใน 2 อาทิตย์ ได้มีการทดลองใช้ยานี้กับคน 7 คนชั่งน้ำหนักก่อนกินยา และภายหลังใช้ยาแล้ว 2 อาทิตย์ ได้ผลดังนี้

น้ำหนักเป็นปอนด์

คนที่	1	2	3	4	5	6	7
น้ำหนักก่อนกินยา	129	133	136	152	141	138	125
น้ำหนักภายหลังกินยา	130	121	128	137	129	132	120

ก. จะใช้ข้อเท็จจริงจากตัวอย่างที่รวบรวมไว้ สนับสนุนได้หรือไม่

ข. จงหาช่วงเชื่อมั่น 95% ของความแตกต่างของน้ำหนักที่แท้จริง

วิธีทำ

(ก)

1. $H_0 \; : \; \mu_1 - \mu_2 = 0 \; (= \mu_D)$

   $H_a \; : \; \mu_1 - \mu_2 > 0$

2. กำหนดระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.01$
3. เราจะปฏิเสธ H_0 ถ้า

   $T_{\text{คำนวณ}} > t_{.01,6} = 3.143$

4.

น้ำหนักก่อน	129	133	136	152	141	138	125	
น้ำหนักหลัง	130	121	128	137	129	132	120	ผลรวม
ผลต่าง (d)	−1	12	8	15	12	6	5	57
d^2	1	144	64	225	144	36	25	639

$$S_d^2 = \frac{7 \times 639 - (57)^2}{7 \times 6} = 29.14$$

$$T = \frac{57/7}{\sqrt{29.14/7}} = 3.99$$

5. ผลการคำนวณมากกว่า 3.143 เราจึงสรุปว่า ยานั้นมีผลในการลดน้ำหนักจริง

(ข)

$$\bar{d} \pm t_{\alpha/2} \cdot S_d/\sqrt{n} = 57/7 \pm 2.447\sqrt{29.14/7} \quad (t_{.025,6} = 2.447)$$

นั่นคือช่วงเชื่อมั่น 95% ของ μ_D คือ 3.15 และ 13.13

บางครั้งการจับคู่หน่วยทดลองจะยุ่งยาก จึงต้องอาศัยเกณฑ์หรือคุณลักษณะหนึ่งในการกำหนด โดยที่ทั้ง 2 กลุ่มมีค่า $\bar{X}$ และ S ในเกณฑ์ไม่แตกต่างกัน ตัวสถิติทดสอบที่จะใช้คือ

$$T = \{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - \Delta\}/\sqrt{(S_1^2/n_1 + S_2^2/n_2)(1 - r_{XY}^2)}$$

เมื่อ r_{XY} เป็น ส.ป.ส.สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรที่สนใจ (X) กับเกณฑ์ (Y)

5. การทดสอบและประมาณค่าเกี่ยวกับสัดส่วน

ในกรณีที่ขนาดตัวอย่างโต $(n \to \infty)$ จาก C.L.T. เราได้

$\dfrac{X - E(X)}{\sqrt{V(X)}}$ มีการแจกแจงแบบปกติมาตรฐาน

5.1 ตัวสถิติที่เราใช้ทดสอบ $H_0 : \pi = p_0$ คือ

$$Z = \frac{X - np_0}{\sqrt{np_0(1 - p_0)}} = \frac{p - p_0}{\sqrt{p_0(1 - p_0)/n}} \quad , \quad p = \frac{X}{n}$$

เขตปฏิเสธที่ระดับนัยสำคัญ α คือ

H_a :	$\pi \neq p_0$	$\pi > p_0$	$\pi < p_0$
เขตปฏิเสธ	$\lvert Z\rvert > Z_{\alpha/2}$	$Z > Z_{\alpha}$	$Z < -Z_{\alpha}$

ช่วงเชื่อมั่น $100(1 - \alpha)\%$ ของสัดส่วนที่แท้จริง (π) คือ

$$p - Z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{p(1 - p)}{n}} < \pi < p + Z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{p(1 - p)}{n}}$$

5.2 ตัวสถิติที่ใช้ทดสอบ $H_0 : \pi_1 - \pi_2 = \Delta$ คือ

$$Z = \frac{p_1 - p_2}{\sqrt{p_1(1 - p_1)/n_1 + p_2(1 - p_2)/n_2}} \quad , \quad p_1 = \frac{X_1}{n_1} , p_2 = \frac{X_2}{n_2}$$

ถ้า $\Delta = 0$ หรือ $H_0 : \pi_1 = \pi_2$ ตัวสถิติที่ใช้คือ

$$Z = \frac{p_1 - p_2}{\sqrt{p(1-p)(1/n_1 + 1/n_2)}} \quad , \quad p = \frac{X_1 + X_2}{n_1 + n_2}$$

เขตปฏิเสธที่ระดับนัยสำคัญ α คือ

H_a :	$\pi_1 - \pi_2 \neq \Delta$	$\pi_1 - \pi_2 > \Delta$	$\pi_1 - \pi_2 < \Delta$
เขตปฏิเสธ	$\lvert Z \rvert > Z_{\alpha/2}$	$Z > Z_{\alpha}$	$Z < -Z_{\alpha}$

ค่าประมาณของ $\pi_1 - \pi_2$ ในช่วงเชื่อมั่น $100(1-\alpha)\%$ คือ

$$(p_1 - p_2) - Z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{p_1(1-p_1)}{n_1} + \frac{p_2(1-p_2)}{n_2}} < \pi_1 - \pi_2 < (p_1 - p_2) + Z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{p_1(1-p_1)}{n_1} + \frac{p_2(1-p_2)}{n_2}}$$

ตัวอย่าง โรงงานผลิตลูกขนไก่ยืนยันว่า การผลิตลูกขนไก่ตามกรรมวิธีเดิม จะได้ลูกขนไก่ที่มีมาตรฐาน 90% ของจำนวนที่ผลิตออกมาในแต่ละงวด ผู้จัดการโรงงานได้ปรับปรุงกรรมวิธีการผลิตใหม่ ซึ่งเชื่อว่าจะมีส่วนที่ชำรุดต่ำกว่า 10% ในการสุ่มตัวอย่างลูกขนไก่ 100 ลูก ซึ่งผลิตโดยใช้กรรมวิธีใหม่ พบว่า มีไม่ได้มาตรฐาน 5 ลูก

(ก) มีเหตุผลเพียงพอหรือไม่ที่จะเชื่อว่า วิธีการใหม่ช่วยปรับปรุงให้ดีขึ้น

(ข) ถ้ากรรมวิธีใหม่ช่วยปรับปรุงคุณภาพให้ดีขึ้น จงหาช่วงเชื่อมั่น 90% ของคุณภาพลูกขนไก่ที่ได้มาตรฐาน

วิธีทำ

(ก)

1. $H_0 : \pi = 0.9$

   $H_a : \pi > 0.9$

2. กำหนดระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.05$

3. เราจะปฏิเสธ H_0 ถ้า

   $Z_{\text{คำนวณ}} > Z_{.05} = 1.645$

4.

$$Z = \frac{X - np}{\sqrt{np(1-p)}} = \frac{95 - 100 \times .9}{\sqrt{100 \times .9 \times .1}} = 1.67$$

5. ค่าที่คำนวณได้มากกว่า 1.645 เราจึงสรุปว่า กรรมวิธีใหม่ทำให้คุณภาพดีขึ้น

(ข)

$$p \pm Z_{\alpha/2}\sqrt{p(1-p)/n} = .95 \pm 1.645\sqrt{.95 \times .05/100}$$
$$= .95 \pm .04$$

ช่วงเชื่อมั่น 90% ของ π คือ

$$.91 < \pi < .99$$

ตัวอย่าง ฝ่ายบริหารของบริษัทจำหน่ายสินค้าชนิดหนึ่ง ต้องการเปิดตลาดใหม่ขึ้นอีกแห่งหนึ่งที่จังหวัด ก หรือ ข โดยถือความนิยมเป็นหลัก จากการทดลองสุ่มตัวอย่าง พบว่า จากจังหวัด ก 200 คน มีผู้นิยมสินค้านี้ 120 คน และจากจังหวัด ข 500 คนมีอยู่ 240 คนที่นิยมสินค้านี้

(ก) ฝ่ายบริหารควรจะเปิดตลาดที่จังหวัดใด กำหนดระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.05$

(ข) จงหาช่วงเชื่อมั่น 95% ของ $\pi_1 - \pi_2$

วิธีทำ

1. $H_0 : \pi_1 = \pi_2$

   $H_a : \pi_1 > \pi_2$

2. $\alpha = 0.05$

3. เราจะปฏิเสธ H_0 ถ้า

   $Z_{\text{คำนวณ}} > Z_{.05} = 1.645$

4. $$p = \frac{120 + 240}{200 + 500} = .51$$

$p_1 = 120/200 = .60,\ p_2 = 240/500 = .48$

$$Z = \frac{p_1 - p_2}{\sqrt{p(1-p)(1/n_1 + 1/n_2)}} = \frac{.60 - .48}{\sqrt{.51 \times .49\,(1/200 + 1/500)}} = 2.869$$

5. ปฏิเสธ H_0 นั่นคือ เปิดตลาดที่จังหวัด ก

(ข)

$$(p_1 - p_2) \pm Z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{p_1(1-p_1)}{n_1} + \frac{p_2(1-p_2)}{n_2}} = (.6 - .48) \pm 1.96\sqrt{\frac{.6 \times .4}{200} + \frac{.48 \times .52}{500}}$$
$$= 0.12 \pm 0.08$$

ช่วงเชื่อมั่น 95% ของ $\pi_1 - \pi_2$ คือ .04 และ .20

๖. การทดสอบและประมาณค่าความแปรปรวน

6.1 ถ้าสุ่มตัวอย่างจากประชากรที่มีการแจกแจงปกติมา n ค่า คำนวณความแปรปรวนของตัวอย่างได้ S^2 แล้ว

$$(n-1)S^2/\sigma^2 \text{ มีการแจกแจงคายกำลังสองที่มี } df = n-1$$

ก. ตัวสถิติที่ใช้ทดสอบ $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$ คือ

$$X^2 = (n-1)S^2/\sigma_0^2$$

เขตปฏิเสธ H_0 ที่ระดับนัยสำคัญ α กำหนดไว้ดังนี้

H_a :	$\sigma^2 \neq \sigma_0^2$	$\sigma^2 > \sigma_0^2$	$\sigma^2 < \sigma_0^2$
เขตปฏิเสธ	$X^2 > \chi^2_{\alpha/2}$, $X^2 < \chi^2_{1-\alpha/2}$	$X^2 > \chi^2_{\alpha}$	$X^2 < \chi^2_{1-\alpha}$

ข. ค่าประมาณในช่วงเชื่อมั่น $100(1-\alpha)\%$ ของ σ^2 คือ

$$(n-1)S^2/\chi^2_{\alpha/2} < \sigma^2 < (n-1)S^2/\chi^2_{1-\alpha/2}$$

6.2 สุ่มตัวอย่างขนาด n_1 และ n_2 จากสองประชากรที่ต่างก็มีการกระจายแบบปกติ คำนวณความแปรปรวนของตัวอย่างทั้งสองได้ S_1^2 และ S_2^2 ตามลำดับ แล้ว

$$\frac{S_1^2/\sigma_1^2}{S_2^2/\sigma_2^2} \text{ มีการแจกแจงแบบเอฟที่มี } df = (n_1-1, n_2-1)$$

ก. ตัวสถิติที่ใช้ทดสอบ $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ คือ

$$F = S_1^2/S_2^2$$

เขตปฏิเสธที่ระดับนัยสำคัญ α กำหนดไว้ดังนี้

H_a :	$\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$	$\sigma_1^2 > \sigma_2^2$	$\sigma_1^2 < \sigma_2^2$
เขตปฏิเสธ	$F > f_{\alpha/2}$, $F > f_{1-\alpha/2}$	$F > f_{\alpha}$	$F < f_{1-\alpha}$

$$f_{1-\alpha,(n_1-1,n_2-1)} = 1/f_{\alpha,(n_2-1,n_1-1)}$$

ข. ค่าประมาณในช่วง $100(1-\alpha)\%$ ของ σ_1^2/σ_2^2 คือ

$$\frac{S_1^2}{S_2^2} \cdot \frac{1}{f_{\alpha/2(n_1-1,n_2-1)}} < \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} < \frac{S_1^2}{S_2^2} \cdot f_{\alpha/2(n_2-1,n_1-1)}$$

ตัวอย่าง ผลการสำรวจการขาดงานของลูกจ้าง 30 คน ในโรงงานอุตสาหกรรมแห่งหนึ่ง พบว่า มีความแปรปรวน $S^2 = 90$ แต่จากประสบการณ์เชื่อว่า ความแปรปรวนควรจะเท่ากับ

102 อยากทราบว่าจะใช้ข้อเท็จจริงจากตัวอย่างสรุปได้ไหมว่า ประชากรของการขาดงานมีความแปรปรวน 102 ถ้าถือว่าการขาดงานมีการกระจายแบบปกติ และใช้ระดับนัยสำคัญ 0.01

วิธีทำ

1. $H_0 : \sigma^2 = 102$

   $H_a : \sigma^2 \neq 102$

2. $\alpha = 0.01$

3. เราจะปฏิเสธ H_0 ถ้า

   $\chi^2_{\text{คำนวณ}} > \chi^2_{.005,29} = 52.336$ หรือ $\chi^2_{\text{คำนวณ}} < \chi^2_{.995,29} = 13.121$

4. $\chi^2 = \dfrac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} = \dfrac{29 \times 90}{102} = 25.59$

5. ยอมรับ H_0 นั่นคือ เราควรจะยอมรับว่าความแปรปรวนของการขาดงานเท่ากับ 102

ตัวอย่าง รัฐวิสาหกิจแห่งหนึ่งได้เปิดให้มีการประมูลซื้อชิ้นส่วนของเครื่องจักร ปรากฏว่ามี 2 บริษัทที่เข้าช่วยในการพิจารณา กรรมการเปิดซองตัดสินใจว่าจะซื้อชิ้นส่วนจากบริษัท ก ถ้าความแปรปรวนของอายุใช้งานของชิ้นส่วนจากบริษัท ก น้อยกว่าจากบริษัท ข ที่ระดับนัยสำคัญ .01 จึงทดสอบการใช้งานของชิ้นส่วนจากบริษัททั้งสองพบว่า ชิ้นส่วนของบริษัท ก 11 ชิ้นมีความแปรปรวน 46 และชิ้นส่วนของบริษัท ข 14 ชิ้นมีความแปรปรวน 35 จากผลที่ได้บริษัทไหนจะเป็นฝ่ายประมูลได้

วิธีทำ

1. $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$

   $H_a : \sigma_1^2 > \sigma_2^2$

2. $\sigma = 0.01$

3. เราจะปฏิเสธ H_0 ถ้า

   $F_{\text{คำนวณ}} > f_{.01(10,13)} = 4.10$

4. $F = 46/35 = 1.314$

5. ยอมรับ H_0 นั่นคือ บริษัท ก ประมูลได้

ตัวอย่าง สุ่มตัวอย่างพนักงานจากโรงงานสองแห่ง เพื่อเปรียบเทียบความแปรปรวนของรายได้ พบว่า พนักงานจากโรงงานที่ 1 9 คน มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 6,000 บาทต่อปี สำหรับโรงงานที่สอง ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของรายได้ของพนักงาน 16 คน เท่ากับ 5,000 บาทต่อปี จงสร้างช่วงเชื่อมั่น

(ก) 95% ของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานที่แท้จริงของรายได้ของพนักงานในโรงงานที่ 1

(ข) 98% ของอัตราส่วนความแปรปรวนที่แท้จริงของรายได้ของพนักงานในโรงงานทั้งสอง

วิธีทำ

(ก) ช่วงเชื่อมั่น 95% ของ σ_1^2 คือ

$$(n_1 - 1)S_1^2/\chi^2_{.025,n_1-1} < \sigma^2 < (n_1 - 1)S_1^2/\chi^2_{.975,n_1-1}$$

ดังนั้นช่วงเชื่อมั่น 95% ของ σ_1 คือ

$$6000 \cdot \sqrt{8/17.535} < \sigma_1 < 6000 \cdot \sqrt{8/2.180}$$

หรือ $4052.69 < \sigma_1 < 11493.91$

(ข) ช่วงเชื่อมั่น 98% ของ σ_1^2/σ_2^2 คือ

$$\frac{S_1^2}{S_2^2} \cdot \frac{1}{f_{.01(8,15)}} = \frac{(6000)^2}{(5000)^2} \times \frac{1}{4.0} = 0.36$$

$$\frac{S_1^2}{S_2^2} \cdot f_{.01(15,8)} = \frac{(6000)^2}{(5000)^2} \times 5.52 = 7.95$$

ดังนั้นช่วงเชื่อมั่น 98% ของ σ_1^2/σ_2^2 คือ

$$0.36 < \sigma_1^2/\sigma_2^2 < 7.95$$

7. การทดสอบโดยใช้ตัวสถิติทดสอบคายกำลังสอง

7.1 ทดสอบการเท่ากันของ k สัดส่วน $(k \geq 2)$

ทดสอบสมมติฐาน

H_0 : $\pi_1 = \pi_2 = \ldots = \pi_k = \pi$

H_a : มีอย่างน้อย 1 คู่ที่ไม่เท่ากัน

ตัวสถิติที่ใช้ทดสอบคือ

$$\chi^2 = \sum_{i,j}^{2,k} (O_{ij} - E_{ij})^2/E_{ij}$$

$$= \frac{n^2}{X(n - X)} \left[\frac{\Sigma X_j^2}{n_j} - \frac{X^2}{n} \right] = \frac{\Sigma n_j P_j^2 - nP^2}{P(1 - P)}$$

โดยที่ O_{ij} เป็นค่าสังเกตในพวก i (i = 1, 2) ของตัวอย่าง j (j = 1, 2, ..., k)

และ E_{ij} เป็นค่าคาดหวังของค่าสังเกตในพวก i ของตัวอย่าง j

$$E_{ij} = \frac{\text{ผลรวมของค่าสังเกตในพวก } i \times \text{ ขนาดตัวอย่าง } j}{\text{ผลรวมของขนาดตัวอย่างทั้งหมด}} = \frac{O_{i.} \times n_j}{n}$$

$$n = \sum_{j=1}^{k} n_j,\ X = \sum_{j=1}^{k} X_j,\ P = \frac{\Sigma X_j}{n} = \frac{\Sigma n_j P_j}{n}$$

เกณฑ์ที่ใช้ตัดสินใจคือ

เราจะปฏิเสธ H_0 ที่ระดับนัยสำคัญ α ถ้า

$\chi^2_{\text{คำนวณ}}$ มากกว่า $\chi^2_{\alpha,k-1}$

กรณีที่ยอมรับ H_0 เราสามารถประมาณสัดส่วนร่วม π ด้วย $P = \frac{X}{n}$

กรณีที่ปฏิเสธ H_0 นั่นก็คือ สัดส่วนจะแตกต่างกันอย่างน้อย 1 คู่ หากต้องการทราบว่าคู่ไหนแตกต่างกันบ้าง สามารถทำได้โดยการสร้างช่วงเชื่อมั่น $100(1-\alpha)\%$ สำหรับผลต่างของสัดส่วนประชากรคู่ใด ๆ $\pi_i - \pi_j$ ซึ่งจะอยู่ในช่วง

$$(P_i - P_j) \pm \sqrt{\chi^2_{\alpha(k-1)} \left[\frac{P_i(1-P_i)}{n_i} + \frac{P_j(1-P_j)}{n_j} \right]}$$

ถ้าช่วงใดไม่รวม 0 ไว้ด้วย ก็แสดงว่าสัดส่วนประชากรทั้ง 2 นั้นแตกต่างกัน

ตัวอย่าง ตัวแทนจำหน่ายสินค้าชนิดหนึ่ง กล่าวว่าความนิยมในสินค้าชนิดนี้แต่ละภาคมีพอ ๆ กัน เพื่อยืนยันคำกล่าวนี้ เขาได้สุ่มตัวอย่างคนใน 4 ภาค ได้ผลดังตารางต่อไปนี้

ภาค	ภาคเหนือ	ภาคกลาง	ภาคอิสาน	ภาคใต้
ขนาดตัวอย่าง	200	250	300	250
จำนวนคนที่นิยม	120	200	200	180

จะใช้ข้อเท็จจริงจากตัวอย่างที่รวบรวมได้ สนับสนุนได้หรือไม่

วิธีทำ

1. $H_0 : \pi_1 = \pi_2 = \pi_3 = \pi_4$

   H_a : มีอย่างน้อย 1 คู่ไม่เท่ากัน

2. กำหนดระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.05$

3. เราจะปฏิเสธ H_0 ถ้า

   $\chi^2_{\text{คำนวณ}} > \chi^2_{.05,3} = 7.815$

4.

	O_{ij}				$O_{i\cdot}$
	120	200	200	180	700
	80	50	100	70	300
n_j	200	250	300	250	1000

คำนวณค่า E_{ij} ได้ดังนี้

$\frac{200 \times 700}{1000} = 140$	$\frac{250 \times 700}{1000} = 175$	$\frac{300 \times 700}{1000} = 210$	$\frac{250 \times 700}{1000} = 175$
$\frac{200 \times 300}{100} = 60$	$\frac{250 \times 300}{1000} = 75$	$\frac{300 \times 300}{1000} = 90$	$\frac{250 \times 300}{1000} = 75$

$$\chi^2 = \frac{(120-140)^2}{140} + \frac{(200-175)^2}{175} + \frac{(200-210)^2}{210} + \frac{(180-175)^2}{175}$$

$$+ \frac{(80-60)^2}{60} + \frac{(50-75)^2}{75} + \frac{(100-90)^2}{90} + \frac{(70-75)^2}{75}$$

$$= 23.492$$

5. ปฏิเสธ H_0 นั่นคือ ความนิยมของคนในแต่ละภาคต่อสินค้านี้ไม่เท่ากัน

7.2 การทดสอบความเป็นอิสระ

ถ้าเราสนใจว่าสองคุณลักษณะเป็นอิสระกันหรือไม่ เราแยกประเภทข้อมูลตามลักษณะทั้งสองนั้น เช่นให้ลักษณะหนึ่งเป็น A ซึ่งแยกตามประเภทต่าง ๆ r ประเภท (r แถว) อีกลักษณะหนึ่งเป็น B ซึ่งแยกตามประเภทต่าง ๆ c ประเภท เราทดสอบสมมติฐาน

H_0 : A และ B เป็นอิสระกัน

H_a : A และ B ไม่เป็นอิสระกัน

ตัวสถิติที่ใช้ทดสอบคือ

$$\chi^2 = \Sigma(O_{ij} - E_{ij})^2/E_{ij}$$

โดยที่ O_{ij} เป็นค่าสังเกตประเภท i ของ A และประเภท j ของ B

E_{ij} เป็นค่าคาดหวังของค่าสังเกตประเภท i ของ A และประเภท j ของ B

$$E_{ij} = \frac{\text{ผลรวมค่าสังเกตประเภท } i \text{ ของ } A \times \text{ ผลรวมค่าสังเกตประเภท } j \text{ ของ } B}{\text{ผลรวมค่าสังเกตทั้งหมด}}$$

$$= \frac{O_{i\cdot} \times O_{\cdot j}}{n} \quad , \quad n = n_1 + n_2 + \ldots + n_c$$

เกณฑ์ที่ใช้ตัดสิน คือ

เราจะปฏิเสธ H_0 ถ้า

$$\chi^2_{\text{คำนวณ}} > \chi^2_{\alpha,(r-1)(c-1)}$$

ตัวอย่าง องค์การอุตสาหกรรมต้องการจัดให้มีสวัสดิการ แต่ยังตัดสินใจไม่ได้ว่าจะใช้แบบใดในระหว่าง 3 แบบที่มีผู้เสนอมา จึงต้องใช้วิธีหยั่งเสียงดูว่าแบบไหนจะมีผู้นิยมมากที่สุด จากการสุ่มตัวอย่างลูกจ้างในระดับต่าง ๆ 1000 คน ปรากฏผลดังนี้

ระดับลูกจ้าง	สวัสดิการ แบบที่ 1	แบบที่ 2	แบบที่ 3
ประจำสำนักงาน	100	250	400
ประจำโรงงาน	35	50	40
พนักงานขาย	40	40	20
ฝ่ายบริหาร	12	7	6

จากข้อเท็จจริงที่ได้จากตัวอย่าง จะแสดงว่าการเลือกแบบสวัสดิการใดขึ้นอยู่กับระดับของลูกจ้างได้หรือไม่

วิธีทำ

1. H_0 : การเลือกแบบสวัสดิการไม่ขึ้นอยู่กับระดับของลูกจ้าง

   H_a : การเลือกแบบสวัสดิการขึ้นอยู่กับระดับของลูกจ้าง

2. กำหนดระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.01$

3. เราจะปฏิเสธ H_0 ถ้า

   $$\chi^2_{\text{คำนวณ}} > \chi^2_{.01,2\times3} = 16.812$$

4. ตารางแสดงค่า O_{ij}

				$O_{i\cdot}$
	100	250	400	750
	35	50	40	125
	40	40	20	100
	12	7	6	25
$O_{\cdot j}$	187	347	466	1000

คำนวณค่า E_{ij} ได้ดังตารางต่อไปนี้

$\frac{750 \times 187}{1000} = 140.25$	$\frac{750 \times 347}{1000} = 260.25$	$\frac{750 \times 466}{1000} = 349.5$
$\frac{125 \times 187}{1000} = 23.375$	$\frac{125 \times 347}{1000} = 43.375$	$\frac{125 \times 466}{1000} = 58.25$
$\frac{100 \times 187}{1000} = 18.7$	$\frac{100 \times 347}{1000} = 34.7$	$\frac{100 \times 466}{1000} = 46.6$
$\frac{25 \times 187}{1000} = 4.675$	$\frac{25 \times 347}{1000} = 8.675$	$\frac{25 \times 466}{1000} = 11.65$

$$\chi^2 = (100 - 140.25)^2/140.25 + \ldots + (6 - 11.65)^2/11.65$$
$$= 86.558$$

5. ปฏิเสธ H_0 นั่นคือ การเลือกแบบสวัสดิการขึ้นอยู่ระดับของลูกจ้าง

7.3 ทดสอบว่าข้อมูลจากตัวอย่างเหมาะเจาะกับที่คาดเอาไว้หรือไม่

ในบางครั้งเราจะพิจารณาข้อเท็จจริงบางประการที่เห็นว่า เข้าทีดี โดยอาศัยข้อมูลแสดงเหตุผลว่า ทำไมจึงเป็นเช่นนั้น เช่นจากประสบการณ์ทำให้เราทราบการกระจายของตัวแปร อาศัยผลที่ได้นี้มาทำนายการกระจายของตัวแปรในปัจจุบันได้ หรือเราอาจจะแยกประเภทของสิ่งที่สนใจออกเป็นหลายประเภท อาศัยจากประสบการณ์ เราอาจคิดว่าจำนวนหน่วยในประเภทต่าง ๆ อยู่ในอัตราส่วนใดส่วนหนึ่งก็ได้ เราจะทดสอบสิ่งที่เราคิดว่าเป็นเช่นนั้น โดยใช้คายกำลังสองเป็นตัวทดสอบ กล่าวคือใช้จำนวนหน่วยที่คาดว่าควรจะเป็น เปรียบเทียบกับจำนวนหน่วยที่สังเกตได้จากตัวอย่าง

นั่นคือ

$$\chi^2 = \Sigma(O_i - E_i)^2/E_i$$ จะมีการแจกแจงแบบคายกำลังสอง $df = n - 1$

ในเมื่อ n = จำนวนประเภทที่แยกไว้

O_i = จำนวนหน่วยสังเกตได้จากตัวอย่าง i

E_i = จำนวนหน่วยที่คาดว่าควรจะเป็น

ตัวอย่าง ผู้จัดการร้านค้าแห่งหนึ่งได้คาดคะเนไว้ว่าสินค้า 4 ชนิด คือสินค้า ก ข ค และ ง ในร้านค้าของเขา จะจำหน่ายได้ในอัตราส่วน 5 : 3 : 1 : 1 ตามลำดับ จากรายงานการขายของแผนกขาย แสดงให้เห็นการกระจายของจำนวนขาย ดังนี้

สินค้า	ก	ข	ค	ง
จำนวนขาย	23	16	12	9

การทำนายของผู้จัดการถูกต้องหรือไม่

วิธีทำ

1. H_0 : จำนวนสินค้าเป็นอัตราส่วน 5 : 3 : 1 : 1

   H_a : จำนวนสินค้าไม่เป็นอัตราส่วน 5 : 3 : 1 : 1

2. กำหนดระดับนัยสำคัญ $\alpha = .05$

3. ปฏิเสธ H_0 ถ้า

   ค่า χ^2 ที่คำนวณได้มากกว่า $\chi^2_{.05,3}$ (= 7.815)

4. คำนวณค่าของ χ^2

   $5 + 3 + 1 + 1 = 10$

สินค้า	O_i	$E_i = 60 \times P_i/10$	$(O_i - E_i)^2/E_i$
ก	23	$60 \times 5/10 = 30$	$(-7)^2/30 = 1.633$
ข	16	$60 \times 3/10 = 18$	$(-2)^2/18 = 0.222$
ค	12	$60 \times 1/10 = 6$	$(6)^2/6 = 6.000$
ง	9	$60 \times 1/10 = 6$	$(3)^2/6 = 1.500$
ผลรวม	60	60	9.355

นั่นคือ $\chi^2 = \Sigma(O_i - E_i)^2/E_i = 9.355$

5. ค่าที่คำนวณได้มากกว่า 7.815 ดังนั้นเราปฏิเสธ H_0 และสรุปว่าการทำนายของผู้จัดการไม่ถูกต้อง

ตัวอย่าง จากรายงานจำนวนผลผลิตในเดือนก่อน พบว่า 25% ของผลผลิตที่ได้เป็นผลิตภัณฑ์ ก 15% เป็นผลิตภัณฑ์ ข 10% และ 50% เป็นผลิตภัณฑ์ ค และ ง ตามลำดับ ถ้าในเดือนนี้สามารถผลิตผลิตภัณฑ์ ก ได้ 115 หน่วย ผลิต ข ได้ 75 หน่วย ผลิต ค และ ง ได้ 40 และ 170 หน่วย ตามลำดับ จากผลที่ได้นี้จะสรุปว่า การกระจายของจำนวนผลผลิตในเดือนนี้แตกต่างอย่างมีนัยสำคัญไปจากเดือนที่แล้ว ได้หรือไม่

วิธีทำ

1. H_0 : ไม่มีความแตกต่างระหว่างการกระจายของผลผลิตในสองเดือนนี้

   H_a : การกระจายของจำนวนผลผลิตในสองเดือนนี้แตกต่างกัน

2. กำหนดระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.05$

3. ปฏิเสธ H_0 ถ้า

$$\chi^2_{\text{คำนวณ}} > \chi^2_{.05,3} = 7.815$$

4.

ผลิตภัณฑ์	จำนวนที่ผลิตได้ในเดือนนี้ (O_i)	จำนวนที่คาดว่าผลิตได้ในเดือนนี้ (E_i)	$\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$
ก	115	$400 \times .25 = 100$	2.25
ข	75	$400 \times .15 = 60$	3.75
ค	40	$400 \times .10 = 40$	0
ง	170	$400 \times .50 = 200$	4.50
ผลรวม	400	400	10.50

แสดงว่า $\chi^2 = 10.5$

5. ปฏิเสธ H_0 เราจึงสรุปว่า การกระจายของจำนวนผลผลิตในสองเดือนนั้นแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ

คำถาม-คำตอบ

1. ตัวประมาณค่าใด ที่เป็นตัวประมาณค่าของ μ ที่มีความพอเพียง

ก) $\overline{X}$ ข) $n\overline{X}$ ค) $\overline{X}_m$ ง) $\overline{X}_{m_0}$

2. เพราะเหตุใด เราจึงกล่าวว่า $\overline{X}$ เป็นตัวประมาณค่าที่ไม่เอียงเฉของ μ

ก) $\overline{X} = \Sigma X/n$ ข) $E(\Sigma X) = \mu$ ค) $E(\overline{X}) = \mu$ ง) $V(\overline{X}) = \sigma^2/n$

3. ความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของตัวประมาณค่า ขึ้นอยู่กับอะไร

ก) $\overline{X}$ ข) σ^2 ค) α ง) n

4. ความกว้างของช่วงเชื่อมั่นสำหรับค่าเฉลี่ยจริง μ จะขึ้นอยู่กับอะไรบ้าง

ก) n ข) n, α ค) n, σ^2 ง) n, α, σ^2

5. หลักสำคัญในการกำหนดสมมติฐานหลัก H_0 คืออะไร

ก) ต้องเป็นคำกล่าวที่รวมค่าของตัวสถิติไว้

ข) ต้องเป็นคำกล่าวที่ตั้งขึ้นเพื่อจุดประสงค์ของการปฏิเสธ

ค) ต้องเป็นคำกล่าวที่ผู้ทำการทดสอบสนใจ

ง) ต้องเป็นคำกล่าวที่เกี่ยวกับพิสัยของค่าพารามีเตอร์

6. ความคลาดเคลื่อนในการทดสอบสมมติฐานแบบ 1 เกิดขึ้นเมื่อใด

ก) ปฏิเสธสมมติฐานหลัก H_0 ทั้ง ๆ ที่เป็นจริง

ข) ยอมรับสมมติฐานหลักH_0 ในเมื่อเป็นจริง

ค) ปฏิเสธสมมติฐานหลัก H_0 ในเมื่อเป็นเท็จ

ง) ยอมรับสมมติฐานหลัก H_0 ทั้ง ๆ ที่เป็นเท็จ

7. ในการทดสอบสมมติฐาน ถ้าต้องการให้เกิดความคลาดเคลื่อนน้อย ๆ จะต้องใช้วิธีการใดควบคุม

ก) ใช้ตัวสถิติทดสอบที่ดี ข) เพิ่มขนาดตัวอย่างให้มาก

ค) เพิ่มความแม่นยำในการวัด ง) ลดการเสี่ยงให้น้อย

8. การแจกแจงของการสุ่มตัวอย่าง เป็นการแจกแจงของอะไร

ก) ค่าของตัวสถิติ ข) ค่าสังเกตจากตัวอย่าง

ค) ค่าสังเกตจากประชากร ง) ค่าของพารามีเตอร์

9–11 ในการประมาณรายได้เฉลี่ยต่อเดือนของครอบครัวกรรมกรประเภทหนึ่ง โดยใช้ตัวอย่าง 5 ราย ปรากฏว่าได้ข้อมูล ซึ่งเป็นรายได้ต่อเดือน ดังนี้

3015 2990 2995 2990 3010

9. รายได้เฉลี่ยจริงของครอบครัวประมาณได้เป็นเท่าใด

ก) 2995 ข) 3000 ค) 3005 ง) 3010

10. ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของรายได้จริงประมาณได้เป็นเท่าใด

ก) 550　　ข) 137.5　　ค) $\sqrt{110}$　　ง) $\sqrt{137.5}$

11. รายได้เฉลี่ยจริง สำหรับระดับความเชื่อมั่น 95% จะเป็นช่วงใด

ก) $2995 \pm 3.495\sqrt{22}$　　ข) $3000 \pm 3.495\sqrt{110}$

ค) $3000 \pm 1.388\sqrt{110}$　　ง) $3005 \pm 2.776\sqrt{27.5}$

12. นักวิทยาศาสตร์การแพทย์ผลิตยาชนิดใหม่ซึ่งจะใช้รักษาโรคเกี่ยวกับความดัน จากการทดลองยานี้กับคน 15 คน วัดความดันโลหิตของคนกลุ่มนี้ ก่อนใช้ยาและภายหลังใช้ยาชั่วระยะหนึ่ง ผลปรากฏว่า ความดันลดลงโดยเฉลี่ย 2.4 ความแปรปรวนของความดันที่ลดลงเป็น 18.15 ช่วงความเชื่อมั่น 95% ของความดันลดลงโดยเฉลี่ยที่แท้จริง เป็นเท่าใด

ก) $2.4 \pm 1.761\sqrt{1.21}$　　ข) $2.4 \pm 1.761\sqrt{18.51}$

ค) $2.4 \pm 2.145\sqrt{1.21}$　　ง) $2.4 \pm 2.145\sqrt{18.15}$

13—15 ในการศึกษาเพื่อเปรียบเทียบค่าจ้างต่อสัปดาห์ของกรรมกรในสองเขต สรุปผลได้ดังนี้

เขต	ขนาดตัวอย่าง	ค่าจ้างเฉลี่ย	ความแปรปรวนของค่าจ้าง
1	16	360	540
2	11	300	520

13. ช่วงความเชื่อมั่น 95% ของผลต่างค่าจ้างเฉลี่ยจริงของกรรมกรทั้งสองเขต เป็นเท่าใด ($\sigma_1^2 = \sigma_2^2$)

ก) $60 \pm 1.960\ S_{\bar{x}_1-\bar{x}_2}$　　ข) $60 \pm 2.060\ S_{\bar{x}_1-\bar{x}_2}$

ค) $60 \pm 2.131\ S_{\bar{x}_1-\bar{x}_2}$　　ง) $60 \pm 6.262\ S_{\bar{x}_1-\bar{x}_2}$

14. ช่วงเชื่อมั่น 95% ของความแปรปรวนของค่าจ้างในเขต 1 เป็นเท่าใด

ก) $\frac{15\sqrt{540}}{28.845}, \frac{15\sqrt{540}}{6.908}$　　ข) $\frac{16\sqrt{540}}{28.845}, \frac{16\sqrt{540}}{6.908}$

ค) $\frac{(15)(540)}{27.488}, \frac{(15)(540)}{6.262}$　　ง) $\frac{(16)(540)}{27.488}, \frac{(16)(540)}{6.262}$

15. ช่วงเชื่อมั่น 98% ของ σ_1^2/σ_2^2 เป็นเท่าใด

ก) $\frac{27}{(26)(4.56)}, \frac{(27)(3.80)}{26}$　　ข) $\frac{27}{(26)(3.80)}, \frac{27}{(26)(3.80)}$

ค) $\frac{(27)(26)}{4.56}, \frac{(27)(26)}{3.80}$　　ง) $\left(\frac{27}{26}\right)^2\left(\frac{1}{4.56}\right), \left(\frac{27}{26}\right)^2(3.80)$

16. ตามเกณฑ์มาตรฐานสินค้าระบุไว้ว่า ถ้าความยาวโดยเฉลี่ยของสินค้าไม่เกิน 18 ซม. จะส่งสินค้านั้นไปให้ตัวแทนจำหน่าย นอกนั้นจะต้องส่งกลับคืนให้ฝ่ายผลิตจัดการใหม่ ข้อใดจะเป็นการเสี่ยงแบบ 1

ก) ส่งสินค้าไปให้ตัวแทน เมื่อ $\mu = 15$ ซม.

ข) ส่งสินค้ากลับคืนฝ่ายผลิต เมื่อ $\mu = 20$ ซม.

ค) P (ส่งสินค้าไปให้ลูกค้า | $\mu = 20$ ซม.)

ง) P (ส่งสินค้ากลับคืนฝ่ายผลิต | $\mu = 15$ ซม.)

17–25 ให้ใช้สมมติฐานที่จะทดสอบ ตัวสถิติทดสอบ และการแจกแจงของตัวสถิติทดสอบเป็นข้อเลือก

สมมติฐานในการทดสอบเป็นแบบใดแบบหนึ่ง ดังนี้

ก) $H_0 : \pi = \pi_0$ $\quad H_a : \pi > \pi_0$

ข) $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ $\quad H_a : \mu_1 \neq \mu_2$

ค) $H_0 : \pi_j = \pi, \forall_j$ $\quad H_a : \pi_j \neq \pi, \forall_j$

ง) $H_0 : \sigma_j^2 = \sigma^2, \forall_j$ $\quad H_a : \sigma_j^2 \neq \sigma^2, \forall_j$

ตัวสถิติทดสอบเป็นแบบใดแบบหนึ่ง ดังนี้

ก) $\dfrac{S^2_{max}}{S^2_{min}}$ ข) $\dfrac{P - \pi_0}{S_P}$ ค) $\dfrac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{S_{\overline{X}_1-\overline{X}_2}}$ ง) $\dfrac{\Sigma n_j P_j^2 - nP^2}{PQ}$

การแจกแจงของตัวสถิติทดสอบ มีดังนี้

ก) แบบที (T) ข) แบบเอฟ (F) ค) แบบคายกำลังสอง (χ^2)

ง) แบบปกติมาตรฐาน (Z)

สมมติฐานในข้อต่อไปนี้จะเป็นแบบใด จะใช้ตัวสถิติใดในการทดสอบ และตัวสถิติทดสอบนั้นมีการแจกแจงแบบใด

17,18,19 MPC ของคนไทยจะมากกว่า 0.95

20,21,22 นักศึกษาชายและหญิงใช้จ่ายในแต่ละเดือนไม่น่าจะแตกต่างกัน

23,24,25 กลุ่มอาชีพต่าง ๆ มีทัศนคติต่อการปรับค่าเงินบาทไม่น่าจะเหมือนกัน

26. การทดสอบสมมติฐาน $H_0 : \mu_1 = \mu_2 ; H_a : \mu_1 > \mu_2$ เมื่อไม่รู้ค่าความแปรปรวนของประชากรทั้ง 2 เราจะปฏิเสธการเท่ากัน เมื่อใด

ก) $Z_ค > Z_\alpha$ ข) $t_ค > t_\alpha$ ค) $\chi^2_ค > \chi^2_\alpha$ ง) $F_ค > F_\alpha$

27,28 การทดสอบเพื่อเปรียบเทียบโครงการ 2 โครงการที่มีผลตอบแทนโดยเฉลี่ยเท่ากัน ว่าโครงการใดจะเสี่ยงน้อยกว่ากัน

20. สมมติฐานในการทดสอบจะเป็นอย่างไร

ก) $H_0 : P_1 = P_2$ $H_a : P_1 > P_2$ ข) $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ $H_a : \mu_1 > \mu_2$ ค) $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$ $H_a : \sigma^2 > \sigma_0^2$ ง) $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ $H_a : \sigma_1^2 > \sigma_2^2$

21. ตัวสถิติที่ใช้ในการทดสอบ จะมีการแจกแจงแบบใด

ก) Z ข) T ค) χ^2 ง) F

29,30 การศึกษาเพื่อดูว่ารายได้ของคนจะขึ้นอยู่กับการศึกษาหรือไม่ โดยการสุ่มตัวอย่างคนอายุรุ่นเดียวแยกตามระดับการศึกษา 4 ระดับ และแยกตามรายได้ 4 ช่วงด้วยกัน

ก) Z ข) T ค) χ^2 ง) F

29. ตัวสถิติที่ใช้ในการทดสอบจะมีการแจกแจงแบบใด

ก) Z ข) T ค) χ^2 ง) F

30. จะสรุปผลที่ระดับนัยสำคัญ .05 ว่า รายได้จะขึ้นอยู่กับระดับการศึกษา ตัวสถิติที่คำนวณได้จะมีค่าเท่าใด

ก) มากกว่า 1.645 ข) มากกว่า 1.860

ค) มากกว่า 16.919 ง) น้อยกว่า 15.507

(คำตอบ 1. ก 2. ค 3. ง 4. ง 5. ข 6. ก 7. ข 8. ก 9. ข 10. ง
11. ค 12. ค 13. ข 14. ค 15. ก 16. ง 17. ก 18. ข 19. ง 20. ข
21. ค 22. ก 23. ค 24. ง 25. ค 26. ข 27. ง 28. ง 29. ค 30. ค

แบบฝึกหัดที่ 4

1. นักวิจัยประมาณรายได้โดยเฉลี่ยของคนงานในโรงงานอุตสาหกรรม โดยการสุ่มตัวอย่างคนงานมา 100 คน บันทึกรายได้ของแต่ละคน และคำนวณรายได้โดยเฉลี่ย เท่ากับ 1500 บาท ช่วงความเชื่อมั่น 98% ของรายได้โดยเฉลี่ยที่แท้จริงของคนงานในโรงงานนี้จะเป็นเท่าใด ถ้า

   (ก) จากประสบการณ์ทำให้รู้ว่า ความแปรปรวนของรายได้ของคนงานเป็น 90,000 บาท^2

   (ข) ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของรายได้จากตัวอย่าง เท่ากับ 296 บาท

2. โรงงานผลิตสินค้าชนิดหนึ่ง ได้ปรับปรุงวิธีการผลิตขึ้นใหม่ ซึ่งคาดว่าจะทำให้ได้น้ำหนักโดยเฉลี่ย 15 กรัม และความเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.5 กรัม จากการสุ่มสินค้าชนิดนี้มา 50 อัน พบว่าได้น้ำหนักโดยเฉลี่ย 14.8 กรัม จะมีเหตุผลเพียงพอหรือไม่ที่จะสรุปว่า กรรมวิธีการผลิตแบบใหม่จะทำให้ได้สินค้ามีน้ำหนักเฉลี่ย 15 กรัม กำหนดระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.01$

3. จำนวนขายเท่าที่ผ่านมาของร้านสหกรณ์กรุงเทพฯ มีจำนวนโดยเฉลี่ย 400 บาทต่อลูกค้าหนึ่งคน และความเบี่ยงเบนมาตรฐาน 100 บาท ระหว่างสัปดาห์ที่แล้ว ร้านสหกรณ์ได้ใช้โปรแกรมโฆษณาแบบพิเศษ ซึ่งเชื่อว่าจะทำให้เพิ่มจำนวนขายต่อลูกค้าหนึ่งคนได้ จากการสุ่มตัวอย่างบัตรการขายของลูกค้า 100 รายในสัปดาห์ก่อน พบว่า มีจำนวนขายเฉลี่ย 440 บาทต่อลูกค้าหนึ่งคน ท่านจะสรุปผลอย่างไร

4. บริษัทเงินกู้คุณจำกัด คิดค่าธรรมเนียมเงินกู้ในปีที่แล้วได้อัตราดอกเบี้ยโดยเฉลี่ย 0.075 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.02 สุ่มตัวอย่างผู้กู้เงินจากบริษัทในปีนี้มา 100 ราย พบว่ามีอัตราดอกเบี้ยโดยเฉลี่ย 0.078 ท่านจะสรุปได้หรือไม่ว่าอัตราดอกเบี้ยโดยเฉลี่ยเปลี่ยนแปลงไป

5. วิศวกรผู้ควบคุมคุณภาพได้ตรวจสอบน้ำหนักของข้าวโพดกระป๋อง ซึ่งกำหนดเกณฑ์คุณภาพว่าจะต้องมีน้ำหนัก 16 ออนซ์ ในการสุ่มตัวอย่างข้าวโพดมาชั่งน้ำหนัก 10 กระป๋อง ได้ผลดังนี้

15.7	16.3	15.8	16.1	15.9
16.2	15.9	15.8	15.6	15.7

   (ก) จงทดสอบโดยใช้ระดับนัยสำคัญ 0.05 ว่าน้ำหนักข้าวโพดกระป๋องไม่ต่ำกว่า 16 ออนซ์

   (ข) จงหาช่วงเชื่อมั่น 95% ของความแปรปรวนที่แท้จริงของน้ำหนักข้าวโพดกระป๋องนี้

6. แผนกจัดส่งสินค้าของบริษัทหนึ่ง คำนวณไว้ว่า ระหว่างปีที่แล้วบริษัทเสียค่าใช้จ่ายในการซ่อมรถส่งสินค้าเฉลี่ยแล้ว 600 บาทต่อเดือน บริษัทเริ่มใช้โปรแกรมการบำรุงรักษาแบบใหม่ ซึ่งคาดว่าจะลดค่าใช้จ่ายในการซ่อมรถลงได้ จากการสุ่มบันทึกการบำรุงรักษา 10 ครั้ง พบว่า ค่าใช้จ่ายในการซ่อมเฉลี่ยแล้ว 550 บาท และความเบี่ยงเบนมาตรฐาน 40 บาท อันที่จริงโปรแกรมนี้จะใช้อย่างจริงจังก็ต่อเมื่อ ค่าใช้จ่ายลดลงจริง

   (ก) ถ้าท่านเป็นผู้จัดการบริษัทนี้ ท่านจะตัดสินใจอย่างไร

   (ข) จงหาช่วงเชื่อมั่น 95% ของค่าซ่อมรถโดยเฉลี่ยที่แท้จริง

7. แต่ละสัปดาห์ร้านสหกรณ์แห่งหนึ่งจะจัดรายการพิเศษประจำสัปดาห์ ไว้ด้านหน้าร้านตรงทางเข้าเสมอ ผู้จัดการเชื่อว่า อย่างน้อยที่สุด 20% ของจำนวนคนที่เข้ามาในร้าน จะซื้อของที่อยู่ในรายการพิเศษนี้ เพื่อทดสอบความเชื่อนี้ จึงสุ่มตัวอย่างผู้บริโภคมา 100 ราย พบว่ามี 17 รายที่ซื้อของจากรายการพิเศษ ผลที่ได้จากข้อมูลนี้จะสนับสนุนความเชื่อของผู้จัดการหรือไม่

8. ในการทดสอบจำนวนนิโคตินที่มีอยู่ในบุหรี่ ปรากฏผลจากการทดลองในห้องทดลองดังนี้

   จำนวนนิโคติน (มิลลิกรัม) 26 28 22 23 และ 29

   เราต้องการจะกล่าวว่าบุหรี่ที่ผลิตจากโรงงานนี้มี

   (ก) จำนวนนิโคตินเฉลี่ยแล้วไม่เกิน 24 มิลลิกรัม

   (ข) ความแปรปรวนของจำนวนนิโคตินเท่ากับ 4 มิลลิกรัม^2

   จะใช้ข้อเท็จจริงจากตัวอย่างที่รวบรวมไว้สนับสนุนได้หรือไม่

9. เครื่องจักรผสมปุ๋ย จะผสมปุ๋ย 100 ปอนด์โดยมีไนเตรท 10 ปอนด์เสมอ เมื่อเอาปุ๋ยหนัก 100 ปอนด์ มาตรวจสอบ 10 ถุง พบว่ามีจำนวนไนเตรทดังนี้

   9 12 11 10 11 9 11 12 9 10

   (ก) มีเหตุผลพอที่จะเชื่อได้หรือไม่ว่า ค่าเฉลี่ยจะไม่เท่ากับ 10%

   (ข) จงหาช่วงเชื่อมั่น 95% ของจำนวนไนเตรทโดยเฉลี่ยที่แท้จริง

   (ค) จงหาช่วงเชื่อมั่น 90% ของความแปรปรวนของจำนวนไนเตรท

10. จากแฟ้มรายงานจำนวนอุบัติเหตุที่เกิดขึ้นในเดือนที่แล้ว พบว่า 15% เป็นอุบัติเหตุที่เกิดจากเครื่องจักร ผู้จัดการโรงงานได้เสนอซื้อชิ้นส่วนเครื่องจักรมาประกอบเพิ่มเติม โดยอ้างว่าจะทำให้ลดจำนวนอุบัติเหตุที่เกิดจากเครื่องลงได้ ภายหลังการปรับปรุงเครื่องจักรใหม่ สุ่มตัวอย่างจำนวนอุบัติเหตุที่เกิดขึ้นในโรงงานนี้ 100 ครั้ง พบว่า เป็นอุบัติเหตุที่เกิดจากเครื่องจักร 9 ครั้ง จะสรุปได้หรือไม่ว่า มีการป้องกันอุบัติเหตุที่เกิดจากเครื่องจักรได้

11. โรงงานผลิตอาหารสำเร็จรูป ต้องการควบคุมความผันแปรในด้านน้ำหนักเฉลี่ย และน้ำหนักของแต่ละกระป๋อง จากการสุ่มอาหารสำเร็จรูปมา 10 กระป๋อง ชั่งน้ำหนักของแต่ละกระป๋องได้ค่าดังนี้

15.4	16.1	15.8	16.4	16.0
15.9	16.7	16.3	15.7	15.7

(ก) จงประมาณค่าความแปรปรวนที่แท้จริง ในช่วงเชื่อมั่น 95%

(ข) จากข้อเท็จจริงที่ได้จากตัวอย่าง จะสรุปว่า ความแปรปรวนของน้ำหนักอาหารสำเร็จรูปนี้จะเท่ากับ 0.15 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ได้หรือไม่

12. ผู้ควบคุมการฝึกกล่าวว่า วิธีการฝึกของเขาจะทำให้ความแปรปรวนของเวลาที่ใช้ทำงานของผู้เข้ารับการฝึกจากเขา มีค่าไม่เกิน 30 นาที ในการทำงานของผู้เข้ารับการฝึก 21 คน ปรากฏว่า ความแปรปรวนของเวลาที่ใช้ทำงาน เท่ากับ 33 นาที ท่านเห็นด้วยกับคำกล่าวของเขาหรือไม่

13. คนเลี้ยงหมูอยากรู้ว่า อาหารสำหรับเลี้ยงหมูชนิด ก และชนิด ข ชนิดไหนจะดีกว่ากัน จึงทำการทดลอง โดยให้อาหารชนิด ก แก่หมู 12 ตัว และให้อาหารชนิด ข แก่หมูอีก 12 ตัว ผลปรากฏดังนี้

อาหาร ก	31	34	29	26	32	35	38	34	30	29	32	31
อาหาร ข	26	24	28	29	30	29	32	26	31	29	32	28

จากผลที่ได้ จะถือว่าอาหาร ก ให้ผลดีกว่าอาหาร ข ที่ระดับนัยสำคัญ .05 ได้หรือไม่ ถือว่าความแปรปรวนเท่ากัน

14. นักเศรษฐศาสตร์ศึกษารายได้ของกรรมกรในภาคกลางและภาคอีสาน พบว่า กรรมกร 200 คนในภาคกลาง มีรายได้โดยเฉลี่ย 13,900 บาทต่อปี ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 1,400 บาท ส่วนกรรมกร 100 คนในภาคอีสาน มีรายได้โดยเฉลี่ย 13,000 บาท ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 1,300 บาทต่อปี นักเศรษฐศาสตร์สรุปว่า รายได้โดยเฉลี่ยของกรรมกรในภาคกลางมากกว่าของกรรมกรในภาคอีสาน ไม่เกิน 500 บาท ที่ระดับนัยสำคัญ .02 ท่านเห็นด้วยหรือไม่

15. บริษัทผลิตรถยนต์ต้องการซื้อยางรถมาใช้กับรถยนต์แบบล่าสุดของเขา มียางรถสองชนิดที่อยู่ในข่ายการพิจารณา ซึ่งบริษัทตัดสินใจว่าจะซื้อยางชนิดใดชนิดหนึ่งในสองชนิดนี้ และจะเลือกซื้อยางที่มีความทนทานมากกว่า ในการทดลองความคงทนของยางทั้งสองชนิด โดยสุ่มยางแต่ละชนิดมาอย่างละ 12 เส้น บันทึกระยะทางที่วิ่งได้จนเสื่อมคุณภาพ ได้ผลดังนี้

ชนิดของยาง	ค่าเฉลี่ย (ไมล์)	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (ไมล์)
ก	23,600	3,200
ข	24,800	3,700

(ก) บริษัทจะเลือกซื้อยางชนิดใด ถ้า

(1) จากประสบการณ์ทำให้ทราบว่า ยางชนิด ก และชนิด ข มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น 2,400 และ 3,600 ไมล์ ตามลำดับ

(2) ไม่ทราบค่าความแปรปรวน แต่รู้ว่าเท่ากัน

(ข) จงหาช่วงเชื่อมั่น 95% ของผลต่างระหว่างค่าเฉลี่ยที่แท้จริงของยางทั้งสองชนิด กำหนดว่าความแปรปรวนของยางแต่ละชนิดไม่เท่ากัน

16. โรงงานผลิตแบตเตอรีนานา ผลิตแบตเตอรีมา 2 ยี่ห้อ คือยี่ห้อ กข และ ทช ผู้จัดการฝ่ายผลิตกล่าวว่า อายุการใช้งานของแบตเตอรี ทช มากกว่าของแบตเตอรี กข เฉลี่ยแล้วไม่เกิน 1 เดือน เพื่อสนับสนุนคำกล่าวนี้ ได้มีการทดสอบอายุการใช้งานของแบตเตอรีทั้งสองยี่ห้อ ปรากฏผลดังนี้

	อายุการใช้งาน (เดือน)						
แบตเตอรี กข	10.2	8.6	9.8	10.9	9.2		
แบตเตอรี ทช	8.1	16.5	9.7	13.4	9.2	8.7	11.4

(ก) ข้อเท็จจริงที่ได้จากตัวอย่าง จะสนับสนุนคำกล่าวของผู้จัดการฝ่ายผลิตหรือไม่

(ข) จากประสบการณ์ทำให้รู้ว่า ความแปรปรวนของแบตเตอรีทั้งสองยี่ห้อ เท่ากับ 2.5 และ 8 เดือน^2 ตามลำดับ จงหาช่วงเชื่อมั่น 98% ของผลต่างอายุการใช้งานของแบตเตอรีสองยี่ห้อนี้

17. ผู้จัดการโรงงานแห่งหนึ่ง ต้องการซื้อเครื่องจักรมาใช้ในโรงงาน มีบริษัทสองแห่งมาเสนอขายเครื่องจักร จากการทดสอบคุณภาพการทำงานของเครื่องจักร โดยทดลองทำงานต่าง ๆ บันทึกเวลาทำงาน (นาที) ได้ผลดังนี้

บริษัท 1	103	94	110	87	98		
บริษัท 2	97	82	123	92	175	88	118

จงหาช่วงความเชื่อมั่น

(ก) 98% ของอายุการทำงานที่แท้จริงของเครื่องจักรจากบริษัท 1

(ข) 95% ของความแปรปรวนของอายุการใช้งานของเครื่องจักรจากบริษัท 1

(ค) 95% ของผลต่างระหว่างค่าเฉลี่ยอายุการใช้งานที่แท้จริงของเครื่องจักรจากสองบริษัทนี้

(ง) 90% ของอัตราส่วนระหว่างความแปรปรวนของเครื่องจักรจากสองบริษัทนี้

18. นำตัวอย่างสารที่มีเหล็กเป็นส่วนประกอบ มาวิเคราะห์ดูค่าแตกต่างของปริมาณเหล็กที่ได้จากการวิเคราะห์ทางเคมีและการเอกซ์เรย์ แบ่งแต่ละตัวอย่างออกเป็นสองส่วน แล้วนำไปวิเคราะห์โดยใช้วิธีการทั้งสอง ได้ปริมาณเหล็กจากการวิเคราะห์ทั้งสองวิธี ดังตารางต่อไปนี้

ตัวอย่างที่		1	2	3	4	5
การวิเคราะห์	ทางเอกซ์เรย์	2.0	2.0	2.3	2.1	2.4
	ทางเคมี	2.2	1.9	2.5	2.3	2.4

(ก) จงหาช่วงเชื่อมั่น 95% ของผลต่างระหว่างค่าเฉลี่ยที่แท้จริงของปริมาณเหล็กจากการวิเคราะห์ทั้งสองวิธี

(ข) จงทดสอบโดยใช้ระดับนัยสำคัญ 0.05 ว่า ค่าเฉลี่ยที่ได้จากการวิเคราะห์ 2 วิธีเป็นค่าเดียวกัน

19. เพื่อที่จะเปรียบเทียบผลผลิตที่ได้ของพันธุ์ข้าว 2 ชนิด กสิกรได้ทดลองปลูกพันธุ์ข้าวทั้ง 2 ชนิดนี้ โดยใช้สถานีการทดลอง 9 จังหวัด แต่ละจังหวัดปลูกข้าวทั้งสองพันธุ์เป็นคู่ ๆ ในที่ดิน 5 เอเคอร์ วัดปริมาณผลผลิตที่ได้เป็นบุชเชลต่อเอเคอร์ ดังตารางต่อไปนี้

	จังหวัด	1	2	3	4	5	6	7	8	9
พันธ์ข้าว	ชนิดที่ 1	38	23	35	41	44	29	37	31	38
	ชนิดที่ 2	45	25	31	38	50	33	36	40	43

(ก) จะมีความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญ ระหว่างผลผลิตที่ได้ของพันธุ์ข้าวทั้งสองชนิดหรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

(ข) จงหาช่วงความเชื่อมั่น 98% ของผลต่างระหว่างค่าเฉลี่ยที่แท้จริงของผลผลิตที่ได้จากพันธุ์ข้าวแต่ละชนิด

กำหนดว่าผลผลิตของพันธุ์ข้าวแต่ละชนิด มีการแจกแจงแบบปกติ

20. ในการทดลองปลูกข้าวโพดในแปลงทดลอง 20 แปลง โดย 10 แปลง ใช้ในการควบคุมตามวิธีการเดิม ส่วนอีก 10 แปลงทดลองใช้ปุ๋ยฟอสฟอรัสชนิดใหม่ บันทึกผลผลิตที่ได้เป็นคู่ ๆ ดังนี้

ตัวอย่างที่	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
กลุ่มควบคุม	6.1	5.8	7.0	6.1	5.8	6.4	6.1	6.0	5.9	5.8
ใส่ปุ๋ยฟอสฟอรัส	5.9	5.7	6.1	5.8	5.9	5.6	5.6	5.9	5.7	5.6

(ก) ท่านควรแนะนำให้ชาวไร่ปลูกข้าวโพดโดยใช้วิธีการใด ทั้งนี้ที่ระดับนัยสำคัญ 0.5

(ข) จงหาช่วงเชื่อมั่น 90% ของผลต่างระหว่างค่าเฉลี่ยที่แท้จริงของผลผลิตจากวิธีการทั้งสอง

21. ผลจากการชั่งน้ำหนักของคน 6 คน ก่อนการหยุดสูบบุหรี่และภายหลังการหยุดสูบบุหรี่ 5 สัปดาห์ มีดังนี้

คนที่	1	2	3	4	5	6
น้ำหนักก่อนหยุดสูบ	148	176	153	116	137	140
น้ำหนักหลังหยุดสูบ	154	179	151	121	136	140

จงทดสอบโดยใช้ระดับนัยสำคัญ 0.05 ว่า การหยุดสูบบุหรี่ไม่มีผลต่อน้ำหนัก

22. ชาวสวนทดลองการปลูกไม้ดอก 7 ชนิด เพื่อเปรียบเทียบผลที่ได้ระหว่างการช่วยผสมเกษรกับการปล่อยให้ไม้ดอกเติบโตเองโดยธรรมชาติของมัน เขานำครึ่งหนึ่งของเมล็ดพันธุ์ไม้แต่ละชนิด ปลูกในแปลงทดลอง 7 แปลงและช่วยในการผสมเกษร ส่วนอีกครึ่งหนึ่งปลูกในแปลงทดลองอีก 7 แปลง และปล่อยให้เจริญเติบโตเองตามธรรมชาติ บันทึกผลที่ได้ ดังตารางต่อไปนี้

ชนิดของพันธุ์ไม้	1	2	3	4	5	6	7
ช่วยผสมเกษร	.78	.76	.43	.92	.86	.59	.68
เติบโตเอง	.21	.12	.32	.29	.30	.20	.14

(ก) จงพิจารณาว่า ต้นไม้ที่ให้การช่วยในการผสมเกษรให้ผลมากกว่าอีกพวกหนึ่ง ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

(ข) จงหาช่วงความเชื่อมั่น 90% ของผลต่างของค่าเฉลี่ยที่ได้จากผลผลิตทั้งสองแบบ

23. โรงงานยาสูบผลิตบุหรี่แบบใหม่อีก 2 ยี่ห้อออกวางตลาด จากการสำรวจตลาด พบว่าในจำนวนนักสูบบุหรี่ 200 คน มี 56 คนที่ชอบยี่ห้อเอมากกว่า และในจำนวนนักสูบบุหรี่ 150 คน มี 29 คนที่ชอบยี่ห้อบีมากกว่า เราจะสรุปได้หรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.06 ว่า ยี่ห้อเอจะขายได้มากกว่ายี่ห้อบี

24. ในการสุ่มตัวอย่างหลอดไฟ 61 หลอดจากบริษัทเอ พบว่ามีอายุใช้งานโดยเฉลี่ย 1258 ชั่วโมง ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 54 ชั่วโมง และในการสุ่มตัวอย่างหลอดไฟ 41 หลอดจากบริษัทบี พบว่ามีอายุใช้งานโดยเฉลี่ย 1029 ชั่วโมง ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 68 ชั่วโมง เนื่องจากหลอดไฟที่ผลิตจากเอมีราคาแพงมาก จึงมีความโน้มเอียงที่จะซื้อจากบีมากกว่า เว้นแต่ว่าความแปรปรวนของอายุการใช้งานของหลอดไฟจากบริษัทเอน้อยกว่าความแปรปรวนของอายุการใช้งานของหลอดไฟจากบริษัทบี จงทดสอบว่าควรจะซื้อหลอดไฟจากบริษัทใด

ทั้งนี้ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

25. ในการเปรียบเทียบการกระจายของน้ำหนักผลิตภัณฑ์ ซึ่งผลิตโดยใช้กรรมวิธี 2 แบบ ปรากฏว่า ผลิตภัณฑ์ซึ่งผลิตโดยกรรมวิธีแรก 31 หน่วย มีค่าความแปรปรวนของน้ำหนักเท่ากับ 108 และผลิตภัณฑ์ซึ่งผลิตโดยกรรมวิธีที่สอง 25 หน่วย มีค่าความแปรปรวนของน้ำหนัก เท่ากับ 70 อาศัยข้อเท็จจริงจากตัวอย่าง จะถือว่า ความแปรปรวนของน้ำหนักซึ่งผลิตจากกรรมวิธีทั้งสองแบบนี้ เท่ากันได้หรือไม่ กำหนดระดับนัยสำคัญ 0.10

26. หัวหน้าคนงานในโรงงานทินยนต์เชื่อว่า ความแปรปรวนของชิ้นส่วนที่ผลิตโดยใช้เครื่องจักร 2 ประเภท จะไม่แตกต่างกัน แต่วิศวกรผู้ควบคุมคุณภาพเชื่อว่า มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ ในการสุ่มตัวอย่างชิ้นส่วนที่ผลิตมาจากเครื่องจักรประเภทที่หนึ่ง 10 ชิ้น พบว่ามีความแปรปรวน 0.071 และจากการสุ่มตัวอย่างชิ้นส่วนที่ผลิตโดยเครื่องจักรประเภทที่สอง 13 ชิ้น พบว่ามีความแปรปรวน 0.064 ท่านคิดว่าความเชื่อของใครถูกต้อง กำหนดระดับนัยสำคัญ 0.02

27. บริษัทพีดีที ทดลองใช้โครงการสองแบบ เพื่อจะดูว่าโครงการใดเหมาะสมที่สุด ผลจากการทดลองใช้โครงการที่หนึ่ง 11 ครั้ง และใช้โครงการที่สอง 16 ครั้ง ปรากฏว่าได้ผลกำไรโดยเฉลี่ยเท่ากัน แต่ความแปรปรวนแตกต่างกัน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของผลกำไรที่ได้จากการทดลองใช้โครงการทั้งสองเท่ากับ 61 และ 53 ตามลำดับ

    (ก) ถ้าท่านเป็นผู้จัดการบริษัทนี้ ท่านจะเลือกใช้โครงการใด กำหนดระดับนัยสำคัญ 0.01

    (ข) จงหาช่วงเชื่อมั่น 98% ของอัตราส่วนระหว่างความแปรปรวนทั้งสอง

28. องค์การอุตสาหกรรมแห่งหนึ่งมีโรงงานผลิตสินค้า 5 แห่ง คือโรงงาน ก ข ค ง และ จ ในการศึกษาคุณภาพของสินค้าที่ผลิตมาจากแต่ละโรงงาน โดยการสุ่มตัวอย่างสินค้าที่แต่ละโรงงานผลิตออกมา แล้วนำมาตรวจสอบคุณภาพ ได้ผลดังตารางต่อไปนี้

โรงงาน	ก	ข	ค	ง	จ
ชำรุด	41	15	21	13	19
ไม่ชำรุด	259	301	401	304	405

    (ก) จงทดสอบสมมติฐานว่า สัดส่วนสินค้าของโรงงาน ก ที่ชำรุด เท่ากับ 3% ในกรณีที่ไม่ยอมรับสมมติฐานนี้ จงหาช่วงเชื่อมั่น 95% ของสัดส่วนนี้

    (ข) จงทดสอบสมมติฐานว่า สัดส่วนสินค้าที่ชำรุดของโรงงาน ก และโรงงาน ข เท่ากัน ในกรณีที่ไม่ยอมรับสมมติฐาน จงหาช่วงเชื่อมั่น 99% ของผลต่างระหว่างสัดส่วนที่ชำรุดของสินค้าในโรงงานทั้งสอง

(ค) จงทดสอบสมมติฐานว่า สัดส่วนชำรุดของสินค้าที่ผลิตมาจากโรงงานทั้ง 5 นี้เท่ากัน

29. จากการศึกษาตลาดในภาคกลาง 3 เขต พบว่า พ่อบ้าน 100 คนในเขตหนึ่งมี 68 คนชอบดื่มเบียร์ตราสิงห์มากกว่ายี่ห้ออื่น ๆ พ่อบ้าน 213 คนในจำนวน 300 คนจากเขตสอง และ 119 คนในจำนวนพ่อบ้าน 200 คนจากเขตสาม ชอบดื่มเบียร์ตราสิงห์มากกว่าเบียร์ยี่ห้ออื่น ๆ

(ก) จงหาช่วงเชื่อมั่น 96% ของผลต่างระหว่างสัดส่วนผู้ชอบดื่มเบียร์ตราสิงห์จากเขตหนึ่งและเขตสอง

(ข) ใช้ระดับนัยสำคัญ 0.01 จากข้อเท็จจริงที่ได้จากข้อมูล จะสรุปว่า สัดส่วนผู้ชอบดื่มเบียร์ในเขตทั้งสาม เหมือนกันได้หรือไม่

30. โรงงานผลิตผงซักฟอกดีเยี่ยม ต้องการสำรวจความนิยมของประชาชนใน 4 จังหวัดภาคใต้ว่ามีสัดส่วนเท่ากันหรือไม่ จากการสำรวจโดยการสุ่มตัวอย่างแม่บ้านใน 4 จังหวัด ปรากฏผลดังนี้

จังหวัด	สตูล	ยะลา	ปัตตานี	นราธิวาส
ใช้ดีเยี่ยม	146	78	48	38
ใช้ยี่ห้ออื่น	54	52	42	22

(ก) จงหาความถี่คาดหวังภายใต้สมมติฐานที่ว่า สัดส่วนของผู้นิยมผงซักฟอกใน 4 จังหวัดนี้เหมือนกัน

(ข) จงทดสอบสมมติฐานนี้ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

31. ในการสำรวจผู้บริโภค 400 ราย แยกตามระดับรายได้และสถานะที่อยู่อาศัย ได้ดังตารางต่อไปนี้

	รายได้ต่อปี		
	น้อยกว่า 24,000 บาท	24,000-50,000 บาท	มากกว่า 50,000
เจ้าของบ้าน	5%	35%	10%
เช่าบ้านอยู่	15%	25%	10%

ข้อเท็จจริงที่ได้จากตัวอย่าง จะสรุปได้หรือไม่ว่า สถานะที่อยู่อาศัยขึ้นอยู่กับระดับรายได้

32. โรงงานอุตสาหกรรมวายทีซี ต้องการทดสอบว่า ความยาวและเส้นผ่าศูนย์กลางของท่อปลาสติค จะมีความสัมพันธ์กันหรือไม่ เขาสุ่มตัวอย่างท่อปลาสติคมา 600 ท่อ วัดความยาวและเส้นผ่าศูนย์กลางของแต่ละท่อ นำไปเปรียบเทียบกับเกณฑ์คุณภาพ ท่อใดที่มีคุณภาพตรงตามเกณฑ์ เรียกว่าได้มาตรฐาน ได้ผลดังต่อไปนี้

ความยาว / เส้นผ่าศูนย์กลาง	ได้มาตรฐาน	ไม่ได้มาตรฐาน
ได้มาตรฐาน	380	20
ไม่ได้มาตรฐาน	160	40

ท่านจะสรุปผลที่ได้ว่าอย่างไร ทั้งนี้ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

33. ผู้จัดการต้องการเลือกวิธีการที่จะให้บำเหน็จความดีความชอบ ในระหว่างสองวิธีการ โดยการสอบถามคนงานระดับต่าง ๆ ว่าจะสนใจวิธีการใดมากที่สุด และต้องการทราบว่าการเลือกวิธีการใดจะขึ้นอยู่กับระดับของคนงานหรือไม่ ผลที่ได้มีดังนี้

ระดับคนงาน / วิธีการ	กรรมกร	เสมียน	ผู้บริหาร
1	470	350	380
2	27	50	73

จงทดสอบโดยใช้ระดับนัยสำคัญ 0.01

34. นักเศรษฐศาสตร์ต้องการศึกษาความสัมพันธ์ ระหว่างอายุตอนแต่งงาน กับระดับรายได้ของครอบครัว ได้ผลดังตารางต่อไปนี้

	อายุตอนแต่งงาน		
ระดับรายได้	น้อยกว่า 18 ปี	18 - 22 ปี	มากกว่า 22 ปี
ต่ำ	45	25	15
ปานกลาง	35	60	25
สูง	10	28	24

อาศัยข้อเท็จจริงจากตัวอย่าง จะสรุปว่า ระดับของรายได้ขึ้นอยู่กับอายุตอนแต่งงานได้หรือไม่ กำหนดระดับนัยสำคัญ 0.05

35. บริษัทยาสูบต้องการทราบว่า ควรจะขนส่งยาไปตามร้านด้วยวิธีใดจึงจะดี จะส่งยาเส้นกับบุหรี่ไปด้วยกันได้ไหม มีคนท้วงติงว่า ถ้าห่อไปด้วยกันจะทำให้คุณภาพยาเสื่อมลง แต่ถ้ารวมกันได้จะทุ่นค่าขนส่ง เขาจึงทดลองโดยสุ่มยามา 400 ห่อ 250 ห่อรวมยาเส้นกับบุหรี่เข้าด้วยกัน ที่เหลือเป็นยาสูบเพียงอย่างเดียว ห่อไว้ 1 เดือน แล้วเอายาวางคละกันให้นักสูบบุหรี่ทดสอบ ปรากฏผลดังนี้

คุณภาพ \ วิธีห่อ	รวมกัน	แยกกัน
ไม่เปลี่ยน	72	119
เปลี่ยน	178	31

จากผลการทดสอบ จะสรุปได้หรือไม่ว่า วิธีห่อยารวมหรือแยกมีผลต่อคุณภาพของยาจริง

36. โรงงานอุตสาหกรรมดีวาย ผลิตเครื่องซักผ้าแบบต่าง ๆ แต่มีราคาเดียวกัน จากการสุ่มรายงานการขาย ปรากฏผลดังนี้

แบบของเครื่องจักร	ที่อยู่ของผู้ซื้อ	
	ในเมือง	ชานเมือง
เบอร์ 101	15	43
เบอร์ 105	35	47
เบอร์ 208	32	15
เบอร์ 209	28	5

แบบของเครื่องที่ผู้ซื้อซื้อไปมีความสัมพันธ์กับที่อยู่อาศัยของผู้ซื้อหรือไม่

37. ในการสำรวจผู้บริโภค 200 คน เพื่อดูปฏิกิริยาที่มีต่อการโฆษณาแบบใหม่ทางทีวีของสินค้าชนิดหนึ่ง โดยแยกเป็นชาย 100 คน และหญิง 100 คน ได้ผลดังตาราง

เพศ	ปฏิกิริยา		
	ชอบ	ไม่ชอบ	เฉย ๆ
ชาย	28	52	20
หญิง	52	28	20

ท่านจะสรุปผลที่ได้อย่างไร ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

38. จากการสำรวจจำนวนอุบัติเหตุที่เกิดขึ้นในแผนกทั้งสามขององค์การอุตสาหกรรมแห่งหนึ่ง พบว่าในจำนวนอุบัติเหตุที่เกิด 300 ครั้ง มาจากแผนก ก 84 ครั้ง แผนก ข 126 ครั้ง และแผนก ค 90 ครั้ง จะสรุปผลได้หรือไม่ว่า จำนวนอุบัติเหตุที่เกิดขึ้นในแต่ละแผนกขององค์การนี้ อยู่ในอัตราส่วน 1 : 2 : 1 ทั้งนี้ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

39. หัวหน้าฝ่ายบุคคลากรกล่าวว่า จำนวนคนขาดงานในแต่ละวันจะมีอัตราเหมือนกันทุกอาทิตย์ จากแฟ้มบันทึกการมาทำงานในปีก่อน สรุปว่าจำนวนคนขาดงานมีการกระจายดังนี้

วันในสัปดาห์	จันทร์	อังคาร	พุธ	พฤหัสบดี	ศุกร์	ผลรวม
จานวนคนขาดงาน	22	9	6	18	25	100

ท่านเห็นด้วยกับคำกล่าวของเขาหรือไม่

40. ผู้จัดการฝ่ายขายเชื่อว่า พนักงานขายของเขาทำสถิติการขายในสัปดาห์หนึ่ง มีจำนวนเท่ากัน โดยประมาณจากการสุ่มปริมาณขายมาสัปดาห์หนึ่ง ปรากฏผลดังตาราง

พนักงานขาย	1	2	3	4	5	6	7
ปริมาณขาย (หมื่นบาท)	25	31	19	28	22	30	20

อาศัยข้อเท็จจริงจากตัวอย่าง จะสนับสนุนความเชื่อของผู้จัดการหรือไม่

41. ในการศึกษาปริมาณผลผลิตของสินค้าชนิดหนึ่ง เพื่อเปรียบเทียบผลที่ได้ของปีก่อนและปีนี้ พบว่า ในปีที่แล้ว 30% ของผลผลิตที่ได้มาจากภาคกลาง 25% ของผลผลิตที่ได้มาจากภาคใต้ 20% และ 25% ของผลผลิตที่ได้มาจากภาคอีสานและภาคเหนือ ตามลำดับ สำหรับผลผลิตในปีนี้ ได้จากภาคกลาง 330 พันตัน ภาคใต้ 220 พันตัน ภาคอีสาน 180 พันตัน และภาคเหนือ 270 พันตัน จากข้อเท็จจริงที่ได้นี้ จะสรุปว่า ปริมาณผลผลิตในปีนี้มีการกระจายแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญจากปีก่อน

42. ผลการสำรวจพ่อบ้าน 200 คน ซึ่งออกงานแล้ว แยกตามระดับการศึกษาและจำนวนบุตรที่ได้ดังนี้

การศึกษา	จำนวนบุตร 0 - 1	2 - 3	มากกว่า 3
ประถมศึกษา	4	37	32
มัธยมศึกษา	19	42	17
อุดมศึกษา	12	17	10

จงทดสอบสมมติฐาน ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ว่า ขนาดของครอบครัวไม่มีความสัมพันธ์กับระดับการศึกษาของพ่อ

43. ร้านขายของได้ลงทุนทางด้านโฆษณาเพิ่มขึ้น ด้วยความหวังว่าจะทำให้การขายของเขามีปริมาณมากขึ้น เขาได้ทำการทดลองเพื่อเปรียบเทียบกำไรที่จะได้จากการขายแบบเดิมและการขายเมื่อมีโฆษณา พบว่า ในการขายแบบเดิม 30 ครั้ง ได้ผลกำไรโดยเฉลี่ย 35 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 3 ส่วนการขายภายหลังการเพิ่มโฆษณา 30 ครั้ง ได้ผลกำไรโดยเฉลี่ย 38 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 3 จากผลที่ได้นี้จะเป็นการยืนยันได้หรือไม่ว่า การขายแบบมีโฆษณาทำให้เพิ่มปริมาณการขายและมีกำไรสูงขึ้น

44. จากการสุ่มตัวอย่างแม่บ้าน 400 คน ของฝ่ายวิจัยการตลาด พบว่า 20% ชอบกาแฟไทยมากกว่ายี่ห้ออื่น ภายหลังการโหมโฆษณาทางวิทยุและทีวี แล้วสุ่มตัวอย่างแม่บ้านมาสัมภาษณ์ 600 คน พบว่า 22% ชอบกาแฟไทย เราจะสรุปว่า โปรแกรมการโฆษณาแบบนี้ไม่มีประสิทธิภาพ ได้หรือไม่