# II ทฤษฎีความน่าจะเป็น (Probability Theory)

## 1. ความหมายของความน่าจะเป็น

ความน่าจะเป็น (Probability) มีความหมายอยู่ 2 ประการ

- ประการแรก ในฐานะที่เป็นศาสตร์ (Science) คือเป็นวิชาที่ศึกษาถึงการทดลองที่เรียกว่า การทดลองเชิงสุ่ม (Random Experiment) ซึ่งเป็นการทดลองที่เราไม่สามารถทำนายผลทดลองได้ล่วงหน้า แต่เราพอจะทราบเซทของผลทดลองที่อาจเกิดขึ้นได้ทั้งหมดของการทดลองนั้น ๆ (เราใช้ S แทนเซทของผลทดลองที่อาจเกิดขึ้นได้ทั้งหมด ซึ่งเราเรียกว่า กลุ่มผลทดลอง) เช่น การโยนเหรียญ การทอดลูกเต๋า เป็นต้น

- ประการที่สอง ในฐานะที่เป็นจำนวนเลข (Number) คือเป็นมาตรวัด (Measure) การเกิดขึ้นของเหตุการณ์จากการทดลองเชิงสุ่มที่สนใจ เช่นความน่าจะเป็นที่จะสอบผ่านวิชาสถิติ 209 เท่ากับ 0.7 เป็นต้น

## 2. วิธีวัดความน่าจะเป็น

มีวิธีการกำหนดอยู่ 2 วิธี

(1) วิธีปรนัย (Objective View) อาศัยหลักเกณฑ์ ดังนี้

ก. หลักความจริงหรือหลักเหตุผล ยึดถือความจริงหรือเหตุผลและข้อสมมติที่ว่า "ผลทดลองที่เป็นไปได้ทั้งหมดจากการทดลองจะไม่มีผลร่วมกัน แต่มีโอกาสจะเกิดขึ้นเท่า ๆ กัน (Mutually exclusive and Equally likely) ดังนั้นจำนวนเลขหรือความน่าจะเป็นที่จะกำหนดให้แก่แต่ละผลทดลองจึงเท่า ๆ กัน นั่นคือ

ถ้ากลุ่มผลทดลอง S ประกอบด้วยผลทดลองที่ไม่มีผลร่วมกันเลย แต่มีโอกาสเกิดขึ้นเท่า ๆ กันเป็นจำนวน n(S) และถ้า E เป็นเหตุการณ์ที่สนใจ ซึ่งกำหนดขึ้นจาก S ประกอบด้วยผลทดลองเป็นจำนวน n(E) แล้วความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ E; P(E), จะกำหนดได้ดังนี้

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$$

ข. หลักการทดลอง กำหนดความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่สนใจในเทอมของความถี่สัมพัทธ์ระยะยาวของการเกิดขึ้น นั่นคือ

ถ้าในการทดลอง n ครั้ง มีเหตุการณ์ที่สนใจเกิดขึ้น f ครั้ง แล้วความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ E; P(E), จะกำหนดได้ดังนี้

$$P(E) = \lim_{n \to \infty} \frac{f}{n}$$

(2) วิธีอัตนัย วิธีนี้ยึดตัวบุคคลเป็นหลักและได้ใช้ระดับความเชื่ออย่างมีเหตุผล นั่นคือ ใช้ความรู้สึกของตนเองโดยอาศัยประสบการณ์ที่ผ่านมา เป็นเครื่องกำหนดความน่าจะเป็นของเหตุการณ์นั้น ๆ

**3. ฟังก์ชันและสัจจพจน์ความน่าจะเป็น**

**นิยาม** ให้ S เป็นกลุ่มผลทดลองของการทดลองเชิงสุ่ม และให้ $A_1, A_2, A_3, \ldots$ เป็นเหตุการณ์ใน S หรือ $A_i \subset S$ $(i = 1, 2, 3, \ldots)$ ฟังก์ชัน P ซึ่งเป็นฟังก์ชันที่กำหนดจำนวนเลขจริง $P(A_i)$ ให้แก่แต่ละเหตุการณ์ $A_i$ ที่อยู่ใน S นั้น จะเรียกว่า ฟังก์ชันน่าจะเป็น ถ้าค่า $P(A_i)$ ของฟังก์ชันสอดคล้องกับสัจจพจน์ต่อไปนี้

สัจจพจน์ 1. $0 \leqslant P(A_i) \leqslant 1$

สัจจพจน์ 2. $P(S) = 1$

สัจจพจน์ 3. $P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i)$ ในเมื่อ $A_i \cap A_j = \phi$

$P(A_i)$ เรียกว่า ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ $A_i$ และคู่ (S, P) เรียกว่า ตัวแบบน่าจะเป็น (Probability Model or Space)

**4. กฎของความน่าจะเป็น**

กฎ 1 กฎเติมเต็ม

ถ้าเหตุการณ์ E และส่วนเติมเต็ม $\bar{E}$ ประกอบเป็นส่วนแบ่งของกลุ่มผลทดลอง S แล้ว

$$P(\bar{E}) = 1 - P(E)$$

หรือ

$$P(E) = 1 - P(\bar{E})$$

กฎ 2 กฎผลบวก

ถ้า A และ B เป็นสองเหตุการณ์ใด ๆ ใน S แล้ว

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

บทแทรก (1) ถ้า $A \cap B = \phi$ แล้ว $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

(2) กฎผลบวกทั่วไป

ก) ถ้า $A_1, A_2, \ldots, A_k$ เป็น k เหตุการณ์ใด ๆ ใน S แล้ว

$$P(A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_k) = \sum_i P(A_i) - \sum_{i<j} P(A_i \cap A_j) + \sum_{i<j<r} P(A_i \cap A_j \cap A_r) + \ldots + (-1)^{k-1} P(A_1 \cap A_2 \cap \ldots \cap A_k)$$

ข) ถ้า $A_i \cap A_j = \phi, i \neq j$ แล้ว

$$P(A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_k) = P(A_1) + P(A_2) + \ldots + P(A_k)$$

**ตัวอย่าง** ความน่าจะเป็นที่นักศึกษาคณะเศรษฐศาสตร์คนหนึ่ง จะสอบผ่านวิชาเศรษฐศาสตร์ 216 เท่ากับ $\frac{2}{3}$ และความน่าจะเป็นที่เขาจะสอบผ่านวิชาสถิติ 209 เท่ากับ $\frac{4}{9}$ ถ้าความน่าจะเป็นที่เขาจะสอบผ่านอย่างน้อยที่สุด 1 วิชา เท่ากับ $\frac{4}{5}$ จงหาความน่าจะเป็นที่เขาจะสอบผ่านทั้งสองวิชา

**วิธีทำ**

ให้ A เป็นเหตุการณ์ที่นักศึกษาสอบผ่านวิชาเศรษฐศาสตร์ 216

และ B เป็นเหตุการณ์ที่นักศึกษาสอบผ่านวิชาสถิติ 209

ดังนั้น $P(A) = \frac{2}{3}$, $P(B) = \frac{4}{9}$ และ $P(A \cup B) = \frac{4}{5}$

จากกฎการบวก

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$$

$$\frac{4}{5} = \frac{2}{3} + \frac{4}{9} - P(AB)$$

$$P(AB) = \frac{2}{3} + \frac{4}{9} - \frac{4}{5} = \frac{14}{45}$$

นั่นคือ

ความน่าจะเป็นที่เขาจะสอบผ่านทั้งสองวิชา $= \frac{14}{45}$ **ตอบ**

**ตัวอย่าง** กำหนดค่าความน่าจะเป็นของจำนวนนักเศรษฐศาสตร์ ที่เพิ่มขึ้นตามความต้องการของบริษัทในระยะ 2 ปีข้างหน้า ตามตารางต่อไปนี้

| จำนวนนักเศรษฐศาสตร์ที่เพิ่มขึ้น | น้อยกว่า 200 | 200-299 | 300-399 | 400-499 | 500 ขึ้นไป |
|---|---|---|---|---|---|
| ความน่าจะเป็น | .20 | p | .30 | .10 | .05 |

จงคำนวณค่าของ

ก. p

ข. ความน่าจะเป็นที่บริษัทจะต้องการนักเศรษฐศาสตร์เพิ่มขึ้น มากกว่าหรือเท่ากับ 400 คนในระยะ 2 ปีข้างหน้า

ค. ความน่าจะเป็นที่บริษัทจะต้องการนักเศรษฐศาสตร์ เพิ่มขึ้นอย่างน้อยที่สุด 200 คน แต่ไม่เกิน 399 คน ในอีก 2 ปีข้างหน้า

**วิธีทำ**

ให้ $A_i$ $(i = 1, 2, 3, 4, 5)$ เป็นเหตุการณ์ที่บริษัทต้องการนักเศรษฐศาสตร์เพิ่มขึ้นในอีก 2 ปีข้างหน้า ตามลำดับ เป็นจำนวน 200, 200-299, 300-399, 400-499 และ $\geqslant$ 500 คน

เหตุการณ์ $A_i \cap A_j = \phi, i \neq j$ และ $A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4 \cup A_5 = S$

ดังนั้น

$$P(A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4 \cup A_5) = P(S)$$

อาศัยกฎการบวกและสัจจพจน์ 2

$$P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) + P(A_4) + P(A_5) = 1$$

$$.20 + p + .30 + .10 + .05 = 1$$

$$p = .35$$ **ตอบ ก.**

$$P(A_4 \cup A_5) = P(A_4) + P(A_5) = .10 + .05$$

ความน่าจะเป็นที่บริษัทต้องการนักเศรษฐศาสตร์เพิ่มขึ้นมากกว่าหรือเท่ากับ 400 คน ใน 2 ปีข้างหน้า

$$= .15$$ **ตอบ ข.**

$$P(A_2 \cup A_3) = P(A_2) + P(A_3) = .35 + .30$$

ความน่าจะเป็นที่บริษัทต้องการนักเศรษฐศาสตร์เพิ่มขึ้นในอีก 2 ปีข้างหน้าอย่างน้อยที่สุด 200 แต่ไม่เกิน 399 คน

$$= .65$$ **ตอบ ค.**

## ความน่าจะเป็นเงื่อนไขและความน่าจะเป็นทางเดียว

ในบางครั้งเราสนใจในกลุ่มของเหตุการณ์ ซึ่งประกอบด้วยเหตุการณ์ $A_1, A_2, \ldots, A_m$ ;- $B_1, B_2, \ldots, B_n$ โดยที่ $A_i \cap A_j$ $\phi, i \neq j$ และ $B_i \cap B_j = \phi, i \neq j$ และ $\bigcup_{i=1}^{m} A_i = \bigcup_{j=1}^{n} B_j = S$

ซึ่งเราเรียกกลุ่มของเหตุการณ์เหล่านี้ว่าเป็นส่วนแบ่งของการทดลอง (partition of the sample space) S ถ้าเราทราบจำนวนผลทดลองในแต่ละเหตุการณ์ และสามารถสร้างกลุ่มผลทดลองเป็นตาราง 2 ทาง ดังนี้

| A \ B | $B_1$ | $B_2$ | . . . | $B_n$ | ผลรวม |
|---|---|---|---|---|---|
| $A_1$ | $n_{11}$ | $n_{12}$ | . . . | $n_{1n}$ | $n_{1\cdot}$ |
| $A_2$ | $n_{21}$ | $n_{22}$ | . . . | $n_{2n}$ | $n_{2\cdot}$ |
| . | . | . | | . | . |
| . | . | . | | . | . |
| . | . | . | | . | . |
| $A_m$ | $n_{m1}$ | $n_{m2}$ | . . . | $n_{mn}$ | $n_{m\cdot}$ |
| ผลรวม | $n_{\cdot 1}$ | $n_{\cdot 2}$ | . . . | $n_{\cdot n}$ | |

ผลรวมของทุก ๆ $n_{ij}$ หรือ $\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} n_{ij}$ จะเท่ากับ n

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ $A_i$ และ $B_j$ , $P(A_i \cap B_j)$, จะเท่ากับ $\frac{n_{ij}}{n}$ ซึ่งเรียกว่า ความน่าจะเป็นร่วม (joint probability) ของเหตุการณ์ $A_i$ และ $B_j$

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ $A_i$, $P(A_i)$, จะเป็นดังนี้

$$P(A_i) = \frac{n_{i1} + n_{i2} + \ldots + n_{in}}{n}$$

$$= \frac{n_{i\cdot}}{n}, \; j = 1, 2, \ldots, m$$

และความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ $B_j$, $P(B_j)$, จะเป็นดังนี้

$$P(B_j) = \frac{n_{1j} + n_{2j} + \ldots + n_{mj}}{n} = \frac{n_{\cdot j}}{n}, \; j = 1, 2, \ldots, n$$

ทั้ง $P(A_i)$ และ $P(B_j)$ นี้เรียกว่า ความน่าจะเป็นทางเดียว (marginal probability)

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ $A_i$ เมื่อกำหนดว่าเหตุการณ์ $B_j$ ได้เกิดขึ้นแล้วคือ $P(A_i \mid B_j)$ จะมีค่าดังนี้

$$P(A_i \mid B_j) = \frac{P(A_i \cap B_j)}{P(B_j)}, \; P(B_j) \neq 0$$

เราเรียกความน่าจะเป็นเช่นนี้ว่า ความน่าจะเป็นเงื่อนไขของ $A_i$ เมื่อกำหนดว่า $B_j$ เกิดขึ้นแล้ว

ในทำนองเดียวกัน ความน่าจะเป็นเงื่อนไขของ $B_j$ เมื่อกำหนดว่าเหตุการณ์ $A_i$ เกิดขึ้นแล้ว คือ $P(B_j \mid A_i)$ จะมีค่าดังนี้

$$P(B_j \mid A_i) = \frac{P(A_i \cap B_j)}{P(A_i)}, P(A_i) \neq 0$$

ถ้าเราพิจารณาความน่าจะเป็นเงื่อนไขจากตาราง 2 ทาง เช่นพิจารณา $P(A_2 \mid B_1)$ จะได้ดังนี้

$$P(A_2 \mid B_1) = \frac{P(A_2 \cap B_1)}{P(B_1)}$$

แต่ $P(A_2 \mid B_1) = \frac{n_{21}}{n}$, $P(B_1) = \frac{n_{.1}}{n}$

ดังนั้น

$$P(A_2 \mid B_1) = \frac{n_{21}/n}{n_{.1}/n} = \frac{n_{21}}{n_{.1}}$$

นั่นก็หมายความว่า ในการคำนวณความน่าจะเป็นเงื่อนไขของเหตุการณ์ใด เมื่อกำหนดว่ามีเหตุการณ์หนึ่งเกิดขึ้นแล้ว สามารถหาได้จาก อัตราส่วนระหว่าง จำนวนผลทดลองที่เหตุการณ์ทั้งสองเกิดขึ้นร่วมกัน กับ จำนวนผลทดลองของเหตุการณ์ที่ได้เกิดขึ้นก่อนแล้ว

ความน่าจะเป็นเงื่อนไขของเหตุการณ์ A เมื่อกำหนดว่าเหตุการณ์ B ได้เกิดขึ้นแล้ว สอดคล้องกับสัจจพจน์ของความน่าจะเป็นด้วย นั่นคือ

(1) $0 \leq P(A \mid B) \leq 1$

(2) $P(S \mid B) = 1$

(3) $P(A_1 \cup A_2 \cup \ldots \mid B) = \sum_{i=1}^{m} P(A_i \mid B)$ ถ้า $A_i \cap A_j = \phi$, $i \neq j$

เราทราบว่า ความน่าจะเป็นเงื่อนไข $P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$ หรือ $P(B \mid A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$ เราจะได้กฎการคูณ ดังนี้

กฎ 3 กฎการคูณ

ถ้า A และ B เป็นเหตุการณ์ในกลุ่มผลทดลอง S แล้ว

$P(A \cap B) = P(A)\,P(B \mid A) = P(B)\,P(A \mid B)$

บทแทรก กฎการคูณทั่วไป

ถ้า $A_1, A_2, \ldots, A_n$ เป็นเหตุการณ์ในกลุ่มผลทดลอง S แล้ว

$$P(A_1 \cap A_2 \cap \ldots \cap A_n) = P(A_1)\,P(A_2 \mid A_1) \ldots P(A_n \mid A_1 \cap A_2 \cap \ldots \cap A_{n-1})$$

**ตัวอย่าง** ผู้จัดการฝ่ายผลิตคาดคะเนว่า ในปีหน้าอุปสงค์ของผู้บริโภคสินค้าที่ผลิตไปจากบริษัทจะเพิ่มขึ้นเป็น 0.70 ถ้าการทำนายนี้ถูก ความน่าจะเป็นที่ปริมาณขายของบริษัทนี้เพิ่มขึ้น จะเท่ากับ 0.80 แต่ถ้าทำนายผิด ความน่าจะเป็นที่ปริมาณขายเพิ่มขึ้น จะเท่ากับ 0.50 จงคำนวณความน่าจะเป็นที่

ก. อุปสงค์ของผู้บริโภคสูงขึ้นและปริมาณขายเพิ่มขึ้น

ข. อุปสงค์ของผู้บริโภคไม่สูงขึ้นขณะเดียวกันปริมาณขายก็ไม่เพิ่ม

**วิธีทำ**

ให้ $A$ เป็นเหตุการณ์ที่อุปสงค์ของผู้บริโภคสูงขึ้น, $P(A) = 0.7$

และ $B$ เป็นเหตุการณ์ที่ปริมาณขายเพิ่มขึ้น

$\overline{A}$ เป็นเหตุการณ์ที่อุปสงค์ของผู้บริโภคไม่สูงขึ้น, $P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 0.3$

$\overline{B}$ เป็นเหตุการณ์ที่ปริมาณขายไม่เพิ่มขึ้น

$B \mid A$ เป็นเหตุการณ์ที่ปริมาณขายเพิ่มขึ้นเมื่อกำหนดว่าทำนายถูก, $P(B \mid A) = 0.8$

$\overline{B} \mid \overline{A}$ เป็นเหตุการณ์ที่ปริมาณขายไม่เพิ่มขึ้นเมื่อกำหนดว่าทำนายผิด,

$$P(\overline{B} \mid \overline{A}) = 1 - 0.5 = 0.5$$

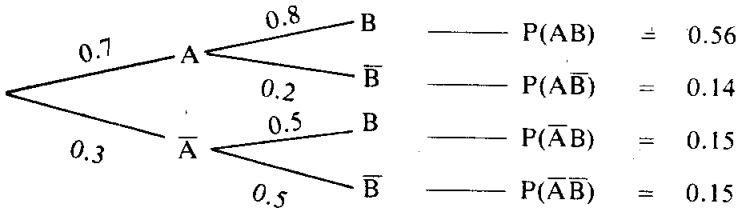
$$P(AB) = P(A)\,P(B \mid A) = 0.7 \times 0.8$$

ความน่าจะเป็นที่อุปสงค์ของผู้บริโภคสูงขึ้นและปริมาณขายเพิ่มขึ้น = 0.56 **ตอบ ก.**

$$P(\overline{A}\overline{B}) = P(\overline{A})\,P(\overline{B} \mid \overline{A}) = 0.3 \times 0.5$$

ความน่าจะเป็นที่อุปสงค์ของผู้บริโภคไม่สูงขึ้นและปริมาณขายก็ไม่เพิ่มขึ้น = 0.15 **ตอบ ข.**

เราอาจแสดงการเกิดขึ้นของเหตุการณ์ต่าง ๆ ได้ด้วยแผนภาพ ดังนี้



**ตัวอย่าง** ในเมืองเล็ก ๆ เมืองหนึ่งมีกำลังคน ดังตารางต่อไปนี้

| | สถานะทางอาชีพ (B) | | |
|---|---|---|---|
| | $B_1$ : มีทักษะ | $B_2$ : ไร้ทักษะ | ผลรวม |
| สถานะการทำงาน (A) | | | |
| $A_1$ : มีงานทำ | 172 | 228 | 400 |
| $A_2$ : ว่างงาน | 28 | 72 | 100 |
| ผลรวม | 200 | 300 | 500 |

ถ้าสุ่มกำลังคนในเมืองนี้มา 1 คน จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ต่อไปนี้

ก) $P(A_1), P(A_2)$

ข) $P(B_1), P(B_2)$

ค) $P(A_1B_1), P(A_1B_2), P(A_2B_1), P(A_2B_2)$

ง) $P(A_1 \mid B_1), P(A_2 \mid B_2), P(B_1 \mid A_1)$

**วิธีทำ**

(ก) $P(A_1) = 400/500 = 0.8$

$P(A_2) = 100/500 = 0.2$

(ข) $P(B_1) = 200/500 = 0.4$

$P(B_2) = 300/500 = 0.6$

(ค) $P(A_1B_1) = 172/500 = 0.344$

$P(A_1B_2) = 228/500 = 0.456$

$P(A_2B_1) = 28/500 = 0.056$

$P(A_2B_2) = 72/500 = 0.144$

(ง) $P(A_1 \mid B_1) = 172/200 = 0.86$

$P(A_2 \mid B_2) = 72/300 = 0.24$

$P(B_1 \mid A_1) = 172/400 = 0.43$

**ตอบ**

**ตัวอย่าง** โรงงานผลิตแบตเตอรีรถยนต์ สั่งซื้อเปลือกหม้อแบตเตอรีจากบริษัท ก 50 ชุด บริษัท ก อ้างว่า เปลือกหม้อที่ส่งไปจากบริษัท จะมีชำรุดเพียง 8% เท่านั้น แผนกตรวจรับของโรงงานได้สุ่มตัวอย่างเปลือกหม้อมาตรวจ 4 ชุด จงคำนวณความน่าจะเป็นที่

ก) เปลือกหม้อ 3 ชุดแรกดี แต่ชุดที่ 4 ชำรุด

ข) เปลือกหม้อชุดที่ 4 ชำรุดเป็นชุดที่สาม

**วิธีทำ**

ให้ D และ G เป็นเหตุการณ์ที่เปลือกหม้อชำรุดและดีตามลำดับ

อาศัยกฎผลคูณ

ก) P (เปลือกหม้อ 3 ชุดแรกดีแต่ชุดที่ 4 ชำรุด) $= P(G_1G_2G_3D_4)$

$$= \frac{46}{50} \times \frac{45}{49} \times \frac{44}{48} \times \frac{4}{47}$$

$$= .066$$ **ตอบ**

ข) P (เปลือกหม้อชุดที่ 4 ชำรุดเป็นชุดที่สาม)

$$= P(G_1D_2D_3D_4,\ D_1G_2D_3D_4,\ D_1D_2G_3D_4)$$

$$= \frac{46}{50} \times \frac{4}{49} \times \frac{3}{48} \times \frac{2}{47} + \frac{4}{50} \times \frac{46}{49} \times \frac{3}{48} \times \frac{2}{47}$$

$$+ \frac{4}{50} \times \frac{3}{49} \times \frac{46}{48} \times \frac{2}{47} = .0006$$ **ตอบ**

**คำอธิบาย**

1) เปลือกหม้อชำรุด 8% ดังนั้นเปลือกหม้อ 50 ชุดจะมีชำรุด 4 ชุด และดี 46 ชุด

2) จากกฎผลคูณ $P(A_1A_2A_3A_4) = P(A_1)\,P(A_2 \mid A_1)\,P(A_3 \mid A_1A_2)\,P(A_4 \mid A_1A_2A_3)$

ดังนั้น $P(G_1G_2G_3G_4) = P(G_1)\,P(G_2 \mid G_1)\,P(G_3 \mid G_1G_2)\,P(D_4 \mid G_1G_2G_3)$

หรือ $P(G_1D_2D_3D_4) = P(G_1)\,P(D_2 \mid G_1)\,P(D_3 \mid G_1D_2)\,P(D_4 \mid G_1D_2D_3)$

เป็นต้น

3) การสุ่มเปลือกหม้อมาตรวจแต่ละชุด เป็นลักษณะของเหตุการณ์ที่เกี่ยวข้องกัน นั่นก็คือ ความน่าจะเป็นของการตรวจเปลือกหม้อชุดหลัง ๆ เป็นเงื่อนไขตามการตรวจในครั้งแรก ๆ

กฎ 4 กฎผลรวม

ถ้า $A_1, A_2, \ldots$ ประกอบเป็นส่วนแบ่งของกลุ่มผลทดลอง S และ E เป็นเหตุการณ์ใด ๆ ใน S โดยที่ $E \neq \phi$ แล้ว

$$P(E) = \sum_i P(A_i)\,P(E \mid A_i)$$

บทแทรก ถ้า $A_1, A_2, \ldots, A_m$ และ $B_1, B_2, \ldots, B_n$ ต่างก็ประกอบเป็นส่วนแบ่งของกลุ่มผลทดลอง S และถ้า E, $E \neq \phi$, เป็นเหตุการณ์ใด ๆ ใน S แล้ว

$$P(E) = \sum_i \sum_j P(A_i)\, P(B_j \mid A_i)\, P(E \mid A_i B_j)$$

กฎ 5 ทฤษฎีของเบยส์ (Bayes' Theorem)

ถ้าเหตุการณ์ E เกิดขึ้น เมื่อเหตุการณ์ $A_1, A_2, A_3, \ldots, A_m$ ซึ่งเป็นเหตุการณ์ที่ประกอบเป็นส่วนแบ่งของกลุ่มผลทดลอง S เกิดขึ้น ถ้าทราบความน่าจะเป็นก่อนทดลอง (Prior probabilities) ของเหตุการณ์ $A_i$ โดยที่ไม่ทราบเกี่ยวกับการเกิดขึ้นของเหตุการณ์ E และถ้าความน่าจะเป็นเงื่อนไขของเหตุการณ์ E ที่จะเกิดขึ้น เมื่อทราบค่า $A_i (i = 1, 2, \ldots, m)$ เกิดขึ้นเป็น $P(E \mid A_i)$ แล้ว ความน่าจะเป็นหลังทดลอง (Posterior probabilities) ของ $A_i$ เมื่อทราบว่า E เกิดขึ้นแล้ว, $P(A_i \mid E)$ กำหนดไว้ดังนี้

$$P(A_i \mid E) = \frac{P(A_i)\, P(E \mid A_i)}{\sum_{j=1}^{m} P(A_j)\, P(E \mid A_j)} \; ; \; 1 \leqslant i \leqslant m$$

**ตัวอย่าง** นาย ก ได้สังเกตว่า ประมาณ 80% ของงานที่เขาไปประมูล นาย ข ก็จะไปประมูลด้วยเสมอ และในจำนวนงานเหล่านี้ เขาจะประมูลได้ 10% ในจำนวนงานที่นาย ข ไม่ประมูลพร้อมกับเขา จะมีอยู่ 40% ที่เขาจะประมูลได้

ก) ถ้านาย ก เสนอราคาประมูลและปรากฏว่าประมูลไม่ได้ จงหาความน่าจะเป็นที่นาย ข ได้เสนอราคาประมูลด้วย

ข) ถ้านาย ก เสนอราคาประมูลและปรากฏว่าเขาประมูลได้ จงหาความน่าจะเป็นที่นาย ข ไม่ได้ยื่นประมูล

**วิธีทำ**

ให้ $A_1$ : เหตุการณ์ที่นาย ก และนาย ข เสนอราคาประมูลพร้อมกัน

$B$ : เหตุการณ์ที่นาย ก ประมูลได้

$A_2$ : เหตุการณ์ที่นาย ก เสนอราคาประมูล แต่นาย ข ไม่ร่วมในการประมูล

$\bar{B}$ : เหตุการณ์ที่นาย ก ประมูลไม่ได้

ดังนั้น

$$P(A_1) = .80 \quad \text{และ} \quad P(A_2) = 1 - .80 = .20$$

$$P(B \mid A_1) = .10 \;, \quad P(\bar{B} \mid A_1) = 1 - .10 = .90$$

$$P(B \mid A_2) = .40 \;, \quad P(\bar{B} \mid A_2) = 1 - .40 = .60$$

อาศัยทฤษฎีของเบยส์

ก) $P(A_1 \mid \overline{B}) = \dfrac{P(A_1)\,P(\overline{B} \mid A_1)}{\sum_{j=1}^{2} P(A_j)\,P(\overline{B} \mid A_j)}$

$= \dfrac{.80 \times .90}{.80 \times .90 + .20 \times .60} = 0.86$ **ตอบ**

ข) $P(A_2 \mid B) = \dfrac{P(A_2)\,P(B \mid A_2)}{\sum_{j=1}^{2} P(A_j)\,P(B \mid A_j)}$

$= \dfrac{.20 \times .40}{.20 \times .40 + .80 \times .10} = 0.5$ **ตอบ**

**ตัวอย่าง** บริษัทผลิตพลาสติคเสริมใยแก้ว มีโรงงานทำการผลิตอยู่ 4 แห่ง คือ ก ข ค และ ง แต่ละโรงงานจะผลิตพลาสติคในแต่ละงวดการผลิต คิดเป็นเปอร์เซนต์ตามลำดับ ดังนี้ 25, 30, 25 และ 20 พลาสติคที่ผลิตจากแต่ละโรงงาน จะมีคุณภาพต่ำกว่ามาตรฐาน คิดเป็นเปอร์เซนต์ตามลำดับ ดังนี้ 5, 4, 3 และ 3 จงคำนวณความน่าจะเป็นของ

(ก) พลาสติคที่มีคุณภาพต่ำกว่ามาตรฐาน

(ข) พลาสติคจากโรงงาน ค เมื่อผู้ตรวจสอบคุณภาพสุ่มพลาสติคมาตรวจ 1 ชิ้น และพบว่ามีคุณภาพต่ำกว่ามาตรฐาน

**วิธีทำ**

ให้ $A_i\ (i = 1, 2, 3, 4)$ เป็นจำนวนพลาสติคที่ผลิตจากโรงงาน ก ข ค และ ง ตามลำดับ และ E เป็นจำนวนพลาสติคที่มีคุณภาพต่ำกว่ามาตรฐาน

ดังนั้น $P(A_1) = .25,\ P(A_2) = .30,\ P(A_3) = .25,\ P(A_4) = .20$

$P(E \mid A_1) = .05,\ P(E \mid A_2) = .04,\ P(E \mid A_3) = .03,\ P(E \mid A_4) = .03$

ก) $P(E) = \sum_{i=1}^{4} P(A_i)\,P(E \mid A_i)$

$= .25 \times .05 + .30 \times .04 + .25 \times .03 + .20 \times .03$

$= .038$

ข) $P(A_3 \mid E) = \dfrac{P(A_3)\,P(E \mid A_3)}{P(E)}$

$= \dfrac{.25 \times .03}{.0380} = .197$ **ตอบ**

**ความเป็นอิสระของเหตุการณ์** (Statistical Independence of Events)

ถ้าการเกิดขึ้นของเหตุการณ์ใด ๆ ไม่มีผลกระทบต่อเหตุการณ์อื่น ๆ เราเรียกเหตุการณ์ทั้งสองว่าเป็นเหตุการณ์ที่เป็นอิสระกัน

**ทฤษฎี** ถ้า A และ B เป็นเหตุการณ์ในกลุ่มผลทดลอง S ซึ่งเป็นอิสระกัน แล้ว

$$P(A \cap B) = P(A)\,P(B)$$

**บทแทรก** ถ้า $E_1, E_2, \ldots, E_n$ เป็นเหตุการณ์ใน S ซึ่งเป็นอิสระกัน แล้ว

$$P(E_1 \cap E_2 \cap \ldots \cap E_n) = P(E_1)\,P(E_2)\ldots P(E_n)$$

**ตัวอย่าง** บริษัทประกันชีวิตประกาศว่า คนในจังหวัดนี้ได้ประกันชีวิตกับบริษัท เป็นจำนวน 60% เพื่อยืนยันคำประกาศนี้ บริษัทได้ส่งตัวแทนออกไปสำรวจจำนวนคนที่ประกันชีวิตไว้กับบริษัท โดยการสุ่มตัวอย่างคนในจังหวัดนั้นมาสัมภาษณ์ จงคำนวณความน่าจะเป็นที่

(ก) สองคนแรกได้ประกันชีวิตเอาไว้กับบริษัท

(ข) คนที่ 4 เอาประกัน ถ้าสามคนแรกไม่ได้เอาประกัน

(ค) สองคนแรกไม่ได้เอาประกัน แต่สามคนหลังเอาประกันชีวิต

**วิธีทำ**

ให้ A เป็นเหตุการณ์ที่คนเอาประกัน

และ $\overline{A}$ เป็นเหตุการณ์ที่คนไม่ได้ประกันชีวิต

ดังนั้น $P(A) = .60$ และ $P(\overline{A}) = 1 - .60 = .40$

การที่คนใดคนหนึ่งจะประกันชีวิตหรือไม่ เป็นเหตุการณ์ที่เป็นอิสระกัน อาศัยกฎแห่งความเป็นอิสระกันของเหตุการณ์ ดังนั้น

(ก) $P(A_1A_2) = P(A_1)\,P(A_2)$

$= .60 \times .60 = 0.36$ **ตอบ**

(ข) $P(\overline{A}_1\overline{A}_2\overline{A}_3A_4) = P(\overline{A}_1)\,P(\overline{A}_2)\,P(\overline{A}_3)\,P(A_4)$

$= .4 \times .4 \times .4 \times .6 = 0.0384$ **ตอบ**

(ค) $P(\overline{A}_1\overline{A}_2A_3A_4A_5) = P(\overline{A}_1)\,P(\overline{A}_2)\,P(A_3)\,P(A_4)\,P(A_5)$

$= .4 \times .4 \times .6 \times .6 \times .6 = 0.034$ **ตอบ**

**ตัวอย่าง** สามีภรรยาคู่หนึ่ง ได้วางแผนครอบครัวไว้ว่า จะมีลูก 3 คน ถ้าโอกาสที่เขาจะมีลูกชายเป็น $\frac{2}{3}$ จงคำนวณความน่าจะเป็นที่เขาจะได้

(ก) ลูกสองคนแรกเป็นชาย

(ข) ลูกคนที่สามเป็นหญิง เมื่อสองคนแรกเป็นชาย

(ค) ลูกสาว 1 คน

**วิธีทำ**

ให้ B เป็นเหตุการณ์ที่ได้ลูกชาย

และ G เป็นเหตุการณ์ที่ได้ลูกสาว

ดังนั้น $P(B) = \frac{2}{3}$, $P(G) = \frac{1}{3}$

การที่ลูกคนไหนจะเป็นชายหรือหญิง เป็นเหตุการณ์ที่เป็นอิสระกัน อาศัยกฎแห่งความเป็นอิสระกันของเหตุการณ์ ดังนั้น

(ก) $$P(B_1B_2) = P(B_1)\,P(B_2) = \frac{2}{3}\times\frac{2}{3} = \frac{4}{9}$$ **ตอบ**

(ข) $$P(B_1B_2G_3) = P(B_1)\,P(B_2)\,P(G_3) = \frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{3} = \frac{4}{27}$$ **ตอบ**

(ค) $$P(B_1B_2G_3, B_1G_2B_3, G_1B_2B_3) = P(B_1)\,P(B_2)\,P(G_3) + P(B_1)\,P(G_2)\,P(B_3) + P(G_1)\,P(B_2)\,P(B_3)$$

$$= \frac{1}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3} + \frac{2}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3} + \frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{3} = \frac{4}{9}$$ **ตอบ**

## คำถาม-คำตอบ

1—3 จงใช้ข้อเลือกต่อไปนี้ เป็นเงื่อนไข ของคำถามข้อ 1-3

ก) A เป็นซับเซทของ B ข) A และ B เป็นอิสระกัน

ค) A และ B เป็นเหตุการณ์ขจัดกัน ง) A และ B เป็นส่วนแบ่งของ S

1. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A)\,P(B)$
2. $P(A) = 1 - P(B)$
3. $P(A)\,P(B \mid A) = 0$

4—6 สำรวจผู้บริโภค 100 ราย พบว่า 45 ราย อายุมากกว่า 35 ปี และ 40 ราย จบการศึกษาระดับอุดมศึกษา ในบรรดาผู้จบอุดมศึกษา มี 15 รายที่มีอายุน้อยกว่า 35 ปี

4. ผู้บริโภคที่มีอายุมากกว่า 35 ปี และจบอุดมศึกษา มีกี่เปอร์เซนต์

ก) 15 ข) 25 ค) 40 ง) 80

5. ผู้บริโภคที่มีอายุน้อยกว่า 35 ปี และ/หรือ จบอุดมศึกษา มีกี่เปอร์เซนต์

ก) 15 ข) 40 ค) 55 ง) 80

6. สุ่มผู้บริโภคมา 1 คน จากกลุ่มที่จบอุดมศึกษา ความน่าจะเป็นที่เขาจะมีอายุน้อยกว่า 35 ปี จะเป็นเท่าใด

ก) 0.375 ข) 0.400 ค) 0.550 ง) 0.600

7—10 คนงานในโรงงานอุตสาหกรรมขนาดย่อมแห่งหนึ่ง จำแนกออกได้ตามตารางดังนี้

| คนงาน \ แผนก | ก | ข | ค |
|---|---|---|---|
| มีทักษะ | 8 | 3 | 5 |
| ไร้ทักษะ | 2 | 7 | 5 |

เลือกคนงาน 1 คน ไปอบรมทางด้านการควบคุมคุณภาพเชิงสถิติ โดยวิธีสุ่มสลากหมายเลข 1, 2, 3, 4, 5 และ 6 จากกล่อง ถ้าสุ่มได้หมายเลข 1 หรือ 2 หรือ 3 จะเลือกคนงานจากแผนก ก ถ้าสุ่มได้หมายเลข 4 หรือ 5 จะเลือกคนงานจากแผนก ข นอกนั้นเลือกคนงานจากแผนก ค

7. ความน่าจะเป็นที่คนงานแผนก ก ได้ไปอบรม จะเป็นเท่าใด

ก) 0.3 ข) 0.4 ค) 0.5 ง) 0.6

8. ความน่าจะเป็นที่จะได้คนงานจากแผนก ข ที่มีทักษะ จะเป็นเท่าใด

ก) 0.1 ข) 0.2 ค) 0.3 ง) 0.5

9. ความน่าจะเป็นที่จะได้คนงานมีทักษะ จะเป็นเท่าใด

ก) 0.53 ข) 0.58 ค) 0.71 ง) 0.82

10. จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้คนงานแผนก ค กำหนดว่าเป็นคนงานมีทักษะ

ก) 0.052 ข) 0.083 ค) 0.143 ง) 0.313

11—12 บริษัทผลิตพลาสติคเสริมใยแก้ว มีโรงงานทำการผลิต 3 แห่ง แต่ละโรงงานจะผลิตพลาสติคในแต่ละงวดการผลิต คิดเป็นเปอร์เซนต์ตามลำดับดังนี้ 30, 50 และ 20 พลาสติคที่ผลิตจากโรงงานแต่ละแห่ง จะมีคุณภาพต่ำกว่ามาตรฐาน คิดเป็นเปอร์เซนต์ตามลำดับดังนี้ 7, 8 และ 5

11. พลาสติคที่มีคุณภาพต่ำกว่ามาตรฐาน จะมีกี่เปอร์เซนต์

ก) 2.0 ข) 2.8 ค) 6.4 ง) 7.1

12. ความน่าจะเป็นที่จะได้จากโรงงานที่ 3 กำหนดว่าเป็นพลาสติคที่มีคุณภาพต่ำกว่ามาตรฐาน จะเป็นเท่าใด

ก) 0.07 ข) 0.14 ค) 0.25 ง) 0.50

13. ในการสำรวจแรงงานพบว่า คนที่อยู่ในวัยทำงานมีระดับการศึกษาขั้นอุดมศึกษา 20% และในจำนวนนี้มีคนว่างงาน 20% ส่วนคนที่มีการศึกษาต่ำกว่าขั้นอุดมศึกษาจะว่างงาน 40% จงหาความน่าจะเป็นของคนว่างงาน

ก) 0.12 ข) 0.20 ค) 0.36 ง) 0.60

14—15 สามีภรรยาคู่หนึ่ง วางแผนไว้ว่าจะมีลูก 3 คน ถ้าความน่าจะเป็นที่เขาจะได้ลูกชายเป็น 0.7

14. ความน่าจะเป็นที่จะได้ลูก 2 คนแรกเป็นชาย คนที่ 3 เป็นหญิง จะเป็นเท่าใด

ก) 0.147 ข) 0.21 ค) 0.3 ง) 1.7

15. ความน่าจะเป็นที่จะได้ลูกสาว 1 คน จะเป็นเท่าใด

ก) 0.15 ข) 0.21 ค) 0.30 ง) 0.44

(คำตอบ ข, ง, ค, ข, ง, ก, ค, ก, ข, ค, ง, ข, ค, ก, ง)

## แบบฝึกหัด 2

1. เมื่อเกิดภาวะสินค้าล้นตลาด ความน่าจะเป็นที่ผู้ผลิตจะลดราคาสินค้า เท่ากับ 0.4 ความน่าจะเป็นที่ผู้ผลิตจะลดการผลิต เท่ากับ 0.6 และความน่าจะเป็นที่ผู้ผลิตจะลดทั้งราคาสินค้าและการผลิต เท่ากับ 0.2 จงคำนวณความน่าจะเป็นที่ผู้ผลิตจะลดการผลิตหรือลดราคาสินค้า
2. โรงงานอุตสาหกรรมต้องการเลือกพนักงาน 1 คน ไปอบรมทางด้านโรงงานอุตสาหกรรมเป็นเวลา 3 เดือน ถ้าความน่าจะเป็นที่จะได้พนักงานชายไปอบรม เป็น 0.65 ความน่าจะเป็นที่จะได้พนักงานที่แต่งงานแล้ว เท่ากับ 0.75 และความน่าจะเป็นที่จะได้พนักงานชายซึ่งแต่งงานแล้ว เท่ากับ 0.5 จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้ผู้ไปอบรมเป็น
   (ก) พนักงานหญิง
   (ข) พนักงานที่เป็นโสด
   (ค) พนักงานหญิงที่แต่งงานแล้ว
3. ในระยะเวลา 4 ปีที่ทำงานมา พนักงานบัญชีได้ประมาณค่าโอกาสที่เป็นไปได้ จากพ่อค้าที่เข้ามาในธนาคาร เพื่อฝากหรือถอนเงิน ดังต่อไปนี้
   ฝากด้วยบิล 30%
   ฝากเช็คธนาคาร 20%
   ถอนเงินสด 20%
   ฝากด้วยบิลและเช็คธนาคาร 5%
   ฝากด้วยบิลและถอนเงินสด 10%
   ฝากเช็คธนาคารและถอนเงินสด 5%
   ฝากด้วยบิลและเช็คธนาคารพร้อมทั้งถอนเงินสด 2%

   ถ้ามีพ่อค้าเข้ามาในธนาคาร 1 คน จงคำนวณความน่าจะเป็นที่เขาจะ
   (ก) กระทำการอย่างน้อยที่สุด 1 อย่าง
   (ข) ฝากด้วยบิลหรือถอนเงินสด
   (ค) ฝากด้วยบิลเพียงอย่างเดียว
4. จงคำนวณความน่าจะเป็นที่ระดับค่าใช้จ่ายจริง
   (ก) ไม่แตกต่างไปจากค่าที่ประมาณไว้
   (ข) มากกว่าค่าที่ประมาณไว้
   (ค) น้อยกว่าค่าที่ประมาณไว้
   (ง) มากกว่า 200,000 บาท ถ้าค่าที่ประมาณไว้คือ 100,000 - 200,000 บาท

   ถ้าในการศึกษาถึงค่าใช้จ่ายที่ประมาณไว้กับค่าใช้จ่ายจริง ในการปลูกบ้านแบบ 3 ห้องนอน ได้ผลดังนี้

| ค่าใช้จ่ายจริง | ค่าใช้จ่ายที่ประมาณไว้ | | |
|---|---|---|---|
| | ต่ำกว่า 100,000 | 100,000-200,000 | มากกว่า 200,000 |
| ต่ำกว่า 100,000 | 42 | 28 | 22 |
| 100,000-200,000 | 6 | 22 | 14 |
| มากกว่า 200,000 | 2 | 10 | 54 |

5. การสำรวจความเห็นของพนักงานในรัฐวิสาหกิจแห่งหนึ่ง จำนวน 50 คน เกี่ยวกับการเปลี่ยนแปลงเวลาทำงาน จาก 09.00 - 17.00 เป็น 07.00 - 15.00 ได้ผลดังตารางต่อไปนี้

| คำตอบ | ระดับชั้นของพนักงาน | | | |
|---|---|---|---|---|
| | ผู้บริหาร | พนักงานขาย | พนักงานประจำสำนักงาน | พนักงานประจำโรงงาน |
| เห็นด้วย | 1 | 3 | 3 | 8 |
| ไม่เห็นด้วย | 2 | 8 | 10 | 10 |
| ไม่ออกความคิดเห็น | - | 2 | 2 | 1 |

สุ่มพนักงานมา 1 คน จงคำนวณความน่าจะเป็นที่จะได้พนักงาน

(ก) ซึ่งเห็นด้วยกับการเปลี่ยนแปลง

(ข) ระดับผู้บริหาร

(ค) ไม่เห็นด้วยกับการเปลี่ยนแปลง

(ง) ประจำโรงงานผู้เห็นด้วยกับการเปลี่ยนแปลง

(จ) ประจำสำนักงานหรือไม่ออกความคิดเห็น

6. จากการสังเกตุตลาดหลักทรัพย์ เพื่อเปรียบเทียบการขึ้นลงของราคาหลักทรัพย์สองประเภท ในช่วงระยะเวลา 4 ปี หรือในตลาดการซื้อขายหลักทรัพย์ 1000 วัน ได้ผลดังตารางต่อไปนี้

| อุตสาหกรรม | หุ้นสามัญ | | |
|---|---|---|---|
| | สูงขึ้น | คงที่ | ลดลง |
| สูงขึ้น | 312 | 34 | 54 |
| คงที่ | 60 | 110 | 80 |
| ลดลง | 28 | 56 | 266 |

จงคำนวณความน่าจะเป็นที่

(ก) หุ้นอุตสาหกรรมลดลง

(ข) หุ้นสามัญสูงขึ้น

(ค) หุ้นสามัญลดลงแต่หุ้นอุตสาหกรรมคงที่

(ง) หุ้นสามัญคงที่หรือหุ้นอุตสาหกรรมสูงขึ้น

7. ร้านจำหน่ายเครื่องรับโทรทัศน์ มีเครื่องรับวางจำหน่าย 20 เครื่อง อยู่ในสภาพชำรุด 4 เครื่อง มีลูกค้ามาซื้อเครื่องรับในร้านนี้ 3 คน โดยไม่รู้ว่ามีเครื่องใดเสียบ้าง จงคำนวณความน่าจะเป็นที่ร้านค้าจะจำหน่าย

(ก) เครื่องรับที่อยู่ในสภาพดีแก่ลูกค้าคนที่สาม โดยที่สองคนแรกได้เครื่องที่ชำรุด

(ข) เครื่องรับที่อยู่ในสภาพชำรุดเป็นเครื่องที่สอง แก่ลูกค้าคนที่สาม

8. ความน่าจะเป็นที่ชายที่แต่งงานแล้ว จะทำงานในโรงงานอุตสาหกรรม เท่ากับ 0.6 และความน่าจะเป็นที่หญิงที่แต่งงานแล้วจะทำงานในโรงงานอุตสาหกรรม เท่ากับ 0.3 ความน่าจะเป็นที่ชายที่แต่งงานแล้วจะทำงานในโรงงานอุตสาหกรรม ถ้าภรรยาของเขาทำงานในโรงงานอุตสาหกรรม เท่ากับ 0.7 คงคำนวณค่าของความน่าจะเป็นที่

(ก) สามีภรรยาคู่หนึ่งจะทำงานในโรงงานอุตสาหกรรม

(ข) ภรรยาจะทำงานในโรงงานอุตสาหกรรม ถ้าสามีของเขาทำงานในโรงงานอุตสาหกรรม

(ค) สามีหรือภรรยาจะทำงานในโรงงานอุตสาหกรรม

9. โอกาสที่นายแมนจะทำแบบฝึกหัดสถิติ 209 ด้วยตนเอง เท่ากับ 20% ถ้าเขาทำแบบฝึกหัดด้วยตนเอง โอกาสที่เขาจะสอบได้ เท่ากับ .80 แต่ถ้าเขาไม่ได้ทำแบบฝึกหัดด้วยตนเอง โอกาสที่เขาจะสอบได้มีเพียง .50 จงคำนวณค่าของความน่าจะเป็นที่

(ก) นายแมนจะสอบผ่านวิชาสถิติ 209

(ข) นายแมนจะทำแบบฝึกหัดสถิติ 209 ด้วยตนเอง ถ้าเขาสอบวิชานี้ได้

10. ในการศึกษาภาวะการครองชีพของชาวไร่ในตำบลหนึ่ง พบว่า โอกาสที่เขาจะปลูกปอ เท่ากับ 30% โอกาสที่เขาจะปลูกมันสำปะหลัง เท่ากับ 50% และโอกาสที่จะปลูกพืชอื่น ๆ เท่ากับ 20% จากประสบการณ์ที่ผ่านมาแสดงให้เห็นว่า ถ้าปลูกปอ ความน่าจะเป็นที่รายได้จะเพิ่มขึ้น เท่ากับ 0.6 แต่ถ้าปลูกมันสำปะหลังและพืชอื่น ๆ ความน่าจะเป็นที่รายได้จะเพิ่มขึ้นเท่ากับ 0.5 และ 0.2 ตามลำดับ ถ้ารายได้ของชาวไร่ผู้หนึ่งเพิ่มขึ้น จงหาความน่าจะเป็นที่เขาจะปลูกมันสำปะหลัง

11. โรงงานน้ำมันพืชแห่งหนึ่ง ผลิตน้ำมันพืชโดยใช้ถั่วเหลือง เมล็ดนุ่น เมล็ดฝ้ายขาวและรำข้าวเป็นวัตถุดิบ ในจำนวนวัตถุดิบแต่ละชนิดที่ผลิตได้ จะนำมาใช้สกัดน้ำมันพืชเป็นบางส่วน

ที่เหลือนำไปใช้ในโรงงานใหม่และเป็นสินค้าออก สำหรับถั่วเหลืองและรำข้าวสามารถนำไปใช้บริโภคในรูปอื่นได้ด้วย จำนวนวัตถุดิบแต่ละชนิดที่ผลิตได้ (คิดเป็นเปอร์เซนต์) และเปอร์เซนต์ของวัตถุดิบแต่ละชนิดที่นำมาสกัดน้ำมัน พอประมาณได้ดังตารางต่อไปนี้

| วัตถุดิบ | เปอร์เซนต์ของผลผลิตที่ได้ | เปอร์เซนต์ที่ใช้สกัดน้ำมันพืช |
|---|---|---|
| ถั่วเหลือง | 15 | 40 |
| เมล็ดนุ่น | 4 | 45 |
| เมล็ดฝ้ายขาว | 6 | 48 |
| รำข้าว | 75 | 14 |

นายนามสุ่มวัตถุดิบมา 1 กระสอบ ปรากฏว่าเป็นวัตถุดิบที่ใช้สกัดน้ำมันพืช จงหาความน่าจะเป็นที่วัตถุดิบนี้จะเป็นถั่วเหลือง

12. ความน่าจะเป็นที่อุปสงค์ของสินค้า ก และของสินค้า ข จะสูงขึ้น เท่ากับ 0.15 และความน่าจะเป็นที่อุปสงค์ของสินค้า ก และของสินค้า ข จะลดลง เท่ากับ 0.30 ถ้าความน่าจะเป็นที่อุปสงค์ของสินค้า ก สูงขึ้น เป็น 0.25 และถ้าอุปสงค์ของสินค้าทั้งสองเป็นอิสระกัน จงคำนวณค่าของความน่าจะเป็นที่
    (ก) อุปสงค์ของสินค้า ก สูงขึ้น ในขณะที่อุปสงค์ของสินค้า ข ลดลง
    (ข) อุปสงค์ของสินค้า ข สูงขึ้น
    (ค) อุปสงค์ของสินค้า ก ลดลงหรืออุปสงค์ของสินค้า ข สูงขึ้น
13. ความน่าจะเป็นที่นาย ก จะตายในอีก 20 ปีข้างหน้า เท่ากับ 0.025 และความน่าจะเป็นที่นาย ข จะตายในอีก 20 ปีข้างหน้า เท่ากับ 0.030 จงหาความน่าจะเป็นที่
    (ก) นาย ก และ นาย ข จะตายในอีก 20 ปีข้างหน้า
    (ข) นาย ก จะตาย แต่นาย ข จะไม่ตาย
    (ค) นาย ก และนาย ข จะไม่ตายในอีก 20 ปีข้างหน้า