

## 5. ความน่าจะเป็น

1. ประวัติความเป็นมาของทฤษฎีความน่าจะเป็น
2. พื้นฐานเบื้องต้นของการศึกษาความน่าจะเป็น
3. การหาความน่าจะเป็น 3 วิธี
4. กฎต่าง ๆ ของความน่าจะเป็น
5. ความน่าจะเป็นภายใต้เงื่อนไขของเหตุการณ์ที่เป็นอิสระกัน
6. ความน่าจะเป็นภายใต้เงื่อนไขของเหตุการณ์ที่ไม่เป็นอิสระกัน
7. ทฤษฎีของเบย์ส์
8. สรุปรูป
9. แบบฝึกหัด
10. แบบทดสอบ

## 1. ประวัติความเป็นมาของทฤษฎีความน่าจะเป็น

ผู้ที่เป็นบิดาของทฤษฎีความน่าจะเป็นที่ควรรู้จักคือ

Jacob Bernoulli (1654-1705)

Abraham de Moivre (1667-1754)

Reverend Thomas Bayes (1702-1761)

Joseph Lagrange (1736-1813)

ทั้ง 4 ท่านนี้ เป็นผู้ริเริ่มพัฒนาทฤษฎีความน่าจะเป็นในราวศตวรรษที่ 18 ต่อมาในศตวรรษที่ 19 Pierre Simon ซึ่งเป็นมาร์ควิสแห่งเมืองลาปลาซ (1749-1827) ได้รวมความคิดของ 4 ท่านแรกเป็นทฤษฎีความน่าจะเป็นที่ใช้กันทั่ว ๆ ไป

เราจำเป็นต้องศึกษาทฤษฎีความน่าจะเป็นเพราะเป็นส่วนหนึ่งของชีวิตประจำวัน เพราะเหตุการณ์ในชีวิตประจำวันประกอบด้วย “ความไม่แน่นอน” เป็นส่วนใหญ่เช่น เมื่อเราฟังข่าวว่ามีน้ำท่วม หรือจรวดติดขัดในเส้นทางใดเราจะต้องเปลี่ยนเส้นทาง หรือถ้าจำเป็นก็ต้องเผื่อเวลาสำหรับการจราจรติดขัด นักศึกษาเลือกเรียนคอมพิวเตอร์ เพราะคาดว่ามันกำลังเป็นที่นิยม จะช่วยให้หางานได้ง่ายขึ้น หรือแม้แต่การเรียนแต่ละวิชา นักศึกษาก็เผชิญกับความไม่แน่นอนว่าจะทำข้อสอบผ่านหรือไม่

---

### แบบฝึกหัด

- 5.1 ธุรกิจประกันภัยจะคำนวณอัตราเบี้ยประกันโดยใช้ทฤษฎีความน่าจะเป็น ทั้ง ๆ ที่บริษัททราบแน่นอนว่า ผู้เอาประกันทุกคนต้องตายในวันหนึ่ง เช่นนี้จะหมายความว่า ทฤษฎีความน่าจะเป็นไม่น่าจะใช้ได้สัมฤทธิ์ผลในธุรกิจประกันภัยใช่หรือไม่? จงอธิบาย
- 5.2 บุหรี่ที่ขายในบางประเทศจะมีข้อความเตือนผู้สูบว่า “คณะแพทย์ได้วิจัยแน่ชัดแล้วว่าการสูบบุหรี่ยิ่งให้โทษแก่สุขภาพ” อยากทราบว่า ทฤษฎีความน่าจะเป็นมีส่วนเกี่ยวข้องกับข้อความนี้เพียงไร?
- 5.3 บริษัทผลิตเสื้อสำเร็จรูปของเด็กที่มีชื่อเสียงแห่งหนึ่งได้ตัดสินใจขยายการผลิตโดยเพิ่มแผนกเสื้อวัยรุ่น อยากทราบว่า ทฤษฎีความน่าจะเป็นเข้ามามีบทบาทต่อการตัดสินใจของบริษัทอย่างไร?

---

## 2. พื้นฐานเบื้องต้นของการศึกษาความน่าจะเป็น

โดยทั่ว ๆ ไป ความน่าจะเป็นหมายถึง โอกาสที่สิ่งใดสิ่งหนึ่งจะเกิดขึ้น มักอยู่ในรูปเศษส่วน ( $\frac{1}{6}, \frac{1}{2}, \frac{8}{9}$ ) หรืออยู่ในรูปทศนิยม (.167, .500, .889) ซึ่งมีค่าอยู่ระหว่าง 0 ถึง 1 ความน่าจะเป็น 0 หมายความว่าเหตุการณ์นั้นไม่มีโอกาสจะเกิด ส่วนความน่าจะเป็น 1 หมายความว่าเหตุการณ์นั้นจะเกิดขึ้นเสมอ

คำว่า เหตุการณ์ หมายถึง ผลติดตาม (outcomes) ตั้งแต่ 1 อันขึ้นไปจากการกระทำ การทดลอง เช่น การทดลองโยนเหรียญ 1 อัน และหงายเป็นก้อยจะเป็นเหตุการณ์อันหนึ่ง และถ้าได้ หัว ก็จะเป็นเหตุการณ์อีกอันหนึ่ง หรือการหยิบไพ่จากรับ 1 ใบ ถ้าหยิบได้สิบลีโพดำ ก็เป็น เหตุการณ์อันหนึ่ง จากเหตุการณ์ที่เป็นไปได้ทั้งหมด 52 อัน การกระทำเพื่อให้เกิดเหตุการณ์ เรียกว่า การทดลอง (experiment) และผลติดตามทั้งหมดจากการทดลองเรียกว่า sample space เช่น การทดลองโยนเหรียญ 1 อัน sample space คือ

$$S = \{ H, T \}$$

การหยิบไพ่ 1 ใบ จะให้ sample space ที่มี 52 อย่าง การโยนลูกเต๋าจะมี sample space 6 อย่าง เหตุการณ์หลายอันจะเรียกว่า เหตุการณ์ที่ไม่มีผลร่วมกัน (mutually exclusive) เมื่อ สามารถเกิดขึ้นได้คราวละ 1 เหตุการณ์ นั่นคือ ถ้ามีอันใดอันหนึ่งเกิดขึ้นแล้ว เหตุการณ์ที่เหลือจะไม่ เกิด เช่น เหตุการณ์ได้หัว และเหตุการณ์ได้ก้อยจากการโยนเหรียญเพียง 1 ครั้ง จะเป็นเหตุการณ์ที่ ไม่มีผลร่วมกัน คือ เมื่อเหรียญหงายเป็นหัวแล้ว ก้อยจะไม่มีโอกาสเกิด เพราะโยนเพียงครั้งเดียว หรือผลการเรียนแต่ละวิชา จะมีเกรด 3 อย่าง คือ G, P, F และทั้ง 3 อันนี้ เป็นเหตุการณ์ที่ไม่มีผลร่วม กัน เพราะนักศึกษาแต่ละคนไม่สามารถจะได้เกรดมากกว่า 1 ชนิด ดังนั้น วิธีลัด เพื่อตรวจสอบว่า เหตุการณ์กลุ่มหนึ่งมีลักษณะ “ไม่มีผลร่วมกัน” หรือไม่ คือ การถามตัวเองว่า เหตุการณ์เหล่านั้น สามารถเกิดพร้อมกันตั้งแต่ 2 อันขึ้นไปได้ไหม ถ้าตอบว่าได้ หมายความว่า เป็นเหตุการณ์ที่มี ผลร่วมกัน (ไม่ใช่ mutually exclusive)

รายชื่อของเหตุการณ์ที่เป็นไปได้ทั้งหมดจากงานทดลองหนึ่ง จะเรียกรายชื่อนั้นว่ามี ลักษณะ Collective exhaustive เช่นการโยนเหรียญ รายชื่อ H และ T เป็น collective exhaustive

### แบบฝึกหัด

- 5.4 จงหารายชื่อ Collective exhaustive ของการโยนลูกเต๋า 2 ลูก
- 5.5 เมื่อหยิบไพ่มา 1 ใบ จากรับ 52 ใบ เหตุการณ์ต่อไปนี้ คู่ใดที่ “ไม่มีผลร่วมกัน”
1. เป็นไฟโพแดง และควีน
  2. เป็นไฟข้าวหลามตัด และสี่แดง
  3. เป็นเลขคู่ และโพดำ
  4. เป็น Ace และเลขคู่

- 5.6 เมื่อโยนลูกเต๋า 2 ลูกพร้อมกันเหตุการณ์คู่ใดที่ไม่มีผลร่วมกัน (mutually exclusive)
1. ลูกหนึ่งขึ้นเลข 5 และผลรวมได้ 5
  2. ทั้ง 2 ลูกเป็นเลขคู่ และผลรวมได้ 7
  3. ทั้ง 2 ลูกเป็นเลขคู่ และผลรวมได้ 8
  4. ลูกหนึ่งขึ้นเลข 2 และผลรวมได้ 9
  5. ลูกหนึ่งขึ้นเลข 4 และผลรวมได้ 10
- 5.7 จงหา sample space ของครอบครัวที่มีลูกแฝด 2 คน และแฝด 3 คน (จำแนกตามเพศ)
- 5.8 ถ้าโยนลูกเต๋า 2 ลูก จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้ผลรวมเป็น 1, 2, 5, 6, 7, 10, 11
- 5.9 ก. จงหา “เหตุการณ์” ของผู้สมัครเลือกตั้ง  
 ข. เหตุการณ์ในข้อ (ก) มีลักษณะ Collective exhaustive ไหม?  
 ค. เหตุการณ์ในข้อ (ก) เป็น mutually exclusive ไหม?  
 ง. ถ้าท่านไม่ทราบข่าวสารเกี่ยวกับผู้สมัครเลย ท่านจะให้ความน่าจะเป็นกับเหตุการณ์ในข้อ (ก) อย่างไร
- 

### 3. การหาความน่าจะเป็น 3 วิธี

1. วิธีคลาสสิก (classical approach)
2. วิธีใช้ความถี่สัมพัทธ์ (relative frequency approach)
3. วิธีจิตวิสัย (subjective approach)

#### การหาความน่าจะเป็นแบบคลาสสิก

ถ้า E คือเหตุการณ์

$$P(E) = \frac{\text{จำนวนหนทางของ } E}{\text{จำนวนหนทางทั้งหมด}} = \frac{n(E)}{n}$$

เช่น การโยนเหรียญ 1 อัน

$$\begin{aligned} P(H) &= \frac{1}{1 + 1} \\ &= 0.5 \text{ หรือ } \frac{1}{2} \end{aligned}$$

ในการโยนลูกเต๋า 1 ลูก โอกาสที่จะได้ หน้า 3 คือ

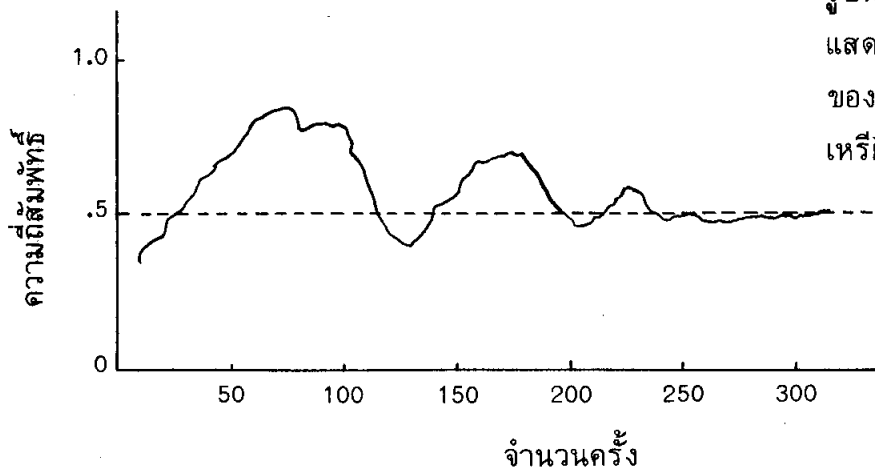
$$P(3) = \frac{1}{1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1}$$

$$= \frac{1}{6}$$

เนื่องจากเราสามารถหาความน่าจะเป็นแบบคลาสสิกได้โดยไม่ต้องทำการทดลองจริง ๆ จึงเรียกว่า ความน่าจะเป็นก่อนการทดลอง (priori probability)

### การหาความน่าจะเป็นโดยใช้ความถี่สัมพัทธ์

งานทดลองบางอย่างไม่สามารถทำซ้ำกันบ่อย ๆ เหมือนกับการโยนเหรียญ เช่นเราอาจถามตัวเองว่า วิทยุแท็บที่เราเพิ่งซื้อมา จะมีอายุการใช้งานได้นานเพียงไร เราอยากทราบโอกาสที่จะเรียนจบใน 4 ปี เราอยากทราบโอกาสที่จะมีอายุต่อไปถึง 85 ปี หรือโอกาสที่สินค้าตัวใหม่จะได้รับ ความนิยม ในกรณีที่ไม่สามารถทำการทดลองได้นี้ เราจะหาความน่าจะเป็นได้ 2 วิธี คือ จากสถิติข้อมูลในรูปความถี่สัมพัทธ์ เช่น บริษัทประกันภัยจะเก็บสถิติการตาย และพบว่า มี 60 คนจาก 100,000 คน ที่ตายเมื่ออายุ 40 ปี เช่นนี้ ที่จะทราบความน่าจะเป็นที่ผู้ที่มีอายุ 40 ปี จะตาย  $= \frac{60}{100,000} = .0006$  โดยทฤษฎีแล้วการหาโดยวิธีนี้จะให้ค่าใกล้เคียงกับวิธีคลาสสิก เมื่อ  $n$  โต ( $n \rightarrow \infty$ ) ดังตัวอย่าง เรื่องการโยนเหรียญในรูปข้างล่าง จะเห็นว่า ถ้าใช้วิธีความถี่สัมพัทธ์ ใน 50 ครั้งแรกอาจได้หัว 35 ครั้ง  $P(H) = \frac{35}{50} = .7$  ถ้าโยน 100 ครั้ง อาจได้ 45 ครั้ง  $P(H) = \frac{45}{100} = .45$  ถ้าโยน 200 ครั้ง อาจได้ 105 ครั้ง  $P(H) = \frac{105}{200} = .55$  ถ้าโยน 300 ครั้งอาจได้ 145 ครั้ง  $P(H) = \frac{145}{300} = .48$  ถ้า  $n$  โตขึ้นเรื่อย ๆ ความน่าจะเป็น จะเข้าไปสู่ .50 ซึ่งหาโดยวิธีคลาสสิก



รูปที่ 5.1

แสดงความถี่สัมพัทธ์ของ  
ของการได้หัวในการโยน  
เหรียญสมดุลง 300 ครั้ง

## การหาความน่าจะเป็นเชิงจิตวิสัย

ใช้สำหรับงานทดลองที่ไม่สามารถทำซ้ำได้บ่อย ๆ เช่น อยากทราบความน่าจะเป็นที่จะหายจากโรค ต้องให้ผู้รู้คือ แพทย์เป็นผู้กำหนดความน่าจะเป็น อยากทราบโอกาสที่สินค้าตัวใหม่จะได้รับควมนิยมสูง ก็ต้องถามผู้เชี่ยวชาญตลาดของสินค้านั้น จึงเป็นความน่าจะเป็นที่กำหนดโดยบุคคล ความน่าจะเป็นแบบนี้จะเชื่อถือได้ถ้าผู้กำหนดมีประสบการณ์สูงในเรื่องดังกล่าว

### แบบฝึกหัด

5.10 ตัวแทนจำหน่ายรถต้องการเปลี่ยนยางที่ใช้อยู่ในปัจจุบันเป็นยางชนิดใหม่ เขาสนใจยาง 2 ชนิดคือ A และ B จึงลองซื้อมาชนิดละ 25 เส้น แล้วทดลองใช้ดู พบว่ามีอายุการใช้งานดังนี้

ไมล์ (1,000)	A	B
48 – 51	2	4
52 – 55	4	5
56 – 59	3	7
60 – 63	8	6
64 – 67	7	3
68 – 71	1	0
	25	25

- ถ้าสุ่มยาง B มา 1 เส้น จงหาโอกาสที่จะมีอายุการใช้งาน 52,000 – 55,000 ไมล์
- ถ้าสุ่มยาง A มา 1 เส้น จงหาโอกาสที่จะมีอายุการใช้งาน 60,000 – 63,000 ไมล์
- ถ้ารวมยางทั้ง 2 ชนิด และสร้างการแจกแจงความถี่ใหม่ จงหาโอกาสที่ยางเส้นหนึ่งซึ่งหยิบมาแบบสุ่ม จะมีอายุการใช้งาน 52,000-55,000 ไมล์
- การหาความน่าจะเป็นในข้อ ก, ข, ค เป็นการหาโดยวิธีใด?

- 5.11 ถ้าหยิบไพ่ 1 ใบ จากสำรับที่มี 52 ใบ จงหาความน่าจะเป็นของ
- |                        |                  |   |                   |
|------------------------|------------------|---|-------------------|
| ก. ได้ควีน             | $(\frac{1}{13})$ | ง. ได้ไพ่สีแดง                                  | $(.5)$            |
| ข. ได้ข้าวหลามตัด      | $(.25)$          | จ. ได้รูปหน้าคน (J, Q, K)                       | $(\frac{12}{52})$ |
| ค. ได้ไพ่สีแดง และ Ace | $(\frac{1}{26})$ | ฉ. ใช้วิธีการหาความน่าจะเป็นแบบใด? (แบบคลาสสิก) |                   |
- 5.12 สถิติการขายของพนักงาน 225 คน ของบริษัทหนึ่งมีดังนี้

จำนวนขาย (บาท)	ความถี่
0 — 3,999	5
4,000 — 7,999	15
8,000 — 11,999	40
12,000 — 15,999	90
16,000 — 19,999	30
20,000 — 23,999	25
24,000 +	20

จงหาความน่าจะเป็นที่พนักงานผู้หนึ่งจะหาเงินได้

- ก) 8,000 - 11,999 บาท      ค) มากกว่า 24,000 บาท  
 ข) น้อยกว่า 80,000 บาท      ง) 12,000 - 15,999 บาท
- 5.13 ผู้จัดการฝ่ายขายได้ประมาณอุปสงค์ของเครื่องคิดเลข 5 จำนวน คือ 200, 250, 300, 350 และ 400 เครื่องด้วยอัตราส่วนดังนี้

“เขาไม่แน่ใจว่า อุปสงค์ 300 และ 350 หน่วยเท่ากันหรือไม่ แต่รู้สึกว่ามีโอกาสที่จะขายได้ 350 หน่วย เป็น 2 เท่าของ 400 หน่วย โอกาสที่จะขาย 300 หน่วย เป็น 4 เท่าของ 200 หน่วย และโอกาสที่จะขายได้ 250 หน่วย เป็นครึ่งหนึ่งของ 350 หน่วย”

จงกำหนดความน่าจะเป็นของอุปสงค์, ใช้วิธีใดหาความน่าจะเป็น

5.14 เครื่องพิมพ์ดีดของสำนักงานหนึ่ง มีสถิติการใช้งานดังนี้

เครื่อง	จำนวนวันที่ใช้งานได้	จำนวนวันที่ใช้งานไม่ได้
1	244	16
2	252	8
3	237	23
4	208	52
5	254	6

จงหาโอกาสที่เครื่องพิมพ์ดีดเครื่องหนึ่งจะใช้งานไม่ได้ในวันหนึ่ง

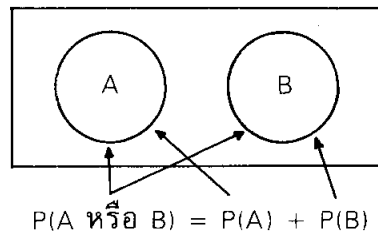
#### 4. กฎต่าง ๆ ของความน่าจะเป็น

##### กฎการรวมสำหรับเหตุการณ์ที่ไม่มีผลร่วมกัน

ถ้า A และ B เป็นเหตุการณ์ที่ไม่มีผลร่วมกัน ความน่าจะเป็นที่จะเกิด A หรือ B คือ

$$P(A \text{ หรือ } B) = P(A) + P(B)$$

และเขียนอธิบายโดยแผนภาพ Venn ดังนี้ (John Venn เป็นผู้ริเริ่มใช้)



รูปที่ 5.2

แสดงผลรวมของเหตุการณ์  
ที่ไม่มีผลร่วมกัน

ตัวอย่าง ผู้แทนกลุ่มหนึ่งมี 5 คน คือ ก ข ค ง จ จงหาความน่าจะเป็นที่ ข หรือ ค จะได้รับเลือกตั้ง

$$\begin{aligned} P(\text{ข หรือ ค}) &= P(\text{ข}) + P(\text{ค}) \\ &= \frac{1}{5} + \frac{1}{5} = \frac{2}{5} = 0.4 \end{aligned}$$

##### กฎเติมเต็ม (law of complement)

$$P(\bar{A}) = P(\text{not } A) = 1 - P(A)$$

จากตัวอย่างเดิม ความน่าจะเป็นที่ ข จะไม่รับเลือกตั้งคือ

$$\begin{aligned} P(\bar{\text{ข}}) &= 1 - P(\text{ข}) \\ &= 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5} \end{aligned}$$

##### นิยาม

A และ B จะไม่มีผลร่วมกันเมื่อ

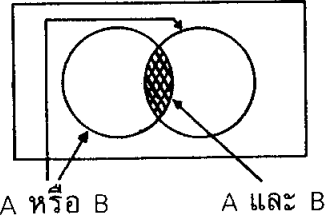
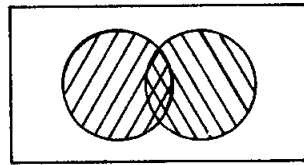
$$P(AB) = 0$$



**กฎการรวมสำหรับเหตุการณ์ที่มีผลร่วมกัน**

ถ้า A และ B เป็นเหตุการณ์ที่มีผลร่วมกัน (not mutually exclusive) ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ A หรือ B คือ

$$P(A \text{ หรือ } B) = P(A) + P(B) - P(AB)$$



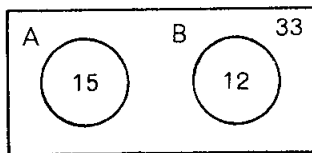
ตัวอย่าง ถ้าหยิบไพ่ 1 ใบ โอกาสที่จะได้ Ace หรือโพแดง คือ

$$\begin{aligned} P(\text{Ace หรือ โพแดง}) &= P(\text{Ace}) + P(\text{โพแดง}) - P(\text{Ace โพแดง}) \\ &= \frac{4}{52} + \frac{13}{52} - \frac{1}{52} \\ &= \frac{16}{52} \text{ หรือ } \frac{4}{13} \end{aligned}$$

**แบบฝึกหัด**

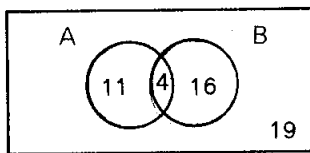
จงหาความน่าจะเป็นจากแผนภาพ Venn

5.15 ผลรวมทั้งหมด = 60



$$\begin{aligned} P(A) &= \left(\frac{15}{60}\right) \\ P(B) &= \left(\frac{12}{60}\right) \\ P(A \text{ หรือ } B) &= \left(\frac{27}{60}\right) \end{aligned}$$

5.16 ผลรวมทั้งหมด = 50



$$\begin{aligned} P(A) &= \left(\frac{15}{50}\right) \\ P(B) &= \left(\frac{20}{50}\right) \\ P(A \text{ หรือ } B) &= \left(\frac{31}{50}\right) \end{aligned}$$

5.17 กล่องบรรจุลูกแก้ว 60 ลูก เป็นสีฟ้า 40 ลูก ที่เหลือเป็นสีแดง ลูกแก้วสีฟ้า 15 ลูก มีไส้กลาง และสีแดง 10 ลูก มีไส้กลาง นอกนั้นโปร่งใส ถ้าหยิบ 1 ลูก จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ต่าง ๆ ดังนี้

ก) หยิบได้สีแดง ( $\frac{1}{3}$ )

ง) หยิบได้สีฟ้าโปร่งใส ( $\frac{5}{12}$ )

ข) หยิบได้ลูกแก้วโปร่งใส ( $\frac{7}{12}$ )

จ) หยิบได้ลูกที่มีไส้กลาง ( $\frac{5}{12}$ )

ค) หยิบได้สีแดงและมีไส้กลาง ( $\frac{1}{6}$ )

5.18 โรงงานเคมีแห่งหนึ่งถูกฟ้องร้องว่าไม่กำจัดของเสียก่อนปล่อยลงแม่น้ำซึ่งคดีนี้ มีโทษอาจถูกปรับ หรือถูกบังคับให้ติดตั้งระบบกำจัดของเสียหรืออาจโดนทั้ง 2 อย่าง จากคดีที่ถูกฟ้องร้องลักษณะเดียวกันนี้ มีอยู่ 10% ที่ถูกตัดสินให้ปรับและติดตั้งเครื่อง แต่ถ้าไม่ถูกตัดสินให้ลงโทษทั้ง 2 อย่าง โอกาสที่จะถูกปรับเพียงอย่างเดียวจะเป็น 3 เท่าของการติดตั้งระบบกำจัดของเสีย ถ้า 28% ของโรงงานถูกตัดสินว่ามีความผิด จงหาความน่าจะเป็นที่โรงงานเหล่านี้ จะต้องติดตั้งระบบกำจัดของเสีย (.145)

## 5. เหตุการณ์ที่เป็นอิสระกัน

กฎผลคูณของเหตุการณ์ที่เป็นอิสระกัน

ถ้า A และ B เป็นเหตุการณ์ที่เป็นอิสระกัน

$$P(AB) = P(A) \times P(B)$$

ตัวอย่าง เมื่อโยนเหรียญสมดุลงี้ 2 ครั้ง โอกาสที่จะได้หัวทั้ง 2 ครั้งคือ

$$\begin{aligned} P(H_1 H_2) &= P(H_1) \times P(H_2) \\ &= .5 \times .5 = .25 \end{aligned}$$

การใช้กฎผลคูณได้เพราะทราบว่า ลักษณะการทดลองเช่นนี้ ผลของการโยนครั้งแรกจะไม่มีอิทธิพลต่อผลการโยนครั้งที่ 2 นั่นคือ 2 เหตุการณ์นี้เป็นอิสระกัน

หากว่าโยนเหรียญอีกอันหนึ่งซึ่งเป็นเหรียญไม่สมดุลงี้ คือ มี  $P(H) = .8$   $P(T) = .2$  จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้หัวทั้ง 3 ครั้ง

$$\begin{aligned} P(H_1 H_2 H_3) &= P(H_1) \times P(H_2) \times P(H_3) \\ &= .8 \times .8 \times .8 = .512 \end{aligned}$$

## ความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไขของเหตุการณ์ที่เป็นอิสระกัน

ถ้า A และ B เป็นอิสระกัน

$$P(B/A) = P(B)$$

หมายถึง ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ B โดยกำหนดว่า A ได้เกิดขึ้นแล้ว จะได้เท่าเดิม ข่าวสารเพิ่มเติมที่ให้เรา A ได้เกิดขึ้นแล้วนั้น ไม่มีประโยชน์เนื่องจาก A และ B เป็นอิสระกัน

ในทำนองเดียวกัน ถ้าทราบว่า B ได้เกิดขึ้นแล้ว ความน่าจะเป็นที่จะเกิด A คือ

$$P(A/B) = P(A)$$

### แบบฝึกหัด

5.19 จงหาความน่าจะเป็นที่บุตรคนที่ 2 ของครอบครัว

ก) จะเป็นชาย โดยทราบว่าคนแรกเป็นหญิง (.5)

ข) เป็นหญิง โดยทราบว่าคนแรกเป็นชาย (.5)

5.20 เมื่อโยนลูกเต๋า 2 ลูก จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ต่าง ๆ ดังนี้

ก) โยน 3 ครั้ง และได้ผลรวมครั้งที่ 1, 2, 3 เป็น 7, 5 และ 5 ตามลำดับ  $\left(\frac{1}{486}\right)$

ข) โยน 3 ครั้ง และทั้ง 3 ครั้ง ขึ้นหน้าเดียวกันทั้งคู่  $\left(\frac{1}{216}\right)$

ค) โยน 2 ครั้ง และทั้ง 2 ครั้ง เป็นหน้าเดียวกัน  $\left(\frac{1}{36}\right)$

5.21 กำหนดให้ A, B, C เป็นเหตุการณ์อิสระกัน  $P(A) = .2$ ,  $P(B) = .5$  และ  $P(C) = .3$  จงเขียนแผนภาพพฤษา และหาความน่าจะเป็น ดังนี้

ก)  $P(A_1 B_2 C_3)$                                   ง)  $P(A_1 B_2)$

ข)  $P(C_1 C_2 C_3)$                                   จ)  $P(B_1 B_2)$

ค)  $P(A_1 C_2 B_3 C_4)$

5.22 โรงงานแห่งหนึ่งใช้วิธีตรวจคุณภาพโดยพนักงาน และเครื่องคอมพิวเตอร์ นั่นคือสินค้าทุกชิ้นจะผ่านการตรวจจากพนักงานก่อนแล้วจึงผ่านเครื่องตรวจอีกครั้ง ถ้าโอกาสที่พนักงานจะทำงานผิดพลาด = .05 และโอกาสที่เครื่องจักรจะทำงานผิดพลาด = .02

ก) ถ้าทราบว่าเครื่องคอมพิวเตอร์ทำงานผิดพลาด จงหาความน่าจะเป็นที่พนักงานจะทำผิดพลาดด้วย  $(.05)$

ข) ถ้าทราบว่าพนักงานทำงานผิดพลาด จงหาความน่าจะเป็นที่เครื่องจะทำผิดพลาด  $(.02)$

ค) จงหาความน่าจะเป็นที่พนักงานทำผิดพลาด และเครื่องคอมพิวเตอร์จะทำผิดพลาดด้วย นั่นคือ สินค้าชำรุดชิ้นนั้นจะผ่านการตรวจไปพร้อมกับสินค้าดี  $(.0010)$

## 6. เหตุการณ์ที่ไม่เป็นอิสระกัน

### ความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข

ถ้า A และ B เป็นเหตุการณ์ที่ไม่เป็นอิสระกัน ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ B โดยทราบ  
ว่า A ได้เกิดขึ้น

$$P(B/A) = \frac{P(BA)}{P(A)}$$

### กฎผลคูณ

นั่นคือ ถ้า A และ B ไม่เป็นอิสระกัน

$$P(BA) = P(A) P(B/A)$$

พึงสังเกต ว่า  $P(BA)$  ไม่เท่ากับ  $P(B) \cdot P(A)$  เหมือนกับกรณีที่ A และ B เป็นอิสระกัน

ตัวอย่าง ลูกแก้ว 60 ลูก จะสร้างตารางการแจกแจงร่วมกันดังนี้

ให้ A คือลูกแก้วสีฟ้า

$\bar{A}$  = ลูกแก้วสีแดง

B คือลูกแก้วมีไส้กลาง

$\bar{B}$  = ลูกแก้วไส้โปร่งใส

	A	$\bar{A}$	
	ฟ้า	แดง	
B มีไส้กลาง	15	10	25
$\bar{B}$ ไส้โปร่งใส	25	10	35
	40	20	60

$$P(AB) = \frac{15}{60} \quad (\text{หาจากตาราง})$$

หาตามกฎผลคูณ

$$\begin{aligned} P(AB) &= P(A) P(B/A) \\ &= \frac{40}{60} \cdot \left(\frac{15}{40}\right) = \frac{15}{60} \end{aligned}$$

### การหาความน่าจะเป็นแบบเชิงเดี่ยว (marginal probability)

$$\begin{aligned} P(A) &= P(AB) + P(A\bar{B}) \\ &= \frac{15}{60} + \frac{25}{60} = \frac{40}{60} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(B) &= P(AB) + P(\bar{A}B) \\ &= \frac{15}{60} + \frac{10}{60} = \frac{25}{60} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(\bar{A}) &= P(\bar{A}B) + P(\bar{A}\bar{B}) \\ &= \frac{10}{60} + \frac{10}{60} = \frac{20}{60} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P(\bar{B}) &= P(A\bar{B}) + P(\bar{A}\bar{B}) \\
 &= \frac{25}{60} + \frac{10}{60} = \frac{35}{60}
 \end{aligned}$$

### แบบฝึกหัด

- 5.23 โรงงานหนึ่งมีพนักงานชาย 65% 40% ของพนักงานทั้งหมดเป็นฝ่ายผลิต และความน่าจะเป็นที่พนักงานผู้หนึ่งจะเป็นชายและอยู่ฝ่ายผลิต = .30 ถ้าสุ่มมา 1 คน จงหาโอกาสที่จะเป็นพนักงานฝ่ายผลิต, และโอกาสที่จะเป็นชาย (.40, .65)
- 5.24 จากสถิติกองทะเบียนรถ ผมว่า ถ้าครอบครัวมีรายได้สูง โอกาสที่จะมีรถ 2 คัน = .70 และจากผลการสำรวจพบว่า ครอบครัวรายได้สูงมี 50% และครอบครัวที่มีรถ 2 คัน มีอยู่ 40% จงหาความน่าจะเป็นที่ครอบครัวหนึ่งจะมีรถ 2 คัน และมีรายได้สูง (.35)
- 5.25 กำหนดให้ A และ B ไม่เป็นอิสระกัน  $P(A) = .25$ ,  $P(B) = .33$  หรือ  $P(A \text{ หรือ } B) = .43$  จงหาความน่าจะเป็นของ
- (ก) ไม่เกิด A หรือ B (.57)      (ค) B จะเกิด ถ้า A เกิดขึ้นแล้ว (.60)
- (ข) เกิดทั้ง A และ B (.15)      (ง) A จะเกิด ถ้า B เกิดขึ้นแล้ว (.4545)
- 5.26 ถ้า  $P(A) = \frac{1}{6}$ ,  $P(B) = \frac{1}{3}$ ,  $P(C) = \frac{4}{9}$   
 $P(A \text{ และ } C) = \frac{1}{12}$ ,  $P(B/C) = \frac{1}{4}$  จงหา  
 $P(A/C)$ ;  $P(C/A)$ ;  $P(B \text{ และ } C)$  และ  $P(C/B)$   
 (.1875) (.50)  $(\frac{1}{9})$   $(\frac{1}{3})$
- 5.27 ธนาคารหนึ่งมีลูกหนี้ที่กู้เงินไปซื้อบ้าน 10% อีก 5% กู้เงินเพื่อซื้อที่ดิน และมีอยู่ 3% ที่กู้ไปซื้อบ้านและที่ดิน
- ก) ถ้าลูกหนี้คนหนึ่งกู้เงินไปซื้อที่ดิน จงหาความน่าจะเป็นที่เขาจะกู้เงินเพื่อปลูกบ้านด้วย (.60)
- ข) ถ้าลูกหนี้คนหนึ่งกู้เงินไปปลูกบ้าน จงหาความน่าจะเป็นที่เขาจะกู้เงินเพื่อซื้อที่ดินด้วย (.30)
- 5.28 ผู้จัดการธนาคารหนึ่งทราบว่า จะมีลูกค้าที่มีคุณสมบัติดีสมควรได้รับเงินกู้เพียง 1 จาก 10 ราย และจะมีลูกค้าที่ยื่นคำร้องขอเงิน 1 ใน 15 ราย และ 90% ของลูกค้าที่ยื่นคำร้องขอเงิน จะมีเครดิตเชื่อถือได้ จงหาความน่าจะเป็นที่ลูกค้าที่ยื่นคำร้องคนหนึ่งจะได้รับอนุมัติให้กู้เงิน (.06)

5.29 ผู้จัดการขายสินค้าแห่งหนึ่งพบว่า ถ้าสินค้าของคู่แข่งราคาไม่ต่ำกว่า และใช้เงินโฆษณาไม่เกิน 2 ล้านบาท จะมีผลทำให้สินค้าของเขาขายได้ลดลง ด้วยโอกาส 2 ใน 10 แต่ถ้าคู่แข่งลดราคาสินค้า จะทำให้จำนวนขายลดลงด้วยโอกาส 5 ใน 10 และถ้าคู่แข่งใช้เงินโฆษณาเกิน 2 ล้านบาท จะทำให้จำนวนขายลดลงด้วยโอกาส 7 ใน 10 และถ้าคู่แข่งทั้งลดราคา และใช้เงินโฆษณาเกิน 2 ล้านบาท โอกาสที่จำนวนขายจะลดลงเป็น 8 ใน 10 ถ้าเขาเชื่อว่าคู่แข่งชั้นมี โอกาส 60% ที่จะใช้เงินโฆษณาเกิน 2 ล้านบาท และมีโอกาส 30% ที่จะขายในราคาต่ำกว่าของเขา และสมมติให้ค่าโฆษณาและราคาเป็นอิสระกัน จงหาความน่าจะเป็นของ

ก) สินค้าของคู่แข่งมีราคาต่ำกว่า และใช้เงินโฆษณาเกิน 2 ล้านบาท (18)

ข) สินค้าของคู่แข่ง มีราคาต่ำกว่า หรือใช้เงินโฆษณามากกว่า 2 ล้าน แต่ไม่ใช่ 2 อย่างพร้อมกัน นั่นคือ ถ้าราคาต่ำกว่า จะโฆษณาต่ำกว่า 2 ล้าน แต่ถ้าราคาไม่ต่ำกว่าจะโฆษณาสูง (54)

ค) ราคาของคู่แข่งไม่ต่ำกว่าหรือโฆษณาไม่สูง (28)

## 7. ทฤษฎีของเบย์ส

บาทหลวงชาวอังกฤษ ซึ่งเชี่ยวชาญทางคณิตศาสตร์ ชื่อ Thomas Bayes (1702-1761) เป็นผู้ริเริ่มวางพื้นฐานความน่าจะเป็นภายใต้เงื่อนไขของเหตุการณ์ที่ไม่เป็นอิสระกัน คือ

$$P(A/E) = \frac{P(AE)}{P(E)}$$

เพื่อพิสูจน์ว่า พระผู้เป็นเจ้าเป็นสิ่งที่มีความจริง ซึ่งต่อมาทฤษฎีของท่านได้นำมาใช้ในด้านการตัดสินใจอย่างกว้างขวาง และได้เรียกทฤษฎีการตัดสินใจนั้นว่า ทฤษฎีของเบย์สเพื่อเป็นเกียรติแก่ท่าน ทฤษฎีของเบย์สมีหลักการกว้าง ๆ คือ การนำข่าวสารที่ได้รับเพิ่มเติมมาปรับปรุงความน่าจะเป็นที่หาไว้ก่อนแล้ว ความน่าจะเป็นที่ปรับปรุงใหม่นั้นเรียกว่า ความน่าจะเป็นหลังทดลอง หรือ posterior-probability

ตัวอย่าง สมมุติว่า มีลูกเต๋ายี่สิบหน้าที่ไม่สมดุลง่ายอยู่ 2 ชนิด ด้วยจำนวนเท่า ๆ กัน เมื่อนำลูกเต๋าทิ้งหมดใส่กล่อง เมื่อหยิบมาโยนหลาย ๆ ครั้ง ผลการทดลองของลูกเต๋าชินดแรกมีหน้าหนึ่งหงาย 40% ของทั้งหมด ส่วนหน้าหนึ่งของชนิดที่ 2 หงาย 70% ของจำนวนครั้งทั้งหมด นั่นคือ  $P(A_1) = .4$ ,  $P(A_2) = .7$ , A = หน้าหนึ่งหรือ Ace ถ้าหยิบมาแบบสุ่ม 1 ลูกแล้วโยน ผลที่ได้คือหน้าหนึ่งอีก อยากทราบ ว่า โอกาสที่จะเป็นลูกเต๋าชินดที่ 1 เท่าไร? ปัญหานี้ เราอาจไขว้เขวได้เพราะเราทราบว่าในกล่องมีลูกเต๋าทิ้ง 2 ชนิดเท่ากัน ดังนั้น โอกาสที่จะเป็นชนิดแรกน่าจะเป็น  $\frac{1}{2}$  แต่คำตอบที่แท้จริง ต้องพิจารณาจากตาราง ต่อไปนี้

$E$  = ผลจากการโยนทดลอง 1 ครั้ง แล้วหงายหน้าหนึ่ง (โดยไม่ทราบว่าเป็นลูกเต๋าดังใด)

เหตุการณ์ $E_i$	$P(E_i)$	$P(E_i/E)$	$P(E_i \cap E) = P(E_i) P(E_i/E)$	$P(E_i/E)$
ลูกเต๋าดังชนิดที่ 1 = $A_1$	.5	.4	$.4 \times .5 = .20$	$.20/.55 = .364$
ลูกเต๋าดังชนิดที่ 2 = $A_2$	.5	.7	$.7 \times .5 = .35$	$.35/.55 = .636$
	1.0		$P(E) = P(\text{Ace}) = .55$	1.00

### ข้อสังเกตจากตาราง

ช่องที่ 1 หมายถึง elementary event คือ เหตุการณ์ที่เป็นไปได้ทั้งหมดในกลุ่มผลทดลองนี้

ช่องที่ 2  $P(E_i)$  เป็นความน่าจะเป็น ซึ่งสามารถหาได้ก่อนการทดลอง กรณีนี้ ใช้การหาแบบคลาสสิก คือ มีลูกเต๋าดังเพียง 2 ชนิด ด้วยจำนวนเท่ากัน ดังนั้น  $P(E_1) = P(E_2) = \frac{1}{2}$  และ เหตุการณ์ทั้งสองไม่มีผลร่วมกัน และ 2 อันรวมกันเป็นกลุ่มผลทดลอง ดังนั้น ผลรวมของช่องนี้ต้องเป็นหนึ่งเสมอ

ช่องที่ 3 คือความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข ว่า ถ้าเป็นชนิดหนึ่งโอกาสที่ได้ Ace = .4 ถ้าเป็นชนิดที่สอง โอกาสที่จะได้ Ace = 0.7 ผลรวมของช่องนี้ จะไม่ได้หนึ่ง

ช่องที่ 4 คือความน่าจะเป็นร่วมกันของการได้หน้า Ace และเป็นลูกเต๋าดังต่าง ๆ ซึ่งใช้กฎผลคูณหา

$$P(A_1 \cap E) = P(A_1) \cdot P(E/A_1) = .5 \times .4 = .20$$

$$P(A_2 \cap E) = P(A_2) \cdot P(E/A_2) = .5 \times .7 = .35$$

ผลรวมของช่องนี้ คือ  $P(E)$  หรือ  $P(\text{Ace})$

ช่องที่ 5 คือความน่าจะเป็นที่ปรับปรุงแล้ว หรือความน่าจะเป็นหลังทดลอง (revised or posterior probability) เป็นความน่าจะเป็นที่ได้ปรับปรุงแล้ว คือ เอาผลที่ได้จากการโยนครั้งหลังซึ่งได้ Ace มาพิจารณาคความน่าจะเป็นก่อนการทดลอง ซึ่งความจริงก็คือ ความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไขนั่นเอง ความน่าจะเป็นที่จะเป็นลูกเต๋าดังชนิดแรก คือ

$$P(A_1/E) = \frac{P(A_1 \cap E)}{P(E)} = \frac{.20}{.55} = .364$$

ความน่าจะเป็นที่จะเป็นลูกเต๋าดังชนิดที่สอง คือ

$$P(A_2/E) = \frac{P(A_2 \cap E)}{P(E)} = \frac{.35}{.55} = .636$$

พึงสังเกตว่าผลรวมของช่องนี้ต้องเป็นหนึ่ง เพราะคือความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ทั้งหมดในกลุ่มผลทดลอง แต่เป็นความน่าจะเป็นที่ได้ปรับปรุงแล้ว จากตัวอย่างจะเห็นว่า จาก

ผลงานทดลอง ซึ่งหมายถึงเป็น Ace อีก ทำให้เรามั่นใจว่าน่าจะเป็นชนิดที่ 2 มากกว่าชนิดที่ 1 (.636 เทียบกับเดิม .50) เพราะลูกเต๋าลูกที่สองถ่วงด้านหัวมากกว่าลูกที่หนึ่ง ตรงกันข้าม ถ้าผลการทดลองหมายถึงด้านอื่นที่ไม่ใช่ Ace โอกาสที่จะเป็นลูกเต๋ชนิดที่หนึ่งจะสูงขึ้น เพราะลูกเต๋ชนิดแรกถ่วงด้านหัวน้อยกว่า

ให้  $\bar{E}$  คือผลการโยนได้หน้าอื่นที่ไม่ใช่ Ace

$E_i$	$P(A_i)$	$P(\bar{E}/A_i)$	$P(A_i \cap \bar{E})$	$P(A_i/\bar{E})$
ลูกเต๋ชนิดที่ 1 = $A_1$	.5	.6	$.5 \times .6 = .30$	$.30/.45 = .67$
ลูกเต๋ชนิดที่ 2 = $A_2$	.5	.3	$.5 \times .3 = .15$	$.15/.45 = .33$
	1.0		$P(\bar{E})$ .45	1.00

การปรับปรุง posterior probability เมื่อได้ข่าวสารเพิ่มเติมอีก

สมมติว่าได้โยนลูกเต๋าลูกเดิมซ้ำอีกครั้ง และผลคือหน้า Ace อีก จงหาโอกาสที่จะเป็นลูกเต๋แต่ละชนิด

ก่อนอื่นต้องหาความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไขก่อน

ให้  $E$  คือ การหงายหน้าหนึ่ง 2 ครั้ง

$$P(2 \text{ Ace}/A_1) = (.4) (.4) = .16$$

$$P(2 \text{ Ace}/A_2) = (.7) (.7) = .49$$

$E_i$	$P(E_i)$	$P(E/E_i)$	$P(E_i \cap E)$	$P(E_i/E)$
$A_1$	.5	.16	$.5 \times .16 = .080$	$P(A_1/E) = \frac{.080}{.325} = .246$
$A_2$	.5	.49	$.5 \times .49 = .245$	$P(A_2/E) = \frac{.245}{.325} = .754$
	1.0		.325	1.000

จากผลการโยน 2 ครั้ง ทำให้แน่ใจมากขึ้นว่าเป็นชนิดที่ 2 (.754 เทียบกับเดิม .50)

ถ้าผลการโยน 3 ครั้งเป็น  $EE\bar{E}$  คือครั้งที่ 3 ไม่ใช่ Ace จะปรับปรุงความน่าจะเป็นได้ในทำนองเดียวกัน โดยการหาความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไขก่อน

$$P(EE\bar{E}/A_1) = .4 \times .4 \times .6 = .096$$

$$P(EE\bar{E}/A_2) = .7 \times .7 \times .3 = .147$$



$E_i$	$P(E_i)$	$P(E/E_i)$	$P(E_i/E)$	$P(E_i/E)$
$A_1$	.5	.096	.0480	$P(A_1/E) = .0480/.1215 = .395$
$A_2$	.5	.147	.0735	$P(A_2/E) = .0735/.1215 = .605$
	1.0		$P(E) = .1215$	1.000

### แบบฝึกหัด

- 5.30 กำหนดให้  $P(A) = .5$ ,  $P(B) = .3$  และ  $P(C) = .2$  และเมื่อ  $A, B, C$  ได้เกิดขึ้นแล้ว มีเหตุการณ์อื่นอีกอันเกิดตามมา คือ  $X$  และ  $P(X/A) = .6$ ,  $P(X/B) = .8$  และ  $P(X/C) = .4$  จงหา  $P(A/X)$ ,  $P(B/X)$  และ  $P(C/X)$  (.48, .39, .13)
- 5.31 บริษัทหนึ่งใช้วิธีเก็บเงินจากลูกค้าที่ค้างชำระ 3 วิธี คือใช้วิธีพบส่วนบุคคล 60% ใช้วิธีติดต่อทางโทรศัพท์ 25% ส่วนที่เหลืออีก 15% ใช้วิธีส่งจดหมาย ความน่าจะเป็นที่จะสัมฤทธิ์ผล (เก็บเงินได้) ของแต่ละวิธีเป็น .80, .50 และ .40 ตามลำดับ ถ้าบริษัทหนึ่งได้รับชำระหนี้จากลูกค้าคนหนึ่ง
- ก) จงหาความน่าจะเป็นที่จะเป็นการทวงถาม แบบพบส่วนบุคคล (.72)
- ข) จงหาความน่าจะเป็นที่จะเป็นการทวงถาม แบบโทรศัพท์ (.19)
- ค) จงหาความน่าจะเป็นที่จะเป็นการทวงถาม แบบจดหมาย (.09)
- 5.32 ถ้าความน่าจะเป็นที่จะสร้างโรงพยาบาลในจังหวัดขอนแก่น, สุราษฎร์ธานี และเชียงราย เป็น .40, .30, .30 ตามลำดับ งบประมาณสร้างโรงพยาบาลต้องผ่านกรมการพิจารณาอีกครั้งหนึ่ง และโอกาสที่คณะกรรมการจะเห็นชอบด้วยที่จะสร้างในจังหวัดดังกล่าวข้างต้นเป็น .50, .60 และ .75 ตามลำดับ ถ้าผลการพิจารณาของคณะกรรมการเห็นชอบให้สร้างได้ จังหวัดใดมีโอกาสสูงที่สุดที่จะได้โรงพยาบาล (เชียงราย)
- 5.33 ในเมืองหนึ่งมีหนังสือพิมพ์ 2 ฉบับ คือ A และ B 20% ของสำนักงานธุรกิจจะลงโฆษณาในฉบับ A อีก 10% ของสำนักงานนิยมลงโฆษณาใน B และ 70% ของสำนักงานที่นิยมลงทั้ง 2 ฉบับพร้อมกัน จากประสบการณ์ พบว่า 75% ของโฆษณาใน A ฉบับเดียว จะได้คำตอบมากกว่า 1 อัน 65% ของโฆษณาที่ลงในฉบับ B ฉบับเดียวจะได้คำตอบมากกว่า 1 อัน และ 90% ของโฆษณาที่ลงทั้ง 2 ฉบับ จะได้คำตอบมากกว่า 1 อัน ถ้าสำนักงานหนึ่งได้ลงโฆษณา และได้คำตอบเพียงอันเดียว จงหาความน่าจะเป็นที่เขาจะลงโฆษณาทั้ง 2 ฉบับ (.45)

- 5.34 คณะกรรมการศึกษาการรั่วไหลของรังสีนิวเคลียร์ ได้สรุปว่า อุบัติเหตุมี 3 อย่าง คือ ไฟไหม้, อุปกรณ์บกพร่อง และมนุษย์ และอุบัติเหตุทั้ง 3 นี้จะไม่เกิดขึ้นพร้อมกัน และพบความน่าจะเป็นของสาเหตุต่าง ๆ เป็น 10%, 40% และ 50% ตามลำดับ และนอกจากนั้นยังพบว่า
- ไฟไหม้และรังสีรั่วไหล จะเกิดพร้อมกันด้วยโอกาส .0005
  - เครื่องขัดข้องและรังสีรั่วไหล จะเกิดพร้อมกันด้วยโอกาส .0010
  - ความผิดพลาดของมนุษย์และรังสีรั่ว จะเกิดพร้อมกันด้วยโอกาส .0007
- ก) จงหาความน่าจะเป็นที่รังสีจะรั่วไหลโดยมีสาเหตุจากไฟไหม้, เครื่องมือขัดข้อง และความผิดพลาดของมนุษย์ (.005, .0025, .0014)
- ข) จงหาความน่าจะเป็นของการเกิดรังสีรั่วไหล (.0022)
- 5.35 สมาชิกนิตยสารหนึ่งมีดังนี้
- ผู้อ่านเพศชาย อายุ 30 ปี ขึ้นไป มี 20%
- ผู้อ่านเพศชาย อายุต่ำกว่า 30 ปี มี 40%
- ผู้อ่านทั้งหมดอายุต่ำกว่า 30 ปี มี 70%
- ก) จงหาเปอร์เซ็นต์สมาชิกที่เป็นชาย (.60)
- ข) ความน่าจะเป็นที่จะสุ่มมา 1 ราย และเป็นชายอายุต่ำกว่า 30 ปี (.67)
- 5.36 ในปีก่อนบริษัทหนึ่งจ้างวิศวกร 12 คน พนักงานขาย 25 คน ผู้ประกาศและโฆษณา 18 คน นักวิเคราะห์ 5 คน ในระหว่างปี มีวิศวกร 3 คน, พนักงานขาย 5 คน, ผู้ประกาศ 6 คน และนักวิเคราะห์ 2 คน ได้รับการเลื่อนขั้น ถ้าสุ่มพนักงานกลุ่มนี้มา 1 คน ปรากฏว่าเป็นผู้ได้รับการเลื่อนขั้นระหว่างปี
- จงหาความน่าจะเป็นที่พนักงานนั้นจะเป็น
- ก) ผู้ประกาศ (.37) ข) นักวิเคราะห์ (.12) ค) พนักงานขาย (.32) ง) วิศวกร (.19)

### แบบฝึกหัดทบทวน

- 5.37 คนอายุมากจะต้องเสียค่าประกันชีวิตสูง แต่คนหนุ่มสาวกลับต้องเสียค่าประกันอุบัติเหตุรถยนต์สูง ดังนั้น ความเสี่ยงภัย และความน่าจะเป็นมีความสัมพันธ์กันอย่างไรในธุรกิจประกันภัย
- 5.38 ถ้าได้ยินประกาศจากวิทยุว่า “โอกาสที่วันนี้จะมีฝนตกเป็น 80%” ข้อความใดต่อไปนี่ที่ถูกต้องที่สุด

- ก) ฝนจะตก 80% ของเวลาในวันนี้
- ข) ฝนจะตก 80% ของพื้นที่พยากรณ์สำหรับวันนี้
- ค) จากอดีต ถ้าลักษณะภูมิอากาศเป็นเช่นนี้ จะทำให้ฝนตก 80% ของจำนวนครั้งทั้งหมด
- 5.39 สมมติว่าเด็กทุกคนมีโอกาสเท่ากันที่จะเกิดในแต่ละวันของสัปดาห์  
จงหาความน่าจะเป็นที่เด็กคนหนึ่งจะเกิด
- ก) วันอังคาร  $\left(\frac{1}{7}\right)$
- ข) วันที่ขึ้นต้นด้วยอักษร S  $\left(\frac{2}{7}\right)$
- ค) ระหว่างวันพุธถึงศุกร์  $\left(\frac{3}{7}\right)$
- ง) ความน่าจะเป็นในข้อ (ก)-(ค) เป็นความน่าจะเป็นซึ่งหาโดยวิธีใด? (แบบคลาสสิก)
- 5.40 สำนักงานซื้อขายที่ดินแห่งหนึ่งได้ประมาณราคาขายบ้านของนายดำว่าจะมีราคาสูงขึ้นอีก  
อย่างน้อย 15% ภายใน 6 เดือนข้างหน้าด้วยความน่าจะเป็น .60 ส่วนบ้านของนายแดงก็จะมี  
โอกาส .80 ที่จะขายในราคาสูงกว่าเดิม 15% ใน 6 เดือนข้างหน้า ส่วนนายขาวเป็นลูกค้าของ  
สำนักงานนี้ และสำนักงานได้ประมาณการว่า นายขาวมีโอกาส .70 ที่จะซื้อบ้านของนาย  
ดำ และมีโอกาส .3 ที่จะซื้อบ้านนายแดง ถ้าต่อมามีอีก 6 เดือน มาอีก 6 เดือน ราคาบ้านที่นาย  
ขาวซื้อได้ขึ้นจากเดิม 15% จงหาความน่าจะเป็นที่นายขาวจะซื้อบ้านของ (ก) นายดำ (.64)  
(ข) นายแดง (.36)
- 5.41 พนักงานที่ทำการไปรษณีย์คนหนึ่ง พบว่า สาเหตุต่าง ๆ ที่จดหมายไม่ถึงผู้รับคือ
1. ไม่มีรหัสท้องที่
  2. ไม่มีที่อยู่ของผู้ส่งจดหมาย
  3. ไม่มีชื่อถนน
  4. ติดดวงตราไปรษณีย์มากเกินไป
  5. ติดดวงตราไปรษณีย์น้อยเกินไป
- ก) สาเหตุทั้ง 5 อย่างนี้ เป็น “เหตุการณ์” ในความหมายของทฤษฎีความน่าจะเป็นหรือไม่?
- ข) ทุกรายการ “ไม่มีผลร่วมกัน” หรือไม่ หรือมีรายการใดบ้างที่ “มีผลร่วมกัน”
- 5.42 เหตุการณ์ต่อไปนี้คู่ใดบ้างที่ “ไม่มีผลร่วมกัน”
- ก) เลือกตลาดเป้าหมายคือ สตรี, สตรีกลุ่มนั้นมีอายุระหว่าง 18-49
- ข) ให้รางวัลเพื่อเป็นสิ่งจูงใจแก่คนงานที่ขยัน, มูลค่าของรางวัลมีอิทธิพลต่อความพอใจใน  
การทำงาน
- ค) จะเลื่อนขั้นให้พนักงานทุกคน, จะให้โบนัสเฉพาะผู้ทำงานดีเท่านั้น แต่ไม่มีการเลื่อนขั้น

- ง) จะเลื่อนขั้นแก่พนักงานทุกคน, จะพิจารณาให้โบนัสพิเศษแก่ผู้มีผลงานดีเด่นด้วย
- จ) ต้องการขยายโรงงาน, แต่จะไม่ใช้จ่ายเงินลงทุน
- 5.43 ถ้าสถิติอุบัติเหตุของรถยนต์ และรถบรรทุกในเมืองหนึ่งเป็น .589 และ .342 ตามลำดับ ในขณะที่สถิติการเกิดอุบัติเหตุบนทางหลวงของรถยนต์ และรถบรรทุกเป็น .507 และ .863 ตามลำดับ
- ก) จงหาความน่าจะเป็นของการเกิดอุบัติเหตุทั้ง 2 ชนิดในเมืองนั้นในแต่ละวัน (.20)
- ข) จงหาความน่าจะเป็นของการเกิดอุบัติเหตุทั้ง 2 ชนิดบนทางหลวงในแต่ละวัน (.34)
- ค) จงหาความน่าจะเป็นที่จะไม่เกิดอุบัติเหตุทั้งบนทางหลวง และในเมืองในแต่ละวัน (.44)
- 5.44 ปริมาณสารพิษในน้ำทิ้งของโรงงาน 6 แห่ง คือ 15, 12, 18, 16, 11 และ 19 หน่วยต่อล้าน (ppm) ถ้ากฎหมายกำหนดว่าปริมาณน้ำทิ้งจากโรงงานต้องมีสารพิษไม่เกิน 18 หน่วย
- ก) จงหาความน่าจะเป็นที่โรงงานเปิดใหม่แห่งหนึ่ง จะมีปริมาณสารพิษเกินกำหนด (.33)
- ข) ความน่าจะเป็นในข้อ (ก) หากมาโดยวิธีใด (คลาสสิก, ความถี่สัมพัทธ์ หรือจิตวิสัย)
- ค) จะใช้อะไรเป็นเครื่องพิจารณาความเชื่อถือได้ของความน่าจะเป็นในข้อ (ก)
- 5.45 ในการส่งแบบสอบถามทางไปรษณีย์ของสำนักงานหนึ่งเป็นเวลาหลายครั้งจะรวบรวมสถิติได้ดังนี้
- 12% ของผู้ได้รับแบบสอบถามจะตอบ และส่งแบบสอบถามกลับคืนให้สำนักงาน
- 1% ของแบบสอบถามมีข้อผิดพลาดของที่อยู่ จึงไม่ถึงมือผู้รับ
- 3% ของแบบสอบถามจะสูญหาย ณ ที่ทำการไปรษณีย์
- 22% ของแบบสอบถาม จะส่งถึงผู้รับซึ่งย้ายที่อยู่
- 52% ของผู้ย้ายที่อยู่ ได้ให้ที่อยู่ใหม่ไว้
- ก) ค่าเปอร์เซ็นต์ของเหตุการณ์ต่าง ๆ เป็นความน่าจะเป็นแบบคลาสสิก, ความถี่สัมพัทธ์ หรือจิตวิสัย
- ข) จงหาความน่าจะเป็นที่สำนักงานจะได้รับคืนแบบสอบถาม (.1025)
- 5.46 บริษัทรับเหมาก่อสร้าง พบว่า ในปีที่ผ่านมา รายรับได้ลดลง 10% รายรับของบริษัทจากภาครัฐบาลลดลง 12% รายรับจากงานภาคเอกชน เพิ่มขึ้น 2% ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่รายได้ของบริษัทในปีหน้าจะเพิ่มขึ้นในงานภาคเอกชนหรือภาครัฐบาล
- 5.47 ถ้า 12% ของคนไข้ในโรงพยาบาลหนึ่งต้องการรับการฉายเอ็กซเรย์ 58% ของคนไข้ทั้งหมดเป็นข้าราชการซึ่งได้รับการรักษาฟรี จงหาความน่าจะเป็นที่คนไข้ที่มาเอ็กซเรย์ผู้หนึ่งจะไม่ต้องจ่ายค่าเอ็กซเรย์ (.0696)

5.48 โรงงานผลิตท่อนเหล็กขนาด 3 ม.ม. ได้ส่งสินค้ามา 100 ชิ้น แล้ววัดเส้นผ่าศูนย์กลาง ได้รายละเอียดดังนี้

มี 4 อัน ที่เส้นผ่าศูนย์กลางต่ำกว่า 2.9 มม.

มี 10 อันที่เส้นผ่าศูนย์กลางสูงกว่า 3.1 มม.

มี 986 อันที่เส้นผ่าศูนย์กลางอยู่ระหว่าง 2.9-3.1 มม.

ถ้าขนาดมาตรฐานคือ 2.9-3.1 มม. จงหาความน่าจะเป็นของการสุ่มมาชิ้นหนึ่ง และได้ขนาดใหญ่เกินไปหรือเล็กเกินไป (.004)

5.49 เหตุการณ์ต่อไปนี้ คู่ใดบ้างที่เป็นอิสระกันในเชิงสถิติ

ก) จำนวนสมาชิกของสหภาพโรงงานผลิตอาหารสำเร็จรูป กับจำนวนพนักงานหญิงในโรงงานนั้น

ข) จำนวนสตรีที่รายได้เกินเดือนละ 5,000 บาท กับจำนวนสตรีสำเร็จปริญญา

ค) เวลาเป็นวินาทีที่คนงาน (ก) ใช้ประกอบสวิช 1 ตัว กับเวลาเป็นวินาทีที่คนงานเขาใช้ประกอบสวิช 1 ตัว

ง) จำนวนผู้ฝากเงินแบบใช้เช็คกับจำนวนผู้ฝากเงินแบบอื่น (เช่นเงินออม, ฝากประจำ) ของธนาคารแห่งหนึ่ง

จ) จำนวนผู้ยื่นสมัครในตำแหน่งผู้จัดการของบริษัทขายเครื่องสำอางค์ 2 บริษัท ซึ่งอยู่ในเมืองเดียวกัน

5.50 ฝ่ายวิจัยของโรงงานหนึ่งได้คิดสูตรอาหารสำเร็จรูป 3 อย่าง คือ แป้งทำขนม, ครีมหยอดหน้าขนม และผงสังขยา และได้ประมาณการว่าโอกาสที่ผู้บริหารระดับสูงจะเห็นชอบสำหรับสินค้าตัวที่ 1 คือ แป้งทำขนมเป็น .80 และถ้าผู้บริหารเห็นชอบแล้วสินค้านั้นจะมีโอกาส .50 ที่จะเป็นที่ยอมรับในตลาดทดลอง ส่วนสินค้าตัวที่ 2 จะได้รับความเห็นชอบจากผู้บริหารด้วยโอกาส 60% และเมื่อนำออกสู่ตลาดทดลองจะมีโอกาส 70% ที่จะเป็นที่ยอมรับ ส่วนสินค้าตัวที่ 3 จะมีโอกาส 40% ที่จะได้รับความเห็นชอบจากผู้บริหาร และเมื่อได้รับความเห็นชอบแล้ว จะมีโอกาส 90% ที่จะได้รับผลสำเร็จในตลาดทดลอง สมมติว่าพอสิ้นปี สินค้าทั้ง 3 ตัว ไม่ได้นำเข้าสู่ตลาดผู้บริโภค

ก) จงหาความน่าจะเป็นที่ฝ่ายบริหาร จะไม่ยอมรับสินค้าแต่ละชนิด

ข) จงหาความน่าจะเป็นของสินค้าแต่ละชนิด ที่ฝ่ายบริหารจะเห็นชอบให้ผลิตได้ แต่สินค้านั้นไม่เป็นที่ยอมรับในตลาดทดลอง

5.51 โรงงานผลิตเครื่องอิเล็กทรอนิกส์จะขยายโรงงาน ถ้าเกิดเหตุการณ์อย่างใดอย่างหนึ่งใน 2 อย่าง คือ (1) ถ้าจำนวนขายเพิ่มขึ้น 50% จากระดับปัจจุบัน หรือ (2) ถ้าได้รับการสั่งซื้อเป็นจำนวนมากจากภาครัฐบาล ฝ่ายบริหารได้ประมาณความเป็นไปได้ดังนี้ (โรงงานคาดว่าเหตุการณ์ทั้ง 2 อย่างจะไม่เกิดขึ้นพร้อมกันในปีเดียวกัน)

(1) ความน่าจะเป็นที่จำนวนขายจะเพิ่มจากเดิม 50% ภายใน 1 ปี = .10 และความน่าจะเป็นที่จะได้รับการสั่งซื้อเป็นจำนวนมากจากภาครัฐบาลภายใน 1 ปี = .05

(2) ความน่าจะเป็นที่จำนวนขายจะเพิ่มจากเดิม 50% ภายใน 2 ปี = .25 และความน่าจะเป็นที่จะได้รับการสั่งซื้อ จำนวนมากจากรัฐบาลภายใน 2 ปี = .20

(3) ความน่าจะเป็นที่จำนวนขายจะเพิ่มจากเดิม 50% ภายใน 3 ปี = .40 และความน่าจะเป็นที่จะได้รับการสั่งซื้อจำนวนมากจากรัฐบาลภายใน 3 ปี = .45

(ก) จงหาความน่าจะเป็นที่จะขยายโรงงานในปีที่ 1, 2 และ 3 ตามลำดับ

(ข) จงหาความน่าจะเป็นที่จะขยายโรงงานภายใน 3 ปี (85)

5.52 จงเขียนแผนภาพ Venn เพื่ออธิบายเหตุการณ์ A, B, C ซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของกลุ่มผลทดลองตามความสัมพันธ์ต่อไปนี้

ก) ทุก ๆ คู่ สามารถเกิดขึ้นพร้อมกันได้ (คือ A และ B, A และ C, B และ C) แต่ A, B, C จะไม่เกิดขึ้นพร้อมกัน

ข) A และ B ไม่มีผลร่วมกัน แต่ A และ C กับ B และ C มีผลร่วมกัน

ค) A, B และ C ไม่มีผลร่วมกัน (ทุก ๆ คู่ ไม่มีผลร่วมกันด้วย)

ง) A และ B ไม่มีผลร่วมกัน B และ C ไม่มีผลร่วมกัน แต่ A และ C มีผลร่วมกัน

5.53 โรงงานซ่อมรถโดยใช้ระบบคอมพิวเตอร์ช่วยตรวจหาสาเหตุความผิดปกติ เชื่อว่าเครื่องคอมพิวเตอร์จะมีโอกาสชี้สาเหตุผิดปกติผิดพลาดเพียง .1% ของจำนวนครั้งทั้งหมด

ก) ถ้าในการตรวจรถ 10,000 คัน โดยใช้คอมพิวเตอร์รุ่น 101 ตรวจจสอบ 6,000 คัน อีก 4,000 ใช้เครื่องคอมพิวเตอร์รุ่น 102 ถ้าคอมพิวเตอร์ตรวจจสอบรถคันหนึ่งผิดพลาด จงหาความน่าจะเป็นที่จะตรวจจสอบโดยเครื่องรุ่น 101 (.60)

ข) ถ้าต่อมาอีก 3 ปี พบสถิติใหม่ว่า เครื่องรุ่น 101 จะตรวจจสอบผิดพลาดด้วยโอกาส .2% และเครื่องรุ่น 102 จะตรวจจสอบผิดพลาดด้วยโอกาส .3% และถ้าใช้ตรวจจรถ 10,000 คัน โดยแบ่งใช้กับรุ่น 101 จำนวน 6,000 คัน อีก 4,000 คัน ตรวจจโดยเครื่อง 102 และถ้าพบว่ารถคันหนึ่งถูกตรวจจสอบผิดพลาด จงหาความน่าจะเป็นที่จะตรวจจโดยรุ่น 102 (.50)

- 5.54 (ก) ถ้า 62% ของผู้สูบบุหรี่อื่นจะสูบบุหรี่ด้วย และถ้าโอกาสที่คนจะติดยาเฮโรอีน = .005 จงหาความน่าจะเป็นที่คนหนึ่งจะสูบบุหรี่ทั้งเฮโรอีนและกัญชา (.0031)
- (ข) ถ้า 50% ของครอบครัวที่มีบุตรและพ่อ-แม่อยู่ร่วมกันของเมืองหนึ่ง มีรายได้ขนาดปานกลาง และมี 95% ของครอบครัวในเมืองนั้น พ่อ-แม่-ลูกอยู่ร่วมกัน จงหาความน่าจะเป็นที่เด็กคนหนึ่งจะมาจากครอบครัวที่พ่อ-แม่อยู่ด้วยกันและมีรายได้ระดับปานกลาง (.475)
- (ค) ถ้า 30% ของนักศึกษารามคำแหงเป็นนักศึกษาคณะนิติศาสตร์ และ 10% ของนักศึกษาคณะนิติศาสตร์อาศัยอยู่หอพักหน้ามหาวิทยาลัย จงหาความน่าจะเป็นที่ชายคนหนึ่งจะเป็นนักศึกษาคณะนิติศาสตร์และอยู่หอพักหน้ามหาวิทยาลัย (.03)
- 5.55 บริษัทหนึ่งพบว่า 72% ของร้านค้าที่บริษัทส่งพนักงานขายไปติดต่อจะตกลงยอมขายผลิตภัณฑ์ของบริษัท ถ้ามี 20% ของร้านค้าปลีกทั้งหมดได้รับการติดต่อจากพนักงานขาย
- (ก) จงหาความน่าจะเป็นที่ร้านค้าปลีกแห่งหนึ่งจะได้รับการติดต่อจากพนักงานขายและตกลงยอมขายสินค้าของบริษัท (.144)
- (ข) ถ้าต้องการประมาณความน่าจะเป็นที่ร้านค้าปลีกแห่งหนึ่ง จะขายสินค้าของบริษัทจะต้องทราบข่าวสารอะไรเพิ่มเติมอีกหรือไม่?
- 5.56 ถ้าโยนเหรียญสมดุลงัย 3 อัน ให้  $E_1$  แทนเหตุการณ์ที่ได้ 2 หัว และ  $E_2$  แทนเหตุการณ์ที่ได้ 3 หัว จงหาความน่าจะเป็นที่จะเกิด  $E_1$  หรือ  $E_2$  นั่นคือ หา  $P(E_1 \cup E_2)$  และเขียนแผนภาพแสดงการรวมตัวของ 2 เหตุการณ์นี้
- 5.57 จากข้อ 5.56 ถ้า A คือ เหตุการณ์ที่ได้ 2 หัวขึ้นไป B คือ เหตุการณ์ที่ได้ 2 หัว หรือน้อยกว่า จงหาความน่าจะเป็นที่จะเกิดเหตุการณ์ A หรือ B นั่นคือหา  $P(A \cup B)$  (1.0)
- 5.58 จากการโยนลูกเต๋าสมดุลงัย 2 ลูกพร้อมกัน A คือ เหตุการณ์ที่ได้ผลรวมเป็น 4 หรือน้อยกว่า B คือ เหตุการณ์ที่ได้ผลรวมเป็น 10 หรือมากกว่า A และ B มีผลร่วมกันหรือไม่ จงหาความน่าจะเป็นที่เกิดเหตุการณ์ A หรือ B ( $\frac{1}{3}$ )
- 5.59 จากข้อ 5.58 ถ้า A คือ เหตุการณ์ที่ได้ผลรวมเป็นเลขคี่ B คือ เหตุการณ์ที่ได้ผลรวม 7 จุดขึ้นไป จงหา  $P(A \cup B)$  ( $\frac{27}{36}$ )
- 5.60 จากข้อ 5.58 จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้ 1 จุด หรือ 4 จุด หรือ 7 จุด หรือ 9 จุด ( $\frac{13}{36}$ )
- 5.61 ถูบบรรจุลูกบอลหมายเลข 1, 2, ..., 10 รวม 10 ลูก E คือ เหตุการณ์ที่หยิบมา 1 ใบ และได้เลขคู่ F คือ เหตุการณ์ที่หยิบได้ เลข 5 หรือมากกว่า E และ F มีผลร่วมกันหรือไม่? และจงหา  $P(E \cup F)$  ( $\frac{8}{10}$ )

- 5.62 หยิบไพ่แบบสุ่ม 1 ใบ จากสำรับที่มี 52 ใบ จงหาโอกาสที่จะได้โพดำ หรือข้าวหลามตัด หรือโพแดง  $\left(\frac{3}{4}\right)$
- 5.63 จากข้อ 5.62 จงหาโอกาสที่จะได้โพดำ หรือ Ace  $\left(\frac{4}{13}\right)$
- 5.64 จากข้อ 5.62 จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้  
 (ก) ควีนสีแดง หรือไฟสีดำ  $\left(\frac{17}{26}\right)$   
 (ข) ควีนสีแดง หรือไฟสีแดง (.50)  
 (ค) ควีนสีแดง หรือควีนสีดำ  $\left(\frac{4}{13}\right)$
- 5.65 ถ้า 80% ของชาวอเมริกันที่มาเที่ยวตะวันออกเฉียงใต้จะแวะเที่ยวโตเกียว, 80% แวะฮ่องกง และ 70% แวะทั้งฮ่องกงและโตเกียว จงหาความน่าจะเป็นที่นักท่องเที่ยวชาวอเมริกันผู้หนึ่งซึ่งกำลังมาตะวันออกเฉียงใต้ จะแวะโตเกียวหรือฮ่องกง (.90)
- 5.66 จากข้อ 5.65 จงหาความน่าจะเป็นที่เขาจะไม่แวะทั้ง 2 เมืองนั้น (.10)
- 5.67 ถ้าความน่าจะเป็นที่วิชัยจะซื้อหุ้นสามัญ (ก) = 0.20 ความน่าจะเป็นที่เขาจะซื้อหุ้นสามัญ (ข) = 0.30 ความน่าจะเป็นที่เขาจะซื้อทั้ง 2 ชนิด = 0.10 จงหาความน่าจะเป็นที่เขาจะไม่ซื้อทั้ง (ก) และ (ข) (.60)
- 5.68 ความน่าจะเป็นที่พนักงานขายรถยนต์หนึ่งจะขายรถใน 1 สัปดาห์ ได้ 0, 1, 2, 3, 4 และ 5 คัน เป็น 0.05, 0.10, 0.18, 0.25, 0.20 และ 0.22 ตามลำดับ จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ต่อไปนี้  
 (ก) ขายได้ 3 คัน หรือมากกว่า 3 คัน ใน 1 สัปดาห์ (.67)  
 (ข) ขายได้ 3 คัน หรือน้อยกว่า 3 คัน ใน 1 สัปดาห์ (.58)
- 5.69 เหตุการณ์ต่อไปนี้ คู่ใดบ้างที่เป็นอิสระกัน  
 (ก) โยนเหรียญอันหนึ่ง 2 ครั้ง แล้วได้หัวทั้ง 2 ครั้งติดต่อกัน  
 (ข) เป็นประธานบริษัท และมีผมสีเทา  
 (ค) ได้ลูกคนที่ 2 เป็นเพศเดียวกับลูกคนแรก  
 (ง) มีอาการเมาสุราขณะขับรถ และประสบอุบัติเหตุร้ายแรง  
 (จ) หยิบไพ่แบบแทนที่ใบแรกได้โพดำ และใบที่สองได้โพดำอีก  
 (ฉ) หยิบไพ่ใบแรกได้คิง แล้วหยิบใบที่สองได้ควีน โดยไม่ได้ใส่คืนใบแรก
- 5.70 กล่องบรรจุลูกบอล 10 ใบ เป็นสีขาว 5 ใบ สีแดง 3 ใบ และสีดำ 2 ใบ ถ้าสุ่มหยิบมาทีละใบ และใส่กลับคืนในกล่องตามเดิม จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ต่อไปนี้  
 (ก) ได้สีขาวติด ๆ กัน 2 ลูก (.25)



- (ข) ได้สีแดงแล้วต่อด้วยดำ (.06)
- (ค) ได้สีแดงติด ๆ กัน 3 ลูก (.027)
- (ง) ได้สีดำ, แดง และขาว ตามลำดับ (.03)
- 5.71 จากข้อ 5.70 แต่เป็นการหยิบแบบไม่ใส่คืน จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ต่าง ๆ ในข้อ (ก)-(ง)  $(\frac{2}{9}, \frac{6}{90}, \frac{6}{120}, \frac{1}{24})$
- 5.72 หยิบไพ่ที่ละใบแบบมีการแทนที่ จงหาความน่าจะเป็นของ
- (ก) ได้ Ace 4 ใบ และใบสุดท้ายเป็นไพ่หน้าอื่นที่ไม่ใช่ Ace (.0000323)
- (ข) ได้ Ace 3 ใบ แล้วได้คิงอีก 2 ใบ  $(\frac{1}{13^5})$
- (ค) ทั้ง 5 ใบ เป็นไพ่ชุดเดียวกัน  $(\frac{1}{256})$
- 5.73 โยนเหรียญสมดุลงี้ 4 อัน จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้
- (ก) เป็นด้านหัว ทั้ง 4 อัน  $(\frac{1}{16})$
- (ข) เป็นด้านก้อย ทั้ง 4 อัน  $(\frac{1}{16})$
- (ค) เป็นด้านหัว 1 อัน  $(\frac{1}{4})$
- 5.74 โยนลูกเต๋าสมดุลงี้ 2 ลูก จงหาความน่าจะเป็นที่ลูกเต๋าลูกแรกจะหงายเลขคู่ และ ลูกที่สองหงายเลขคี่ (.25)
- 5.75 บุญมา และบุญมี เป็นสามีภรรยา และมียุ 55 และ 50 ปี ตามลำดับ ถ้าโอกาสที่ชาย อายุ 55 ปี จะมีชีวิตยืนยาวต่อไปอีกอย่างน้อย 15 ปี = 0.70 และโอกาสที่หญิง อายุ 50 ปี จะมีอายุยืนยาวต่อไปอีกอย่างน้อย 15 ปี = 0.85 จงหาความน่าจะเป็นที่ทั้งคู่จะมีอายุยืนยาวต่อไปอีก 15 ปี โดยสมมุติว่า การมีชีวิตยืนยาวของสามีและภรรยาเป็นอิสระกัน (.595)
- 5.76 สมมุติว่าเหรียญอันหนึ่งมีโอกาสที่จะหงายด้านหัว = 0.60 ถ้าโยนเหรียญนั้น 3 ครั้ง จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ต่อไปนี้
- (ก) เป็นด้านก้อยทั้งหมด (.064)
- (ข) เป็นด้านหัวอย่างมาก 2 ครั้ง (.784)
- (ค) เป็นด้านหัวอย่างน้อย 2 ครั้ง (.648)
- (ง) เป็นด้านก้อยอย่างน้อย 2 ครั้ง (.352)
- 5.77 สถานีตำรวจแห่งหนึ่งมีรถดับเพลิง 2 คัน แต่ละคันมีความพร้อม 90% และเป็นอิสระแก่กัน ถ้ามีการแจ้งเพลิงไหม้
- (ก) จงหาโอกาสที่รถทั้ง 2 คัน จะพร้อมปฏิบัติการทันที (.81)
- (ข) จงหาโอกาสที่รถทั้ง 2 คัน จะไม่พร้อมปฏิบัติการในทันที (.01)

(ค) จงหาโอกาสที่จะมีรถพร้อมปฏิบัติการเพียงคันเดียว (18)

5.78 กำหนดตารางแสดงการแจกแจงความน่าจะเป็นร่วมกัน (joint probability) ของเพศ และสถานภาพสมรสของพนักงานโรงงานหนึ่ง ดังนี้

สถานภาพสมรส	หญิง (F)	ชาย (F')	รวม
แต่งงานแล้ว (M)	0.42	0.18	0.60
ยังไม่แต่งงาน (M')	0.28	0.12	0.40
รวม	0.70	0.30	1.00

(ก) เพศ และสถานภาพสมรสเป็นอิสระกันหรือไม่? เพราะเหตุใด?

(ข) จงหา  $P(M/F)$ ,  $P(M/F')$  และ  $P(M)$  (.60)

(ค) จงหา  $P(F/M)$ ,  $P(F/M')$  และ  $P(F)$  (.70)

(ง) จงหา  $P(M'/F')$ ,  $P(M'/F)$  และ  $P(M')$  (.40)

(จ) จงหา  $P(F'/M)$ ,  $P(F'/M')$  และ  $P(F')$  (.30)

5.79 เหตุการณ์คู่ใดต่อไปนี้ ที่ไม่เป็นอิสระกัน

(ก) สันติได้โบว์นัสก่อนงามและวิภาดา (ภรรยา) ซื้อเสื้องามหรูชุดใหม่

(ข) เทวัญขับรถบนถนนเป็นโคลนเฉอะแฉะ และสิ้น และเขาประสบอุบัติเหตุ

(ค) ภูมานับถือศาสนาพุทธ และภูมิ (ลูกชาย) นับถือศาสนาพุทธ

(ง) เหรียญอันหนึ่งหงายด้านหัว 60% ของจำนวนครั้งทั้งหมด เมื่อโยนครั้งแรกหงายด้านหัว และครั้งที่ 2 ก็หงายด้านหัวอีก

(จ) โสภี และโสภากเป็นเพื่อนร่วมชั้นเรียน ST. 206 และทั้งคู่มีเลือดกลุ่มโอเหมือนกัน

(ฉ) ใหญ่และเล็กมาจากครอบครัวเดียวกัน และมีเลือดกลุ่มเดียวกัน

(ช) มารดามีไอคิวสูง และลูกมีไอคิวสูงด้วย

(ซ) ติดบุหรี่ และมีอาการของมะเร็งในปอด

5.80 ให้  $P(A) = 0.6$ ,  $P(B) = 0.18$  จงหา

(ก)  $P(B/A)$  (.30)

(ข)  $P(A/B)$  (.45)

- 5.81 สำนักงานแห่งหนึ่งมีพนักงานหญิง 10 คน จบบริหารธุรกิจ 5 คน จบรัฐศาสตร์ 3 คน และจบเศรษฐศาสตร์ 2 คน ถ้ามีการเลือกตัวแทนแบบสุ่มไม่แทนที่ จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้
- (ก) จบบริหารธุรกิจทั้งคู่  $\left(\frac{2}{9}\right)$
- (ข) คนแรกจบรัฐศาสตร์ และคนต่อมาจบเศรษฐศาสตร์  $\left(\frac{1}{15}\right)$
- (ค) จบเศรษฐศาสตร์ทั้ง 3 คน  $(0)$
- (ง) จบเศรษฐศาสตร์ รัฐศาสตร์ และบริหารธุรกิจ ตามลำดับ  $\left(\frac{1}{24}\right)$
- 5.82 ในลิ้นชักมีถุงเท้า 16 คู่ เป็นสีน้ำตาล 8 คู่ สีเขียว 6 คู่ และสีเหลือง 2 คู่ ถ้าสุ่มหยิบมา 2 คู่ โดยไม่มีการแทนที่ จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้สีเดียวกันทั้ง 2 คู่  $\left(\frac{11}{30}\right)$
- 5.83 ในตู้เย็นมีไข่ไก่ 20 ฟอง เป็นไข่เน่า 5 ฟอง ถ้าหยิบแบบสุ่มมา 3 ฟอง (ไม่แทนที่) จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้ไข่เน่าทั้งหมด  $\left(\frac{1}{114}\right)$
- 5.84 ผู้จัดการโรงแรมที่พักตากอากาศพยากรณ์ว่า ถ้าอากาศร้อนอบอ้าวจะมีโอกาสได้กำไรเพิ่มจากปกติ 90% ถ้าโอกาสที่อากาศจะร้อนอบอ้าว = 0.70 จงหาความน่าจะเป็นที่จะมีอากาศร้อนอบอ้าวและได้กำไรสูงกว่าปกติ  $(.63)$
- 5.85 พนักงานบริษัทหนึ่งเป็นชาวพื้นเมือง (L) 80% อีก 20% มาจากท้องถิ่น L' ในบรรดาพนักงานชาวพื้นเมือง มีอยู่ 20% ที่เรียนจบระดับมหาวิทยาลัย (G) อีก 50% จบระดับวิทยาลัย (C) และที่เหลือ 30% จบมัธยมปลาย (H) ส่วนพนักงานที่มาจากท้องถิ่นอื่นนั้นมี 30% ที่จบมหาวิทยาลัย 50% จบระดับวิทยาลัย และที่เหลือ 20% จบมัธยมปลาย ถ้าเลือกพนักงานแบบสุ่มมา 1 คน จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้
- (ก) เป็นพนักงานต่างถิ่น และจบระดับวิทยาลัย  $(.06)$
- (ข) จบระดับมัธยมปลาย  $(.28)$
- (จงแสดงด้วยแผนภาพพฤษศาสตร์)
- 5.86 ในห้องเก็บของมีหีบสีขาว 6 กล่อง แต่ละกล่องบรรจุลูกบอลสีเขียวย 3 ลูก และสีเหลือง 5 ลูก และยังมีกล่องสีดำอีก 2 กล่อง แต่ละกล่องบรรจุลูกบอลสีเขียวย 2 ลูก และสีเหลือง 4 ลูก ถ้าทำนวานคนไปหยิบลูกบอลมา 1 ใบ จากกล่องใดก็ได้ จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้ลูกบอลสีเขียวย จงแสดงคำตอบโดยใช้แผนภาพพฤษศาสตร์หรือ tree diagram  $\left(\frac{35}{96}\right)$
- 5.87 จากข้อ 5.78 สมมุติให้ความน่าจะเป็นแบบเชิงเดี่ยว (marginal probability) คงเดิม แต่ความน่าจะเป็นร่วมกัน เปลี่ยนแปลง ดังนี้

สถานภาพสมรส	หญิง (F)	ชาย (F')	รวม
แต่งงานแล้ว (M)	0.40	0.20	0.60
ยังไม่แต่งงาน (M')	0.30	0.10	0.40
รวม	0.70	0.30	1.00

(ก) เพศ และสถานภาพสมรสเป็นอิสระกันหรือไม่? เพราะเหตุใด?

(ข) จงหา  $P(M/F)$  ;  $P(M'/F')$  ;  $P(M'/F)$  และ  $P(M'/F')$

$$\left(\frac{4}{7}, \frac{2}{3}, \frac{3}{7}, \frac{1}{3}\right)$$

5.88 บริษัทประกันภัยแห่งหนึ่งมีนโยบายให้พนักงานขายประกันไปหาลูกค้าถึงบ้าน โดยมีโอกาสที่จะขายประกันได้ ( $S$ ) = 0.20 ดังนั้น โอกาสที่จะขายประกันไม่ได้ ( $S'$ ) = 0.80 ในบรรดาลูกค้าที่ซื้อประกัน พบว่า 30% อาศัยอยู่บ้านจัดสรร ( $A$ ) ส่วนลูกค้าที่ไม่ซื้อประกันจะมี 60% ที่อาศัยอยู่บ้านจัดสรร

(ก) จงหาความน่าจะเป็นที่พนักงานผู้หนึ่งจะขายประกันได้ ถ้าครอบครัวนั้นอยู่บ้านจัดสรร นั่นคือ หา  $P(S/A)$  ( $\frac{1}{9}$ )

(ข) จงหาความน่าจะเป็นที่พนักงานผู้หนึ่งจะขายประกันไม่ได้ ถ้าครอบครัวนั้นไม่อยู่บ้านจัดสรร นั่นคือ หา  $P(S'/A')$  ( $\frac{32}{46}$ )

จงสร้างตารางความน่าจะเป็นร่วมกัน ซึ่งเป็นตาราง  $2 \times 2$  ก่อน แล้วจึงหาความน่าจะเป็นข้อ (ก) และ (ข)

5.89 ถ้า 40% ของนักเรียนที่จบประโยคมัธยมปลายต้องการศึกษาต่อสายอาชีพ ( $T$ ) และสัดส่วนของนักเรียนที่ได้เกรด A, B และ C มีดังนี้

นักเรียน	เกรด			รวม
	A	B	Cหรือต่ำกว่า	
สายอาชีพ ( $T$ )	0.10	0.30	0.60	1.00
ไม่ใช่สายอาชีพ ( $T'$ )	0.05	0.40	0.55	1.00

(ก) สุ่มนักเรียนมา 1 คน และทราบว่าได้เกรด A จงหาความน่าจะเป็นที่เขาจะศึกษาต่อสายอาชีพ ( $\frac{4}{7}$ )

(ข) จงหาความน่าจะเป็นที่เขาจะไม่ศึกษาสายอาชีพ ถ้าเขาได้เกรด B ( $\frac{2}{3}$ )

- 5.90 ร้านขายส่งรับเครื่องคิดเลขจากโรงงานมา 40 เครื่อง จากประสบการณ์ทราบว่า เครื่องคิดเลขจากโรงงานนี้จะมี 10% ที่ชำรุด ดังนั้น เขาจึงสุ่มมาตรวจคุณภาพ 4 เครื่อง จงหาโอกาสที่จะเป็นเครื่องชำรุดทั้งหมด  $(\frac{1}{91390})$
- 5.91 โรงงานซื้อชิ้นส่วนมาประกอบสินค้าจากผู้ผลิต 3 ราย คือ A, B และ C โดยซื้อจาก A และ B ด้วยจำนวนเท่ากัน แต่ซื้อจาก C เป็นครึ่งหนึ่งของ A (หรือ B) เปอร์เซนต์สินค้าที่ได้มาตรฐานจาก A, B, C เป็น 90%, 95% และ 80% ตามลำดับ ถ้าสุ่มชิ้นส่วนมา 1 ชิ้น (ก) และพบว่าชิ้นส่วนนั้นชำรุด จงหาความน่าจะเป็นที่จะผลิตจาก A (.40) (ข) และพบว่าสินค้าที่ได้มาตรฐาน จงหาความน่าจะเป็นที่จะผลิตจาก C (8/45)
- 5.92 ความน่าจะเป็นที่สุ่มลิ้นจะขยับทำแบบฝึกหัดสถิติ  $206 = 0.75$  ถ้าเธอทำแบบฝึกหัด เธอจะมีโอกาสสอบผ่าน 80% แต่ถ้าเธอไม่ขยับทำแบบฝึกหัด เธอจะมีโอกาสสอบผ่าน 30% ถ้าสุ่มลิ้นสอบผ่านวิชานี้ จงหาความน่าจะเป็นที่เธอจะไม่ขยับทำแบบฝึกหัด (.11)
- 5.93 จากข้อ 5.92 ถ้าสุ่มลิ้นสอบไม่ผ่าน จงหาความน่าจะเป็นที่เธอไม่ขยับทำแบบฝึกหัด (.54)
- 5.94 วิจัยเป็นอาจารย์สอนวิชาเคมีของโรงเรียนแห่งหนึ่ง เขาทราบว่า นักเรียนที่ขยับทำการบ้านจะมีโอกาสสอบผ่าน 0.80 และนักเรียนที่ไม่ขยับทำการบ้านจะมีโอกาสสอบผ่านเพียง 20% และทราบว่า มีนักเรียนที่ขยับทำการบ้านอยู่ 60% ถ้านักเรียนคนหนึ่งสอบผ่านวิชาเคมี จงหาความน่าจะเป็นที่เขาจะทำการบ้านโดยสม่ำเสมอ (6/7)
- 5.95 แดง, ดำ และขาว เป็นพนักงานร้านซักแห้งเสื้อผ้า ในแต่ละวันแดงจะรีดเสื้อได้ 20 ตัว แต่จะรีดไม่เรียบทุก ๆ 1 ใน 5 ตัว ดำจะรีดเสื้อได้วันละ 20 ตัว แต่จะรีดไม่เรียบทุก ๆ 3 ตัวใน 10 ตัว ส่วนขาวจะรีดได้วันละ 10 ตัว และจะรีดไม่รีด 1 ตัวใน 10 ตัว ถ้าผู้จัดการมาตรวจสอบสวน และพบเสื้อตัวหนึ่งที่รีดไม่เรียบ จงหาความน่าจะเป็นที่แดงเป็นผู้รีดเสื้อตัวนั้น (4/11)
- 5.96 จากข้อ 5.95 จงหาความน่าจะเป็นที่ ดำ เป็นผู้รีดเสื้อตัวนั้น (6/11)
- 5.97 จากข้อ 5.95 จงหาความน่าจะเป็นที่ ขาว เป็นผู้รีดเสื้อตัวนั้น (1/11)
- 5.98 จากข้อ 5.95 ถ้าเสื้อที่ผู้จัดการสุ่มมา 1 ตัว มีสภาพเรียบร้อยดี จงหาความน่าจะเป็นที่แดงจะเป็นผู้รีดเสื้อตัวนั้น (16/39)
- 5.99 จากข้อ 5.98 จงหาความน่าจะเป็นที่ดำ จะเป็นผู้รีดเสื้อตัวนั้น (14/39)
- 5.100 จากข้อ 5.98 จงหาความน่าจะเป็นที่ขาว จะเป็นผู้รีดเสื้อตัวนั้น (9/39)