๙. การทดสอบสมมติฐาน

1. หลักเบื้องต้นในการทดสอบสมมติฐาน
2. การทดสอบสมมติฐาน
3. การทดสอบเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากร
4. การทดสอบสัดส่วนของประชากรสำหรับตัวอย่างขนาดใหญ่
5. การทดสอบความแตกต่างของ 2 ค่าเฉลี่ย
6. การทดสอบความแตกต่างของ 2 สัดส่วน
7. แบบฝึกหัด

1. หลักเบื้องต้นของการทดสอบสมมติฐาน

ขั้นตอนแรกของการทดสอบสมมติฐาน คือ การตั้งข้อสมมุติเกี่ยวกับค่าพารามิเตอร์ของประชากร แล้วจึงทำการสุ่มตัวอย่างได้ข้อมูล ได้ค่าสถิติที่สำคัญเช่น ค่าเฉลี่ย ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) สัดส่วนความสำเร็จ (p) แล้วจึงนำค่าสถิติที่ได้ไปเปรียบเทียบกับค่าพารามิเตอร์ที่เราตั้งข้อสมมุติไว้ในขั้นแรกว่าจะสอดคล้องหรือสนับสนุนหรือขัดแย้งกับค่าสมมุติ ถ้ามีความขัดแย้งน้อยเราเชื่อว่าค่าสมมุติน่าจะเป็นจริง แต่ถ้ามีขัดแย้งกันมาก (แตกต่างกันมาก) เราก็เชื่อว่าค่าสมมุติมีโอกาสน้อยที่จะเป็นจริง เช่น ถ้าต้องการทดสอบว่า เหรียญอันหนึ่งสมดุลย์หรือไม่ เราต้องสมมุติก่อนว่ามันสมดุลย์ นั่นคือเราจะตั้งสมมติฐานว่า $\pi = .5$ ในเมื่อ π คือสัดส่วนที่เหรียญนั้นหงายด้านหัว แล้วเราจะเริ่มเก็บข้อมูล โดยทำการทดลอง n ครั้ง ถ้าใน n ครั้งนั้น ได้ หัว 80 ครั้ง จาก 100 นั่นคือ p = .8 จะเห็นว่า ค่า p และ π ต่างกันมาก คือ .3 หลักฐานจากข้อมูล น่าจะสนับสนุนว่า $\pi = .5$ แต่ถ้าได้ 58 ครั้งจาก 100 ครั้ง คือ p = .58 ความแตกต่าง .08 หรือ 8% นี้ ใหญ่พอที่จะปฏิเสธว่า ไม่ได้มาจากประชากรที่มี $\pi = .5$ ได้หรือไม่ หรือหลักฐานความแตกต่างแค่ 8% นี้ เป็นเพียง "ความคลาดเคลื่อนจากการสุ่มตัวอย่าง" (sampling error) คือถือว่าน้อยมากยังไม่มีนัยสำคัญ ปัญหาก็คือ จะใช้อะไรเป็นเครื่องตัดสินว่าความแตกต่างระหว่างค่าสถิติกับค่าพารามิเตอร์นั้นระดับไหนจึงจะมีความขัดแย้งมากพอ หรือ "มีนัยสำคัญ" ระดับไหนจึงจะ "ไม่มีนัยสำคัญ" หลักการที่ใช้คือ หลักความน่าจะเป็น, การแจกแจงความน่าจะเป็น ทฤษฎีการแจกแจงของตัวอย่างสุ่มและหลักการประมาณค่านั่นคือ บทที่ 1-8 นั่นเอง คือจะต้องทราบว่าข้อมูลมีการแจกแจงแบบใดเพื่อจะได้ทราบว่าจะใช้ตัวสถิติใดทดสอบ ต้องทราบเขตวิกฤต นั่นคือต้องเปิดตารางสถิติเป็น ดังตัวอย่างข้างต้น เราทราบว่า X คือจำนวนความสำเร็จในเรื่องนี้ คือจำนวนหัวที่หงาย ดังนั้น X จะมีการแจกแจงแบบทวินามที่มี $\pi = .5$, จากการทดลอง x = 58, p = .58 เราทราบว่าเมื่อ $n \to \infty$ ด้วยกฎของขีดจำกัดเข้าสู่ส่วนกลาง จะสามารถใช้การแจกแจงแบบปกติประมาณค่าได้ เมื่อ x = 80 เมื่อแปลงเป็นค่า Z จะมีค่า

$$
\begin{aligned}
Z &= \frac{X - \mu_X}{\sigma_X} = \frac{X - n\pi}{\sqrt{n\pi(1-\pi)}} \\
&= \frac{58 - 100(.5)}{\sqrt{100(.5)(.5)}} = \frac{58 - 50}{\sqrt{25}} \\
&= \frac{8}{5} = 1.6
\end{aligned}
$$

หรือ $$Z = \frac{p - \mu_p}{\sigma_p} = \frac{p - \pi}{\sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}}}$$

$$= \frac{.58 - .50}{\sqrt{\frac{.5(.5)}{100}}} = \frac{.08}{\sqrt{.0025}}$$

$$= \frac{.08}{.05} = 1.6$$

$Z = 1.6$ คือ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 1.6 หน่วย จากค่าเฉลี่ย

จากตาราง I

$Z_{1.6} = .4452 = 44.52\%$ ด้านขวามือ

ร่วมกับด้านซ้ายมือ $= 2(4452)$

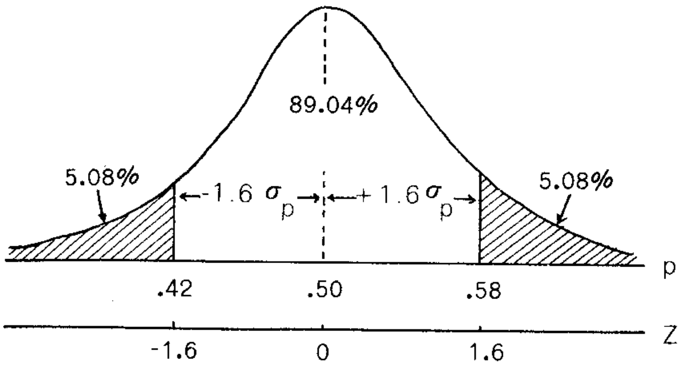
$= .8904$

พื้นที่ปลายหางด้านขวามือ

$= .5000 - .4452 = .0508$

รวมหางด้านซ้ายมือ

$= 2(.0508) = .1016$



ถ้าเราสมมุติว่าเหรียญนี้สมดุลย์ นั่นคือค่าสัดส่วนของหัวในประชากร คือ $\pi = .5$ และ $\sigma = .05$ โอกาสที่จะได้ค่าสัดส่วนจากตัวอย่าง คือ $p = .58$ ต่างจาก $\pi = .5$ คือ

$$Z = \frac{p - \pi}{\sigma_p} = 1.6 \longleftarrow \text{ส่วนเบี่ยงเบนจากค่าพารามิเตอร์}$$

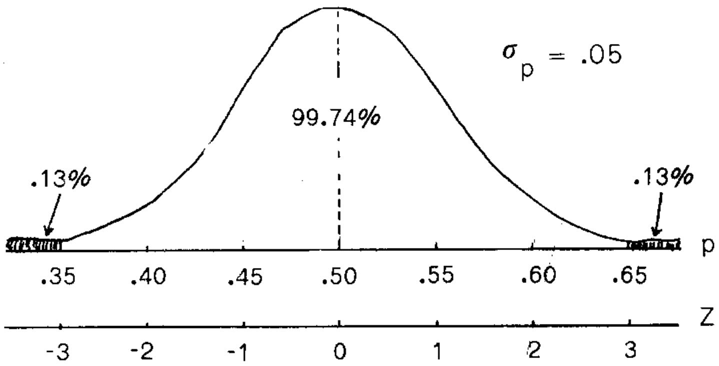
จะมี 10.16% ของโอกาสทั้งหมดของการคำนวณค่า p (ด้วยขนาดตัวอย่าง $n = 100$) ที่ p ต่างจาก π เกิน 1.6 หน่วย ของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน นั่นคือโอกาสที่ p จะมีค่า .58 หรือสูงกว่า หรือมีค่า .42 หรือต่ำกว่า จะเกิดขึ้น 10.16% ซึ่งถือว่าไม่น้อยนัก เราจึงสรุปโดยยอมรับค่าสมมุติที่ตั้งไว้ว่า $\pi = .5$ คือเป็นเหรียญสมดุลย์ (กรณีนี้ค่าสถิติแตกต่างจากค่าพารามิเตอร์น้อย)

ถ้าหงายเป็นด้านหัว 65 ครั้ง ความแตกต่างกับค่าพารามิเตอร์ คือ

$X - n\pi_0 = 15$ ครั้ง หรือ $p - \pi_0 = .65 - .50 = .15$ ความแตกต่างค่อนข้างมาก

$Z = \frac{p - \mu_p}{\sigma_p} = \frac{.65 - .50}{.05}$
$= 3.0$

จากตารางที่ 1, $Z_{3.0} = .4987$
รวม 2 ด้าน = .9974
เหลือปลายหางด้านละ
.5000 - .4987 = .0013



ถ้าเป็นเหรียญสมดุลย์จริง (π = .5) โอกาสที่จะได้ 65 หัวหรือ p = .65 ซึ่งต่างจากค่าพารามิเตอร์ไป .15 จะเกิดด้วยโอกาสเพียง .0026 คือโอกาสที่ p มากกว่าหรือเท่ากับ .65 หรือเล็กกว่าหรือเท่ากับ .35 รวมกัน = .0013 + .0013 = .0026 หรือ .26% โอกาสน้อยมากยังไม่ถึง 1% เลย จึงสรุปว่า ถ้าประชากรมี π = .5 จริงไม่น่าจะให้ p = .65 ดังนั้นที่ได้ p = .65 น่าจะมาจากประชากรอื่นที่มี $\pi \neq .5$ คือเป็นเหรียญไม่สมดุลย์นั่นเอง

เมื่อเราปฏิเสธข้อสมมุติที่ว่า π = .5 หากสมมุติว่า ค่าแท้จริงของ π = .5 คือเป็นเหรียญที่สมดุลย์จริง แต่ในการทดลองนั้นได้ 65 หัว ซึ่งมีโอกาสเพียง .26% ทำให้เราปฏิเสธและสรุปว่าเป็นเหรียญไม่สมดุลย์ ค่า .0026 คือความเสี่ยงที่เราสรุปผิด คือ **เมื่อปฏิเสธสมมติฐานที่เป็นจริง** เรียกว่า "ความเสี่ยง" หรือความผิดพลาดประเภทที่ 1 (type I error) ซึ่งไม่สามารถจะหลีกเลี่ยงได้ นอกจากพยายามทำให้ความเสี่ยงมีค่าน้อยที่สุดปกติใช้ 5% และไม่ควรใหญ่กว่า 10%

9.1 ถ้าเราปฏิเสธค่าสมมุติเพราะค่าสถิติที่คำนวณได้จากตัวอย่างใหญ่กว่า 1 หน่วยของความคลาดเคลื่อนมาตรฐาน จงหาความน่าจะเป็นที่จะปฏิเสธข้อสมมุติที่เป็นจริง (.3174)

9.2 ถ้าเราต้องการให้มีความมั่นใจ 95.5% ที่จะยอมรับข้อสมมุติที่เป็นจริง ค่าสถิติจะต้องห่างจากค่าสมมุติกี่หน่วยของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (2 หน่วย)

9.3 โรงงานผลิตยางอ้างว่า ยางที่ผลิตรุ่นล่าสุดจะมีอายุใช้งานเฉลี่ย 18,300 ไมล์ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 2,400 ไมล์ ถ้าวารสาร "ผู้บริโภค" ทำการทดลองใช้ยางที่สุ่มมา 25 เส้น ได้อายุการใช้งานโดยเฉลี่ย 17,000 ไมล์ ถ้าใช้เกณฑ์ว่าจะยอมรับถ้าค่าสถิติอยู่ใน 2 หน่วย ความคลาดเคลื่อนมาตรฐานโดยรอบค่าเฉลี่ย จะยอมรับคำอ้างของผู้ผลิตว่ามีความทนทานเฉลี่ย 18,300 ไมล์ ได้หรือไม่? (Z_c = - 2.7, ไม่ยอมรับ)

9.4 กำหนดให้ $\sigma = 12$, $\mu = 84$, $n = 64$, $\bar{x} = 87.2$

จงตรวจสอบว่า ค่าสถิติอยู่ภายใน 2 หน่วย ความคลาดเคลื่อนมาตรฐานหรือไม่? นั่นคือ ทดสอบว่าค่าที่อ้างจริงหรือไม่? (Z_c = 2.13, ไม่ยอมรับว่า $\mu = 84$)

9.5 ผู้ผลิตรถยนต์อ้างว่ารถรุ่นหนึ่งของเขาวิ่งได้ 24 ไมล์ ต่อ 1 แกลลอน แต่เมื่อคณะกรรมการทดลองใช้รถตัวอย่าง 36 คัน พบว่า ใช้น้ำมันโดยเฉลี่ย 23.1 ไมล์ต่อแกลลอน และทราบจากการศึกษาเดิมว่า $\sigma = 3$ ไมล์ต่อแกลลอน จากข้อมูลที่ได้จากตัวอย่างจะทำให้เราคาดหมาย (ภายใน 2 หน่วยส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน) ว่าเป็นตัวอย่างจากประชากรที่มีค่าเฉลี่ย 24 ไมล์ต่อแกลลอนได้ไหม? (Z_c = -1.8, ยอมรับว่า μ = 24 ไมล์/แกลลอน)

---

2. การทดสอบสมมติฐาน

ในการทดสอบสมมติฐาน เราจะต้องสมมุติค่าพารามิเตอร์ของประชากร**ก่อน**ลงมือเก็บข้อมูล เราจะเรียกข้อสมมุตินั้นว่า **สมมติฐานว่างเปล่า** หรือ null hypothesis และใช้สัญลักษณ์ H_0 คำว่า "Null" หรือ "ว่างเปล่า" มาจากการทดลองทางเกษตรซึ่งต้องการทดสอบอิทธิพลของการใส่ปุ๋ย จึงตั้งสมมติฐานว่างเปล่าว่า ไม่มีความแตกต่างกันระหว่างการใส่ปุ๋ยและไม่ใส่ปุ๋ย นั่นคือ $H_0 = \mu_1 - \mu_2 = 0$ หรือ $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ นั่นเอง เมื่อเราตั้งสมมติฐานว่างเปล่าแล้วจะต้องตั้งสมมติฐานอีกอันหนึ่งเรียกว่า **สมมติฐานรอง** และใช้สัญลักษณ์ H_1 หรือ H_a มาจากคำว่า "alternative hypotheses"

เช่น การทดสอบอายุใช้งานของแบตเตอรี่ ซึ่งมีสถิติเดิมว่าใช้งานได้ 3 ปี คือ

Ho : μ = 3 ปี

จะตั้งสมมตุฐานรองได้ 3 แบบ คือ

Ha : $\mu > 3$ ปี เมื่อผู้ทดสอบเชื่อว่าการปรับปรุงการผลิตช่วยเพิ่มอายุการใช้งาน

หรือ

Ha : $\mu < 3$ ปี เมื่อผู้ทดสอบไม่เชื่อว่าจะมีอายุถึง 3 ปี

หรือ

Ha : $\mu \neq 3$ ปี เมื่อผู้ทดสอบต้องการทราบว่าค่าเฉลี่ยเป็น 3 ปี หรือไม่ใช่ 3 ปี หรือในกรณีที่ไม่ทราบทิศทางว่าจะมีอายุใช้งานมากกว่าหรือน้อยกว่า 3 ปี จึงตั้งเผื่อไว้ทั้ง 2 ทาง

ข้อสำคัญคือ ผู้ทดสอบจะเลือกสมมติฐานรองได้เพียงอันเดียว จะตั้งพร้อมกันหลาย ๆ อันไม่ได้ เพราะสมมติฐานรองมีความสำคัญในการกำหนดเขตวิกฤตหรือเขตปฏิเสธ Ho และเขตวิกฤตของสมมติฐานรอง ทั้ง 3 อันจะต่างกัน

คำสำคัญต่อมาคือ **"ระดับนัยสำคัญ"** หรือ significance level บางที่เรียกว่า "ความเสี่ยง" โดยนิยาม คือ ความน่าจะเป็นที่จะปฏิเสธสมมติฐานว่างเปล่าซึ่งเป็นจริง ซึ่งเราเรียกว่า**ความผิดประเภทที่** 1 หรือ type I error และให้ α คือความน่าจะเป็นที่จะทำความผิดประเภทที่ 1 ซึ่งปกติใช้ 1%, 5% และ 10% ถ้ายิ่งเล็กยิ่งดี แต่ถ้าเล็กเกินไปจะมีผลกระทบต่อการสรุปผลดังจะได้อธิบายต่อไป ดังนั้น ระดับนัยสำคัญ คือ

P (ปฏิเสธ Ho/Ho จริง) = α

อย่าลืมว่า จุดประสงค์ของการทดสอบสมมุติฐานไม่ใช่อยู่ที่ต้องการทราบค่าสถิติที่คำนวณได้ แต่สนใจความแตกต่างระหว่างค่าสถิติจากตัวอย่างกับค่าพารามิเตอร์ของประชากรที่ตั้งข้อสมมุติไว้ อย่างไรก็ตามในการที่จะปฏิเสธ Ho จะต้องตั้งกฎเกณฑ์ คือ เขตปฏิเสธและเขตยอมรับ Ho เช่นเรื่องการทดสอบเหรียญเมื่อได้หัว 65 ครั้งจาก 100 ครั้ง เราทราบว่าการที่ p = .65 จะต่างหาก π = .5 นั้นมีโอกาสเกิดเพียง .26% (ซึ่งน้อยมาก) ดังนั้น เราจึงปฏิเสธ Ho : π = .5 ค่า .26% หรือ .0026 เรียกว่า **ระดับนัยสำคัญ**

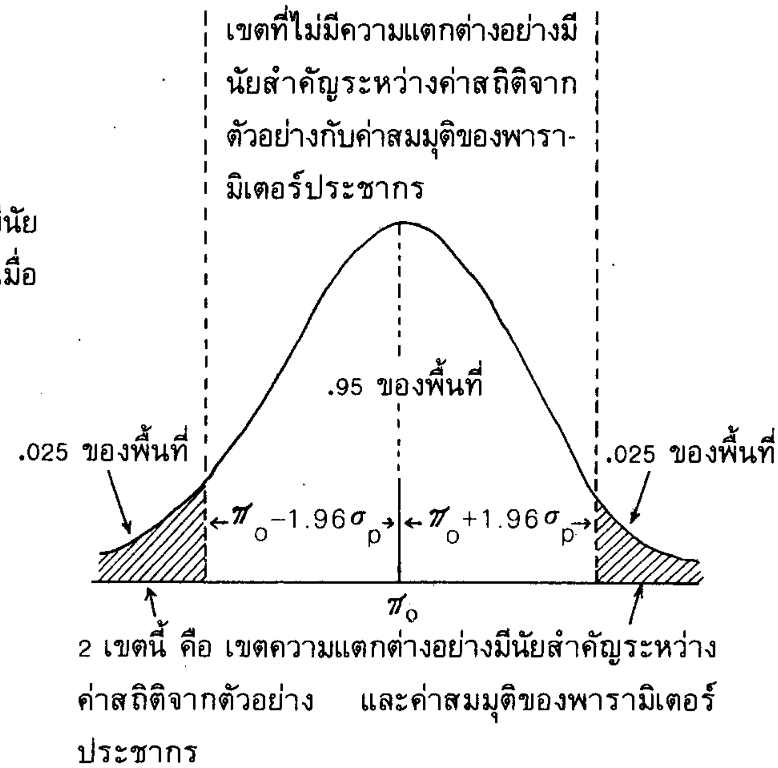
ปกติเรามักกำหนดระดับนัยสำคัญไว้ก่อนการเก็บข้อมูล เช่น ถ้ากำหนดระดับนัยสำคัญไว้ 5% เราจะทราบทันทีว่าจะปฏิเสธ Ho เมื่อใด จึงจะกล่าวถึงเขตวิกฤตไปพร้อมกัน

สรุปแล้วขณะนี้ เราทราบกระบวนการทดสอบสมมติฐาน 4 ขั้น ดังนี้

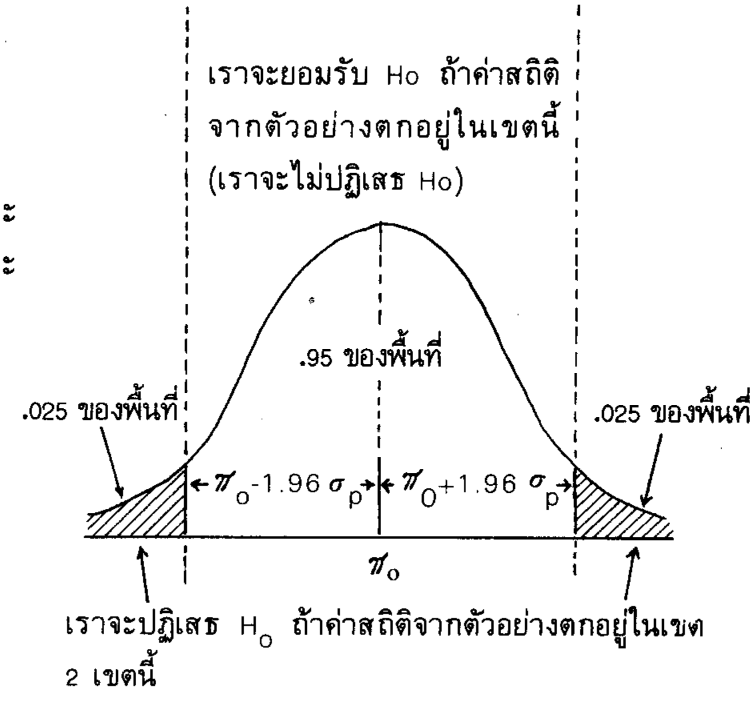
1) ตั้งสมมุติฐานว่างเปล่า Ho : π = .5 $\longleftarrow$ เป็นเหรียญสมดุลย์
2) ตั้งสมมุติฐานรอง Ha : $\pi \neq .5$ $\longleftarrow$ เป็นเหรียญไม่สมดุลย์
3) ตั้งระดับนัยสำคัญ สมมุติให้ α = 0.05
4) หาเขตวิกฤตหรือเขตปฏิเสธ Ho ซึ่งเราทราบว่า ตัวสถิติที่ใช้ทดสอบคือ

$Z = \dfrac{p - \mu_p}{\sigma_p}$ ซึ่งมีการแจกแจงแบบปกติมาตรฐาน คือค่าตาราง Z

รูปที่ 9.1
แสดงเขตความแตกต่างที่มีนัยสำคัญและไม่มีนัยสำคัญ เมื่อใช้ระดับนัยสำคัญ 5%



รูปที่ 9.2
แสดงระดับนัยสำคัญ 5% จะแบ่งพื้นที่เป็นเขตยอมรับ และเขตปฏิเสธ Ho



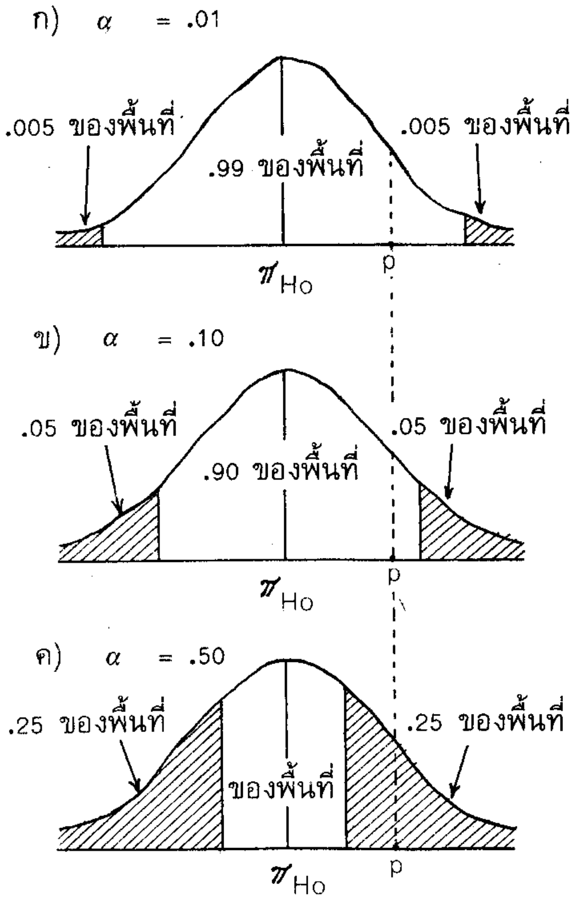
รูปที่ 9.1 แสดงว่า เมื่อระบุว่าระดับนัยสำคัญเป็น 5% และสมมติฐานรองคือ $\pi \neq .5$ ($\pi > .5$ หรือ $\pi < .5$) จะแบ่งพื้นที่ภายใต้โค้งให้เหลือปลายหางด้านละ 2.5% ซึ่งได้จากการเปิดตาราง Z มีพื้นที่ 95% ที่ไม่มีความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญระหว่างค่าสถิติจากตัวอย่างกับค่าพารามิเตอร์ที่ตั้งข้อสมมุติไว้ ส่วนที่เหลืออีก 5% มีความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญ

รูปที่ 9.2 มาจากตัวอย่างเดียวกัน แต่แสดงว่า พื้นที่ 95% คือพื้นที่ของการยอมรับสมมติฐานว่างเปล่า ส่วนอีก 5% ที่ระบายสีเป็นพื้นที่ปฏิเสธสมมติฐานว่างเปล่า

ข้อควรระวังคือ ถ้าค่าสถิติไม่ตกอยู่ในเขตวิกฤต คืออยู่ในเขตยอมรับ**การยอมรับสมมติฐานว่างเปล่า ไม่ใช่การพิสูจน์ว่า สมมติฐานว่างเปล่าเป็นความจริงแต่เป็นการแสดงว่าหลักฐานที่ได้จากตัวอย่างยังไม่เป็นหลักฐานทางสถิติที่มากพอที่จะคัดค้าน H_0 ได้เท่านั้น** เพราะหนทางเดียวที่เราจะทราบว่า H_0 เป็นจริงก็เมื่อเราทราบค่าที่แท้จริงของพารามิเตอร์ที่เราตั้งข้อสมมุติไว้เท่านั้น และส่วนใหญ่เราไม่สามารถจะทราบค่าแท้จริงของพารามิเตอร์ ดังนั้น เมื่อใดก็ตามที่เราสรุปว่า เรายอมรับสมมติฐานว่างเปล่า ให้ระลึกไว้เสมอว่าที่แท้คือเรา**ไม่สามารถจะคัดค้าน** เนื่องจากข้อมูลยังไม่เพียงพอ เราจึงยอมรับไปพลาง ๆ ก่อนว่า H_0 เป็นจริง

การกำหนดระดับนัยสำคัญ

ยังไม่มีกฎเกณฑ์แน่นอนหรือตายตัวสำหรับใช้กำหนดระดับนัยสำคัญ ความจริงเราจะกำหนดให้เป็นเท่าใดก็ได้ เพียงแต่ให้ระลึกไว้เสมอว่า ระดับนัยสำคัญคือความเสี่ยงที่จะปฏิเสธสมมุติว่างเปล่าซึ่งเป็นจริง จึงเป็นความผิดทางสถิติซึ่งเราย่อมต้องการให้เกิดขึ้นน้อยที่สุด ขอให้พิจารณาระดับนัยสำคัญ 3 ระดับคือ .01, .10 และ .50 ในรูปที่ 9.3



รูปที่ 9.3

แสดงระดับนัยสำคัญ 3 ระดับจะเห็นว่า p เป็นค่าเดิม ในรูป (ก) และ (ข) จะยอมรับ Ho แต่ในรูป (ค) จะปฏิเสธ Ho จะเห็นว่า เมื่อให้ระดับนัยสำคัญสูงเกินไป คือ $\alpha = .50$ เราจะมีโอกาสสูงที่จะปฏิเสธ Ho ซึ่งเป็นจริง

ความผิดประเภทที่ 1 และประเภทที่ 2

type I and type II error

เราได้กล่าวถึงความผิดประเภทที่ I แล้วว่าคือ การปฏิเสธ Ho ซึ่งเป็นจริง ซึ่งเราจะกำหนดให้ความผิดนี้เกิดขึ้นด้วยความน่าจะเป็น α (alpha) คือ ระดับนัยสำคัญนั่นเอง ส่วนการยอมรับ Ho เมื่อมันเป็นเท็จ ก็จะเป็นความผิดอีกเรียกว่าความผิดประเภทที่ II และกำหนดให้ความน่าจะเป็นของการเกิดความผิดนี้ คือ β (beta) ความผิดทั้ง 2 ประเภทนี้เกี่ยวข้องกันโดยตรง กล่าวคือ ถ้าเราลดอันหนึ่งลง จะเป็นการเพิ่มอีกอันหนึ่งทันทีเป็นการแลกเปลี่ยนกัน ดังในรูปที่ 9.3 รูป (ก) มีเขตวิกฤตน้อยที่สุด นั่นคือเราจะปฏิเสธ Ho ที่เป็นจริงน้อยที่สุด แต่ในขณะเดียวกันเราจะยอมรับ Ho ซึ่งเป็นเท็จบ่อยที่สุด เพราะมีพื้นที่ยอมรับ Ho ถึง 99% ส่วนในรูป (ค) มีพื้นที่ยอมรับ Ho ลดลงเหลือเพียง 50% นั่นคือเราจะยอมรับ Ho ที่เป็นเท็จน้อยครั้งลง คือ β เล็กลง แต่ในขณะเดียวกัน เราจะปฏิเสธ Ho ที่เป็นจริงบ่อยครั้งขึ้น นั่นคือ α เพิ่มขึ้น

นอกจากนี้การกำหนดค่า α และ β ยังขึ้นอยู่กับลักษณะของงานทดลองด้วย เช่น ในโรงงานผลิตยาหรือเคมีภัณฑ์ การตรวจสอบคุณภาพของยาโดยการสุ่มตัวอย่างมาตรวจ ถ้าพบของชำรุดจากตัวอย่างมากเกินกว่าระดับ α ที่ตั้งไว้ จะส่งกลับคืนโรงงานเพื่อปรับปรุงคุณภาพใหม่ แต่ถ้าเป็นความผิดประเภทที่ I คือการปฏิเสธโดยที่เป็นสินค้าที่มีคุณภาพดี ก็เป็นการทำให้เสียเวลาและค่าใช้จ่ายในการบรรจุหีบห่อนั้นอีกครั้งหนึ่ง แต่ในขณะเดียว ความผิดประเภทที่ II (ยอมรับ Ho ซึ่งเป็นเท็จ) จะเกิดในกรณีสินค้ากล่องนั้นเป็นพิษ แต่การตรวจสอบจากตัวอย่างไม่พบ จึงปล่อยให้ผ่านไป จะทำให้ผู้บริโภคได้รับอันตราย กรณีนี้จะต้องให้ α มีค่าสูงเพื่อที่ β จะได้มีค่าต่ำ

ในทางตรงข้าม ในบางโรงงานถ้าการทำความผิดประเภท I หมายถึงการหยุดงานเพื่อปรับปรุงเครื่องจักร ซึ่งเป็นเรื่องใหญ่โตมาก เราย่อมต้องการให้ α มีค่าต่ำ ในขณะเดียวกันแม้ว่าจะทำให้ β มีค่าสูง ก็ยังดีกว่า เพราะความผิดประเภทที่ II คือ การยอมรับว่าเครื่องทำงานตามมาตรฐาน (แต่ความจริงไม่ใช่) ดังนั้น ผลที่ตามมาคือให้ผู้ผลิตเครื่องจักรมาปรับปรุง จะเสียค่าใช้จ่ายไม่มาก เพราะมักมีการประกันการซ่อมแซมไว้ด้วย ดังนั้น เราย่อมอยากให้ β มีค่าสูง ส่วน α มีค่าต่ำ

การเลือกใช้การแจกแจงที่เหมาะสมกับการทดสอบสมมติฐาน

เมื่อตกลงใจว่าจะใช้ระดับนัยสำคัญเท่าใดแล้ว ขั้นต่อไปคือหาการแจกแจงความน่าจะเป็นที่เหมาะสม โดยใช้กฎเกณฑ์เช่นเดียวกับในบทที่ 8 เรื่องการประมาณค่าสำหรับตอนแรกนี้จะกล่าวถึงการทดสอบค่าเฉลี่ยของประชากรก่อน และจะกล่าวถึงการทดสอบพารามิเตอร์ตัวอื่น ๆ ภายหลัง

ตาราง 9.1 แสดงเงื่อนไขว่าจะใช้การแจกแจงแบบ t และแบบปกติสำหรับการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยประชากร

	เมื่อทราบค่าแท้จริงของค่าค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของประชากร	เมื่อไม่ทราบค่าแท้จริงของค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของประชากร
ขนาดตัวอย่างโตกว่า 30	การแจกแจงแบบปกติ เปิดตาราง Z	การแจกแจงแบบปกติ เปิดตาราง Z
ขนาดตัวอย่างต่ำกว่า 30 และสามารถสมมุติว่าประชากรมีการแจกแจงแบบปกติหรือใกล้เคียงแบบปกติ	การแจกแจงแบบปกติ เปิดตาราง Z	การแจกแจงแบบ t เปิดตาราง t

การทดสอบแบบด้านเดียวและแบบ 2 ด้าน

Two-tailed and one-tailed tests of hypotheses

ในการทดสอบค่าเฉลี่ยจะตั้งสมมุติฐานว่างเปล่าว่า

$Ho : \mu = \mu_O$

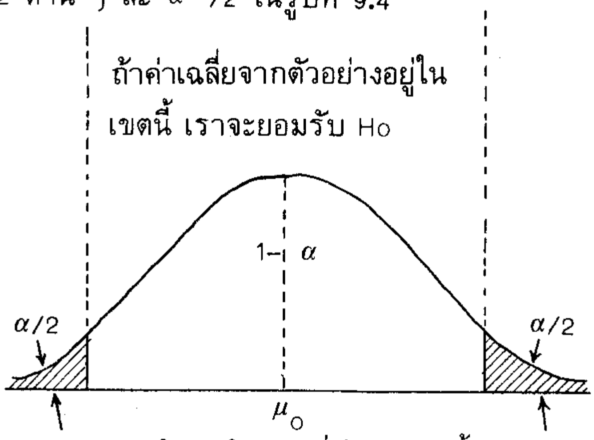
เช่น ทดสอบอายุของหลอดไฟว่ามีอายุ 1,000 ชั่วโมง คือ

$Ho : \mu = 1{,}000$

ถ้าตั้งสมมุติฐานรองว่า

$Ha : \mu \neq 1{,}000$ (คือ $Ha : \mu \neq \mu_O$)

เป็นการทดสอบแบบ 2 ด้าน ผู้ผลิตจะใช้สมมุติฐานนี้ เพื่อ**ควบคุมคุณภาพ** คือ ถ้า $\mu > 1000$ ชั่วโมง ต้นทุนการผลิตจะสูงขึ้น สินค้าจะมีคุณภาพดีขึ้น ดังนั้นราคาขายจะต้องสูงขึ้น แต่ถ้า $\mu < 1000$ ชั่วโมง แสดงว่าคุณภาพต่ำลง เขาจะสูญเสียลูกค้าให้แก่คู่แข่งขัน ดังนั้น เขาจะพอใจถ้าค่าสถิติจากตัวอย่างตกอยู่ในเขตยอมรับ Ho คือไม่มากเกินหรือน้อยเกินไป เขตวิกฤตจึงต้องมี 2 ด้าน ๆ ละ $\alpha/2$ ในรูปที่ 9.4



ถ้าค่าสถิติตกอยู่ในเขตใดเขตหนึ่งใน 2 เขตนี้ เราจะปฏิเสธ Ho

รูปที่ 9.4

แสดงการทดสอบแบบ 2 ด้าน
ของสมมุติฐาน

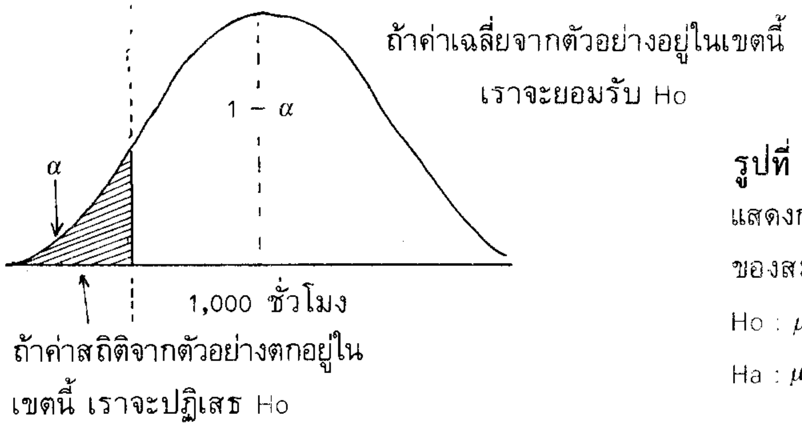
$Ho : \mu = \mu_O$

$Ha : \mu \neq \mu_O$

ดังนั้นถ้า $\bar{x}$ จากตัวอย่างสุ่มไม่ต่างจาก 1,000 ชั่วโมงมากนัก ก็จะยอมรับ Ho แต่ถ้า $\bar{x}$ น้อยกว่า 1,000 ชั่วโมงมาก จนอยู่ในเขตวิกฤตด้านซ้ายมือก็จะปฏิเสธ Ho หรือถ้ามากเกินไปจนอยู่ในเขตวิกฤตด้านขวามือก็จะปฏิเสธ Ho

แต่ในบางกรณี เราอาจไม่ต้องการทดสอบ 2 ด้าน เช่น สมมุติว่าแทนที่เราจะเป็นผู้ผลิต เรากลับเป็นผู้ซื้อจากโรงงานเพื่อนำไปขายส่ง ซึ่งจะซื้อเป็นจำนวนมากไม่สามารถจะตรวจสอบคุณ

ภาพได้ทุกหลอด จะใช้สุ่มมาตรวจ n หลอด ถ้าค่าเฉลี่ยจากตัวอย่างอยู่ใกล้ 1,000 ชั่วโมง หรือสูงกว่า 1,000 ชั่วโมง เราจะยอมรับสินค้านั้นทั้งหมด แต่ถ้าค่าเฉลี่ยน้อยกว่า 1,000 ชั่วโมงมากนัก เราย่อมไม่เต็มใจรับสินค้ากลุ่มนั้น เราจึงจะปฏิเสธ ถ้า $\bar{x}$ เป็นค่าเล็กเกินไปจนอยู่ในเขตวิกฤต กรณีนี้เป็นการทดสอบแบบด้านเดียว คือตั้งสมมติฐานรองว่า Ha : $\mu < 1{,}000$ และจะมีเขตวิกฤตอยู่ด้านซ้ายมือของการแจกแจง



รูปที่ 9.5

แสดงการทดสอบแบบด้านเดียวของสมมุติฐาน

Ho : $\mu = \mu_o$

Ha : $\mu < \mu_o$

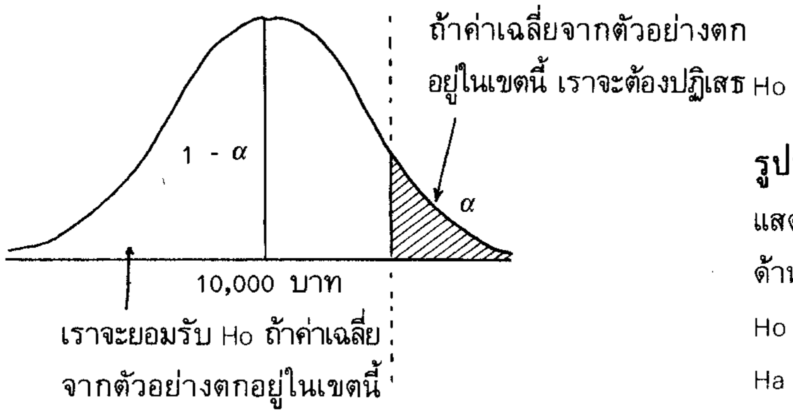
กล่าวโดยสรุปสำหรับการทดสอบที่มีเขตวิกฤตอยู่ด้านซ้ายมือ คือ จะต้องมีสมมติฐาน Ha : $\mu < \mu_0$ และจะปฏิเสธเมื่อค่าเฉลี่ยจากตัวอย่างเป็นค่าที่เล็กเกิน คือน้อยกว่า μ_0 มาก

นอกจากนี้ ยังมีการทดสอบด้านเดียวอีกอันหนึ่ง คือเมื่อเขตวิกฤตอยู่ทางด้านขวามือ ซึ่งจะใช้สำหรับ Ho : $\mu = \mu_o$ และ Ha : $\mu > \mu_o$ นั่นคือจะปฏิเสธ Ho เมื่อค่าเฉลี่ยจากตัวอย่างเป็นค่าที่สูงเกินไป คือ สูงกว่า μ_o มาก เช่น การทดสอบมาตรการประหยัดไฟ ซึ่งตั้งงบประมาณไว้เดือนละ 10,000 บาท ถ้าไม่แน่ใจว่าจะทำได้ตามงบที่ตั้งไว้ เราจะตั้งสมมติฐาน

Ho : $\mu = 10{,}000$ บาท (ควบคุมได้)

Ha : $\mu > 10{,}000$ บาท (ควบคุมไม่ได้)

เพราะผู้จัดการสนใจว่าควบคุมได้หรือไม่ นั่นคือ เขาสนใจว่าจะใช้ไฟมากเกินไปหรือไม่เท่านั้น เขตวิกฤตจึงอยู่แต่ด้านมาก คือ ด้านขวามือเพียงด้านเดียวในรูปที่ 9.6 และเขาจะปฏิเสธ Ho- เมื่อค่าเฉลี่ยการใช้ไฟรายเดือนที่เก็บมาหลายเดือน เป็นค่าที่สูงเกินไปจนอยู่ในเขตวิกฤต คือสูงกว่า 10,000 บาทมาก



รูปที่ 9.6
แสดงเขตวิกฤตของการทดสอบด้านขวามือของสมมติฐาน

Ho : $\mu = \mu_o$

Ha : $\mu > \mu_o$

แบบฝึกหัด

9.6 จงตั้งสมมติฐานว่างเปล่า และสมมติฐานรองเพื่อทดสอบว่าชายไทยมีอายุโดยเฉลี่ย 68 ปี (Ho : $\mu = 68$, Ha : $\mu \neq 68$)

9.7 ในการสอบสวนผู้ต้องหา ผู้รักษากฎหมายจะตั้งสมมติฐานว่างเปล่าว่า บุคคลนั้นเป็นผู้บริสุทธิ์จากคดีกล่าวหา อยากทราบว่าผู้รักษากฎหมายจะยินดีที่จะทำความผิดประเภทใดมากกว่ากันระหว่างความผิดประเภทที่ 1 และประเภทที่ 2

9.8 จงแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง "ระดับนัยสำคัญ" กับ "ความผิดประเภท I"

9.9 ถ้าเราตั้งใจว่าจะยอมรับสมมติฐานว่างเปล่าด้วยความมั่นใจ 99% ว่ามันเป็นความจริงและ $n > 30$ จงแสดงเขตยอมรับ และเขตปฏิเสธสำหรับสมมติฐานรองต่อไปนี้ โดยระบุเปอร์เซ็นต์ของพื้นที่แต่ละส่วนให้ชัดเจน

ก) $\mu \neq 0$ ข) $\mu < 0$ ค) $\mu > 0$

9.10 จงแสดงการแจกแจงที่เหมาะสมสำหรับการทดสอบต่อไปนี้

ก) Ho : $\mu = 25$, Ha : $\mu > 25$, $\bar{x} = 28.2$, $\sigma = 4$, $n = 12$

ข) Ho : $\mu = 1024$, Ha : $\mu \neq 1024$, $\bar{x} = 976$, $\sigma = 60$, $n = 30$

ค) Ho : $\mu = 100$, Ha : $\mu > 100$, $\bar{x} = 107$, $s = 3.2$, $n = 16$

ง) Ho : $\mu = 500$, Ha : $\mu > 500$, $\bar{x} = 508$, $s = 4$, $n = 40$

จ) Ho : $\mu = 6$, Ha : $\mu \neq 6$, $\bar{x} = 5.4$, $s = .5$, $n = 25$

9.11 ถ้าวิศวกรตั้งสมมติฐานว่า สะพานที่พึ่งสร้างเสร็จจะสามารถรับน้ำหนักได้ 50 ตัน

ก) วิศวกรจะพอใจกระทำความผิดประเภทที่ 1 หรือประเภทที่ 2

ข) จากข้อ (ก) ควรใช้ระดับนัยสำคัญสูงหรือต่ำ

9.12 ท่านจะใช้การทดสอบแบบด้านเดียว และแบบ 2 ด้านเมื่อใด?

9.13 ถ้าท่านตกลงใจว่าจะใช้การทดสอบแบบด้านเดียว ท่านจะทราบได้อย่างไรว่าจะเป็นด้านซ้ายมือ หรือด้านขวามือ

9.14 ถ้าวิศวกรต้องการทดสอบความแข็งแรงของสะพานอันหนึ่งซึ่งสร้างมา 20 ปีแล้ว โดยที่เขามีข้อมูลจากการทดสอบแบบเดียวกันนี้ แต่เป็นสะพานอื่นซึ่งมีสภาพใกล้เคียงกัน เขาควรจะใช้การทดสอบแบบด้านเดียว หรือแบบ 2 ด้าน

9.15 จากข้อ 9.14 ถ้ากำหนดให้สะพานต้องรับน้ำหนักได้อย่างน้อยที่สุด 10 ตัน เขาจะตั้งสมมติฐานว่างเปล่า และสมมติฐานรองว่าอย่างไร

---

3. การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากร

3.1 เมื่อทราบค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของประชากร (ทราบค่า σ_x)

จากตารางที่ 9.1 เราทราบว่า ถ้าทราบค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของประชากรคือ σ ข้อมูลจะมีการแจกแจงแบบปกติและต้องเปิดตาราง Z ส่วนการทดสอบจะเป็นแบบด้านเดียว หรือ 2 ด้าน ขึ้นอยู่กับสมมติฐานรอง จึงขอทบทวนขั้นตอนการทดสอบ ดังนี้

1. กำหนดสมมติฐานว่างเปล่า คือ $H_o : \mu = \mu_o$

2. กำหนดสมมติฐานรอง คือ $H_a : \mu > \mu_o$ หรือ $H_a : \mu < \mu_o$ หรือ $H_a : \mu \neq \mu_o$

3. กำหนดระดับนัยสำคัญ คือ α

4. กำหนดเขตวิกฤตหรือเขตปฏิเสธ Ho เขตวิกฤตจะอยู่ภายใต้โค้งปกติ ด้วยพื้นที่ α ส่วนจะแบ่งเป็น 2 ด้าน หรือด้านเดียว ขึ้นอยู่กับสมมติฐานรอง

5. กำหนดตัวสถิติที่ใช้ทดสอบ และคำนวณค่าสถิติ สำหรับการทดสอบค่าเฉลี่ยเมื่อทราบค่า σ ตัวสถิติที่ใช้คือ

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_o}{\sigma_{\bar{X}}} = \frac{\bar{X} - \mu_o}{\sigma/\sqrt{n}}$$

6. สรุปผลการทดสอบ :

จะปฏิเสธ Ho ถ้าค่าสถิติอยู่ในเขตวิกฤต

จะยอมรับ Ho ถ้าค่าสถิติไม่อยู่ในเขตวิกฤต

ตัวอย่าง 1 (การทดสอบแบบ 2 ด้าน)

ผู้ผลิตชั้นวางของต้องการให้รับน้ำหนักได้ 80,000 ปอนด์ต่อ 1 ตารางนิ้ว และทราบจากการทดลองก่อน ๆ ว่า $\sigma = 4{,}000$ ปอนด์ต่อ 1 ตารางนิ้ว ผู้ผลิตได้สุ่มชั้นวางของมา 100 หน่วย ผลการการทดสอบพบว่า รับน้ำหนักโดยเฉลี่ย 79,600 ปอนด์ต่อ 1 ตารางนิ้ว ผู้ผลิตอยากทราบว่าสินค้าที่ผลิตยังคงได้มาตรฐานที่โรงงานต้องการหรือไม่ โดยใช้ระดับนัยสำคัญ 5%

1) Ho : $\mu = 80{,}000$ (สินค้าได้มาตรฐาน)

2) Ha : $\mu \neq 80{,}000$ (สินค้าไม่ได้มาตรฐาน)

3) $\alpha = .05$

4) เขตวิกฤตมี 2 ด้าน คือจะปฏิเสธ Ho เมื่อ $Z_c > Z_{.025} = 1.96$ หรือเมื่อ $Z_c < -Z_{.025} = -1.96$

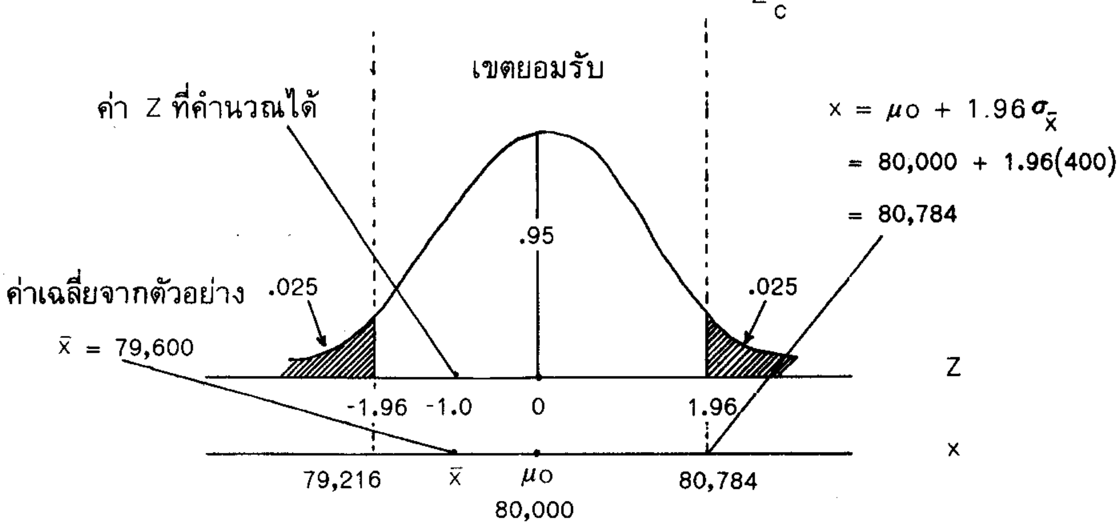
5) ข้อมูลที่เก็บมา คือ

$\bar{x} = 79{,}600$, $\sigma = 4{,}000$, $n = 100$, $\mu_o = 80{,}000$

$\sigma_{\bar{x}} = \sigma/\sqrt{n} = 4000/\sqrt{100} = 400$ ปอนด์ต่อ 1 ตารางนิ้ว

ตัวสถิติที่ใช้ทดสอบ คือ

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu_o}{\sigma_{\bar{x}}} = \frac{79{,}600 - 80{,}000}{400} = \underbrace{\boxed{-1.0}}_{Z_c}$$



$x = \mu_o - 1.96\sigma_{\bar{x}}$

$= 80{,}000 - 1.96(400)$

$= 79{,}216$

รูปที่ 9.7 แสดงเขตยอมรับ และเขตปฏิเสธ Ho เมื่อใช้ $\alpha = .05$ และทดสอบแบบ 2 ด้าน

6) ค่า $Z = -1.0$ ไม่อยู่ในเขตวิกฤตด้านซ้ายมือ จึงยอมรับ Ho นั่นคือจากหลักฐานที่ได้จากตัวอย่างสินค้า 100 อันนั้น ผู้ผลิตยังยอมรับว่าการผลิตเป็นไปตามมาตรฐานที่กำหนดไว้

ตัวอย่าง 2 (การทดสอบแบบด้านเดียว)

โรงพยาบาลต้องการซื้อยาชนิดหนึ่งเป็นจำนวนมาก ยานั้นจะบรรจุในขวดขนาด 100 cc ยาชนิดนี้จะไม่เป็นอันตรายกับผู้ป่วยถ้าได้รับมากเกินไป แต่ถ้าได้รับไม่เพียงพอจะทำให้ไม่มีผลในการรักษา โรงพยาบาลเคยซื้อจากผู้ผลิตรายหนึ่งเป็นประจำ จนทราบว่าค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของประชากร = 2cc ถ้าในการซื้อครั้งใหม่นี้ โรงพยาบาลได้สุ่มยาตัวอย่างมา 50 ขวด พบว่าขนาดบรรจุเฉลี่ย 99.75 cc. โรงพยาบาลควรรับสินค้างวดนี้หรือไม่เมื่อใช้ $\alpha = 0.10$

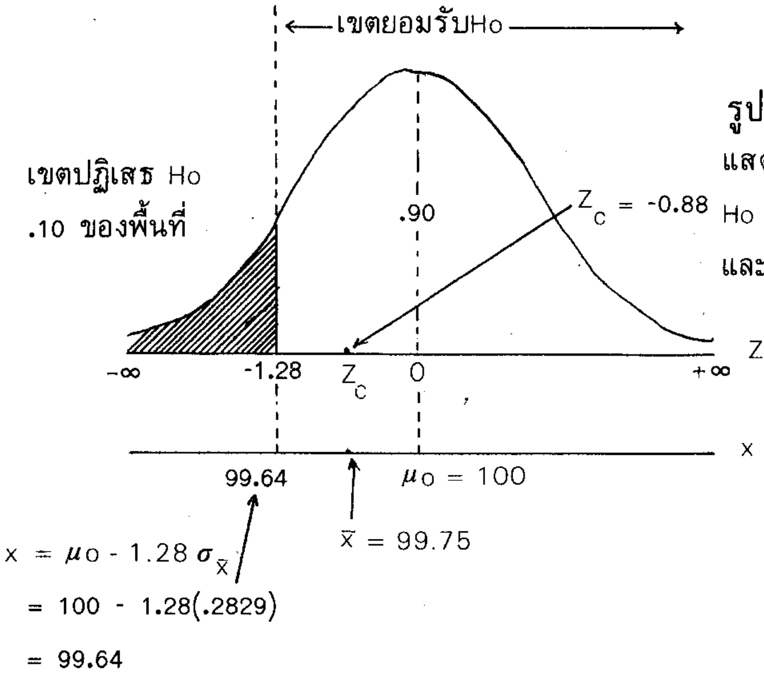
1. Ho : $\mu = 100$ cc. (ขนาดบรรจุได้มาตรฐาน โรงพยาบาลจะตรวจรับ)
2. Ha : $\mu < 100$ cc. (ขนาดบรรจุต่ำกว่ามาตรฐาน โรงพยาบาลจะไม่ตรวจรับ)
3. $\alpha = 0.10$
4. เขตวิกฤตจะอยู่ด้านซ้ายมือของโค้งปกติ

   จะปฏิเสธ Ho ถ้า $Z_c < -Z_{.10} = -1.28$
5. $n = 50$, $\bar{x} = 99.75$, $\sigma = 2$ cc, $\mu o = 100$ cc.

   ดังนั้น $\sigma_{\bar{x}} = \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} = \dfrac{2}{\sqrt{50}} = .2829$ cc.

   คำนวณค่าสถิติสำหรับทดสอบ ดังนี้

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu o}{\sigma_{\bar{x}}} = \frac{99.75 - 100}{.2829} = \underbrace{\boxed{-0.88}}_{Z_c}$$



รูปที่ 9.8
แสดงเขตยอมรับและเขตปฏิเสธ Ho ของการทดสอบแบบด้านเดียว และ α = .10

6. Z_C = -0.88 ไม่อยู่ในเขตวิกฤต จึงยอมรับ Ho ว่าขนาดบรรจุเป็นตามมาตรฐานที่กำหนด โรงพยาบาลจะยอมรับสินค้างวดนี้

แบบฝึกหัด

9.16 ผู้ผลิตเครื่องถูพื้นเชื่อว่า มีความสิ้นเปลืองโดยเฉลี่ย 115.2 ไมล์ต่อแกลลอน เมื่อทดลองสุ่มตัวอย่างมา 49 เครื่อง ให้ค่าเฉลี่ย 117.6 ไมล์ต่อแกลลอน ถ้าทราบว่า σ = 8.4 จงทดสอบว่าค่าเฉลี่ยที่แท้จริงคือ 115.2 ไมล์ต่อแกลลอน หรือสูงกว่า 115.2 ไมล์ต่อแกลลอน โดยใช้ระดับนัยสำคัญ 5% (Z_C = 2.0, ปฏิเสธ Ho และยอมรับ μ >115.2 ไมล์/แกลลอน)

9.17 โรงพิมพ์แห่งหนึ่งเชื่อว่า แท่นพิมพ์ขนาดใหญ่มีอายุการใช้งานเฉลี่ยเครื่องละ 13,000 ชั่วโมง และ σ = 2,000 ชั่วโมง แต่จากตัวอย่างสุ่ม 16 เครื่อง ได้ค่าเฉลี่ยเพียง 12,000 ชั่วโมง ถ้าใช้ระดับนัยสำคัญ .01 โรงพิมพ์จะสรุปว่าอายุการใช้งานน้อยกว่า 13,000 ชั่วโมงได้หรือไม่? (Z_C = -2.0 ยังไม่ปฏิเสธ Ho สรุปว่า μ = 13,000 ชั่วโมง)

9.18 เจ้าของโรงหนังชั้น 2 ในกรุงเทพฯพบว่า หนังที่ได้รับความนิยมสูงจะฉายได้โดยเฉลี่ย 15 วัน และมีค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน 3 วัน ถ้าเจ้าของโรงหนังชั้น 2 ในจังหวัดเชียงใหม่ได้เก็บสถิติจากโรงหนังตัวอย่าง 16 โรง พบว่าหนังที่ได้รับความนิยมสูงจะมีจำนวนวันฉายโดยเฉลี่ย 12 วัน เมื่อใช้ระดับนัยสำคัญ 5% จะสรุปว่าจำนวนวันฉายโดยเฉลี่ยในจังหวัดเชียงใหม่

ต่ำกว่าในกรุงเทพฯ อย่างมีนัยสำคัญได้หรือไม่? (Z_C = -4.0, ปฏิเสธ Ho, สรุปว่าจำนวนวันฉายโดยเฉลี่ยของเชียงใหม่ต่ำกว่าอย่างมีนัยสำคัญ)

9.19 โรงงานผลิตเก้าอี้ทราบว่า คนงานสามารถประกอบเก้าอี้ได้โดยเฉลี่ยชั่วโมงละ 15 ตัว และค่าเบี่ยงเบน 5 ตัว มีผู้เสนอให้ใช้กาวชนิดใหม่ซึ่งจะช่วยทำให้การประกอบรวดเร็วขึ้น เมื่อลองใช้กาวชนิดใหม่ในเวลา 100 ชั่วโมง คนงานผลิตได้โดยเฉลี่ยคนละ 16 ตัวต่อชั่วโมง ถ้าใช้ระดับนัยสำคัญ .01 ฝ่ายจัดการจะมีเหตุผลเพียงพอที่จะเชื่อว่ากาวชนิดใหม่ช่วยเร่งการผลิตได้หรือไม่? (Z_C = 2.0, ยอมรับ Ho ว่ากาวชนิดใหม่ไม่ช่วยเร่งการผลิต)

3.2 เมื่อไม่ทราบค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของประชากร

ในการสร้างช่วงเชื่อมั่นของ μ ในบทที่ 8 ได้กล่าวถึงกรณีที่ไม่ทราบค่าแท้จริงของ σ ว่า ให้ใช้ s เป็นค่าประมาณ แต่ต้องพิจารณาขนาดตัวอย่างด้วย ถ้า $n > 30$ ยังคงใช้การแจกแจงแบบปกติอยู่ แต่ถ้า $n \leqslant 30$ ต้องใช้การแจกแจงแบบ t ซึ่งมี $df = n - 1$

ตัวอย่าง 1

ฝ่ายบุคลากรของบริษัทหนึ่ง ได้เปิดการอบรมพพักงานเพื่อไปประจำยังสาขาในต่างจังหวัด หัวหน้าฝ่ายบุคคลได้ประเมินผลการอบรมโดยแจ้งให้ฝ่ายบริหารทราบว่า ผู้เข้ารับการอบรมจะทำคะแนนทดสอบความถนัดได้ 90 คะแนนโดยเฉลี่ย เมื่อฝ่ายบริหารทดลองทดสอบพนักงาน 20 คน พบว่า ได้คะแนนเฉลี่ย 84 คะแนน และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 11 คะแนน ถ้าฝ่ายบริหารต้องการทดสอบคำกล่าวของฝ่ายบุคลากร โดยใช้ α = .10 จะได้ข้อสรุปว่าอย่างไร?

1. Ho : $\mu = 90$

2. Ha : $\mu \neq 90$

3. $\alpha = .10$

4. เขตวิกฤตอยู่ภายใต้โค้ง t ที่มี df = 19 และมีพื้นที่วิกฤต 2 ด้านด้านละ .05 จากตาราง $t_{.05,\,19} = 1.729$ นั่นคือ จะปฏิเสธ Ho เมื่อค่าสถิติ $T > 1.729$ หรือ $T < 1.729$

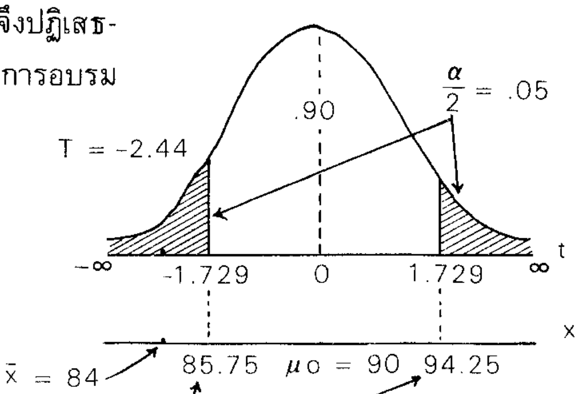
5. $n = 20$, $\bar{x} = 84$, $\mu o = 90$, $s = 11$

$$\hat{\sigma}_{\bar{x}} = s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{11}{\sqrt{20}} = 2.46$$

เพราะว่า ไม่ทราบ σ และ $n < 30$ จึงต้องใช้การทดสอบแบบ t

$$T = \frac{\bar{x} - \mu o}{s_{\bar{x}}} = \frac{84 - 90}{2.46} = -2.44$$

6. ค่า T = -2.44 อยู่ในเขตวิกฤตด้านซ้ายมือ จึงปฏิเสธ-Ho และยอมรับ Ha นั่นคือคะแนนเฉลี่ยของผู้รับการอบรมไม่ใช่ 90 คะแนน



$(x = \mu_0 - 1.729\hat{\sigma}_{\bar{x}}$

$= 90 - 1.729(2.46)$

$= 85.75)$

$(X = \mu_0 + 1.729\sigma_{\bar{x}}$

$= 90 + 1.729(2.46)$

$= 94.25)$

ตัวอย่าง 2

จากตัวอย่างที่ 1 ถ้าผู้บริหารทดสอบพนักงาน 36 คน ได้คะแนนเฉลี่ย 85 คะแนน และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน 10 คะแนน จะสรุปว่าคะแนนที่แท้จริงต่ำกว่า 90 คะแนน โดยใช้ α = .05 ได้ไหม?

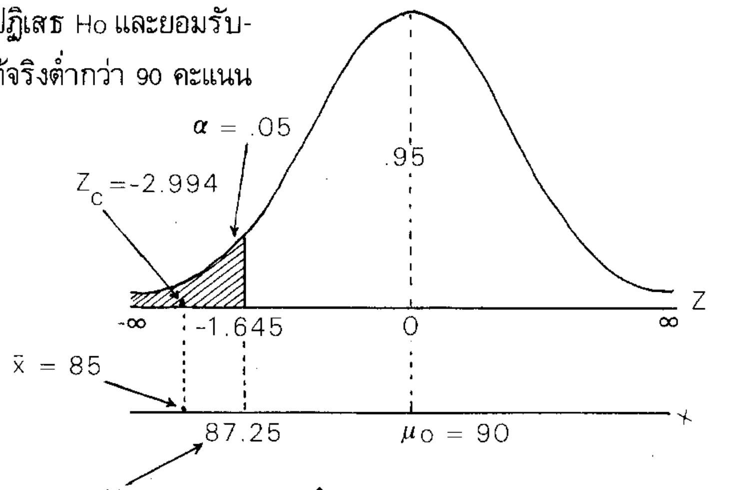
1. Ho : $\mu = 90$
2. Ha : $\mu < 90$
3. $\alpha = .05$
4. จะปฏิเสธ Ho เมื่อ $Z_c < -Z_{.05} = -1.645$
5. $n = 36, \bar{x} = 85, s = 10, \mu_0 = 90$

$\sigma_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{10}{\sqrt{36}} = 1.67$

เพราะว่าไม่ทราบค่า σ แต่ $n > 30$ จึงใช้การทดสอบแบบ Z

$Z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma_{\bar{x}}} = \frac{85 - 90}{1.67} = -2.994$

6. Z_C = -2.994 อยู่ในเขตวิกฤตจึงปฏิเสธ Ho และยอมรับ-Ha : $\mu < 90$ นั่นคือคะแนนเฉลี่ยที่แท้จริงต่ำกว่า 90 คะแนน



$$X = \mu_o - 1.645\hat{\sigma}_{\bar{x}}$$
$$= 90 - 1.645\ (1.67)$$
$$= 87.25$$

แบบฝึกหัด

9.20 กำหนดให้ $\bar{x}$ = 19.1, s = 4, n = 25 จงทดสอบว่าข้อมูลนี้มาจากประชากรที่มีค่าเฉลี่ย 17 หรือโตกว่า 17 โดยใช้ระดับนัยสำคัญ .01

9.21 กำหนดให้ n = 10, $\bar{x}$ = 12, s = 1.96 จงทดสอบว่ามาจากประชากรที่มีค่าเฉลี่ย 13 หรือเป็นค่าอื่น โดยใช้ระดับนัยสำคัญ .05
(T = -1.61, ยอมรับ Ho ว่า μ = 13)

9.22 เมื่อสุ่มตัวอย่าง 50 หน่วยจากประชากร 2,000 หน่วย ได้ค่าเฉลี่ยจากตัวอย่าง 105.1 และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน 21.5 จงใช้ระดับนัยสำคัญ .05 ทดสอบว่ามาจากประชากรที่มีค่าเฉลี่ย 102 หรือเป็นค่าอื่น? (Z_C = 1.02, ยอมรับ Ho ว่า μ = 102)

9.23 ฝ่ายรวบรวมข้อมูลของบริษัทประกันภัยแห่งหนึ่งได้ติดตั้งเครื่องวีดีโอแทนเครื่องเก่า และให้พนักงาน 160 คนฝึกหัดการใช้เครื่องใหม่นี้ พบว่า พนักงานต้องทำการทดลองโดยเฉลี่ยคนละ 14.1 ครั้ง จึงจะสามารถใช้เครื่องติดตั้งใหม่ได้ และมีค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน 4 ครั้ง จากประสพการณ์เครื่องต่าง ๆ ที่ใช้อยู่แต่เดิมก่อนการเปลี่ยนแปลง พบว่า พนักงานใช้เวลาฝึกหัดโดยเฉลี่ยคนละ 12.6 ครั้ง จึงจะทำได้โดยไม่ผิดพลาด เมื่อใช้ระดับนัยสำคัญ .05 จะสรุปว่าวิธีเรียนรู้การใช้เครื่องใหม่ยากกว่าเครื่องเดิมได้ไหม? (Z_C = 4.75, ยอมรับ Ha ว่าการเรียนรู้เครื่องใหม่ยากกว่าเครื่องเดิม)

9.24 จากรายงานของแพทย์แสดงว่ายาบรรเทาปวดหัวชั้นดีจะระงับอาการปวดภายใน 15 นาที ถ้าโรงงานผลิตยาได้ทดลองใช้ยาแก้ปวดหัวที่ผลิตตามสูตรใหม่กับผู้ป่วย 9 ราย พบว่าใช้เวลาระงับอาการปวดโดยเฉลี่ย 13.5 นาที และมีค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน 1.2 นาที จากหลักฐานที่ได้จากการทดลองนี้ จะสรุปว่า ยาที่ผลิตตามสูตรใหม่ใช้เวลาบรรเทาอาการปวดน้อยลงกว่ายาที่ใช้อยู่เดิม ด้วยระดับนัยสำคัญ .05 ได้ไหม? (T = -3.75, ยอมรับ Ha ว่ายาสูตรใหม่ใช้เวลาบรรเทาอาการปวดน้อยกว่า)

9.25 จากข้อ 9.24 แต่ทำการทดลอง 49 ราย จงสรุปผล Z_c=-8.82, ปฏิเสธ Ho, ยาสูตรใหม่ดีกว่า)

---

4. การทดสอบสัดส่วนของประชากรจากตัวอย่างขนาดใหญ่

ในบทที่ 6, 7, 8 เราทราบว่า π คือ สัดส่วนของความสำเร็จในประชากรแบบทวินามซึ่งเป็นการแจกแจงแบบไม่ต่อเนื่อง แต่เมื่อขนาดตัวอย่าง n มีค่าอย่างน้อยที่สุด 30 และ $np \geq 5$, $nq \geq 5$ เราสามารถใช้การแจกแจงแบบปกติแทนการแจกแจงแบบทวินาม ดังนั้น เราจะกล่าวถึงวิธีการทดสอบพารามิเตอร์ π เฉพาะกรณี $n \geq 30$ ซึ่งจะใช้การทดสอบแบบ Z จะมีวิธีการดังนี้

1) ตั้งสมมุติฐานว่างเปล่า คือ Ho : $\pi = \pi_o$

2) ตั้งสมมุติฐานรอง คือ Ha : $\pi > \pi_o$ หรือ $\pi < \pi_o$ หรือ $\pi \neq \pi_o$

3) กำหนดระดับนัยสำคัญ คือ α

4) จะปฏิเสธ Ho

เมื่อ $Z_c > Z_\alpha$ สำหรับ Ha : $\pi > \pi_o$

เมื่อ $Z_c < -Z_\alpha$ สำหรับ Ha : $\pi < \pi_o$

เมื่อ $Z_c > Z_{\alpha/2}$ หรือ $Z_c < -Z_{\alpha/2}$ สำหรับ Ha : $\pi \neq \pi_o$

5) คำนวณค่าสถิติที่ใช้ทดสอบ คือ

$$1. \quad Z = \frac{x - \mu_x}{\sigma_x} = \frac{X - n\pi_o}{\sqrt{n\pi_o(1-\pi_o)}}$$

หรือ

$$2. \quad Z = \frac{p - \mu p}{\sigma_p} = \frac{p - \pi_o}{\sqrt{\frac{\pi_o(1-\pi_o)}{n}}}$$

6) ปฏิเสธ Ho ถ้าค่า Z ที่คำนวณได้อยู่ในเขตวิกฤต นอกนั้นยอมรับ Ho

ตัวอย่าง 1 บริษัทหนึ่งต้องการคัดเลือกพนักงานสำหรับเข้ารับการอบรมเพื่อเป็นพนักงานในระดับสูงขึ้นโดยได้รับข้อมูลจากฝ่ายบุคคลว่า มีพนักงานอยู่ 80% ที่เหมาะกับการฝึกอบรมนั้น แต่เมื่อคณะกรรมการสัมภาษณ์พนักงาน 150 คน พบว่า มีเพียง 70% ที่เหมาะสำหรับการอบรมเพื่อเป็นพนักงานระดับสูง จงทดสอบว่ามีพนักงานที่เหมาะสม 80% ด้วยระดับนัยสำคัญ .05

1. Ho : $\pi = .8$

2. Ha : $\pi \neq .8$

3. $\alpha = .05$

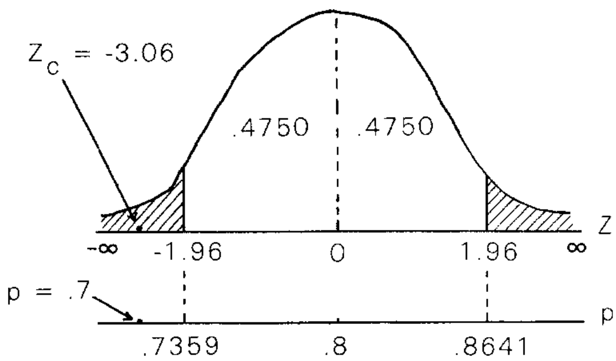
4. จะปฏิเสธ Ho เมื่อ $Z_c > Z_{.025}$ หรือ $Z_c < -Z_{.025}$ นั่นคือ เมื่อ $Z_c > 1.96$ หรือ $Z_c < -1.96$

5. $n = 150,\ p = .7,\ \mu p = \pi = \pi o = .8$

$$\sigma p = \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}} = \sqrt{\frac{\pi o(1-\pi o)}{n}} = \sqrt{\frac{.8(.2)}{150}} = .0327$$

$$Z = \frac{p - \pi o}{\sigma p} = \frac{.7 - .8}{.0327} = -3.06$$

6. $Z_c = 3.06$ อยู่ในเขตวิกฤตจึงปฏิเสธ Ho และยอมรับ Ha ว่าพนักงานที่เหมาะสมไม่ใช่ 80%



$$p = \pi o \pm 1.96\sigma p$$
$$= .8 \pm 1.96\ (.0327)$$
$$= .7359,\ .8641$$

ตัวอย่าง 2

คณะกรรมการสิ่งแวดล้อมแห่งชาติเชื่อว่า ในเมืองหนึ่งมีโรงงานอุตสาหกรรมที่ทำลายสภาพแวดล้อมน้อยกว่า 60% ของโรงงานทั้งหมดในเมืองนั้น ถ้าจากการสำรวจโรงงานตัวอย่าง 60 แห่ง จากโรงงานทั้งหมดซึ่งมีเกิน 10,000 โรงงาน พบว่ามี 33 โรงงานที่ทำให้เกินมลพิษสูงกว่าระดับมาตรฐาน จงใช้ $\alpha = .02$ ทดสอบความเชื่อของคณะกรรมการสิ่งแวดล้อมแห่งชาติ

1) $Ho : \pi = .6$

2) $Ha : \pi < 6$

3) $\alpha = .02$

4) จะปฏิเสธ Ho เมื่อ $Z_c < -Z_{.02}$

หรือ $Z_c < -2.05$

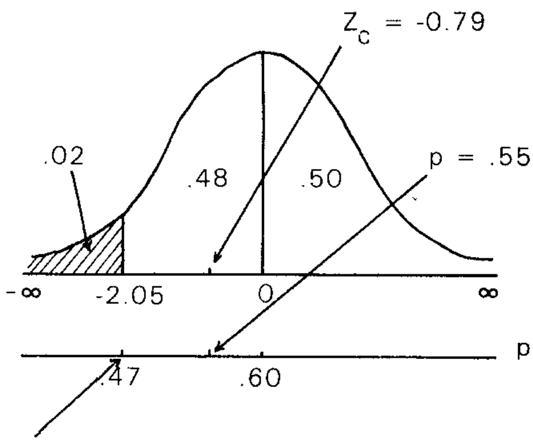
5) $n = 60, x = 33, p = 33/60 = .55$

$\mu p = \pi = \pi o = .6,$

$$\sigma p = \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}} = \sqrt{\frac{\pi o(1-\pi o)}{n}} = \sqrt{\frac{.6(.4)}{60}} = .0632$$

$$Z = \frac{p - \mu p}{\sigma p} = \frac{.55 - .60}{.0632} = -0.79$$

6) $Z = -0.79$ ไม่อยู่ในเขตวิกฤตจึงยอมรับว่า $\pi = .6$ นั่นคือค่า $p = .55$ ยังไม่ต่ำพอที่จะเชื่อว่า π ต่ำกว่า 60%



$p = .60 - 2.05\ (.0632)$

$= .47$

แบบฝึกหัด

9.26 ผู้ผลิตเสื้อเชิ้ตชาย JQ ทราบว่า มีอัตราส่วนการครองตลาด 15% ถ้าการตรวจตลาดครั้งล่าสุด โดยการสำรวจร้านขายเสื้อผ้า 75 แห่ง พบว่ามีอัตราการครองตลาด 18.7% ถ้าใช้ระดับนัยสำคัญ .05 จะเชื่อได้หรือไม่ว่าเสื้อ JQ ได้รับความนิยมสูงขึ้น

(Z_C =.897, ยอมรับ Ho : π = 15)

9.27 ธนาคารหนึ่งมีลูกหนี้ 8,000 ราย เมื่อสุ่มมา 300 ราย พบว่าเป็นข้าราชการ 37% จากรายงานประจำปีของธนาคารเมื่อ 5 ปีก่อนมียอดลูกหนี้ที่เป็นข้าราชการ 32% จงใช้ระดับนัยสำคัญ .01 ทดสอบว่าอัตราการกู้ยืมของข้าราชการเปลี่ยนแปลงจากเดิมหรือไม่? (Z_C = 1.87, ยอมรับ Ho ว่าอัตราการกู้ยืมไม่เปลี่ยนแปลง)

9.28 ผู้จัดการบริษัทขายยาสีฟันทราบว่า 58% ของประชากรนิยมยาสีฟันของเขา ในปีนี้บริษัทคู่แข่งได้เพิ่มงบโฆษณาจากปีก่อน ๆ เขาจึงสุ่มผู้บริโภคมา 500 ราย พบว่ามีผู้ใช้ยาสีฟันของเขา 54%

ก) ถ้าใช้ระดับนัยสำคัญ .10 เขาจะสรุปว่าความนิยมลดลงได้ไหม?

ข) ใช้คำถามเหมือนของ (ก) แต่ใช้ระดับนัยสำคัญ .05

(Z_C = -1.82, ปฏิเสธ Ho, ความนิยมสินค้าลดลง)

9.29 ผู้ผลิตซอสมะเขือเทศได้ทำการสำรวจตลาดโดยโทรศัพท์ถึงแม่บ้าน 5,000 ราย และถามความคิดเห็นว่าถ้าบริษัทจะปรุงแต่งซอสให้มีรสเครื่องเทศมากขึ้น จะชอบหรือไม่ มีแม่บ้าน 235 คนตอบรับว่าจะซื้อซอสที่ปรับปรุงใหม่ ถ้าผลการสำรวจเมื่อ 2 ปีก่อน พบว่า มีแม่บ้านนิยม 4% ถ้าใช้ระดับนัยสำคัญ 2% จะสรุปว่าแม่บ้านให้ความนิยมสูงขึ้นสำหรับซอสที่ใส่เครื่องเทศ ได้หรือไม่? (Z_C 2.54, ปฏิเสธ Ho, ความนิยมซอสเครื่องเทศสูงขึ้น)

---

5. การทดสอบความแตกต่างของ 2 ค่าเฉลี่ย

เมื่อประชากร 2 กลุ่ม มีการแจกแจงแบบปกติ หรือใกล้เคียงการแจกแจงแบบปกติ เรามักต้องการเปรียบเทียบความแตกต่างของค่าเฉลี่ย 2 กลุ่มนั้น ดังนั้น จะมีวิธีการทดสอบดังนี้

1. ตั้งสมมติฐานว่างเปล่า คือ

Ho : $\mu_1 - \mu_2 = 0$ หมายความว่าประชากรทั้ง 2 กลุ่ม มี

$\Rightarrow$ Ho : $\mu_1 = \mu_2$ ค่าเฉลี่ยไม่แตกต่างกัน

2. ตั้งสมมติฐานรอง คือ

Ha : $\mu_1 - \mu_2 > 0$ หมายความว่าประชากรกลุ่มที่ 1

$\Rightarrow$ Ha : $\mu_1 > \mu_2$ มีค่าเฉลี่ยสูงกว่าประชากรกลุ่มที่ 2

หรือ

Ha : $\mu_1 - \mu_2 < 0$ หมายความว่าประชากรกลุ่มที่ 1

$\Rightarrow$ Ha : $\mu_1 < \mu_2$ มีค่าเฉลี่ยต่ำกว่าประชากรกลุ่มที่ 2

หรือ

Ha : $\mu_1 - \mu_2 \neq 0$ หมายความว่าประชากรทั้ง 2 กลุ่ม

$\Rightarrow$ Ha : $\mu_1 \neq \mu_2$ มีค่าเฉลี่ยแตกต่างกัน

3. กำหนดระดับนัยสำคัญ คือ α

4. หาเขตวิกฤต หรือ เกณฑ์การตัดสินใจ

กรณีที่ 1 ถ้าตัวอย่างที่สุ่มมาจากประชากรทั้ง 2 กลุ่ม เป็นอิสระกัน และทราบความแปรปรวนของทั้ง 2 ประชากร หรือถ้าไม่ทราบ แต่ขนาดตัวอย่างทั้ง 2 กลุ่มโตกว่า 30 เขตวิกฤตจะอยู่ภายใต้โค้งการแจกแจงแบบปกติ นั่นคือจะปฏิเสธ Ho

เมื่อ $Z_c > Z_\alpha$ สำหรับ Ha : $\mu_1 - \mu_2 > 0$

เมื่อ $Z_c < -Z_\alpha$ สำหรับ Ha : $\mu_1 - \mu_2 < 0$

เมื่อ $Z_c > Z_{\alpha/2}$ สำหรับ Ha : $\mu_1 - \mu_2 \neq 0$

หรือ $Z_c < -Z_{\alpha/2}$

กรณีที่ 2 เมื่อตัวอย่างที่สุ่มมา 2 กลุ่มนั้นเป็นอิสระกัน แต่ตัวอย่างที่สุ่มมากลุ่มหนึ่ง หรือทั้ง 2 กลุ่ม น้อยกว่า 30 และไม่ทราบค่าความแปรปรวนของทั้ง 2 ประชากร แต่ทราบว่า ไม่ต่างกัน เขตวิกฤตจะอยู่ภายใต้โค้งการแจกแจงแบบ t ที่มี $df = n_1 + n_2 - 2$ และจะปฏิเสธ Ho

เมื่อ $T > t_{\alpha, n_1 + n_2 - 2}$ สำหรับ Ha : $\mu_1 > \mu_2$

เมื่อ $T < -t_{\alpha, n_1 + n_2 - 2}$ สำหรับ Ha : $\mu_1 < \mu_2$

เมื่อ $T > t_{\alpha/2, n_1 + n_2 - 2}$ สำหรับ Ha : $\mu_1 \neq \mu_2$

หรือ $T < -t_{\alpha/2, n_1 + n_2 - 2}$

กรณีที่ 3 เมื่อตัวอย่างที่สุ่มมา 2 กลุ่มนั้น ไม่เป็นอิสระกัน และมีความสัมพันธ์กันเป็นคู่ ๆ จำนวน-n คู่ จะปฏิเสธ Ho **(ใช้เมื่อไม่ทราบค่า σ_d และ $n < 30$)**

เมื่อ $T > t\alpha, n-1$ สำหรับ Ha : $\mu_1 > \mu_2$

เมื่อ $T < -t\alpha, n-1$ สำหรับ Ha : $\mu_1 < \mu_2$

เมื่อ $T > t\alpha/2, n-1$ สำหรับ Ha : $\mu_1 \neq \mu_2$

หรือ $T < -t\alpha/2, n-1$

กรณีทราบค่า σ_d หรือ $n > 30$ ต้องใช้ Z-test ดังนั้น เขตวิกฤตจึงอยู่ภายใต้โค้ง Z

5. คำนวณค่าสถิติสำหรับทดสอบ

กรณีที่ 1 ใช้การทดสอบแบบ Z

$$Z = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - \mu_{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}}{\sigma_{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}}$$

$\mu_{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)} = \mu_1 - \mu_2 = 0$ ตามสมมติฐานว่างเปล่า

$\sigma_{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)} = \sqrt{\sigma_1^2/n_1 + \sigma_2^2/n_2}$

ดังนั้น ตัวสถิติที่ใช้คือ

$$Z = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - \underbrace{\cancel{\mu_{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}}}_{= 0 \text{ ตาม Ho}}}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$ **เมื่อทราบค่า** σ_1^2, σ_2^2

และ

$$Z = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - \underbrace{\mu_{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}}_{= 0 \text{ ตาม Ho}}}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$$ **เมื่อไม่ทราบค่า** σ_1^2, σ_2^2 **และ** $n_1 > 30, n_2 > 30$

กรณีที่ 2 ใช้การทดสอบแบบ t

$\sigma_{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)} = \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$ **เมื่อ** $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$ **และไม่ทราบค่าแท้จริง ตามข้อสมมุติ**

ดังนั้น

$\sigma_{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)} \quad \sqrt{\sigma^2 \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}$

จึงต้องประมาณค่า σ^2

$$\hat{\sigma}^2 = s_p^2 = \frac{(n_1 - 1)\, s_1^2 + (n_2 - 1)\, s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

$(n_1 + n_2 - 2)$ คือ df ที่ใช้เปิดตาราง t

ดังนั้น ตัวสถิติที่ใช้ทดสอบ คือ

$$T = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - \underbrace{\cancel{\mu_{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}}}_{= 0 \text{ ตาม Ho}}}{\sqrt{s_p^2\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$$

กรณีที่ 3 ใช้การทดสอบแบบ t แต่ต้องหาผลต่างของทุกคู่ คือ d_i รวมกัน n คู่ และหาค่าเฉลี่ย คือ $\bar{d} = \frac{\Sigma di}{n}$ และใช้ $\bar{d}$ เป็นค่าประมาณของ $\mu_1 - \mu_2$ ตัวสถิติที่ใช้ทดสอบ คือ

$$T = \frac{\bar{d} - \mu_{\bar{d}}}{s_{\bar{d}}} = \frac{\bar{d}}{s_d/\sqrt{n}}$$

$\mu_d = \mu_1 - \mu_2 = 0$ ตามสมมติฐานว่างเปล่า

$$s_{\bar{d}} = \sqrt{s_{\bar{d}}^2} = \sqrt{s_d^2/n} = s_d/\sqrt{n}$$

$$s_d^2 = \frac{\Sigma^n (d_i - \bar{d})^2}{n-1} = \frac{\Sigma d_i^2 - (\Sigma d)^2/n}{n-1} = \frac{n\Sigma d_i^2 - (\Sigma d_i)^2}{n(n-1)}$$

(n - 1) คือ df สำหรับเปิดตาราง t

6. **สรุปผลการทดสอบ** คือปฏิเสธ Ho ถ้าค่าสถิติตกในเขตวิกฤต และยอมรับ Ho ถ้าค่าสถิติไม่อยู่ในเขตวิกฤต

ตัวอย่าง 1 จำนวนขายโดนัทของร้านโดนัทหน้ามหาวิทยาลัยรามคำแหง และสยามสแควร์ มีดังนี้

ที่ตั้ง	จำนวนขายเฉลี่ยต่อวันจากตัวอย่าง	ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของตัวอย่าง	จำนวนวัน (ขนาดตัวอย่าง)
รามคำแหง	659 ชิ้น	40 ชิ้น	200
สยามสแควร์	710 ชิ้น	60 ชิ้น	175

ให้ทดสอบด้วยระดับนัยสำคัญ .05 ว่าร้านทั้ง 2 แห่ง มีจำนวนขายโดยเฉลี่ยต่อวันไม่ต่างกัน

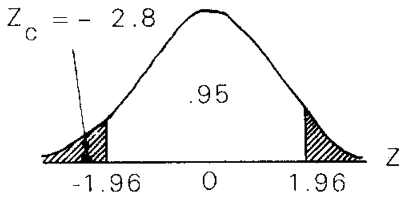
1) Ho : $\mu_1 - \mu_2 = 0$ (จำนวนขายโดยเฉลี่ยไม่ต่างกัน)

2) Ha : $\mu_1 - \mu_2 \neq 0$ (จำนวนขายโดยเฉลี่ยแตกต่างกัน)

3) $\alpha = .05$

4) ตัวอย่างทั้ง 2 กลุ่มเป็นอิสระกัน และไม่ทราบค่า σ_1^2, σ_2^2 แต่ใช้ตัวอย่างขนาดโต คือ $n_1 > 30, n_2 > 30$ เขตวิกฤตจึงอยู่ภายใต้โค้งปกติ และเป็นการทดสอบแบบ 2 ด้าน, $Z_{\alpha/2} = Z_{.025} = \pm 1.96$ นั่นคือ จะปฏิเสธ Ho เมื่อ

$Z_c > 1.96$ หรือ $Z_c < -1.96$



5) $\bar{x}_1 = 695, \hat{\sigma}_1 = s_1 = 40, n_1 = 200$

$\bar{x}_2 = 710, \hat{\sigma}_2 = s_2 = 60, n_2 = 175$

$$\hat{\sigma}_{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)} = \sqrt{\frac{40^2}{200} + \frac{60^2}{175}} = 5.34$$

$$Z = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\hat{\sigma}_{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}} = \frac{695 - 710}{5.34} = -2.8$$

6) Z_C = -2.8 อยู่ในเขตวิกฤต จึงปฏิเสธ Ho และสรุปว่า ร้านทั้ง 2 แห่งมีจำนวนขายเฉลี่ยต่อวันต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญ

ตัวอย่าง 2 มีโปรแกรมฝึกอบรมการพูดภาษาอังกฤษสำหรับพนักงานขาย 2 โปรแกรม โปรแกรมที่ 1 ต้องเสียค่าใช้จ่ายมากกว่าโปรแกรม 2 ดังนั้น ฝ่ายบริหารจึงต้องการความแน่ใจว่าจะมีประสิทธิภาพสูงกว่าโปรแกรม 2 เพื่อคุ้มค่ากับค่าใช้จ่ายที่เพิ่มขึ้นหรือไม่ จงใช้ระดับนัยสำคัญ .05 ทดสอบว่าควรใช้โปรแกรมใดโดยมีข้อมูลดังนี้

โปรแกรม	คะแนน	จำนวนผู้จัดการที่ร่วมให้คะแนน	ค่าประมาณของค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน
1	92%	12	15%
2	84%	15	19%

1. Ho : $\mu_1 - \mu_2 = 0$ (ทั้ง 2 วิธีให้คะแนนเฉลี่ยไม่ต่างกัน)
2. Ha : $\mu_1 - \mu_2 > 0$ (โปรแกรมแรกให้คะแนนเฉลี่ยสูงกว่าโปรแกรม 2)
3. $\alpha = .05$

4. เพราะว่าไม่ทราบค่า σ_1, σ_2 และ $n_1 < 30$, $n_2 < 30$ เขตวิกฤตจึงอยู่ภายใต้โค้ง t ที่ df = $n_1 + n_2 - 2 = 25$ และอยู่ด้านขวาด้านเดียวจากตาราง $t_{.05, 25} = 1.708$ นั่นคือจะปฏิเสธ- Ho เมื่อ $T > 1.708$

5. $n_1 = 12$, $\bar{x}_1 = 92$, $s_1 = 15$

$n_2 = 15$, $\bar{x}_2 = 84$, $s_2 = 19$

$$S_p^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2} = \frac{11(15)^2 + 14(19)^2}{12 + 15 - 2} = 301.16$$

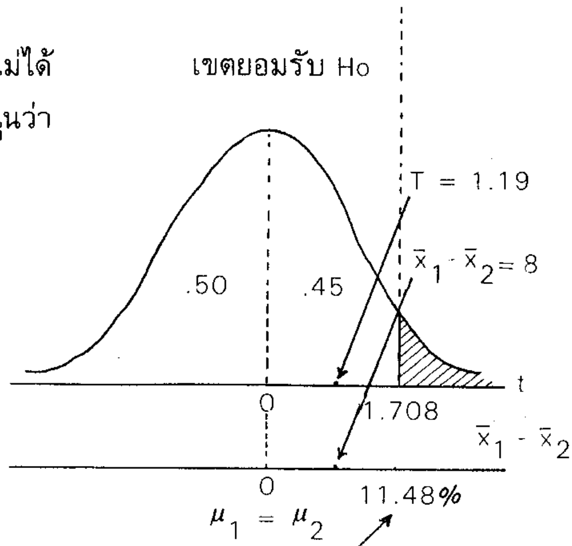
ดังนั้น

$$\hat{\sigma}_{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)} = \sqrt{s_p^2\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)} = \sqrt{301.16\left(\frac{1}{12} + \frac{1}{15}\right)} = 6.721$$

ตัวสถิติที่ใช้ทดสอบคือ

$$T = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\hat{\sigma}_{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}} = \frac{92 - 84}{6.721} = 1.19$$

6. ค่า T = 1.19 ไม่อยู่ในเขตวิกฤตจึงยังปฏิเสธ Ho ไม่ได้ แสดงว่าหลักฐานจากตัวอย่างยังไม่พอที่จะสนับสนุนว่าโปรแกรมแรกดีกว่า



$$\mu_{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)} + 1.708\,\hat{\sigma}_{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)} = 0 + 1.708\,(6.721) = 11.48\%$$

ตัวอย่างที่ 3 เมื่อตัวอย่าง 2 กลุ่ม**ไม่เป็นอิสระกัน** และมีความสัมพันธ์กันเป็นคู่ ๆ เรียกว่าข้อมูลแบบจับคู่ ดังข้อมูลในตารางข้างล่าง คือน้ำหนักของบุคคลที่เข้าโปรแกรมลดน้ำหนัก 10 คน โดยได้ชั่งน้ำหนักของทุกคนก่อนเข้าโปรแกรม และเมื่อจบโปรแกรมแล้ว จึงชั่งน้ำหนักของทุก ๆ คนอีก เพื่อนำมาเปรียบเทียบกับน้ำหนักตอนเริ่มโปรแกรม จะเห็นว่าข้อมูลมี 20 จำนวน แต่มิได้เป็นอิสระกัน ถ้าเราจะแบ่งเป็น 2 กลุ่ม ๆ ละ 10 จำนวน (คือน้ำหนักเริ่มต้น-ภายหลังเข้าโปรแกรม) จะเห็นว่าข้อมูล 2 กลุ่มนี้ไม่เป็นอิสระกัน เพราะถ้าเป็นอิสระกันก็ควรจะเป็นน้ำหนักของ 20 คน ซึ่งไม่มีความเกี่ยวข้องกัน แต่นี่เป็นน้ำหนักของ 10 คน จึงมีข้อมูลที่เกี่ยวข้องหรือมีความสัมพันธ์กันเป็นคู่ ๆ เนื่องจากมีแหล่งที่มาคือ คน ๆ เดียวกัน และข้อสำคัญอีกอันหนึ่งคือ จุดประสงค์ของผู้ทดลองไม่ได้สนใจน้ำหนักก่อน และหลัง แต่เขาสนใจผลต่าง นั่นคือ เราไม่สนใจข้อมูลในรูป 2 กลุ่มตัวอย่างคือน้ำหนักก่อนและหลังเข้าโปรแกรม แต่สนใจตัวอย่างกลุ่มเดียวคือ **น้ำหนักที่ลดลง** ซึ่งสมมุติว่ามาจากประชากรที่มีค่าเฉลี่ย μ_d นั่นคือ

1) Ho : $\mu_1 - \mu_2 = 0$ หรือ Ho : $\mu_d = 0$ (โปรแกรมไม่มีผลช่วยลดน้ำหนัก)

2) Ha : $\mu_1 - \mu_2 > 0$ หรือ Ha : $\mu_d > 0$ (โปรแกรมมีผลช่วยลดน้ำหนัก)

3) $\alpha = .05$

4) เขตวิกฤตอยู่ภายใต้โค้ง t ที่มี df = n - 1, 10 - 1 = 9 และเป็นการทดสอบด้านเดียว จากตาราง

$t_{9,\ .05} = 1.833$

5) ข้อมูลที่เก็บมาคือ

คนที่	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
น้ำหนักก่อนเข้าโปรแกรม	189	202	220	207	194	177	193	202	208	233
น้ำหนักหลังเข้าโปรแกรม	170	179	203	192	172	161	174	187	186	204
น้ำหนักลด (d_i)	19	23	17	15	22	16	19	15	22	29

$$\Sigma d_i = (19 + 23 + \ldots + 299 = 197$$

$$\bar{d} = \frac{\Sigma d_i}{n} = \frac{197}{10} = 19.7$$

$$\Sigma d^2 = (19^2 + 23^2 + \ldots + 29^2) = 4055$$

$$s_d = \sqrt{\frac{\Sigma d_i^2 - (\Sigma d_i)^2/n}{n-1}}$$

$$= \sqrt{\frac{4055 - (19.7)^2/10}{9}}$$

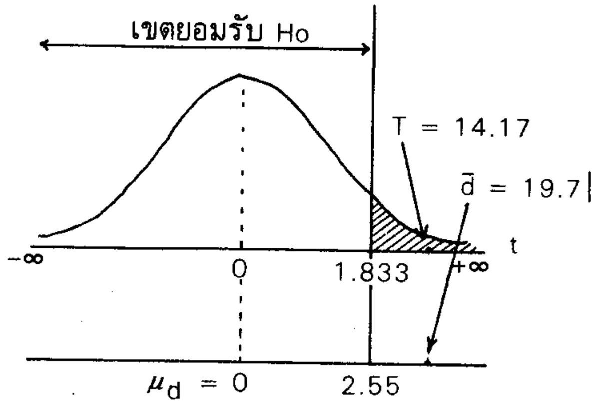
$$= \sqrt{19.34} = 4.40$$

$$\hat{\sigma}_{\bar{d}} = s_{\bar{d}} = s/\sqrt{n} \quad 4.40/\sqrt{10} = 1.39$$

ตัวสถิติที่ใช้ทดสอบคือ

$$T = \frac{\bar{d} - \mu_{\bar{d}}}{s_{\bar{d}}} = \frac{19.7 - 0}{1.39} = 14.17$$

6. T = 14.17 ตกอยู่ในเขตวิกฤตจึงปฏิเสธ Ho และยอมรับ
สมมุติฐานรองว่าโปรแกรมมีผลช่วยลดน้ำหนัก



$$\mu_d + 1.833\, s_{\bar{d}} = 0 + 1.833\,(1.39)$$
$$= 2.55$$

สมมุติเป็นที่ทราบแน่ชัดแล้วว่าโปรแกรมดังกล่าวช่วยลดน้ำหนักได้ เจ้าของโปรแกรมจึงโฆษณาว่าโปรแกรมเขาสามารถลดน้ำหนักได้อย่างน้อยที่สุด 17 ปอนด์ จากข้อมูลที่เก็บมาและใช้ระดับนัยสำคัญ 5% จะสนับสนุนคำกล่าวของเขาหรือไม่?

1) Ho : μ_d = 17 ← น้ำหนักลดเฉลี่ยเพียง 17 ปอนด์

2) Ha : μ_d > 17 ← น้ำหนักลดเฉลี่ยเกิน 17 ปอนด์

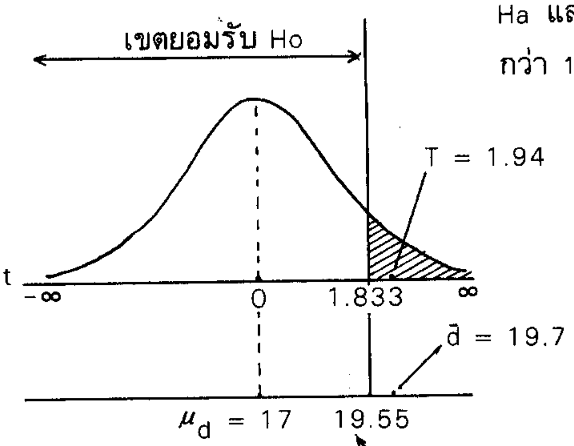
3) α = .05

4) เขตวิกฤตเหมือนเดิม คือเมื่อ $T > t_{.05,\,9} = 1.833$

5) $\bar{d}$ = 19.7, $s_{\bar{d}}$ = 1.39

$$T = \frac{\bar{d} - \mu_d}{s_{\bar{d}}} = \frac{19.7 - 17.0}{1.39} = 1.94$$

6) T = 1.94 อยู่ในเขตวิกฤต จึงปฏิเสธ Ho และยอมรับ Ha และสรุปว่า โปรแกรมช่วยลดน้ำหนักได้ไม่ต่ำกว่า 17 ปอนด์



$\mu_d + t_{.05,\,8}(s_{\bar{d}}) = 17 + 1.833\,(1.39)$
$= 19.55$

ผลดีของการเก็บข้อมูลแบบจับคู่

สมมุติในการทดสอบโปรแกรมดังกล่าว ผู้ทดลองใช้คน 20 คน ซึ่งจะประกอบเป็นตัวอย่าง 2 กลุ่มที่เป็นอิสระกัน สมมุติว่าได้ข้อมูลเดิม คือ น้ำหนักก่อนเข้าโปรแกรมของ 10 คน และน้ำหนักภายหลังเข้าโปรแกรมแล้วของอีก 10 คนต่างหาก และหาค่าเฉลี่ย, ความแปรปรวนของแต่ละกลุ่ม ดังนี้

ตัวอย่าง	ขนาดตัวอย่าง	ค่าเฉลี่ย	ความแปรปรวน
ก่อน	10	202.5	253.61
หลัง	10	182.8	201.96

เนื่องจากเป็นตัวอย่างขนาดเล็ก และไม่ทราบค่า σ^2 จึงประมาณ ดังนี้

$$s_p^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

$$= \frac{(10 - 1)(253.61) + (10 - 1)(201.96)}{10 + 10 - 2}$$

$$= 227.79 = \hat{\sigma}^2$$

$$\hat{\sigma}_{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2)} = \sqrt{s_p^2\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)} = \sqrt{227.79\left(\frac{1}{10} + \frac{1}{10}\right)}$$

$$= 6.79$$

1) Ho : $\mu_1 - \mu_2 = 17$

2) Ha : $\mu_1 - \mu_2 > 17$

3) $\alpha = .05$

4) จะปฏิเสธ Ho เมื่อ $T > t_{.05,\,(n_1 + n_2 - 2)}$, $t_{.05,\,18} = 1.734$

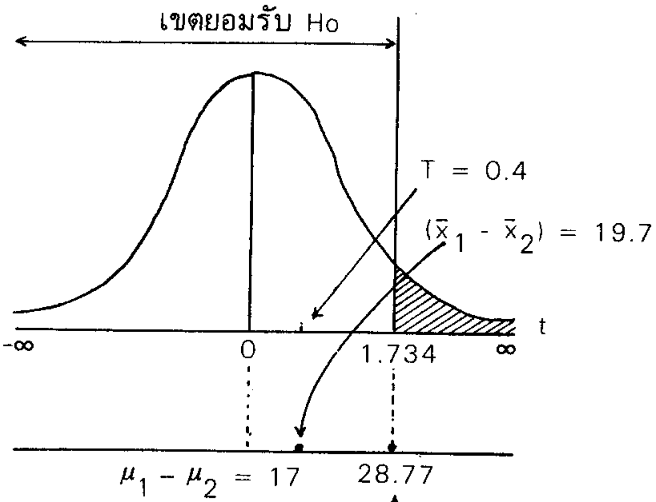
5)

$$T = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\hat{\sigma}_{(x_1 - x_2)}}$$

$$= \frac{(202.5 - 182.8) - 17.0}{6.79}$$

$$= \frac{19.7 - 17.0}{6.79}$$

$$= 0.4$$



$$(\mu_1 - \mu_2) + t_{.05,\,18}\,\hat{\sigma}_{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}$$

$$= 17 + 1.734\,(6.79)$$

$$= 28.77$$

6) T = 0.4 ไม่อยู่ในเขตวิกฤตจึงยังปฏิเสธ Ho ไม่ได้ นั่นคือ จะสรุปว่าโปรแกรมช่วยลดน้ำหนักได้อย่างน้อยที่สุด 17 ปอนด์ ยังไม่ได้

จึงเห็นได้ว่า เมื่อใช้ข้อมูลแบบไม่จับคู่ ยังไม่อาจปฏิเสธ Ho ได้ เพราะเมื่อใช้ข้อมูลแบบจับคู่ จะได้ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานที่เล็กมาก ทำให้น้ำหนักที่ลดเฉลี่ยคือ 19.7 มากกว่า 17.0 อย่างมีนัยสำคัญ แต่เมื่อแยกเป็น 2 กลุ่ม คือไม่จับคู่ จะได้ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานที่สูงมาก (6.79 เทียบกับ 1.39) ดังนั้น เมื่อไปเทียบกับผลต่าง ค่าเฉลี่ย 19.7 จึงไม่โตกว่า 17.0 อย่างมีนัยสำคัญ จึงสรุปได้ว่าการจับคู่ข้อมูลเป็นการควบคุมความผันแปรอันเกิดจากความแตกต่างของบุคคล โดยสนใจอัตราการเปลี่ยนแปลงของน้ำหนักของแต่ละบุคคล

ตัวอย่างที่แสดงผลดีของข้อมูลแบบจับคู่ยังมีอีก เช่น

ตัวอย่าง 1 สถานีทดลองการเกษตรต้องการทราบว่าข้าวโพดลูกผสมพันธุ์ใหม่จะให้ผลผลิตสูงกว่าพันธุ์เดิมหรือไม่ ถ้านำพันธุ์ผสมใหม่ให้ชาวไร่ 10 คน ปลูกแล้วจดสถิติผลผลิตต่อไร่ไว้ และนำพันธุ์เดิมไปให้ชาวไร่อีก 10 คน ปลูกแล้วให้จดสถิติผลผลิตต่อไร่ไว้เช่นกัน โดยวิธีนี้ ตัวอย่างที่ได้มา 2 กลุ่มจะเป็นอิสระกัน แต่ถ้าให้ชาวไร่เพียง 10 คน ปลูกทั้ง 2 พันธุ์พันธุ์ละ 1 ไร่ แล้วจดสถิติผลผลิตต่อไร่ วิธีนี้ตัวอย่าง 2 กลุ่ม ไม่เป็นอิสระกัน จะต้องนำมาจับคู่หาผลต่าง แต่จะเป็นวิธีที่ดี เพราะเมื่อให้ชาวไร่คนเดียวกันปลูก 2 พันธุ์ เขาจะให้ปุ๋ย, ให้น้ำ, ยาฆ่าแมลง ฯลฯ และการปฏิบัติอื่นๆ เหมือนกันทั้ง 2 พันธุ์ ดังนั้น ความแตกต่างของแต่ละคู่จึงเป็นความแตกต่างของสายพันธุ์จริงๆ ไม่รวมความผันแปรอย่างอื่นด้วย และจะให้ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานต่ำ

ตัวอย่างที่ 2 คณะกรรมการจัดซื้อเครื่องพิมพ์แห่งชาติต้องการทราบว่าอัตราการพิมพ์ดีดเร็วหรือช้าขึ้นอยู่กับชนิดของเครื่องที่ใช้พิมพ์ด้วยหรือไม่ โดยเฉพาะความแตกต่างระหว่างการใช้แบบธรรมดาและแบบไฟฟ้า ถ้าทำการทดลองโดยให้พนักงานพิมพ์เครื่องธรรมดา 7 คน และอีก 7 คนพิมพ์เครื่องไฟฟ้า แล้วนำค่าเฉลี่ยมาเปรียบเทียบกัน กับอีกวิธีใช้พนักงานพิมพ์ดีดเพียง 7 คน แต่ละคนต้องพิมพ์ 2 เครื่องจะเห็นว่า วิธีแรกข้อมูล 2 กลุ่ม เป็นอิสระกัน แต่ความแตกต่างที่ได้จะไม่ใช่ความแตกต่างระหว่างเครื่องไฟฟ้ากับธรรมดาเท่านั้น แต่จะรวมความแตกต่างในความสามารถพิมพ์ดีดของพนักงานพิมพ์ด้วย แต่วิธีหลัง ตัวอย่าง 2 กลุ่มไม่เป็นอิสระ ต้องจับคู่หาผลต่าง แต่ผลต่างนี้จะไม่รวมอิทธิพลของพนักงานพิมพ์ดีด เพราะคนเดียวพิมพ์ 2 เครื่อง จะเป็นอิทธิพลของเครื่องพิมพ์ดีดเท่านั้น

แบบฝึกหัด

9.30 เก็บตัวอย่างมา 2 กลุ่ม ซึ่งเป็นอิสระกัน

$n_1 = 36, \bar{x}_1 = 240, s_1 = 40$

$n_2 = 49, \bar{x}_2 = 230, s_2 = 10$

จงใช้ระดับนัยสำคัญ 5% ทดสอบว่าเป็นตัวอย่างที่มาจากประชากรที่มีค่าเฉลี่ยเดียวกัน (Z_C = 1.47, ยอมรับ Ho ว่ามาจากประชากรเดียวกัน)

9.31 ในการเปรียบเทียบวิธีอบรม 2 วิธี ได้สุ่มตัวอย่างผู้เข้ารับการอบรมวิธีที่ 1 มา 6 คน ได้คะแนนความสามารถเฉลี่ย 35 คะแนน ความแปรปรวน 40 คะแนน และสุ่มจากวิธีที่ 2 มา 8 คน ได้คะแนนความสามารถเฉลี่ย 27 คะแนน และความแปรปรวน 45 คะแนน ถ้าใช้ระดับนัยสำคัญ .01 จะสรุปว่า วิธีการทั้ง 2 วิธีให้ค่าเฉลี่ยความสามารถเท่ากันได้ไหม?

(T = 2.26 ยอมรับ Ho ว่าวิธีทั้ง 2 ไม่ต่างกัน)

9.32 จำนวนขายเป็นหน่วยจากตัวแทนจำหน่ายเวลา 1 เดือนก่อนและหลังการส่งเสริม (promotion) การขาย

ตัวแทน	1	2	3	4	5	6	7	8
ก่อน	97	106	106	95	102	111	115	104
หลัง	113	113	101	119	111	122	121	106

ก) จงหาอัตราการเปลี่ยนแปลงโดยเฉลี่ยของจำนวนขายภายหลัง promotion

ข) จงหาค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของการเปลี่ยนแปลง และความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของค่าเฉลี่ย

ค) จงใช้ระดับนัยสำคัญ .05 ทดสอบความแตกต่างของจำนวนขายก่อน และหลังการส่งเสริม

(ก) $\bar{d}$ = 8.75 หน่วย (ข) sd = 8.75 หน่วย

(ค) T = 2.83 ปฏิเสธ Ho, จำนวนขายเพิ่มสูงขึ้นภายหลังการปรับปรุง)

9.33 เลขานุการกรมแห่งหนึ่งต้องการการทราบความแตกต่างของจำนวนค่าพิมพ์ดีดระหว่างพนักงานพิมพ์ดีดที่สนใจตรวจทานหาที่ผิดในงานพิมพ์ กับพนักงานที่ไม่สนใจตรวจทานหาที่ผิด เขาพบว่า ในจำนวนพนักงาน 40 คน ที่ตรวจทานหาที่ผิดด้วยตนเองและได้แก้ไขแล้ว จะพบที่ผิดอีกโดยเฉลี่ย 20.2 แห่ง และมีค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน 2.5 แห่ง ส่วนพนักงานอีก 50 คน ที่ไม่ได้ตรวจทานหาที่ผิดและแก้ไข พบว่ามีจำนวนคำผิดเฉลี่ย 21.0 แห่ง และมีค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน 3.1 แห่ง จงใช้ระดับนัยสำคัญ .10 เพื่อตรวจสอบความแตกต่างของคำผิดของพนักงาน 2 กลุ่มนี้ (Z_C = 1.356, ยอมรับ Ho ว่า 2 กลุ่มไม่ต่างกัน)

9.34 สถาบันวิจัยยา 2 แห่ง ได้คิดค้นยาบรรเทาอาการปวดข้อ อย่างเป็นอิสระกันเมื่อได้ทดลองยาชนิดที่ 1 กับผู้ที่ปวดข้อ 100 ราย พบว่า สามารถบรรเทาอาการปวดข้อได้โดยเฉลี่ย

8.5 ชั่วโมง และมีค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน 2 ชั่วโมง ส่วนยาชนิดที่ 2 เมื่อทดลองใช้กับผู้ปวดข้อ 75 ราย พบว่า บรรเทาอาการปวดได้ 7.8 ชั่วโมง ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน 1.5 ชั่วโมง จงใช้ระดับนัยสำคัญ .02 ตรวจสอบว่า ยาชนิดแรกสามารถบรรเทาอาการปวดข้อได้นานกว่าอย่างมีนัยสำคัญไหม? (Z_C = 2.645, ปฏิเสธ Ho ยาชนิดแรกบรรเทาอาการปวดได้นานกว่า)

9.35 ให้พนักงาน 40 คน เข้ารับโปรแกรมพิเศษ เมื่อสิ้นสุดโปรแกรมแล้วให้ทดสอบความจูงใจ ได้คะแนนเฉลี่ย 28.8 คะแนน และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน 1.38 คะแนน ส่วนผลการสอบความจูงใจของพนักงานอีก 45 คน ได้คะแนนเฉลี่ย 27.7 คะแนน และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน 1.49 คะแนน ถ้าใช้ระดับนัยสำคัญ .05 จงทดสอบความแตกต่างของแรงจูงใจจากโปรแกรมพิเศษ (Z_C =-16.13, ปฏิเสธ Ho, กลุ่ม I มีแรงจูงใจต่ำกว่า)

9.36 บริษัทหนึ่งได้ลงโฆษณาโดยแจกคูปองให้ส่วนลดพิเศษในนิตยสารหลายฉบับบางฉบับจะอยู่ด้านในของปกหน้า บางฉบับจะอยู่ด้านในของปกหลัง อัตราส่วนลดที่ลูกค้าใช้จากนิตยสารต่าง ๆ 18 ฉบับ มีดังนี้

ที่โฆษณา	เปอร์เซนต์ผู้ใช้คูปองส่วนลด								
ด้านในปกหน้า	6.2	5.8	7.1	6.5	6.7	7.0	6.6	6.3	6.9	6.0
ด้านในปกหลัง	4.9	5.2	5.4	5.8	5.9	6.1	6.3	6.5		

จากข้อมูลนี้ แสดงว่าคูปองที่ลงด้านในของปกหน้าและปกหลังได้รับความนิยมแตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ .05 หรือไม่? (T = 3.22, ปฏิเสธ Ho, อัตราการใช้คูปองแตกต่างกัน)

9.37 ในการสำรวจความสิ้นเปลืองของรถที่ใช้งานแล้ว 1 ปี จากผู้ผลิต 2 แห่ง พบว่า รถ 7 คัน จากผู้ผลิต (ก) วิ่งได้เฉลี่ย 21 ไมล์ต่อแกลลอน และมีค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน 5.8 ไมล์ และรถชนิดเดียวกันนี้อีก 9 คัน ซึ่งผลิตจากผู้ผลิต (ข) ให้ระยะทางเฉลี่ย 26 ไมล์ต่อแกลลอน และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน 5.3 ไมล์ ให้ทดสอบว่ารถจากผู้ผลิต (ข) ให้ระยะทางเฉลี่ยสูงกว่าผู้ผลิต (ก) ด้วยระดับนัยสำคัญ .05 (T =-1.8, รถจากผู้ผลิต (ข) มีความสิ้นเปลืองน้อยกว่า, ปฏิเสธ Ho)

9.38 ผู้จัดการฝ่ายควบคุมคุณภาพสินค้าได้เสนอให้ปรับปรุงระบบการหักเงินค่าแรงงานเมื่อลูกจ้างทำสินค้าชำรุด (เสื้อสำเร็จรูป) เมื่อได้ทดลองระบบใหม่กับลูกจ้าง 10 ราย ได้บันทึกจำนวนสินค้าชำรุดก่อนและหลังการใช้ระบบใหม่ในตารางข้างล่าง จงใช้ระดับนัยสำคัญ .05

ทดสอบว่าการเปลี่ยนใช้ระบบใหม่ช่วยทำให้สินค้าชำรุดมีจำนวนลดลง

คนงาน	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ก่อน	12	14	12	13	15	13	14	13.5	12	12.5
หลัง	9	13	14	10	12	11	13	10	11	13

(T = 2.688, ปฏิเสธ Ho, การเปลี่ยนระบบช่วยลดจำนวนชำรุด)

9.39 ผู้ผลิตผงซักฟอกได้แบ่งเขตการตลาดสำหรับส่งเสริมการขาย 9 แห่ง และใช้วิธีส่งเสริม 2 วิธี วิธีละ 1 เดือน และได้บันทึกจำนวนขายมีหน่วยเป็น 1,000 หีบ ดังนี้

เขต	1	2	3	4	5	6	7	8	9
วิธีส่งเสริมที่ 1	46	54	49	39	42	48	51	55	44
วิธีส่งเสริมที่ 2	53	52	49	42	51	50	49	60	43

วิธีส่งเสริม 2 วิธี มีผลให้จำนวนขายแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญที่ α = .10 หรือไม่?
(T = 1.75, ยอมรับ Ho, 2 วิธีไม่ต่างกัน)

9.40 เป็นที่ทราบกันดีว่าการเปิดดนตรีในระหว่างทำงานบางประเภท จะทำให้บุคคลรู้สึกผ่อนคลาย และช่วยเพิ่มผลผลิต แต่ในการผลิตสินค้าที่ต้องการสมาธิสูงการเปิดดนตรีอาจไม่ทำให้จำนวนผลผลิตเพิ่มก็ได้ ผู้จัดการโรงงานแห่งหนึ่งจึงได้ทำการทดลองในแผนกที่ต้องใช้สมาธิสูง โดยให้คนงาน 6 คน ทำงานขณะเปิดดนตรี 1 สัปดาห์ และให้คนงาน 6 คน เดิมทำงานโดยไม่เปิดดนตรีอีก 1 สัปดาห์ ผลผลิตต่อสัปดาห์ของพนักงานทั้ง 6 คน มีดังนี้

คนงาน	1	2	3	4	5	6
เปิดดนตรี	142	136	158	145	150	148
ไม่เปิดดนตรี	139	138	150	145	145	142

จงใช้ α = .05 ทดสอบความแตกต่างของผลผลิตเมื่อเปิดดนตรี และไม่เปิดดนตรี

(T = 2.16, ยอมรับ Ho , 2 วิธีไม่ต่างกัน)

6. การทดสอบความแตกต่างของ 2 สัดส่วน

เมื่อต้องการเปรียบเทียบสัดส่วนของประชากรแบบทวินาม 2 ประชากรคือ π_1 และ π_2 นั่นคือ เราต้องการทราบว่า π_1 และ π_2 ต่างกันหรือไม่เราจะตั้งสมมุติฐาน ดังนี้

$Ho : \pi_1 - \pi_2 = do$

do คือผลต่างที่เราคาดหมาย เช่น คาดว่า ข้าวโพดพันธุ์ใหม่ให้อัตรางอกสูงกว่าเดิม 20% นั่นคือการทดสอบ

$Ho : \pi_1 - \pi_2 = .20$

เมื่อ do = 0 จะได้

$Ho : \pi_1 - \pi_2 = 0$

หรือ $Ho : \pi_1 = \pi_2$ (สัดส่วนของ 2 ประชากรไม่ต่างกัน)

ดังนั้น สมมุติฐานรองจะมี 3 แบบ คือ

$Ha : \pi_1 - \pi_2 > do$ ←เขตวิกฤตจะอยู่ด้านขวามือ

หรือ $Ha : \pi_1 - \pi_2 < do$ ←เขตวิกฤตจะอยู่ด้านซ้ายมือ

หรือ $Ha : \pi_1 - \pi_2 \neq do$ ←เขตวิกฤตจะอยู่ 2 ด้าน

ดังนั้น เมื่อกำหนดระดับนัยสำคัญแล้ว เราจะกล่าวถึงเฉพาะตัวอย่างขนาดใหญ่ คือ 30 ขึ้นไป ซึ่งใช้การแจกแจงแบบปกติประมาณการแจกแจงที่แท้จริงซึ่งคือการแจกแจงแบบทวินาม ดังนั้น เขตวิกฤตจึงอยู่ภายใต้โค้งปกติ ต้องเปิดตาราง Z และขึ้นอยู่กับสมมุติฐานรองว่าเป็นการทดสอบด้านใด ซึ่งวิธีการหาจะเหมือนเดิม

ข้อมูลที่จำเป็น คือ ต้องมีการสุ่มตัวอย่างเพื่อหาค่าประมาณของ π_1, π_2 นั่นคือ จากประชากรที่ 1 จะสุ่มมา n_1 จำนวน และหาสัดส่วนความสำเร็จจากตัวอย่าง คือ $p = \frac{x_1}{n_1}$, และจากประชากรที่ 2 จะสุ่มมา n_2 จำนวน และหาสัดส่วนความสำเร็จจากตัวอย่าง คือ $p_2 = \frac{x_2}{n_2}$ ดังนั้นค่าประมาณของ $\pi_1 - \pi_2$ คือ $\hat{\pi}_1 - \hat{\pi}_2 = p_1 - p_2$ และในบทที่ 7 - 8 เราทราบว่า การแจกแจงตัวอย่างของ $(p_1 - p_2)$

คือ $$\mu_{(p_1 - p_2)} = \pi_1 - \pi_2$$

$$\sigma_{(p_1 - p_2)} = \sqrt{\frac{\pi_1(1 - \pi_2)}{n_1} + \frac{\pi_2(1 - \pi_2)}{n_2}}$$

ค่า $\sigma_{(p_1 - p_2)}$ ติดค่าพารามิเตอร์ π_1, π_2 ซึ่งไม่ทราบค่าแท้จริง

ดังนั้น

$$\hat{\sigma}_{(p_1 - p_2)} = \sqrt{\frac{p_1 q_1}{n_1} + \frac{p_2 q_2}{n_2}}$$

แต่ถ้าการทดสอบที่มี $d_o = 0$

คือ $Ho : \pi_1 - \pi_2 = 0$

$\Rightarrow$ $Ho : \pi_1 = \pi_2 = \pi$

ดังนั้น

$$\sigma_{(p_1 - p_2)} = \sqrt{\frac{\pi(1 - \pi)}{n_1} + \frac{\pi(1 - \pi)}{n_2}}$$

$$= \sqrt{\pi(1 - \pi)\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}$$

แต่ไม่ทราบค่า π

ดังนั้น $\hat{\sigma}_{(p_1 - p_2)} = \sqrt{\hat{\pi}(1 - \hat{\pi})\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}$

โดยที่

$$\hat{\pi} = \frac{x_1 + x_2}{n_1 + n_2}$$

จึงสรุปได้ว่า ตัวสถิติที่ใช้ทดสอบความแตกต่างระหว่าง 2 สัดส่วนจะมี 2 สูตร คือ

1. เมื่อ $d_o \neq 0$ เช่น ทดสอบว่าอัตราการงอกข้าวโพดพันธุ์ใหม่สูงกว่าเดิม 20% (do = .20) ตัวสถิติที่ใช้ทดสอบคือ

$$Z = \frac{(p_1 - p_2) - \mu_{(p_1 - p_2)}}{\hat{\sigma}_{(p_1 - p_2)}}$$

$$= \frac{(p_1 - p_2) - d_o}{\sqrt{\frac{p_1 q_1}{n_1} + \frac{p_2 q_2}{n_2}}}$$

$\mu_{(p_1 - p_2)} = \pi_1 - \pi_2 = do$ เนื่องจาก $Ho : \pi_1 - \pi_2 = do$

2. เมื่อ $d_o = 0$ เช่นทดสอบว่าอัตรางอกของทั้ง 2 พันธุ์ไม่ต่างกัน

$$Z = \frac{(p_1 - p_2) - \mu_{(p_1 - p_2)}}{\hat{\sigma}_{(p_1 - p_2)}}$$

$$= \frac{p_1 - p_2}{\sqrt{\hat{\pi}(1 - \hat{\pi})\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$$

$\mu_{(p_1 - p_2)} = \pi_1 - \pi_2 = 0$
เนื่องจาก
Ho : $\pi_1 - \pi_2 = 0$

$$\hat{\pi} = \frac{x_1 + x_2}{n_1 + n_2}$$

ตัวอย่าง 1 ในการทดสอบยาลดความดัน 2 ชนิด ได้ทดลองยาชนิดที่ 1 กับหนู 100 ตัว มี 71 ตัว ที่มีปฏิกิริยาตอบสนอง คือให้ความดันโลหิตลดลง ส่วนยาชนิดที่ 2 ได้ทำการทดลองกับหนูอีกกลุ่มหนึ่งซึ่งมี 90 ตัว มี 58 ตัว ที่มีปฏิกิริยาตอบสนองคือมีความดันลดลง บริษัทต้องการทดสอบความแตกต่างของอิทธิพลยา 2 ชนิดนี้ ด้วยระดับนัยสำคัญ .05

ข้อมูลที่ได้จากการทดลอง มีดังนี้

$n_1 = 100,\ x_1 = 71,\ p_1 = \frac{71}{100} \quad .71$

$n_2 = 90,\ x_2 = 58,\ p_2 = \frac{58}{90} = .64$

$$\hat{\pi} = \frac{x_1 + x_2}{n_1 + n_2} = \frac{71 + 58}{100 + 90} = \frac{129}{190} = .68$$

$1 - \hat{\pi} = (1 - .68) = .32$

ดังนั้น

$$\hat{\sigma}_{(p_1 - p_2)} = \sqrt{\hat{\pi}(1 - \hat{\pi})\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}$$

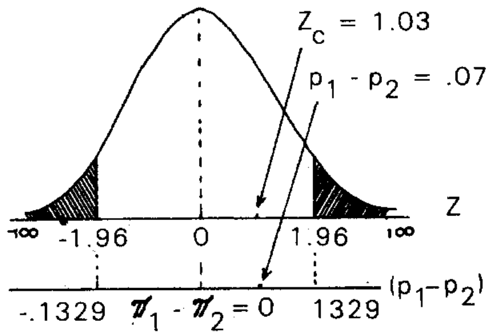
$$= \sqrt{.68(.32)\left(\frac{1}{100} + \frac{1}{90}\right)}$$

$$= .0678$$

1) Ho : $\pi_1 - \pi_2 = 0$

2) Ha : $\pi_1 - \pi_2 \neq 0$

3) $\alpha = .05$



4) $Z_{.025} = \pm 1.96$ นั่นคือ จะปฏิเสธ Ho เมื่อ $Z > 1.96$ หรือ $Z < -1.96$

5) $$Z = \frac{p_1 - p_2}{\hat{\sigma}_{(p_1 - p_2)}} = \frac{.71 - .64}{.0678} = 1.03$$

6) $Z_c = 1.03$ ไม่อยู่ในเขตวิกฤต จึงยอมรับ Ho สรุปว่าอิทธิพลของยาทั้ง 2 ชนิด ไม่ต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ

สำหรับตัวอย่างเดิมนี้ แต่ถ้าเปลี่ยนคำถามใหม่ว่า ยาชนิดที่ 1 ให้ปฏิกริยาตอบสนองสูงกว่าชนิดที่ 2 5% ไหม?

1) Ho : $\pi_1 - \pi_2 = .05$

2) Ha : $\pi_1 - \pi_2 \neq .05$

3) $\alpha = .05$

4) จะปฏิเสธ Ho เมื่อ $Z_c > 1.96$ หรือ $Z_c < -1.96$

5) กรณีนี้ $d_o = .05 \neq 0$

ดังนั้น $$\hat{\sigma}_{(p_1 - p_2)} = \sqrt{\frac{p_1 q_1}{n_1} + \frac{p_2 q_2}{n_2}}$$

$$= \sqrt{\frac{(.71)(.29)}{100} + \frac{(.644)(.356)}{90}}$$

$$= .06787$$

คำนวณค่าสถิติทดสอบ

$$Z = \frac{(p_1 - p_2) - d_o}{\hat{\sigma}_{(p_1 - p_2)}} = \frac{(.71 - .644) - .05}{.06787}$$

$$= 0.24$$

6. $Z_c = 0.24$ ไม่อยู่ในเขตวิกฤต จึงยอมรับ Ho และสรุปว่า
ยาชนิดที่ 1 ให้ปฏิกริยาตอบสนองสูงกว่าชนิดที่ 2 5%

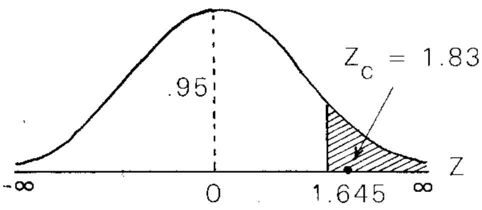
ข้อสังเกต จะเห็นว่า ข้อสรุปของตัวอย่างเดียวกัน ข้อมูลชุดเดียวกัน และใช้ระดับนัยสำคัญเท่ากัน แต่สรุปไม่เหมือนกัน นี่คือ คำอธิบายว่า เมื่อเรายังปฏิเสธ Ho ไม่ได้ เราก็เพียงยอมรับว่า**ยังมีหลักฐานไม่เพียงพอที่จะคัดค้าน** ไม่ได้หมายความดังที่อ้างใน Ho จริง ๆ เช่น ข้อสรุปในตอนแรกหมาย

ความเพียงว่า ยังไม่มีหลักฐานเพียงพอที่จะคัดค้านว่ายาทั้ง 2 ชนิดมีปฏิกริยาต่างกัน แต่ไม่ได้หมายความว่า มีปฏิกริยาเหมือนกันเปี๊ยบ 100% ในตอนที่ 2 ก็เช่นกัน ก็สรุปได้เพียงว่า ยังมีหลักฐานไม่เพียงพอที่จะคัดค้านว่ายาชนิด 1 มีปฏิกริยาสูงกว่าชนิดที่ 2 ต่างไปจาก 5% ไม่ได้หมายความว่าสูงกว่า 5% จริง ๆ ในทางตรงข้ามหากข้อมูลที่เก็บมามีความขัดแย้งสูง เช่น สมมุติว่า ชนิดที่ 1 มีปฏิกริยาตอบสนอง 80 ตัว จาก 100 ตัว ส่วนชนิดที่ 2 มีปฏิกริยาตอบสนองเพียง 45 ตัว จาก 90 ตัว และต้องการทดสอบว่าชนิดที่ 1 สูงกว่า 5%

$$p_1 = \frac{80}{100} = .80,\ p_2 = \frac{45}{90} = .50$$

กรณีนี้ p_1 และ p_2 ต่างกันถึง 30% นับว่าหลักฐานความแตกต่างจากตัวอย่างค่อนข้างมาก ลองดูผลการทดสอบต่อไป ดังนี้

1. Ho : $\pi_1 - \pi_2 = .05$
2. Ha : $\pi_1 - \pi_2 > .05$
3. $\alpha = .05$
4. จะปฏิเสธ Ho เมื่อ $Z_c > Z_{.05} = 1.645$



5. $$\hat{\sigma}_{(p_1 - p_2)} = \sqrt{\frac{p_1q_1}{n_1} + \frac{p_2q_2}{n_2}} = \sqrt{\frac{.8(.2)}{100} + \frac{(.45)(.55)}{90}} = .1369$$

$$Z = \frac{(p_1 - p_2) - d_o}{\hat{\sigma}_{(p_1 - p_2)}} = \frac{(.80 - .50) - .05}{.1369} = 1.83$$

6. $Z_c = 1.83$ อยู่ในเขตวิกฤต จึงปฏิเสธ Ho นั่นคือ ปฏิกริยาตอบสนองต่อยาชนิดที่ 1 สูงกว่ายาชนิดที่ 2 เกิน 5% กรณีที่เราปฏิเสธได้เช่นนี้ เราอธิบายความหมายได้ตามสมมุติฐานรองที่เรายอมรับโดยไม่มีเงื่อนไขประการใด ไม่เหมือนกับการยอมรับสมมุติฐานว่างเปล่า

แบบฝึกหัด

9.41 ในการสอบถามพนักงานบริษัทหนึ่งถึงความพอใจระหว่างการให้บำเหน็จจำนวนมากเมื่อเกษียณอายุกับการเพิ่มเงินเดือนเล็กน้อย มีพนักงานชาย 850 คน จากกลุ่มตัวอย่าง 1,000 คน ที่ชอบการให้บำเหน็จจำนวนมากเมื่อเกษียณอายุ และมีหญิง 400 คน จากกลุ่มตัวอย่าง 500 คน ที่ชอบการให้บำเหน็จจำนวนมากเมื่อเกษียณอายุ จงใช้ระดับนัยสำคัญ .01 ทดสอบว่าสัดส่วนพนักงานชายและหญิงที่ชอบการเพิ่มบำเหน็จเมื่อเกษียณอายุเท่ากัน
(Z_C = 2.38, ยอมรับ Ho, ความนิยม 2 เพศ ไม่ต่างกัน)

9.42 กระทรวงสาธารณสุขกำลังพิจารณาเปิดบริการรับเลี้ยงเด็กตอนกลางวัน ณ ศูนย์บริการสาธารณสุข 2 แห่ง จากครัวเรือนที่สุ่มมาเป็นตัวอย่างในท้องที่ 2 แห่งนั้น พบว่าในเขตแรกที่สุ่มมา 150 หลัง มีแม่บ้านทำงานนอกบ้านตลอดวัน 44% และในอีกท้องที่หนึ่งซึ่งสุ่มมา 100 ครัวเรือน มีแม่บ้านทำงานนอกบ้านตลอดวัน 38%
จงใช้ระดับนัยสำคัญ .05 ตรวจสอบความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญระหว่างสัดส่วนแม่บ้านทำงานนอกบ้านใน 2 ท้องที่นั้น (Z_C = 0.94, ยอมรับ Ho, สัดส่วน 2 ท้องที่ไม่ต่างกัน)

9.43 ในการเปรียบเทียบระบบป้องกันมลพิษ 2 ระบบของโรงงานหนึ่ง พบว่าระบบที่ 1 สามารถลดมลพิษลงถึงระดับที่ต้องการ 63% ของจำนวนการทดลอง 200 ครั้ง ส่วนระบบที่ 2 (ซึ่งแพงกว่า) สามารถลดมลพิษลงถึงระดับที่ต้องการ 79% ของการทดลอง 300 ครั้ง จงใช้ระดับนัยสำคัญ .10 ตรวจสอบว่า ฝ่ายจัดการจะสรุปว่าระบบที่แพงไม่ได้ดีกว่าระบบไม่แพงได้ไหม? (Z_C = -3.95, ปฏิเสธ Ho, ระบบแพงมีประสิทธิภาพสูงกว่า)

9.44 บริษัทยาได้ผลิตวัคซีนรักษาหวัดชนิดใหม่และโฆษณาว่า ให้ผลการรักษาสูงกว่าวัคซีนเดิม ถ้าทดลองฉีดวัคซีนชนิดใหม่ 400 คน มี 240 คนที่ไม่เป็นหวัดตลอดฤดูฝน และฉีดวัคซีนชนิดเดิมกับผู้ทดลองอีก 400 คน มี 200 คน ไม่เป็นหวัดตลอดฤดูฝน จะมีหลักฐานเพียงพอที่จะสนับสนุนคำอ้างของบริษัทยา ด้วยระดับนัยสำคัญ .01 หรือไม่? (Z_C = 2.86, ปฏิเสธ Ho,-วัคซีนใหม่มีผลการรักษาดีกว่า)

9.45 สถานีโทรทัศน์ต้องการทดสอบความนิยมจากผู้ชมระหว่าง 2 รายการเมื่อสุ่มผู้ชมรายการ A มา 400 คน มี 205 คน ที่ดูรายการ A สม่ำเสมอ และเมื่อสุ่มผู้ชมรายการ B มาอีก 400 คน พบว่า มี 250 คน ที่ชมรายการ B อย่างสม่ำเสมอ จงทดสอบความแตกต่างของอัตราการรับชมระหว่าง 2 รายการ ด้วยระดับนัยสำคัญ 5% (Z_C =-3.21, ปฏิเสธ Ho, อัตราการรับชมแตกต่างกัน)

9.46 บริษัทประกันภัยได้สุ่มตัวอย่างพนักงานขายวุฒิปริญญามา 200 คน มี 60 คน ที่ขายประกันได้สูงกว่าระดับที่กำหนดให้เมื่อเข้าทำงานได้ 1 เดือน ส่วนพนักงานที่ไม่จบปริญญาที่สุ่มมา 200 คน มี 50 คน ที่ขายได้สูงกว่าระดับที่กำหนดให้ภายในเดือนแรกที่เข้าทำงาน เราจะสรุปได้ไหมว่า การศึกษาระดับปริญญาทำให้ผลงานต่างกัน เมื่อใช้ α = .02 (Z_C = 1.12 ยอมรับ Ho, ผลงาน 2 กลุ่มไม่ต่างกัน)

9.47 ภายหลังการเกิดอุทกภัยที่เมือง ๆ หนึ่ง เจ้าหน้าที่สาธารณสุขของชุมชนหนึ่งพบว่า ในบรรดาผู้ได้รับการฉีดวัคซีนป้องกันโรคไทฟอยด์ 2,000 คน มี 20 คน ป่วยเป็นโรคไทฟอยด์ แต่ในบรรดาผู้ที่ไม่ได้รับการฉีดยา 10,000 คน มี 280 คน ที่เป็นโรคนี้ ถ้าใช้ α = .01 จะสรุปได้หรือไม่ว่า ผู้ได้รับการฉีดวัคซีนมีโอกาสเป็นโรคน้อยกว่าผู้ไม่ได้ฉีดยา (Z_C=-11.61, ปฏิเสธ Ho, ผู้ฉีดวัคซีนมีโอกาสเป็นโรคน้อยทว่าผู้ไม่ฉีด)

แบบฝึกหัดทบทวน

9.48 จงตั้งสมมุติฐานว่างเปล่าและสมมุติฐานรองสำหรับสภาวการณ์ต่อไปนี้

ก) เมื่อนักวิจัยต้องการทดสอบว่า วิธีการสอนที่ปรับปรุงใหม่ทำให้นักเรียนได้คะแนนสอบสูงกว่าคะแนนเฉลี่ยเดิม ซึ่งเท่ากับ 85 คะแนน

ข) ผู้บริหารบริษัทการบินต้องการทราบว่า พนักงานต้อนรับชายที่ประจำบนเรือบินมีความสูงโดยเฉลี่ยไม่ต่ำกว่า 66 นิ้วฟุต

9.49 ผู้ผลิตแบตเตอรีขนาดเล็กแถลงว่า แบตเตอรี่ของเขามีอายุการใช้งานไม่ต่ำกว่า 28 เดือน จึงออกใบรับประกันว่าจะเปลี่ยนให้ใหม่ถ้าใช้ยังไม่ครบ 28 เดือนแล้วชำรุด จงแสดงผลที่ติดตามมา ถ้าเกิดความผิดประเภทที่ 1 และประเภทที่ 2

9.50 ผู้ผลิตเสื้อผ้าสำเร็จรูปได้ผลิตเสื้อโดยตั้งสมมุติฐานว่าสตรีที่ซื้อเสื้อสำเร็จรูปของเขาจะมีน้ำหนักโดยถัวเฉลี่ย 110 ปอนด์ สุ่มตัวอย่างครั้งแรกได้น้ำหนักเฉลี่ย 98 ปอนด์ และครั้งที่ 2 ได้น้ำหนักเฉลี่ย 122 ปอนด์ ถ้าบริษัทต้องการทดสอบว่าค่าเฉลี่ยของประชากรเป็น 110 ปอนด์หรือไม่ ตัวอย่างใดมีแนวโน้มที่จะยอมรับสมมุติฐานว่างเปล่ามากกว่ากัน เพราะเหตุใด

9.51 ตัวแทนขายปากกาที่สามารถลบหมึกได้ต้องการทดสอบความแตกต่างของการวางสินค้าจึงใช้ร้านตัวอย่าง 36 ร้าน วางขายบนหิ้ง และอีก 36 ร้าน ให้ว่างขายในตู้พบว่า จำนวนขายเฉลี่ยแบบวางขายบนชั้นแบ่ง (หิ้ง) ได้ 40 ด้ามต่อเดือน และมีค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน 3 ด้าม ส่วนการวางขายในตู้ให้จำนวนขายเฉลี่ย 42 ด้าม (ในเดือนเดียวกันนั้น) และมีค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.5 ด้าม จงทดสอบด้วยระดับนัยสำคัญ .05 (Z_C =-3.95, ปฏิเสธ Ho,

จำนวนขายในตู้โชว์สูงกว่า)

9.52 บรรณรักษ์ห้องสมุดมหาวิทยาลัยแห่งหนึ่ง สังเกตว่า มีการเปลี่ยนแปลงจำนวนการยืมหนังสือต่อนักศึกษา 1 คน ซึ่งแต่เดิมพบว่า มีนักศึกษายืมโดยเฉลี่ยคนละ 3.5 เล่ม เธอได้สุ่มบัตรยืมของนักศึกษา 20 คน พบว่าโดยเฉลี่ยยืมคนละ 4.2 เล่มต่อครั้ง และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน 1.8 เล่ม ถ้าใช้ α = .05 จะสรุปว่ามีการเปลี่ยนแปลงของอัตราการยืมไหม?

(T = 1.739, ยอมรับ Ho, อัตราคงเดิม)

9.53 ผู้ผลิตอาหารสุนัขต้องการทราบว่า จำนวนแคลอรี่ของอาหารสุนัขที่คู่แข่งผลิตแตกต่างกับของตนเองหรือไม่ จากตัวอย่างที่ผลิตภัณฑ์ของผู้ผลิตเอง โดยสุ่มมาวิเคราะห์ 80 ออนซ์ พบว่าให้แคลอรี่โดยเฉลี่ยออนซ์ละ 64.3 หน่วย และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.5 หน่วย ส่วนผลวิเคราะห์ผลิตภัณฑ์ของคู่แข่ง 60 ออนซ์ พบว่าให้แคลอรี่โดยเฉลี่ยออนซ์ละ 64.1 หน่วย และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน .25 หน่วย จงใช้ระดับนัยสำคัญ .05 ทดสอบความแตกต่างของอาหารสุนัขจากผู้ผลิตทั้ง 2 บริษัท (Z = 3.1, ปฏิเสธ Ho, จำนวนแคลอรี่ของบริษัทสูงกว่าของคู่แข่ง)

9.54 ผู้จัดการฝ่ายผลิตของโรงงานหนึ่งเชื่อว่า พนักงานใช้เวลาโดยสูญเปล่าอย่างน้อย 20% ของเวลาทำการเนื่องจากการวางระบบงานผิดพลาด และมีเครื่องจักรขัดข้องจึงต้องพักการผลิต ฝ่ายมาตรฐานของบริษัทจึงเก็บตัวอย่างการทำงานของพนักงานในทุก ๆ แผนกมา 800 คน เพื่อหาเปอร์เซ็นต์การพักงาน พบว่า พนักงานใช้เวลาพักงาน 15% ของเวลาทำงาน ถ้าใช้ α = .05 ควรยอมรับหรือปฏิเสธคำกล่าวของฝ่ายผลิต?

(Z = -3.54, ปฏิเสธ Ho, เปอร์เซ็นต์การพักงานไม่ถึง 20%)

9.55 ในการสำรวจพัสดุที่ส่งทางไปรษณีย์ 5,000 ชิ้น มี 19 ชิ้น ไม่ถึงปลายทางจากผลการสำรวจนี้ จะสรุปด้วย α = .05 ได้หรือไม่ว่าอัตราพัสดุสูญหายได้เพิ่มสูงจากเดิมซึ่งมีไม่เกิน 0.3%? (Z_C = 1.13, ยอมรับ Ho, อัตราการสูญหายคงเดิม)

9.56 ถ้ากรมโรงงานอุตสาหกรรมมีระเบียบห้ามโรงงานปล่อยน้ำที่มีอุณหภูมิสูงเกิน 82°F หรือ 28°C ลงแม่น้ำ จากการสุ่มมาวิเคราะห์ 100 ตัวอย่างพบว่าน้ำที่ปล่อยทิ้งมีอุณหภูมิเฉลี่ย 84°F หรือ 29°C ถ้า σ = 7.2°F หรือ 4°C จะกล่าวได้ไหมว่าโรงงานละเมิดระเบียบของราชการเมื่อใช้ α = .04 (Z_C = 2.78, ปฏิเสธ Ho, โรงงานละเมิดระเบียบของราชการ)

9.57 ฝ่ายมาตรฐานสินค้าได้สุ่มน้ำอัดลมยี่ห้อหนึ่งซึ่งระบุที่ขวดว่ามีขนาดบรรจุ 32 ออนซ์มา 100 ขวด พบว่ามีขนาดบรรจุเฉลี่ย 31.8 ออนซ์ ถ้า σ = 2 ออนซ์ จะปฏิเสธคำกล่าวของผู้ขายที่ว่าบรรจุอย่างต่ำ 32 ออนซ์ ด้วย α = .05 ได้หรือไม่? (Z_C = -1.0, ยอมรับ Ho, ขนาดบรรจุไม่ต่ำกว่า 32 ออนซ์)

9.58 โรงงานผลิตเสื้อสำเร็จรูปสั่งซื้อผ้าจากโรงงานทอผ้า 200 พับ ๆ ละ 64 หลา และมีค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน 4 หลา เมื่อสุ่มมา 36 พับ พบว่ามีเฉลี่ยพับละ 64.8 หลา จะสรุปด้วยระดับนัยสำคัญ .02 ได้ไหมว่าแต่ละพับมีความยาวเฉลี่ย 64 หลา?

(Z_C = 1.32, ยอมรับ Ho, ความยาวเฉลี่ยคงเดิม)

9.59 โรงงานผลิตอาหารกระป๋องได้สุ่มตัวอย่างร้านของชำมา 300 แห่ง พบว่ามี 43% ที่ขายผลิตภัณฑ์ของโรงงาน ต่อมาโรงงานได้จ้างตัวแทนจัดจำหน่าย และได้สุ่มตัวอย่างร้านชำมาอีก 400 แห่ง พบว่ามี 51% ที่ขายผลิตภัณฑ์ของโรงงานถ้าใช้ระดับนัยสำคัญ 5% จะกล่าวได้หรือไม่ว่าตัวแทนจำหน่ายช่วยขยายตลาดผลิต**ภัณฑ์ของโรงงาน**

(Z_C =-2.1, ปฏิเสธ Ho,- ตัวแทนช่วยขยายตลาด)

9.60 จากข้อ 9.59 จะสรุปว่าตลาดขยายขึ้น 5% ได้ไหม?

(Z_C = 0.789, ยอมรับ Ho, ตลาดขยายขึ้น 5%)

9.61 ฝ่ายบัญชีบริษัทหนึ่งตั้งข้อสมมุติว่า การทวงหนี้โดยโทรศัพท์จะให้ผลรวดเร็วกว่าการใช้จดหมาย จึงแบ่งลูกหนี้เป็น 2 กลุ่ม กลุ่มหนึ่งใช้วิธีทวงถามโดยโทรศัพท์ อีกกลุ่มใช้วิธีทวงโดยจดหมาย และบันทึกเวลาจากการทวงถามถึงการชำระหนี้ เป็นวัน ดังนี้

วิธีการทวงถาม	จำนวนวัน					
จดหมาย	6	8	9	12	10	9
โทรศัพท์	4	5	4	8	6	9

วิธีการทวงถามทั้ง 2 วิธี ให้ผลต่างกันอย่างมีนัยสำคัญหรือไม่? α = .05

(T = 2.54, ปฏิเสธ Ho, **การทวงถามทางโทรศัพท์ใช้เวลาน้อยกว่าทางจดหมาย**)

9.62 บริษัทคู่แข่งยาแก้ปวดแอสไพรินได้โฆษณาว่า ตัวยาของคู่แข่งจะถูกดูดซึมเข้าในกระแสโลหิตได้เร็วกว่า จึงทำให้หายปวดเร็วกว่า ผู้ผลิตแอสไพรินจึงทำการทดลองโดยให้ คน 7 คน กินแอสไพรินวันละ 1 ครั้ง ติดต่อกัน 3 สัปดาห์ และได้บันทึกเวลาที่แอสไพรินถูกดูดซึมเข้ากระแสโลหิตไว้ ต่อมาอีก 3 สัปดาห์ ได้ให้คน 7 คนเดิมกินยาของคู่แข่ง แล้วบันทึกเวลาไว้เช่นกัน ได้ข้อมูลดังนี้

คน	1	2	3	4	5	6	7
แอสไพริน	15.00	25.50	22.25	14.50	28.00	10.00	20.50
ยาคู่แข่ง	12.00	20.00	25.75	18.25	24.00	12.50	17.00

การดูดซึมยาเข้ากระแสโลหิตของแอสไพรินต่างกับของคู่แข่งที่ระดับนัยสำคัญ .05 ไหม?
คำตอบ : (T = .595, ยอมรับ Ho, การดูดซึมยาเข้ากระแสโลหิตของทั้ง 2 ชนิดไม่แตกต่างกัน)

9.63 บริษัทรับเหมาจัดสวนและบริเวณบ้านได้ทำสัญญาตกแต่งบ้าน 120 หลัง โดยตั้งเป้าหมายว่าจะใช้เวลาตกแต่งไม่เกิน 8 วันต่อ 1 หลัง ถ้าใช้เวลาเกินนี้บริษัทอาจขาดทุน ถ้าบ้านที่ตกแต่งเรียบร้อยแล้ว 15 หลัง พบว่าใช้เวลาโดยเฉลี่ยบ้านละ 10 วัน ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน 3 วัน ถ้าใช้ $\alpha = .10$ จะมีเหตุผลเพียงพอจะเชื่อได้หรือไม่ว่าจำนวนวันที่ใช้ต่อหลังเมื่อสิ้นสุดโครงการจะเกิน 8 วัน (T= 2.75, ปฏิเสธ Ho, เวลาโดยเฉลี่ยสูงกว่า 8 วัน)

9.64 ฝ่ายบุคลากรบริษัทหนึ่งเชื่อว่ามีคนงานทำงานล่วงเวลาสัปดาห์ละ 15% ถ้าสุ่มพนักงานมา 200 คน จากทั้งหมด 2,000 คน พบว่ามี 17% ทำงานล่วงเวลาในสัปดาห์นั้น จงใช้ $\alpha = .10$ ทดสอบเปอร์เซ็นต์ผู้ทำงานล่วงเวลาเป็นค่าอื่นที่ต่างจาก 15%

($Z_C = 0.83$, ยอมรับ Ho, เปอร์เซ็นต์ผู้ทำล่วงเวลาคงเดิม)

9.65 นักเล่นหุ้นผู้หนึ่งกล่าวว่า เขาสามารถทำนายราคาหุ้นได้ถูกต้อง 80% ว่าในเดือนต่อไปจะมีราคาขึ้นหรือลง ถ้าผลการทำนาย 40 หุ้น สามารถทำนายถูกต้อง 28 หุ้น จะเชื่อคำอ้างของเขาได้ไหม หรือจะสรุปว่าความถูกต้องต่ำกว่า 80%? ใช้ $\alpha = .01$

($Z_C = -1.58$, ยอมรับ Ho, ทำนายถูกต้อง 80%)

9.66 ในการสอบวิชาบัญชี คาดว่าจะมีผู้สอบได้เพียง 4% ถ้าผลการสอบมีผู้สอบได้ 55 คน จาก 1,000 คน จงทดสอบโดยใช้ระดับนัยสำคัญ .01 ว่าเปอร์เซ็นต์ผู้สอบได้สูงกว่า 4%

($Z_C = 2.43$, ปฏิเสธ Ho, เปอร์เซ็นต์ผู้สอบได้สูงกว่า 4%)

9.67 ผู้ผลิตมอเตอร์ซึ่งมีคุณภาพดี และราคาถูก คาดว่าจะสามารถครองตลาดได้ 48% ของตลาดภูมิภาคภายใน 1 ปี ถ้าในภูมิภาคมีผู้ใช้ 5,000 ราย และเมื่อสุ่มมา 10% พบว่ามีผู้ใช้มอเตอร์ของเขา 45% ถ้าใช้ระดับนัยสำคัญ .05 จะสรุปว่า จำนวนขายไม่เป็นไปตามเป้าหมายหรือไม่?

($Z_C = -1.41$, ยอมรับ Ho, อัตราการครองตลาดเป็นไปตามเป้าหมาย)

9.68 เชื่อกันว่า พนักงานที่ใช้พิมพ์ดีดไฟฟ้าจะพิมพ์เร็วกว่าใช้เครื่องธรรมดา 10% ถ้ามีการทดลองโดยมีกลุ่มตัวอย่างที่เป็นอิสระกัน 2 กลุ่ม ได้ข้อมูลดังนี้

เครื่องไฟฟ้า	เครื่องธรรมดา
$n_1 = 25$	$n_2 = 25$
$\bar{x}_1 = 58$ คำ/นาที	$\bar{x}_2 = 55$ คำ/นาที
$\sigma_1^2 = 78$	$\sigma_2^2 = 66$

ถ้าอัตราการพิมพ์ดีดมีการแจกแจงแบบปกติ จะสรุปได้หรือไม่ว่าจำนวนพิมพ์เฉลี่ยของเครื่องไฟฟ้าสูงกว่าแบบธรรมดา 10%? α = .01 (Z_C = 1.25, ยอมรับ Ho, ไม่มีความแตกต่างกัน)

9.69 โรงงานผลิตยาได้ทดสอบคุณภาพของยา A และ B โดยให้คนไข้ 200 คน กินยา A มี 105 คน ที่แจ้งว่าหาย และอีกกลุ่มหนึ่งจำนวน 400 คน กินยา B มี 231 คน ที่แจ้งว่าหาย จงใช้ α = .01 ทดสอบว่า ยา B ให้ผลการรักษาสูงกว่ายา A

(Z_C = -1.22, ยอมรับ Ho, ยา 2 ชนิด มีผลการรักษาไม่ต่างกัน)
