ก) จงสร้างตารางผลสูญเสียจากตารางผลได้

ตารางผลได้ (จากข้อ 1.30)

S_i	A_1	A_2	A_3
S_1	80	70	50
S_2	50	45	40
S_3	10	15	25

จึงสร้างตารางผลสูญเสีย ดังนี้

$P(S_i)$	S_i	A_1	A_2	A_3
.2	S_1	0	10	30
.3	S_2	0	5	10
.5	S_3	15	10	0
	EOL	$\boxed{7.5}$	8.5	9.0

ข) จงหา posterior prob.

จะหา posterior prob ต้องหา joint prob คือ $P(S_i \cap I_j)$ ก่อน

โดยที่ $P(S_i \cap I_j) = P(S_i) \cdot P(I_j/S_i)$

(1)	(2)	(3)	(4) = (2) x (3)	(5)	(6) = (2) (5)	(7)	(8) = (2) (7)
S_i	$P(S_i)$	I_1		I_2		I_3	
		$P(I_1/S_i)$	$P(S_i \cap I_1)$	$P(I_2/S_i)$	$P(I_2 \cap S_i)$	$P(I_3/S_i)$	$P(I_3 \cap S_i)$
S_1	.2	.2	.04	.30	.060	.50	.100
S_2	.3	.3	.09	.40	.120	.30	.090
S_3	.5	.6	.30	.25	.125	.15	.075
			$P(I_1)$ = .43		$P(I_2)$ = .305		$P(I_3)$ = .265

posterior prob คือ $P(S_i/I_j) = P(S_i \cap I_j) / P(I_j)$

S_i	$P(S_i/I_1)$	$P(S_i/I_2)$	$P(S_i/I_3)$
S_1	4/43	60/305	100/265
S_2	9/43	120/305	90/265
S_3	30/43	125/305	75/265

ค) จงหา EOL โดยใช้ posterior prob

ตารางผลสูญเสีย = A_{ij}

S_i	A_1	A_2	A_3
S_1	0	10	30
S_2	0	5	10
S_3	15	10	0

$$EOL = \Sigma A_{ij} \cdot P(S_i/I_j)$$

S_i	I_1			I_2			I_3		
	A_1	A_2	A_3	A_1	A_2	A_3	A_1	A_2	A_3
S_1	0	$\frac{40}{43}$	$\frac{120}{43}$	0	$\frac{600}{305}$	$\frac{1800}{305}$	0	$\frac{1000}{265}$	$\frac{3000}{265}$
S_2	0	$\frac{45}{43}$	$\frac{90}{43}$	0	$\frac{600}{305}$	$\frac{1200}{305}$	0	$\frac{450}{265}$	$\frac{900}{265}$
S_3	$\frac{450}{43}$	$\frac{300}{43}$	0	$\frac{1875}{305}$	$\frac{1250}{305}$	0	$\frac{1125}{265}$	$\frac{750}{265}$	0
รวม	$\frac{450}{43}$	$\frac{385}{43}$	$\boxed{\frac{210}{43}}$	$\boxed{\frac{1875}{305}}$	$\frac{2450}{305}$	$\frac{3000}{305}$	$\boxed{\frac{1125}{265}}$	$\frac{2200}{265}$	$\frac{3900}{265}$

ง) จงหามูลค่าของข่าวสาร

ค่าเฉลี่ยถ่วงน้ำหนักของ EOL ต่ำสุด คือ

$$\frac{210}{43}(.43) \quad + \quad \frac{1875}{305}(.305) \quad + \quad \frac{1125}{265}(.265) = 5.1$$

EOL ต่ำสุดเมื่อใช้ prior prob = $EOL(A_1)$ = 7.5 = EVPI

มูลค่าของข่าวสาร = EVPI — ค่าเฉลี่ยแบบถ่วงน้ำหนักของ min EOL

= 7.5 — 5.1 = 2.4

1.51 จากข้อ 1.31

ก) จงเปลี่ยนตารางผลได้เป็นตารางผลสูญเสียโอกาส

จากข้อ 1.31 มีตารางผลสูญเสีย ดังนี้

ตารางผลสูญเสีย

S_j	A_1	A_2	A_3
S_1	10	15	50
S_2	50	10	40
S_3	80	70	10

เปลี่ยนเป็นตารางความสูญเสียโอกาส ดังนี้

S_j	$P(S_j)$	A_1	A_2	A_3
S_1	.2	0	5	40
S_2	.3	40	0	30
S_3	.5	70	60	0
EOL		47	31	$\boxed{17}$

ข) จงใช้ความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข ในข้อ 1.50 หา posterior prob.

จากข้อ 1.50 มี $P(I_j/S_j)$ ดังนี้

S_j	I_1	I_2	I_3
S_1	.20	.30	.50
S_2	.30	.40	.30
S_3	.60	.25	.15

จะได้ตาราง joint prob. เหมือนในข้อ 1.50 เนื่องจากมี prior prob คือ $P(S_j)$ และความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข $P(I_j/S_j)$ เท่ากัน ดังนั้นจะได้ตาราง posterior prob. เหมือนข้อ 1.50 ดังนี้

S_i	$P(S_i/I_1)$	$P(S_i/I_2)$	$P(S_i/I_3)$
S_1	4/43	60/305	100/265
S_2	9/43	120/305	90/265
S_3	30/43	125/305	75/265

จึงหา EOL โดยใช้ posterior prob ได้ ดังนี้

$A_{ij} \times P(S_i/I_j)$

S_i	I_1			I_2			I_3		
	A_1	A_2	A_3	A_1	A_2	A_3	A_1	A_2	A_3
S_1	0	$\frac{20}{43}$	$\frac{160}{43}$	0	$\frac{300}{305}$	$\frac{2400}{305}$	0	$\frac{500}{265}$	$\frac{4000}{265}$
S_2	$\frac{360}{43}$	0	$\frac{270}{43}$	$\frac{4800}{305}$	0	$\frac{3600}{305}$	$\frac{3600}{265}$	0	$\frac{2700}{265}$
S_3	$\frac{2100}{43}$	$\frac{1800}{43}$	0	$\frac{8750}{305}$	$\frac{7500}{305}$	0	$\frac{5250}{265}$	$\frac{4500}{265}$	0
	$\frac{2460}{43}$	$\frac{1820}{43}$	$\boxed{\frac{430}{43}}$	$\frac{13550}{305}$	$\frac{7800}{305}$	$\boxed{\frac{6000}{305}}$	$\frac{8850}{265}$	$\boxed{\frac{5000}{265}}$	$\frac{6700}{265}$

ง) จงหา value of information

ค่าเฉลี่ยถ่วงน้ำหนักของ MIN EOL $= \frac{430}{43}(.43) + \frac{6000}{305}(.305) + \frac{5000}{265}(.265)$

$= 15.3$

min EOL เมื่อใช้ prior prob. คือ EOL (A_3) = 17

ดังนั้น มูลค่าของข่าวสาร = 17 — 15.3 = 1.7

1.52 จากข้อ 1.32

สมมุตินักเล่นกอล์ฟผู้นั้นซื้อเครื่อง พยากรณ์อากาศ ซึ่งจะให้ผลรายงาน 3 อย่างคือ

I_1, I_2, I_3 และมีตารางความน่าจะเป็นภายใต้เงื่อนไข ดังนี้

$P(I_j/S_i)$

S_i	ท้องฟ้าแจ่มใส I_1	อากาศแปรปรวน I_2	มีเมฆครึ้ม I_3
S_1	.6	.3	.1
S_2	.3	.4	.3
S_3	.1	.2	.7

ก) จงสร้างตารางผลสูญเสียโอกาส

จากข้อ 1.32 มีตารางสูญเสียดังนี้

S_i	A_1	A_2
S_1	0	5
S_2	2	4
S_3	8	3

เปลี่ยนเป็นตารางสูญเสียโอกาส ดังนี้

S_i	$P(S_i)$	A_1	A_2
S_1	.4	0	5
S_2	.4	0	2
S_3	.2	5	0
EOL		$\boxed{1.0}$	2.8

ข) จงหา posterior prob

ข.1 สร้างตาราง joint prob $P(S_i \cap I_j) = P(S_i)\, P(I_j/S_i)$

S_i	$P(S_i)$	$P(S_i) \cdot P(I_1/S_i)$	$P(S_i) \cdot P(I_2/S_i)$	$P(S_i) \cdot P(I_3/S_i)$
S_1	.4	.24	.12	.04
S_2	.4	.12	.16	.12
S_3	.2	.02	.04	.14
	$P(I_j)$:	.38	.32	.30

ข.2 หา posterior prob คือ $P(S_i/I_j) = P(S_i \cap I_j) / P(I_j)$ ดังนี้

$P(S_i/I_j)$ = posterior prob

S_i	$P(S_i/I_1)$	$P(S_i/I_2)$	$P(S_i/I_3)$
S_1	24/38	12/32	4/30
S_2	12/38	16/32	12/30
S_3	2/38	4/32	14/30

ค) จงใช้ posterior prob หา EOL

S_i	I_1		I_2		I_3	
	A_1	A_2	A_1	A_2	A_1	A_2
S_1	0	$\frac{120}{38}$	0	$\frac{60}{32}$	0	$\frac{20}{30}$
S_2	0	$\frac{24}{38}$	0	$\frac{32}{32}$	0	$\frac{24}{30}$
S_3	$\frac{10}{38}$	0	$\frac{20}{32}$	0	$\frac{70}{30}$	0
	$\boxed{\frac{10}{38}}$	$\frac{144}{38}$	$\boxed{\frac{20}{32}}$	$\frac{92}{32}$	$\frac{70}{30}$	$\boxed{\frac{44}{30}}$

ง) จงหา value of information

ค่าเฉลี่ยถ่วงน้ำหนักของ min EOL

$= \frac{10}{38}(38) + \frac{20}{32}(.32) + \frac{44}{30}(.30) = .74$

min EOL เมื่อใช้ prior prob = EOL (A_1) = 1.0

ผลต่างคือ มูลค่าของข่าวสาร = 1.0 — 0.74 = 0.26

1.53 จากข้อ 1.34

ถ้าฝ่ายวิจัยทำการวิเคราะห์เศรษฐกิจของประเทศ ซึ่งมีตัวบ่งชี้ 3 ตัว ดังนี้

I_1 = สภาวะเศรษฐกิจฟื้นตัว

I_2 = สภาวะเศรษฐกิจคงเดิม

I_3 = สภาวะเศรษฐกิจเลวลง (ถดถอย)

และมีตารางความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข ดังนี้

$P(I_j/S_i)$

S_i	I_1	I_2	I_3
S_1	.7	.2	.1
S_2	.3	.4	.3
S_3	.2	.3	.5

ก) <u>จงสร้างตารางผลสูญเสียโอกาส</u>

ตารางผลได้จากข้อ 1.34

S_i	A_1	A_2	A_3
S_1	15	12	10
S_2	11	9	8
S_3	5	6	7

เปลี่ยนเป็นตารางผลสูญเสีย ดังนี้

S_i	$P(S_i)$	A_1	A_2	A_3
S_1	.2	0	3	5
S_2	.5	0	2	3
S_3	.3	2	1	0
EOL		$\boxed{0.6}$	1.9	2.5

ข) <u>จงหา posterior prob</u>

ข.1 สร้างตาราง joint prob คือ $P(S_i \cap I_j) = P(S_i)\,P(I_j/S_i)$

$P(S_i)$	S_i	$P(S_i \cap I_1)$	$P(S_i \cap I_2)$	$P(S_i \cap I_3)$
.2	S_1	.14	.04	.02
.5	S_2	.15	.20	.15
.3	S_3	.06	.09	.15
	$P(I_j)$:	.35	.33	.32

ข.2 หา posterior prob คือ $P(S_i/I_j) = P(S_i \cap I_j) / P(I_j)$

S_i	$P(S_i/I_1)$	$P(S_i/I_2)$	$P(S_i/I_3)$
S_1	14/35	4/33	2/32
S_2	15/35	20/33	15/32
S_3	6/35	9/33	15/32

ค) <u>หากโลบายที่ดีของเบยส์ โดยใช้ posterior prob</u>

S_i	I_1			I_2			I_3		
	A_1	A_2	A_3	A_1	A_2	A_3	A_1	A_2	A_3
S_1	0	$\frac{42}{35}$	$\frac{70}{35}$	0	$\frac{12}{33}$	$\frac{20}{33}$	0	$\frac{6}{32}$	$\frac{10}{32}$
S_3	0	$\frac{30}{35}$	$\frac{45}{35}$	0	$\frac{40}{33}$	$\frac{60}{33}$	0	$\frac{30}{32}$	$\frac{45}{32}$
S_3	$\frac{12}{35}$	$\frac{6}{35}$	0	$\frac{18}{33}$	$\frac{9}{33}$	0	$\frac{30}{32}$	$\frac{15}{32}$	0
EOL	$\boxed{\frac{12}{35}}$	$\frac{78}{35}$	$\frac{115}{35}$	$\boxed{\frac{18}{33}}$	$\frac{61}{33}$	$\frac{80}{33}$	$\boxed{\frac{30}{32}}$	$\frac{51}{32}$	$\frac{55}{32}$

ง) <u>จงหา มูลค่าของข่าวสาร</u>

ค่าเฉลี่ยแบบถ่วงน้ำหนักของ min EOL

$$= \frac{12}{35}(.35) + \frac{18}{33}(.33) + \frac{30}{32}(.32) = 0.60$$

และ min EOL เมื่อใช้ prior prob คือ $EOL(A_1) = 0.6$

ดังนั้น ผลต่าง คือมูลค่าของข่าวสาร = .60 — .60 = 0

บทที่ 2
สถิติไร้พารามิเตอร์

2.1 โรงงานผลิตน้ำมะเขือเทศกระป๋องขนาดบรรจุ 46 ออนซ์ โรงงานไม่ต้องการให้น้ำหนักถัวเฉลี่ยของสินค้า มากกว่า หรือ น้อยกว่า 46 ออนซ์ ถ้าจากตัวอย่างที่สุ่มมา 25 กระป๋อง มีน้ำหนัก ดังนี้

45.63	45.82	45.77	45.80	46.21	46.07	46.16
45.91	45.87	46.03	46.16	45.92	45.76	45.89
45.85	46.16	45.80	45.79	45.86	46.10	45.88
45.91	45.87	45.96	45.99			

จงใช้การทดสอบแบบเครื่องหมายทดสอบโดยใช้ α_0 = .05 และสรุปผลการทดสอบ ให้เครื่องหมายกับน้ำหนักแต่ละกระป๋อง ถ้าน้อยกว่า 46 ออนซ์ให้เครื่องหมายลบ ถ้ามากกว่า 46 ออนซ์ ให้เครื่องหมาย + จะได้เครื่องหมายดังนี้

− − − − + + + − − + +

− − − − + − − − + − −

− − −

ให้ Y คือจำนวน เครื่องหมายลบ พบว่า $n = 25$ มี $Y = 18$ และถ้า เครื่องจักรบรรจุได้น้ำหนักเฉลี่ย กระป๋องละ 46 ออนซ์ เราควรจะได้เครื่องหมายลบ และ บวก จำนวนเท่า ๆ กัน หรือ $\pi = .5$ นั่นคือ ต้องทดสอบว่าเป็นประชากรทวินาม (เพราะมีผลได้เพียง 2 เครื่องหมาย) ที่มี $\pi = .5$ หรือไม่

<u>วิธีที่ 1 : ใช้การแจกแจงที่แท้จริงคือ การแจกแจงแบบทวินาม</u>

1) $H_0 : \pi = .5$ (น้ำหนักเฉลี่ย = 46 ออนซ์)
2) $Ha : \pi \neq .5$ (น้ำหนักเฉลี่ย ไม่ใช่ 46 ออนซ์)
3) $\alpha = .05$
4) จากตารางการแจกแจงแบบทวินาม เมื่อ $n = 25$, $\pi = .5$

$P(Y \leq 7) = .02164 < .025 \longleftarrow$ เขตวิกฤตคือ $Y \leq 7$

$P(Y < 8) = .05388 > .025$

$P(Y < 17) = .97835 \Rightarrow P(Y \geq 18) = 1 - .97835 = .02135 \longleftarrow$ เขตวิกฤต

$P(Y < 16) = .94612 \Rightarrow P(Y \geq 17) = 1 - .94612 = .05388$

ดังนั้นเขตวิกฤตคือ $Y \leq 7$ และ $P(Y \geqslant 18$ และมี

$\alpha_0 = .02164 + .02165 = .04329$

5) จากตัวอย่าง พบว่า $y = 18$ ซึ่งอยู่ในเขตวิกฤต จึงปฏิเสธ H_0, ยอมรับ Ha และสรุปว่าน้ำหนักเฉลี่ยของน้ำมะเขือเทศไม่ใช่ กระป๋องละ 46 ออนซ์

<u>หมายเหตุ</u> ในการทดสอบแบบ 2 ด้านนี้ จะนับจำนวน เครื่องหมายลบ หรือบวก ก็จะให้ผลสรุปสอดคล้องกัน จากตัวอย่าง จำนวนเครื่องหมายบวกมี 7 ครั้ง หรือ $y = 7$ ซึ่งอยู่ในเขตวิกฤตเช่นกัน จึงให้ข้อสรุปเหมือนเดิมคือ น้ำหนักบรรจุแตกต่างจาก 46 ออนซ์

<u>วิธีที่ 2 : ใช้ประมาณโดยการแจกแจงแบบปกติ</u>

1) $H_0 : \pi = .5$
2) $Ha : \pi \neq .5$

3) $\alpha = .05$

4) จะปฏิเสธ H_0 เมื่อ $Z > 1.96$ หรือ Z -1.96

5) ตัวสถิติที่ใช้ทดสอบคือ

$$Z = \frac{Y - n\pi_0}{\sqrt{n\pi_0(1-\pi_0)}} = \frac{18 - 25(.5)}{\sqrt{25(.5)(.5)}}$$

$$= \frac{18 - 12.5}{\sqrt{6.25}} = \frac{5.5}{2.5} = 2.2$$

6) $Z_c = 2.2 > 1.96$ จึงปฏิเสธ H_0 นั่นคือเครื่องจักรบรรจุให้น้ำหนักต่างจาก 46 ออนซ์, คือให้น้ำหนักต่ำกว่า เพราะมีเครื่องหมายลบมากเกินไป

2.2 นักจิตวิทยาต้องการหนูที่เจริญเติบโตเร็วกว่าพันธุ์มาตรฐาน ถ้าผลการทดลองหนูพันธุ์ใหม่พบว่ามี 75% ใช้เวลาเติบโตเต็มที่ไม่เกิน 240 วัน เขาจึงจะเปลี่ยนมาใช้พันธุ์ใหม่ ถ้าผลการทดลองเลี้ยงหนูพันธุ์ใหม่ 50 ตัว มี 36 ตัว ที่โตเต็มที่ในเวลาน้อยกว่า 240 วัน ส่วนที่เหลือ 14 ตัวใช้เวลาเติบโตเต็มที่เกิน 240 วัน จงใช้ $\alpha_0 = .10$ ทดสอบ

ให้ L = 240 วัน X คืออายุของหนูทดลองจนเติบโตเต็มที่ ถ้า $X < L$ ให้เครื่องหมายบวก ถ้า $X > L$ ให้เครื่องหมายลบ และผู้ทดลองจะเปลี่ยนใช้พันธุ์ใหม่ ถ้ามีหลักฐานสนับสนุนว่า มีเครื่องหมายบวก 75% ขึ้นไป หรือเครื่องหมายลบไม่เกิน 25% ให้ Y คือจำนวนเครื่องหมายลบ Y จะมีการแจกแจงแบบทวินาม ด้วย $n = 50$ และ $\pi = .25$ จากตัวอย่าง ได้ $Y = 14$ เนื่องจาก $n > 20$ จึงควรใช้ประมาณโดยโค้งปกติ

1) $H_0 : \pi = .25$ (จะเปลี่ยนใช้หนูพันธุ์ใหม่)

2) $H_a : \pi > .25$ (จะไม่เปลี่ยนไปใช้หนูพันธุ์ใหม่)

3) $\alpha = .10$

4) จะปฏิเสธ เมื่อ $Z_c > Z_{.10} = 1.282$

$$Z = \frac{y - n\pi_0}{\sqrt{n\pi_0(1-\pi_0)}} = \frac{14 - 50(.25)}{\sqrt{50(.25)(.75)}}$$

$$\frac{14.0 - 12.5}{\sqrt{9.375}}$$

$$= \frac{1.5}{3.06} = .49$$

6) $Z = .49 < 1.282$ จึงไม่อยู่ในเขตวิกฤต จึงเปลี่ยนใช้หนูพันธุ์ใหม่

2.3 อาจารย์สอนวิชาสถิติจะเพิ่มชั่วโมงสอนเป็นสัปดาห์ละ 2 ครั้ง ถ้าพิสูจน์ได้ว่าค่ามัธยฐานของคะแนนสอบสูงเกิน 60 คะแนน ถ้าทดลอง สอนนักเรียนกลุ่มหนึ่ง จำนวน 100 คน สัปดาห์ละ 2 ครั้ง มี 38 คนที่ได้คะแนนต่ำกว่า 60 คะแนน และ 62 คนได้คะแนนสูงกว่า 60 คะแนน จงใช้แบบทดสอบเครื่องหมายทดสอบโดยใช้ระดับนัยสำคัญ 5%

ให้ X แทนคะแนนสอบ ให้ $L = 60$ ถ้า $x < L$ ให้เป็นเครื่องหมายลบ ถ้า $x > L$ ให้เป็นเครื่องหมายบวก ให้ Y คือจำนวนเครื่องหมายบวก $y = 62$ Y จะมีการแจกแจงแบบทวินาม ด้วย $n = 100$, $\pi = .5$

1) $H_0 : \pi = .5$ (มัธยฐานของคะแนนสอบไม่เกิน 60 คะแนน จึงไม่เพิ่มชั่วโมงสอน)

2) $H_a : \pi > .5$ (มัธยฐานของคะแนนสอบเกิน 60 คะแนน จึงจะเพิ่มชั่วโมงสอน)

3) $\alpha = .05$

4) เนื่องจาก $n = 100$ ไม่มีค่าจากตารางสำเร็จของการแจกแจงแบบทวินาม จึงจะประมาณโดยโค้งปกติ ซึ่งมี $\mu = n\pi_0 = 100(.5) = 50$

และ $\sigma = \sqrt{n\pi_0(1 - \pi_0} = \sqrt{100(.5)\,(.5)} = \sqrt{25} = 5$

ดังนั้น จะปฏิเสธ H_0 เมื่อ $Z_c > Z_{.05} = 1.645$

5) $$Z = \frac{y - n\pi_0}{n\pi_0\,(1 - \pi_0)} = \frac{62 - 50}{5} = 2.4$$

6) $Z_c = 2.4 > 1.645$ จึงปฏิเสธ H_0 และสรุปว่า มัธยฐานของคะแนนสอนเกิน 60 คะแนน จึงควรเพิ่มชั่วโมงสอน

2.4 <u>สำนักงานแห่งหนึ่งต้องการซื้อหลอดไฟขนาด 100 วัตต์ ซึ่งเมื่อเปิดใช้ใน 10 นาที จะสิ้นเปลืองไฟโดยถัวเฉลี่ย น้อยกว่า 50 ยูนิต เมื่อทดลองใช้ 50 หลอด มี 35 หลอดที่กินไฟน้อยกว่า 50 ยูนิต อีก 15 หลอดกินไฟเกิน 50 ยูนิต จงใช้ α = .05 ทดสอบโดยใช้เครื่องหมาย</u>

ให้ X คือจำนวนความสิ้นเปลืองของหลอดไฟ 1 หลอดใน 15 นาที ให้ L = 50 ยูนิต ถ้า $x<L$ ให้เป็นเครื่องหมายลบ ถ้า $x>L$ ให้เป็นเครื่องหมายบวก ให้ Y คือจำนวนเครื่องหมายลบ จากตัวอย่าง $n = 50, y = 35$

1) $H_0 : \pi = .5$ (ความสิ้นเปลืองใน 15 นาที = 50 ยูนิต)

2) $H_a : \pi > .5$ (ความสิ้นเปลืองใน 15 นาที น้อยกว่า 50 ยูนิต)

3) $\alpha = .05$

4) จะปฏิเสธ H_0 เมื่อ $Z>Z_{.05} = 1.645$

5) ใช้ normal appraximation เพราะ $n>30$

$$Z = \frac{y - n\pi_0}{\sqrt{n\pi_0(1-\pi_0)}} = \frac{35 - 50(.50)}{\sqrt{50(.5)(.5)}}$$

$$= \frac{10}{12.5} = \frac{10}{3.536} = 2.83$$

6) $Z_c = 2.83 > 1.645$, ตกอยู่ในเขตวิกฤต จึงปฏิเสธ H_0, ยอมรับ H_a, สรุปว่าหลอดไฟมีความสิ้นเปลืองน้อยกว่า 50 ยูนิต ใน 15 นาที

<u>หมายเหตุ</u> ถ้าให้ Y คือจำนวนหลอดไฟที่มีความสิ้นเปลือง**มากกว่า** 50 ยูนิต ดังนั้น Y คือจำนวนเครื่องหมาย + จากตัวอย่าง $y = 15$ การทดสอบจะต้องเปลี่ยนสมมติฐานใหม่เป็น $H_0 : \pi = .5$ และ $H_a : \pi<.5$ เขตวิกฤตคือ $Z<-Z_{.05} = -1.645$ และตัวสถิติที่ใช้ทดสอบคือ $Z = \frac{15 - 50(.5)}{\sqrt{12.5}}$ $= -2.83$, Z_c จะตกอยู่ในเขตวิกฤตเช่นกัน จึงยอมรับ $H_a : \pi <.5$ นั่นคือ มีหลอดไฟที่กินไฟเกิน 50 ยูนิต น้อยเกินไป แสดงว่ามาจากประชากรน้อยกว่า 50 ยูนิต

2.5 โรงงานผลิตยาทาแก้ผื่นคันอ้างว่ายาที่ผลิตใหม่มีคุณภาพช่วยทำให้หายคันเร็วกว่ายาชนิดเดิมที่มีขายทั่วไปในท้องตลาด ถ้าทดสอบกับผู้เป็นผื่นคัน 50 คน โดยแบ่งบริเวณผื่นคันเป็น 2 จุด จุดหนึ่งใช้ทาด้วยยาชนิดเดิม อีกจุดหนึ่งใช้ทาด้วยยาชนิดใหม่ ให้ $d_1, d_2, \ldots, d_{50}$ คือผลต่างของเวลาที่ทายาจนรู้สึกหายคันโดยนำยาชนิดใหม่ไปลบออกจากยาชนิดเดิม ถ้ามีเครื่องหมายลบ 14 อัน จะสรุปผลโดยใช้ $\alpha = .01$ ว่าอย่างไร?

(เวลา) ชนิดเดิม (x_{i1}) :	$x_{1,1}$	$x_{2,1}$, ... ,		$x_{50,1}$
(เวลา) ชนิดใหม่ (x_{i2}) :	$x_{1,2}$	$x_{2,2}$, ... ,		$x_{50,2}$
$d_i = x_{i1} - x_{i2}$:	d_1	d_2 , ... ,		d_{50}

ถ้ายาชนิดใหม่ดีกว่ายาชนิดเดิม x_{i2} ควรมีค่าต่ำกว่า x_{i1} (ใช้เวลาน้อยกว่า) ดังนั้น เครื่องหมายของผลต่าง d_i ควรเป็นเครื่องหมายบวกเป็นส่วนมาก ในทางตรงข้าม ถ้ายาชนิดใหม่มีคุณภาพไม่ดีกว่าชนิดเดิม ดังนั้น x_{i2} ควรมีค่า ใกล้เคียงกับ x_{i1} จึงทำให้ d_i มีค่าบวกและลบใกล้เคียงกัน คือ 50%, ให้ Y คือจำนวนเครื่องหมายลบ ดังนั้นหลักฐานจากตัวอย่างจะสนับสนุน Ha เมื่อมีเครื่องหมายลบน้อยมาก นั่นคือเราจะตั้งสมมุติฐานว่า

1) $H_0 : \pi = .5$ (ยา 2 ชนิดมีคุณภาพทัดเทียมกัน)
2) $H_a : \pi < .5$ (ยาชนิดใหม่มีคุณภาพดีกว่า)
3) $\alpha = .01$
4) จะปฏิเสธ H_0 เมื่อ $Z_c < -Z_{.01} = -2.326$
5) $$Z = \frac{y - n\pi_0}{\sqrt{n\pi_0(1-\pi_0)}} = \frac{14 - 50(.5)}{\sqrt{50\,(.5)\,(.5)}}$$
$$= \frac{-11}{\sqrt{12.5}} = \frac{-11}{3.536} = -3.11$$
6) $Z_c = -3.11$ ตกอยู่ในเขตวิกฤต จึงปฏิเสธ H_0, ยอมรับ H_a และสรุปว่า ยาชนิดใหม่มีคุณภาพดีกว่า

หมายเหตุ ถ้า Y คือจำนวนเครื่องหมายบวก, y = 36 เราจะปฏิเสธเมื่อมีเครื่องหมายบวก มาก

เกินไป นั่นคือ $H_0 : \pi = .5$, $H_a : \pi > .5$, เขตวิกฤตเมื่อ $Z_c > 2.326$, $Z = \frac{36 - 25}{\sqrt{12.5}} = 3.11$ จะอยู่ในเขตวิกฤต จึงยอมรับ H_a สรุปว่า ยาชนิดใหม่ดีกว่ายาชนิดเดิม เพราะใช้เวลาน้อยกว่าอย่างมีนัยสำคัญ

2.6 <u>ข้อมูลต่อไปนี้คืออัตราสินค้าชำรุดก่อนและหลังการปรับปรุงระบบงาน จงทดสอบว่าการปรับปรุงระบบงานช่วยลดอัตราชำรุด หรือไม่ โดยใช้ $\alpha = .05$</u>

ก่อนปรับปรุง	8	7	6	9	11	10	8	6	5	8	9	10
หลังปรับปรุง	6	5	8	6	9	8	10	7	4	6	9	10
d_i = ก่อน-หลัง	+	+	−	+	+	+	−	−	+	+	0	0

d_i มีค่าซ้ำกัน 2 ค่า ซึ่งไม่มีเครื่องหมาย n จึงเหลือ 10

ให้ Y คือเครื่องหมายบวก จากตัวอย่าง $y = 7$ ถ้าการปรับปรุงไม่มีผลในการลดอัตราชำรุด จำนวนชำรุดก่อนและหลังปรับปรุง ควรมีค่าใกล้เคียงกัน d_i จะมีค่าใกล้เคียงกันด้วย ทำให้มีเครื่องหมายลบและบวกในสัดส่วนเท่า ๆ กัน หรือมาจากประชากรที่มี $\pi = .5$ แต่ถ้าการปรับปรุงมีผลลดอัตราชำรุด เราควรจะได้เครื่องหมายบวกมาก ๆ เพื่อจะสนับสนุนว่ามาจากประชากรที่มี $\pi > .5$

1) $H_0 : \pi = .5$ (การปรับปรุงไม่มีผลในการลดอัตราชำรุด)

2) $H_a : \pi > .5$ (การปรับปรุงมีผลช่วยลดอัตราชำรุด)

3) $\alpha = .05$

4) ให้ Y คือจำนวนเครื่องหมายบวก Y จะมีการแจกแจงแบบทวินามด้วย $n = 10$, $\pi = .5$ จากตารางทวินาม

$P(y \leq 7) = .94531$ $P(y \geq 8) = .05469 > .05$

$P(y \leq 8) = .98926$ $P(y \geq 9) = .01074 < .05 = \alpha_0$ เขตวิกฤตคือ $y \geq 9$

5) จากตัวอย่าง $y = 7$ ไม่อยู่ในเขตวิกฤต จึงยังปฏิเสธ H_0 ไม่ได้ สรุปว่า การปรับปรุงไม่มีผลช่วยลดอัตราชำรุด

2.7 <u>A และ B เป็นระบบการผลิตขดลวดไฟฟ้า ให้ X คือจำนวนขดลวดชำรุดใน 1 ชั่วโมงจากระบบ A และ Y คือจำนวนชำรุดต่อชั่วโมงจากระบบ B ในเมื่อทั้ง A และ B ผลิต</u>

ในชั่วโมงเดียวกัน จงประมาณด้วยการทดสอบแบบโค้งปกติ ว่าระบบทั้ง 2 ทำงานแตกต่างกันหรือไม่ เมื่อใช้ α = .01

ชั่วโมง	1	2	3	4	5	6	7	8
x	20	10	61	18	25	28	22	20
y	21	25	64	25	21	22	30	29
$d_i = x - y$	−1	−15	−3	−7	4	6	−8	−9

ชั่วโมง	9	10	11	12	13	14	15	16
x	18	15	23	25	18	5	30	31
y	16	10	18	35	24	25	19	13
$d_i = x - y$	+2	+5	+5	−10	−16	−20	11	18

วิธีที่ 1 ใช้ sign test ให้ y คือ จำนวนเครื่องหมายลบ ถ้าระบบ A และ B ทำงานเหมือนกัน ควรจะได้ เครื่องหมายลบ และบวกในอัตราส่วนใกล้เคียงกัน

1) $H_0 : \pi = .5$ (A และ B ทำงานไม่ต่างกัน)

2) $H_a : \pi \neq .5$ (A และ B ทำงานต่างกัน)

3) $\alpha = .01$

4) Y จะมีการแจกแจงแบบทวินามด้วย $n = 16, \pi = .5$ แต่ไม่มีค่าในตารางสำเร็จ เมื่อ $n = 16$ จึงจะประมาณการแจกแจงแบบทวินามด้วยโค้งปกติ ดังนั้น เขตวิกฤต คือ $Z > Z_{.005}$ และ $Z < -Z_{.005}$ นั่นคือ

$Z > 2.576$ และ $Z < -2.576$

5) $Z = \frac{y - n\pi_0}{\sqrt{n\pi_0(1-\pi_0)}}$ คือตัวสถิติที่ใช้ทดสอบ จากตัวอย่างมีเครื่องหมายลบอยู่ 9 จำนวน นั่นคือ y = 9 แทนค่าในสูตร จะได้

$$Z = \frac{9 - 16(.5)}{\sqrt{16(.5)(.5)}} = \frac{9 - 8}{\sqrt{4}} = \frac{1}{2} = 0.5$$

6) $Z_c = 0.5$ ไม่อยู่ในเขตวิกฤต จึงยอมรับ H_0 และสรุปว่า ระบบทั้ง 2 ทำงานไม่ต่างกัน

หมายเหตุ ข้อนี้ใช้โค้งปกติ ประมาณการทดสอบด้วยเครื่องหมาย จึงไม่จำเป็นต้องหาค่าความแตกต่าง แต่ถ้าใช้การทดสอบของ วิลค็อกซ์สัน ต้องหาขนาดความแตกต่าง เพราะต้องจัดอันดับความแตกต่าง

2.8 การทดลองเช่นเดียวกับในตัวอย่างที่ 5 แต่ใช้หมู 12 คู่ แบ่งเลี้ยงด้วยสูตรอาหาร A และ B ได้ผลต่างของน้ำหนัก (A – B) ของแต่ละคู่ ดังนี้

คู่	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$d_i = (A - B)$	-3	-4	-15	-2	-7	+2	0	-9	0	+1	-5	-8

ก) ให้ทดสอบว่าสูตร A มีคุณภาพด้อยกว่าสูตร B อย่างมีนัยสำคัญที่ $\alpha = .05469$ ไหม ถ้าใช้การทดสอบแบบเครื่องหมาย

ถ้า A และ B มีคุณภาพเท่ากัน ควรได้เครื่องหมายบวก และลบเท่า ๆ กัน แต่ถ้า A ด้อยกว่า B นั่นคือ น้ำหนักของสัตว์ทดลองที่กินอาหารสูตร A มีน้ำหนักต่ำกว่าที่กินอาหารสูตร B ดังนั้น จะได้เครื่องหมายผลต่าง A - B เป็นค่าลบ **มากกว่า** บวก ให้ Y คือจำนวนเครื่องหมาย**ลบ**

1) $H_0 : \pi = .5$ (หรือ $\mu_A = \mu_B$)
2) $H_A : \pi > .5$ (หรือ $\mu_A < \mu_B$)
3) $\alpha = .05469$
4) Y จะมีการแจกแจงแบบทวินาม ด้วย $n = 10, \pi = .5$
(ไม่มีเครื่องหมาย 2 คู่)
$P(Y \geq 8) = .05469 = \alpha_0$ ดังนั้น เขตวิกฤตคือ $Y \geq 8$
5) จากตัวอย่าง $y = 7$ (Y = จำนวนเครื่องหมายลบ)

6) y = 7 ไม่อยู่ในเขตวิกฤต จึงยังปฏิเสธ H_0 ไม่ได้ สรุปว่า สูตร A และ B มีคุณภาพเท่ากัน

ข) <u>จงใช้ normal approximation, α = .05</u>

$H_0 : \pi = .5$, $H_a : \pi > .5$, จะปฏิเสธ H_0 เมื่อ $Z_c > Z_{.05} = 1.645$, ตัวสถิติที่ใช้

ทดสอบคือ $Z = \dfrac{y - n\pi_0}{\sqrt{n\pi_0(1-\pi_0)}}$

$$Z = \frac{7 - 10(.5)}{\sqrt{10(.5)(.5)}} = \frac{7-5}{\sqrt{2.5}} = \frac{2}{1.581} = 1.26$$

$Z_c = 1.26$, ยังไม่อยู่ในเขตวิกฤต จึงยอมรับ H_0 และสรุปว่า สูตร A และ B มีคุณภาพต่อการเพิ่มน้ำหนัก ไม่ต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ

ค) <u>จงใช้การทดสอบของวิลค็อกซ์สัน α = .01</u>

การทดสอบนี้ต้องจัดอันดับของความแตกต่างโดยยังไม่คิดเครื่องหมายดังนี้

d_i	+3	−4	−15	−2	−7	+2	$\boxed{0}$	−9	$\boxed{0}$	+1	−5	−8
อันดับ	4	<u>5</u>	<u>10</u>	<u>2.5</u>	<u>7</u>	2.5		<u>9</u>		1	<u>6</u>	<u>8</u>

ที่ขีดเส้นใต้คืออันดับของเครื่องหมายลบ

ผลรวมอันดับของเครื่องหมายลบ = 47.5

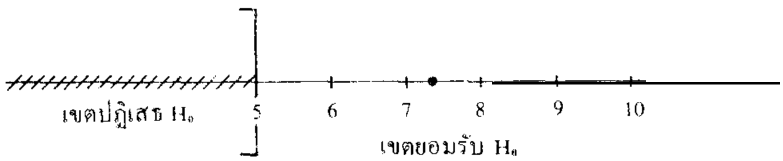
ผลรวมอันดับของเครื่องหมายบวก = 7.5

จากตาราง B_{20} เมื่อ n = 10

$P(T \leq 5) = .0098 < .01 \longleftarrow \alpha_0$

$P(T \leq 6) = .0137 > .01$

ดังนั้น เขตวิกฤตคือ จะปฏิเสธ เมื่อ $T \leq 5$ ด้วยระดับนัยสำคัญ .0098 ในเมื่อ T คือผลรวมอันดับของเครื่องหมายที่มีค่าน้อยที่สุด นั่นคือ T = 7.5 ซึ่งไม่อยู่ในเขตวิกฤต จึงยอมรับ H_0 ว่า สูตรทั้ง 2 มีคุณภาพไม่ต่างกัน



2.9 โรงงานผลิตยางรถยนต์อยากทราบว่าจะต้องเปลี่ยนใช้ระบบใหม่หรือไม่ โดยตั้งเกณฑ์ว่าหากมีหลักฐานสนับสนุนเพียงพอว่าระบบใหม่ทำให้ยางที่ผลิตได้มีอายุการใช้งานเพิ่มขึ้นจากเดิม ซึ่งมีค่ามัธยฐาน 20,000 ไมล์ จึงจะเปลี่ยนโดยให้ระดับนัยสำคัญไม่เกิน 1% จากการทดลอง ผลิตยางโดยระบบใหม่ 16 เส้น มีอายุการใช้งานเป็นไมล์ ดังนี้

20,600	19,900	23,000	2: ,800	20,800	22,200
18,900	21,300	21,200	21,700	20,500	18,400
19,800	20,700	21,500	20,900		

จงใช้การทดสอบแบบจัดอันดับเครื่องหมายตรวจสอบว่าควรใช้ระบบการผลิตใด?

ให้ X_i คืออายุการใช้งานของยางแต่ละเส้น

$d_i = X_i - 20{,}000$, d_i จะมีค่าต่าง ๆ และจัดอันดับได้ดังนี้

d_i	600	-100	3,000	1,800	800	2,200	-1,100	1,300
อันดับ	4	1	16	14	6	15	9	10
d_i	1,200	1,700	500	-1,600	-200	700	1,500	900
อันดับ	8	13	3	12	2	5	11	7

ให้ T = ผลรวมอันดับของเครื่องหมายลบ, $T = (1 + 9 + 12 + 2) = 24$

1) $H_0 : M = 20{,}000$ (ระบบใหม่ไม่ดีกว่าเดิม)

2) $H_a : M > 20{,}000$ (ระบบใหม่ ให้อายุการใช้งานสูงกว่า 20,000 ไมล์)

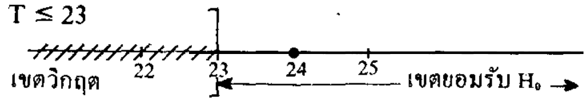
3) $\alpha = .01$

4) จากตารางของ Wilcoxson คือ ตาราง B_{20} เมื่อ $n = 16$

$P(T \leq 23) = .0091 < .01 = \alpha_0$

$P(T \leq 24) = .0107 > .01$

เขตวิกฤตคือ $T \leq 23$



5) $T = 24$ ยังไม่อยู่ในเขตวิกฤต จึงยอมรับ H_0 และสรุปว่า ยังไม่เปลี่ยนใช้ระบบใหม่

2.10 <u>สำนักงานแห่งหนึ่งตั้งมาตรฐานหลอดไฟขนาด 100 วัตต์ ที่จะซื้อมาใช้ในสำนักงานว่า ต้องมีหลักฐานสนับสนุนว่า เมื่อใช้ใน 10 นาทีแล้ว จะมีความสิ้นเปลืองน้อยกว่า 50 ยูนิต ถ้าผลการทดลองใช้ 12 หลอด ใน 10 นาที มีความสิ้นเปลืองเป็นยูนิต ดังนี้</u>

48.7	49.6	49.4	49.0	51.5	49.7
48.8	49.1	49.2	51.8	49.3	48.9

<u>จงใช้การทดสอบแบบจัดอันดับ เครื่องหมาย ทดสอบว่า สำนักงานจะตกลงใช้หลอดไฟชนิดนี้หรือไม่ ด้วย $\alpha = .01$</u>

ให้ X_i คือความสิ้นเปลืองเป็นยูนิต ใน 10 นาทีของหลอดที่ i

$d_i = 50 - X_i$, d_i จะมีค่าต่าง ๆ และจัดอันดับไว้ดังนี้

d_i	1.3	0.4	0.6	1.0	−1.5	0.3
อันดับ	10	2	3	7	<u>11</u>	1
d_i	1.2	0.9	0.8	−1.8	0.7	1.1
อันดับ	9	6	5	<u>12</u>	4	8

1) H_0 : ความสิ้นเปลืองใน 10 นาที = 50 ยูนิต

2) H_a : ความสิ้นเปลืองใน 10 นาที น้อยกว่า 50 ยูนิต

3) $\alpha = .01$

4) จากตาราง B_{20}, $n = 12$,

$P(T \leq 9) = .0081 < .01 = \alpha_0$

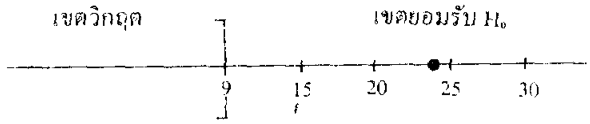
$P(T \leq 10) = .0105 > .01$

เขตวิกฤต คือ $T \leq 9$ ด้วยระดับนัยสำคัญ .0081

5) เมื่อใช้ Wilcoxon's one sample test

ให้ T = ผลรวมของเครื่องหมายที่มีค่าน้อยที่สุด คือเครื่องหมายลบ

$T = 11 + 12 = 23$



6) ยังไม่ปฏิเสธ H_0 นั่นคือ ความสิ้นเปลืองใน 10 นาที ไม่ต่ำกว่า 50 ยูนิต จึงจะไม่ใช้หลอดนี้

2.11 ข้อมูลต่อไปนี้คือน้ำหนักของกระเป๋าเดินทางและสัมภาระของนักฟุตบอล 2 ทีม คือ A และ B

A	34	39	41	28	33	
B	36	40	35	31	39	36

จงใช้ Wilcoxson's Two-Sample Test ทดสอบว่าน้ำหนักเฉลี่ยของกระเป๋าเดินทางของทีม B สูงกว่า A หรือไม่? $\alpha = .05$

1) $H_0 : \mu_A = \mu_B$

2) $Ha : \mu_A < \mu_B$

3) $\alpha = .05$

4) เราจะปฏิเสธ H_0 เมื่อ $\bar{x}_A$ เป็นค่าที่เล็กเกินไป จึงจะจัดอันดับจากค่าน้อยที่สุดไปหาค่ามากที่สุด และจะปฏิเสธ H_0 เมื่อ w_1 เป็นค่าเล็กเกินไป

นำข้อมูลมาจัดอันดับ ดังนี้

ข้อมูลเดิม	28	31	33	34	35	36	36	39	39	40	41
อันดับ	1	2	3	4	5	6.5	6.5	8.5	8.5	10	11

อันดับที่ขีดเส้นใต้คือ กลุ่ม A = กลุ่ม I

$w_1 = 1 + 3 + 4 + 8.5 = 16.5$

$$u = w_1 - n_1(n_1 + 1)/2$$
$$= 16.5 - 5(6)/2$$
$$= 1.5$$

จากตารางที่ 13 เมื่อ $n_1 = 5, n_2 = 6$

$P(U \leq 5) = .041 < .05 = \alpha_0$

$P(U \leq 6) = .063 > .05$

ดังนั้นเขตวิกฤตคือ เมื่อ $U \leq 5$

จากตัวอย่าง คำนวณได้ $U = 1.5$ จึงอยู่ในเขตวิกฤต จึงปฏิเสธ H_0, ยอมรับ H_a และสรุปว่า น้ำหนักของทีม A น้อยกว่า B อย่างมีนัยสำคัญ

2.12 มีนักเรียนคณิตศาสตร์ 12 คนซึ่งมีความสามารถใกล้เคียงกัน และเรียนคณิตศาสตร์โดยใช้โปรแกรมวัสดุ เลือกมา 5 คนแบบสุ่ม และสอนเพิ่มเติม เมื่อให้ 2 กลุ่มนี้ ทำข้อสอบชุดเดียวกัน ได้คะแนนสอบ ดังนี้

ครูสอนเพิ่มเติม	87	69	78	91	80		
โปรแกรมวัสดุอย่างเดียว	75	88	64	82	93	79	67

จงใช้การทดสอบของ Wilcoxon และ $\alpha = .05$ ตรวจสอบว่า การสอนเพิ่มเติมช่วยให้นักเรียนได้คะแนนสูงกว่าเดิม หรือไม่?

1. $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ (การสอนเพิ่มเติมไม่ช่วยการเรียนรู้)
2. $H_a : \mu_1 > \mu_2$ (การสอนเพิ่มเติมช่วยเพิ่มการเรียนรู้)
3. $\alpha = .05$

เนื่องจากสมมุติฐานรองว่า $\mu_1 > \mu_2$ ดังนั้น เราจะปฏิเสธ เมื่อ $\bar{x}_1$ เป็นค่าโตเกินไป แต่ถ้าเราจัดอันดับจากมากที่สุดมาหาคะแนนน้อยที่สุด คะแนนสูง ๆ ต้องเป็นอันดับต้น ๆ จึงจะสนับสนุน H_a นั่นคือ เมื่อ w_1 เป็นค่าที่เล็กเกินไป การจัดอันดับจากมากมาหาน้อยได้ผลดังนี้

ข้อมูลเดิม	93	91	88	87	82	80	79	78	75	69	67	64
อันดับ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

w_1 = ผลรวมอันดับของกลุ่มที่ 1 (ครูสอนเพิ่มเติม)

$w_1 = 2 + 4 + 6 + 8 + 10 = 30$

จากตารางที่ 13 เมื่อ $n_1 = 5, n_2 = 7$

$P(U \leq 6) = .037 = \alpha_0$ เพราะ $< .05$

$P(U \leq 7) = .053 > .05$

ดังนั้นเขตปฏิเสธ H_0 คือ $U \leq 6$

ในเมื่อ $U = w_1 - n_1(n_1 + 1)/2$

$= 30 - 5(6)/2$

$= 15$

$U = 15$ ไม่อยู่ในเขตวิกฤต จึงสรุปว่าการสอนเพิ่มเติมไม่ช่วยเพิ่มการเรียนรู้

2.13 น้ำหนักของคน 4 คน ซึ่งชั่งก่อนและหลังการเลิกสูบบุหรี่ 5 สัปดาห์ มีดังนี้

คน	1	2	3	4
ก่อนเลิกสูบ	148	176	153	116
หลังเลิกสูบ	154	179	151	121

จงใช้การทดสอบของ Wilcoxon ทดสอบว่าการเลิกสูบบุหรี่ทำให้น้ำหนักเพิ่มขึ้นหรือไม่ เมื่อใช้ $\alpha = .05$

ข้อมูลที่ได้เป็นข้อมูลแบบจับคู่ จึงจะใช้ Wilcoxon sign rank test

1. H_0 : การเลิกสูบบุหรี่ไม่ทำให้น้ำหนักเพิ่มขึ้น
2. Ha : การเลิกสูบบุหรี่ทำให้น้ำหนักเพิ่มขึ้น
3. $\alpha = .05$
4. ให้ d_i = น้ำหนักก่อนเลิกสูบ - หลังเลิกสูบ

d_i	=	−6	−3	2	−5	1
จัดอันดับ	=	4	2	1	3	

ผลรวมอันดับของเครื่องหมายลบ = 9

ผลรวมอันดับของเครื่องหมายบวก = 1 = T หรือ w

เนื่องจาก n = 4 ไม่มีค่าวิกฤตในตาราง B_{20} จึงต้องหา $P(w \leq 1)$ ดังนี้

w	set ของการจัดอันดับแล้วได้ค่า w
0	$\varnothing$
1	{1}

จำนวนหนทาง หรือ $n(w \leq 1)$ = 2

หนทางทั้งหมด เมื่อมี n = 4 = 2^4 = 16

ดังนั้น $P(w \leq 1) = \frac{2}{16} = \frac{1}{8} = 0.125 > .05$

w = 1 จึงไม่อยู่ในเขตวิกฤต จึงยังปฏิเสธ H_0 ไม่ได้ สรุปว่า ยังไม่มีหลักฐานเพียงพอที่จะสนับสนุนว่าการเลิกสูบบุหรี่ทำให้น้ำหนักเพิ่มขึ้น ทั้งนี้เพราะผู้ทดลองใช้**<u>ขนาดตัวอย่างเล็กเกินไป</u>** สำหรับขนาดตัวอย่าง n = 4 นี้ แม้ว่าผลการทดลองจะได้ว่าทั้ง 4 คน มีน้ำหนักเพิ่มขึ้น เมื่อเลิกสูบบุหรี่ นั่นคือ w = 0, P(w=0) = 1/16 = .0625 >.05 ดังนั้น ถ้าใช้ α = .05 ก็จะยังปฏิเสธ H_0 ไม่ได้ แต่ถ้าเพิ่มความเสี่ยงเป็น α = .10 จึงจะปฏิเสธ H_0 ได้

2.14. <u>รัฐบาลให้ทุนอุดหนุนวิทยาลัยเกษตรกรรม 9 แห่ง เพื่อทดลองเปรียบเทียบข้าว 2 พันธุ์ โดยให้ทุกวิทยาลัยปลูกในพื้นที่ทดลองซึ่งมีขนาดเท่ากัน ได้ผลผลิตเป็นบุชเชลต่อ 1 เอเคอร์ ดังนี้</u>

	วิทยาลัย								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
พันธุ์ I	38	23	35	41	44	29	37	31	38
พันธุ์ II	45	25	31	38	50	33	36	40	43

จงใช้ α = .05 ทดสอบด้วยวิธีของ Wilcoxon ตรวจสอบว่า ผลผลิตโดยเฉลี่ยของทั้ง 2 พันธุ์ มีความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญ หรือไม่

1) $H_0 : M_1 = M_2$

2) $Ha : M_1 \neq M_2$

3) $\alpha = .05$

4) จากตาราง B_{20} เมื่อ n = 9

$P(T \leq 5) = .0195 \leq .025 = \alpha_0$

$P(T \leq 6) = .0273 \leq .025$

เขตวิกฤตคือ $T \leq 5$ ด้วย $\alpha = 2(.0195) = .039$

5) d_i = พันธุ์ 1 - พันธุ์ที่ 2

d_i	=	-7	-2	4	3	-6	-4	1	-9	-5
จัดอันดับ	=	<u>8</u>	<u>2</u>	4.5	3	<u>7</u>	<u>4.5</u>	1	<u>9</u>	<u>6</u>

ผลรวมอันดับเครื่องหมายลบ = 36.5

ผลรวมอันดับเครื่องหมายบวก = 8.5 = T

แต่ T = 8.5 ไม่อยู่ในเขตวิกฤต จึงสรุปว่า ผลผลิตทั้ง 2 พันธุ์ ไม่ต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ

2.15 ในการเปรียบเทียบคุณภาพของยาง 2 ชนิด คือ A และ B ได้นำยางทั้ง 2 ไปใช้กับรถแท็กซี่ 8 คัน โดยวิธีสุ่มใช้กับล้อหลังด้านซ้ายและขวา ชนิดละข้าง ได้ข้อมูลดังนี้

คน	ชนิด A	ชนิด B	d_i = A - B	อันดับ
1	21,400	22,800	-1,400	7
2	28,300	29,100	-800	5
3	22,800	23,400	-600	3.5
4	19,900	19,300	600	3.5
5	30,100	29,700	400	1
6	20,400	22,600	-2,200	8
7	23,700	24,200	-500	2
8	18,700	19,600	-900	6

จงใช้การทดสอบของ Wilcoxon ทดสอบ : $\mu_A = \mu_B$ และ H_a : $\mu_A < \mu_B$ $\alpha = .01$

ผลรวมอันดับเครื่องหมายลบ = 31.5

ผลรวมอันดับเครื่องหมายบวก = 4.5 = T

จากตาราง B_{20} เมื่อ n = 8

$P(T \leq 1) = .0078 < .01 = \alpha_0$

$P(T \leq 2) = .0117 > .01$

เขตวิกฤตคือ $T \leq 1$

แต่ T = 4.5 จึงไม่อยู่ในเขตวิกฤต จึงยอมรับ H_0 ว่า คุณภาพยาง 2 ชนิด ไม่ต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ

หมายเหตุ ถ้าใช้ $\alpha = .05$

$P(T \leq 5) = .0391 < .05 = \alpha_0$ ⟵ เขตวิกฤต

$P(T \leq 6) = .0547 > .05$

เขตวิกฤต คือ $T \leq 5$

จากตัวอย่าง ได้ T = 4.5 จึงอยู่ในเขตวิกฤต จึงปฏิเสธ H_0 และรับ H_a ว่า $\mu_A < \mu_B$ ด้วยระดับนัยสำคัญ .0391

2.16 ผู้ผลิตอาหารลดน้ำหนัก โฆษณาว่าจะทำให้ลดได้ 10 ปอนด์ภายใน 2 สัปดาห์ ถ้าน้ำหนักของผู้ทดลอง 7 คน ก่อนและหลังการกินอาหารลดน้ำหนักมีดังนี้

หญิง	1	2	3	4	5	6	7
น้ำหนักก่อน	129	133	136	152	141	138	125
น้ำหนักหลัง	130	121	128	137	129	132	120
d_i = (ก่อน-หลัง)	−1	12	8	15	12	6	5

จงใช้การทดสอบของ Wilcoxon ตรวจสอบว่าอาหารดังกล่าวสามารถลดน้ำหนักได้โดยเฉลี่ย 10 ปอนด์ หรือไม่ถึง 10 ปอนด์, $\alpha = .05$

1) $H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 10$
2) $Ha : \mu_1 - \mu_2 < 10$
3) $\alpha = .05$
4) หาผลต่าง d_i = น้ำหนักก่อน - หลัง ให้ $Y = d_i - 10$

$(d_i - 10) = Y$	=	−11	2	−2	5	2	−4	−5
จัดอันดับให้ Y	=	$\underline{-7}$	2	$\underline{-2}$	5.5	2	$\underline{-4}$	$\underline{-5.5}$

ผลรวมอันดับของเครื่องหมายลบ = 18.5

ผลรวมอันดับของเครื่องหมายบวก = 9.5 = T

จากตาราง B_{20} เมื่อ n = 7

$P(T \leq 3) = .0391 < .05 = \alpha_0$

$P(T \leq 4) = .0547 > .05$

เขตปฏิเสธ H_0 คือ $T \leq 3$

แต่ T = 9.5 จึงไม่อยู่ในเขตวิกฤต จึงยอมรับ H_0 และสรุปว่า อาหารดังกล่าวลดน้ำหนักได้โดยเฉลี่ย 10 ปอนด์

2.17 จงทดสอบว่า ไม่มีความแตกต่างระหว่างอายุระหว่างพนักงานชาย และหญิง ในโรงงานหนึ่ง โดยใช้ แบบทดสอบ U ของ แมน-วิทนี่, $\alpha = .05$

ชาย	26	25	38	33	42	40	44	26	43	35
หญิง	44	30	34	47	35	46	35	47	48	34

$H_0 : \mu_1 = \mu_2$

$H_a : \mu_1 \neq \mu_2$

ข้อมูลเดิม :	$\underline{25}$	$\underline{26}$	$\underline{26}$	30	$\underline{33}$	34	34	$\underline{35}$	35	35
อันดับ :	$\underline{1}$	$\underline{2.5}$	$\underline{2.5}$	4	$\underline{5}$	6.5	6.5	$\underline{9}$	9	9
ข้อมูลเดิม :	$\underline{38}$	$\underline{40}$	$\underline{42}$	$\underline{43}$	44	44	46	47	47	48
อันดับ :	$\underline{11}$	$\underline{12}$	$\underline{13}$	$\underline{14}$	15.5	15.5	17	18.5	18.5	20

ที่ขีดเส้นใต้คือ กลุ่มที่ 1 (ชาย) ซึ่งมี $n_1 = 10$

ผลรวมอันดับของกลุ่มที่ 1 คือ $R_1 = 85.5$

เขต<u>ยอมรับ</u> H_0 คือ

$$a = \frac{n_1(n_1+1)}{2} = \frac{10(11)}{2} = 55$$

$$b = n_1n_2 + \frac{n_1(n_1+1)}{2} = 10(10) + \frac{10(11)}{2} = 155$$

นั่นคือ จะยอมรับ H_0 เมื่อ R_1 อยู่ระหว่าง 55 ถึง 155

จากตัวอย่าง คำนวณได้ $R_1 = 85.5$ ซึ่งอยู่ในเขตยอมรับ H_0 จึงสรุปว่า อายุของคนงานชายและหญิงไม่ต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ

<u>หมายเหตุ</u> เนื่องจากมีการระบุระดับนัยสำคัญ $\alpha = .05$ จึงต้องใช้ประมาณด้วยโค้งปกติ โดยมี

$$\mu_U = (n_1n_2)/2 = 10(10)/2 = 50$$

$$\sigma_U = \sqrt{\frac{n_1n_2(n_1+n_2+1)}{12}} = \sqrt{\frac{10(10)(21)}{12}} = 13.23$$

$$U = n_1n_2 + \frac{n_1(n_1+1)}{2} - R_1$$

$$= \quad 10(10) + \frac{10(11)}{2} - 85.5$$

$$= \quad 155 - 85.5$$

$$= \quad 69.5$$ — ตัวสถิติ U

แปลงค่า U เป็น Z ดังนี้

$$Z = \frac{U - \mu_u}{\sigma_u} = \frac{69.5 - 50}{13.23} = 1.47$$

เมื่อใช้ $\alpha = .05$ เขตปฏิเสธ H_0 คือ $Z > Z_{.025}$ หรือ $Z < -Z_{.025}$
หรือเมื่อ $Z > 1.96$, $Z < -1.96$
แต่ $Z_c = 1.47$ จึงไม่อยู่ในเขตวิกฤต จึงยอมรับ H_0 และสรุปว่า อายุของคนงาน 2 เพศไม่ต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ เมื่อใช้ $\alpha = .05$

2.18 ราคาขายปลีกของสินค้า A และ B จากร้านที่สุ่มมา จากเมืองต่าง ๆ มีดังนี้

A	89	90	92	81	76	88	85		
B	78	93	81	87	89	71	90	96	82

ราคาขายปลีกของพิมพ์ดีด A และ B แตกต่างกันหรือไม่ ถ้าใช้ $\alpha = .01$ โดย normal approx. โดยยกเว้นข้อจำกัด n_1, n_2 ต่ำกว่า 10 และเปรียบเทียบกับการทดสอบของแมน-วิทนี่

$$n_1 = 7, \; n_2 = 9, \quad H_0 : \mu_A = \mu_B, \; Ha : \mu_A \neq \mu_B$$

เรียงข้อมูลจากน้อยไปหามาก ดังนี้

ข้อมูลเดิม	71	76	78	81	81	82	85	87	88
จัดอันดับ	1	2	3	4.5	4.5	6	7	8	9

ข้อมูลเดิม	89	89	90	90	92	93	96
จัดอันดับ	10.5	10.5	12.5	12.5	14	15	16

ที่ขีดเส้นใต้คือกลุ่มที่ 1

$R_1 = 59.5$

เขตยอมรับ H_0 คือ

$$a = n_1(n_1+1)/2 = 7(8)/2 = 28$$

$$b = n_1n_2 + n_1(n_1+1)/2 = 7(9) + 28 = 91$$

$R_1 = 59.5$, ไม่อยู่ในเขตวิกฤต (อยู่ในเขตยอมรับ H_0) จึงสรุปว่า ราคาขายปลีกของ A และ B ไม่ต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ

ใช้ normal approximation $n_1 = 7, n_2 = 9, R_1 = 59.5$

$$\mu_u = n_1n_2/2 = 7(9)/2 = 31.5$$

$$\sigma_u = \sqrt{\frac{n_1n_2(n_1+n_2+1)}{12}} = \sqrt{\frac{7(9)(17)}{12}} = 9.45$$

$$U = n_1n_2 + n_1(n_1+1)/2 - R_1$$

$$= 7(9) + 7(8)/2 - 59.5$$

$$= 63 + 28 - 59.5$$

$$= 31.5$$

X แปลงค่า U เป็น Z $= \dfrac{U - \mu_u}{\sigma_u}$

$$Z = \frac{31.5 - 31.5}{9.45} = 0$$

Z_c ไม่อยู่ในเขตวิกฤต (เขตวิกฤต คือ $[Z_c] > 2.576$)

จึงยอมรับ H_0 และสรุปว่าราคาไม่ต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ

2.19 ข้อมูลต่อไปนี้คือจำนวนหน่วยของสินค้าที่ผลิตได้ต่อวันของพนักงานในกลุ่มอายุที่ต่างกัน 2 กลุ่มอายุ จงใช้แบบทดสอบของแมน-วิทนี่ ตรวจสอบว่ามีความแตกต่างระหว่างผลผลิตของกลุ่มอายุต่ำ และสูง หรือไม่ โดยใช้ $\alpha = .05$ และยกเว้นข้อจำกัดว่า $n_1, n_2 < 10$

เกิน 40	24	28	15	47	23	25	53	20		
ต่ำกว่า 40	22	12	30	16	26	14	18	21	16	18

$H_0 : \mu_1 = \mu_2$, $Ha : \mu_1 \neq \mu_2$, $\alpha = .05$

จัดข้อมูลเรียงลำดับดังนี้, $n_1 = 8, n_2 = 10$

ข้อมูลเดิม	12	14	<u>15</u>	16	16	18	18	<u>20</u>	21	22
อันดับ	1	2	<u>3</u>	4.5	4.5	6.5	6.5	<u>8</u>	9	10

ข้อมูลเดิม	<u>23</u>	<u>24</u>	<u>25</u>	26	<u>28</u>	30	<u>47</u>	<u>53</u>		
อันดับ	<u>11</u>	<u>12</u>	<u>13</u>	14	<u>15</u>	16	<u>17</u>	<u>18</u>		

$$R_1 = 97$$

$$\mu_u = n_1n_2/2 = 8(10)/2 = 40$$

$$\sigma_u = \sqrt{\frac{n_1n_2\ (n_1+n_2+1)}{12}} = \sqrt{\frac{8(10)(19)}{12}} = 11.25$$

$$U \doteq n_1n_2 + n_1\ (n_1+1)/2 - R_1$$

$$= 8(10 + 8(9)/2 - 97$$

$$= 80 + 36 - 97$$

$$= 19$$

$$Z = \frac{U - \mu_u}{v_u} = \frac{19 - 40}{11.25} = -1.86$$

เขตวิกฤต คือ $[Z_c] > 1.96$, แต่ $[Z_c] = 1.86 < 1.96$ จึงยังไม่ปฏิเสธ H_0 สรุปว่า ไม่มีความแตกต่างระหว่างผลผลิตของ 2 กลุ่ม

2.20 <u>บริษัทอีกแห่งหนึ่งต้องการทราบว่า อัตราผลผลิตของคนงานชายและหญิงมีความแตกต่างกันหรือไม่ ผู้จัดการฝ่ายผลิตได้เก็บผลงานของพนักงานหญิงและชาย ใน 1 สัปดาห์ แต่เลขานุการของผู้จัดการฝ่ายผลิตได้หลงลืมเก็บข้อมูลผิดแฟ้ม จนหาข้อมูลเดิมไม่พบ และทราบเพียงว่า</u>

$$\sigma_u = 64.26,\ \mu_u = 420 \text{ และ } R_1 = 830$$

ผู้จัดการจำไม่ได้ว่าใช้ขนาดตัวอย่างเท่าใด แต่จำได้ว่าขนาดตัวอย่างของกลุ่มชาย คือ n_2 มากกว่า n_1 อยู่ 2 คน จงคำนวณค่า Z และทดสอบนัยสำคัญที่ $\alpha = .05$ และจงหาค่าของ n_1, n_2 และ R_2

$H_0 : \mu_1 = \mu_2$, $H_a : \mu_1 \neq \mu_2$, $\alpha = .05$

เขตวิกฤต คือ $Z > 1.96$ หรือ $Z < -1.96$

$U = n_1 n_2 + n_1 (n_1 + 1)/2 - R_1$

ต้องหาค่าของ n_1, n_2 ก่อน

$$
\begin{aligned}
\text{จาก } \mu_u &= 420 \\
\text{แต่ } \mu_u &= n_1 n_2/2 = 420 \\
n_1 n_2 &= 2(420) = 840 \\
840 &= \left.\begin{aligned} &8 \times 105 \\ &24 \times 35 \\ &40 \times 21 \end{aligned}\right\} n_2 > n_1 \neq 2 \\
&\vdots \\
&= 20 \times 42 \\
&= 28 \times 30 \quad \text{ซึ่งมี} \quad n_2 > n_1 = 2
\end{aligned}
$$

ดังนั้น $n_1 = 28$, $n_2 = 30$ แทนค่าในสูตร U ดังนี้

$$
\begin{aligned}
U &= 28(30) + 28(29)/2 - 830 \\
&= 840 + 406 - 830 \\
&= 416 \\
Z &= (U - \mu_u)/\sigma_u \\
&= (416 - 420)/64.26 \\
&= -0.06
\end{aligned}
$$

$Z_c = -0.06$ ไม่อยู่ในเขตวิกฤต จึงยอมรับ H_0 และสรุปว่า ผลผลิตของคนงานชายและหญิง ไม่ต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ

การหาค่า R_2

ต้องใช้ความสัมพันธ์ว่า ผลรวมของอันดับ n อันดับ คือ

$$\boxed{\sum_{i==1}^{n} i \quad = \quad \frac{n(n+1)}{2}}$$

$$n = n_1 + n_2 = 28 + 30 = 58$$

$$\sum_{i=1}^{58} i = 58(59)/2 = 1711$$

$$= R_1 + R_2$$

แต่ $R_1 = 830$

ดังนั้น $R_2 = 1711 - 830 = 881$

2.21 <u>แบบทดสอบผลรวมของอันดับ และการวิเคราะห์ความแปรปรวน มีส่วนที่เหมือนกันและแตกต่างกันอย่างไรบ้าง?</u>

ข้อเหมือนกัน คือเป็นแบบทดสอบสำหรับเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของ k ประชากร แต่มีสมมติฐานต่างกันเล็กน้อย คือ ANOVA จะตั้งสมมุติฐานในรูปของพารามิเตอร์ว่า $H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \ldots = \mu_k$ ส่วน H-test จะตั้งว่า H_0 : ประชากรทั้งหลายมีการแจกแจงเหมือนกัน ข้อเหมือนกันอีกข้อหนึ่ง คือเป็นการทดสอบเพียงด้านเดียว ANOVA ใช้ F-test จะมีเขตวิกฤตที่ปลายหางด้านมาก ของ f ด้วยพื้นที่ α ส่วน H-test จะมีเขตวิกฤตอยู่ปลายหางด้านมากของโค้ง χ^2 ด้วยพื้นที่ α เช่นกัน ข้อแตกต่างคือ การทดสอบแบบ F ต้องมีข้อสมมุติเกี่ยวกับการแจกแจงของ k ประชากร ว่าต้องมีการแจกแจงแบบปกติ และมีความแปรปรวนเป็นเอกภาพ และต้องเป็นอิสระกัน นั่นคือ

$$X_{ij} \sim NID(\mu_j, \sigma^2)$$

แต่ H-test ไม่ต้องมีข้อสมมุติเกี่ยวกับการแจกแจงของประชากร นอกจาก X_{ij} แต่ละกลุ่มต้องเป็นอิสระกัน คือมาจากตัวอย่าง k กลุ่มซึ่งเป็นอิสระกัน

2.22 สมมติฐานการทดสอบแบบผลรวมของอันดับว่าอย่างไร?

H_0 : ประชากรทั้งหลายมีการแจกแจงแบบเดียวกัน

H_a : ประชากรทั้งหลายไม่มีการแจกแจงแบบเดียวกัน

2.23 การทดสอบผลรวมของอันดับ เป็นการทดสอบแบบด้านเดียว หรือ 2 ด้าน?

เป็นการทดสอบแบบด้านเดียว

2.24 ถ้าใช้การทดสอบผลรวมของอันดับ แทน ANOVA ค่าวิกฤตจะยังคงใช้ตาราง f หรือไม่? และมี df เท่าใด?

การทดสอบผลรวมของอันดับ หรือ H-test ตัวสถิติ H จะมีการแจกแจงแบบ $\chi^2(k-1)$ และจะปฏิเสธ H_0 เมื่อ $H > \chi^2_{\nu,\alpha}$ ν = df = k-1, k = จำนวนประชากรที่นำมาเปรียบเทียบ

2.25 ปลูกพืช 3 พันธุ์ ในแปลงทดลองที่มีความสมบูรณ์ของดินไม่ต่างกัน 20 แปลง ได้ผลผลิตต่อไร่ ดังนี้

พันธุ์ 1	20	21	22	23	24	26	28
พันธุ์ 2	19	20	23	18	25	13	12
พันธุ์ 3	15	20	16	17	14	27	

จงทดสอบว่า ผลผลิตของ 3 พันธุ์ ต่างกันหรือไม่ เมื่อใช้ α = .05

1. H_0 : ข้อมูลมาจากประชากรที่มีการแจกแจง แบบเดียวกัน
2. H_a : ข้อมูลไม่ได้มาจากประชากรที่มีการแจกแจงแบบเดียวกัน
3. $\alpha = .05$
4. จะปฏิเสธ H_0 เมื่อ $\chi^2 > \chi^2_{k-1,2} = \chi^2_{2,.05} = 5.991$
5. นำข้อมูลมาเรียงกันเพื่อจัดอันดับ ดังนี้

ข้อมูลเดิม	12	13	14	15	16	17	18	19	20	20	20
อันดับ	1	2	3	4	5	6	7	8	10	10	10

ข้อมูลเดิม	$\underline{21}$	$\underline{22}$	$\underline{23}$	$\overline{23}$	$\underline{24}$	$\overline{25}$	$\underline{26}$	27	$\underline{28}$
อันดับ	$\underline{12}$	$\underline{13}$	$\underline{14.5}$	$\overline{14.5}$	$\underline{16}$	$\overline{17}$	$\underline{18}$	19	$\underline{20}$

ที่ขีดเส้นใต้ หมายถึง กลุ่มที่ 1
ที่ขีดข้างบน หมายถึง กลุ่มที่ 2
ที่ไม่ขีดเส้น หมายถึง กลุ่มที่ 3

$$R_1 = 10 + 12 + 13 + 14.5 + 16 + 18 + 20 = 103.5$$

$$R_2 = 1 + 2 + 7 + 8 + 10 + 14.5 + 17 = 59.5$$

$$R_3 = 3 + 4 + 5 + 6 + 10 + 19 = \underline{47}$$

$$210$$

<u>Check</u> $\Sigma R_i = \sum^{20} i = n(n+1)/2 = 20(21)/2 = 210$

$$H = \frac{12}{N(N+1)} \sum_{j=1}^{k} R_j^2 / n_j - 3(N+1)$$

$$= \frac{12}{20(21)} \left(\frac{103.5^2}{7} + \frac{59.5^2}{7} + \frac{47^2}{6} \right) - 3(21)$$

$$= (.0285714)\ (2{,}404.238) - 63$$

$$= 5.692$$

6. $H = 5.692 < 5.991$ จึงไม่อยู่ในเขตวิกฤต จึงยอมรับ H_0 และสรุปว่า ผลผลิต 3 พันธุ์ไม่ต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ

2.26 <u>ต้องการทราบว่า ยางรถยนต์ 4 ชนิด มีอายุการใช้งานเฉลี่ยต่างกันหรือไม่ จึงสุ่มมาชนิดละ 5 เส้น และทดลองใช้งาน มีอายุการใช้งานเป็นไมล์ ดังนี้ ให้ทดสอบว่ายางทั้ง 4 มีคุณภาพไม่ต่างกัน $\alpha = .05$</u>

ชนิดที่ 1	อันดับ	ชนิดที่ 2	อันดับ	ชนิดที่ 3	อันดับ	ชนิดที่ 4	อันดับ
35,000	10	34,500	8	34,000	6	34,600	9
37,000	13	33,000	4	33,500	5	38,000	16
37,500	15	34,300	7	36,000	11	38,400	17
32,000	2	32,500	3	37,400	14	40,000	20
38,500	18	31,000	1	36,700	12	39,100	19
$R_1 = 58$		$R_2 = 23$		$R_3 = 48$		$R_4 = 81$	
$n_1 = n_2 = n_3 = n_4 = 5, N = \Sigma n_j = 20, k = 4$							

1) H_0 : อายุการใช้งานของยาง 4 ชนิด ไม่ต่างกัน

2) H_a : อายุการใช้งานของยาง 4 ชนิด มีความแตกต่างกัน

3) $\alpha = .05$

4) จะปฏิเสธ H_0 เมื่อ $x^2 > x^2_{(4-1), .05} = 7.815$

5) $$H \quad \frac{12}{N(N+1)} \Sigma \frac{R_j^2}{n_j} - 3(N+1)$$

$$= \frac{12}{20(21)} \left(\frac{58^2 + 23^2 + 48^2 + 81^2}{5} \right) - 3(21)$$

$$= (.02857)(2551.60) - 63$$

$$= 9.903$$

6) $H = 9.903 > 7.815$ ตกอยู่ในเขตวิกฤต จึงปฏิเสธ H_0 และสรุปว่า ยาง 4 ชนิดนั้นมีอายุการใช้งานไม่เหมือนกันทั้งหมด

2.27 <u>สำนักงานแห่งหนึ่งได้จำแนกพนักงานเป็น 3 ประเภท ฝ่ายจัดการต้องการทราบว่า พนักงาน 3 กลุ่มนี้มีคุณธรรมแตกต่างกันหรือไม่ จึงสุ่มมากลุ่มละ 10 คน ให้คะแนนคุณธรรมในตารางข้างล่าง จงทดสอบโดยใช้ L = .01</u>

กลุ่มที่ 1	21	23	25	27	31	33	30	35	13	39
อันดับ	9	11	14	16	22	24	20	26	1	30

กลุ่มที่ 2	20	22	26	28	30	32	19	34	36	38
อันดับ	8	10	15	17	20	23	7	25	27	29

กลุ่มที่ 3	15	16	17	24	18	29	30	14	37	24
อันดับ	3	4	5	12.5	6	18	20	2	28	12.5

$$R_1 = 173,\ R_2 = 181,\ R_3 = 111$$

$$n_j = 10,\ k = 3,\ \Sigma n_j = N = 30$$

1) H_0 : พนักงาน 3 กลุ่มมีคุณธรรมไม่ต่างกัน

2) H_a : พนักงาน 3 กลุ่มมีคุณธรรมต่างกัน

3) $\alpha = .01$

4) จะปฏิเสธ H_0 เมื่อ $x^2 > \chi^2_{2,.01} = 9.210$

5) $$H = \frac{12}{N(N+1)} \Sigma \frac{R_j^2}{n_j} - 3(N+1)$$

$$= \frac{12}{30(31)} \frac{173^2 + 181^2 + 111^2}{10} - 3(31)$$

$$= (0.01290)\ (7501.1) - 93$$

$$= 3.788$$

$H = 3.788 < 9.210$, ไม่ตกในเขตวิกฤต จึงยอมรับ H_0 และสรุปว่า พนักงาน 3 กลุ่มนั้น มีคุณธรรมไม่ต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ

2.28 คะแนนสอบไล่วิชาเศรษฐศาสตร์ สถิติ และจิตวิทยา ของนักเรียน 5 คน ในตารางข้างล่าง ให้ทดสอบว่า นักเรียน 5 คนนั้นมีความสัมฤทธิ์ผลใน 3 วิชาไม่ต่างกัน โดยใช้ $\alpha = .01$

เศรษฐศาสตร์	อันดับ	สถิติ	อันดับ	จิตวิทยา	อันดับ
98	14	90	8	99	15
86	4	91	9	89	7
78	1	95	11	80	2
84	3	97	13	88	6
87	5	93	10	96	12

$R_1 = 27$ $\quad R_2 = 51$ $\quad R_3 = 42$

1) H_0 : ความสัมฤทธิ์ผลใน 3 วิชา ไม่ต่างกัน

2) H_a : ความสัมฤทธิ์ผลใน 3 วิชา แตกต่างกัน

3) $\alpha = .01$

4) จะปฏิเสธ H_0 เมื่อ $x^2 > \chi^2_{2,.01} = 9.210$

5) สมมุติว่า คะแนนสอบ 3 วิชา เป็นอิสระกัน

$$H = \frac{12}{N(N+1)} \Sigma \frac{R_j^2}{n_j} - 3(N+1)$$

$$= \frac{12}{15(16)} \quad \frac{27^2 + 51^2 + 42^2}{5} - 3(16)$$

$$= 50.94 - 48$$

$$= 2.94$$

6) H = 2.94 < 9.210, ไม่ตกในเขตวิกฤต จึงยอมรับ H_0 และสรุปว่า นักเรียนทั้ง 5 มีความสัมฤทธิ์ผลในวิชาทั้ง 3 ไม่ต่างกัน

2.29 ใช้วิธีการทำลายเชื้อแบคทีเรียซึ่งแฝงในผลิตภัณฑ์ชนิดหนึ่ง ด้วยวิธีต่าง ๆ 3 วิธี ข้อมูลข้างล่างคือจำนวนแบคทีเรียที่เหลือตกค้างอยู่ภายหลังจากใช้วิธีทั้ง 3 ให้ทดสอบว่า วิธีการทั้ง 3 มีประสิทธิภาพแตกต่างกันหรือไม่ เมื่อใช้ $\alpha = .05$

วิธีที่ 1	อันดับ	วิธีที่ 2	อันดับ	วิธีที่ 3	อันดับ
110	10	120	15	130	21
108	8	109	9	125	18
105	6	115	12	135	24
98	1	104	5	133	23
102	3	122	16	128	20
111	11	119	14	103	4
131	22	123	17	100	2
106	7	117	13	127	19
$R_1 = 68$		$R_2 = 101$		$R_3 = 131$	

$$n_j = 8,\ k = 3,\ N = 24$$

1) H_0 : วิธีทั้ง 3 มีประสิทธิภาพไม่ต่างกัน

2) Ha : วิธีทั้ง 3 มีประสิทธิภาพแตกต่างกัน

3) $\alpha = .05$

4) จะปฏิเสธ H_0 เมื่อ $x^2 > \chi^2_{2,.05} = 5.991$

5)

$$H = \frac{12}{N(N+1)} \Sigma \frac{R^2_j}{n_j} - 3(N+1)$$

$$= \frac{12}{24(25)} \left(\frac{68^2 + 101^2 + 131^2}{8} \right) - 3(25)$$

$$= 4.965$$

6) $H = 4.965 < 5.991$ ไม่ตกในเขตวิกฤต จึงยังปฏิเสธ H_0 ไม่ได้ สรุปว่า วิธีการกำจัดแบคทีเรียทั้ง 3 มีประสิทธิภาพไม่ต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ

2.30 จงทดสอบว่าข้อมูลต่อไปนี้เป็นแบบสุ่มหรือไม่ ด้วย $\alpha = .05$

A, B, B, B, B, A, B, A, B, B, A, A, B, A, A, A, B, B, B, A, B, B, A, A, A, A, B, A, B, B, A, A, A, B, A, A, B, A, B, B

$n = 40$

$n_1 =$ เครื่องหมาย A $= 20$

$n_2 =$ เครื่องหมาย B $= 20$

$R =$ จำนวนรัน $= 22$

$$\mu_R = \frac{2n_1n_2}{n_1 + n_2} + 1$$

$$= \frac{2(20)(20)}{20+20} +$$

$$= 21$$

$$\sigma_R = \sqrt{\frac{2n_1n_2\,(2n_1n_2 - n_1 - n_2)}{(n_1 + n_2)^2\,(n_1 + n_2 - 1)}}$$

$$= \sqrt{\frac{2(20)(20)\ (2(20)(20) - 20 - 20)}{(40)^2\ (39)}}$$

$$= \sqrt{\frac{(800)\ (760)}{(1600)(39)}}$$

$$= \sqrt{9.7935} = 3.12197$$

1) H_0 : ข้อมูลเป็นแบบสุ่ม

2) H_a : ข้อมูลไม่เป็นแบบสุ่ม

3) $\alpha = .05$

4) จะปฏิเสธ H_0 เมื่อ $Z_c > 1.96$ หรือ $Z_c < -1.96$, $Z_{.025} = \pm 1.96$

5)

$$Z = \frac{R - \mu_R}{\sigma_R}$$

$$= \frac{22 - 21}{3.12197}$$

$$= 0.32$$

6) $Z_c = 0.32$ ไม่อยู่ในเขตวิกฤต จึงยังปฏิเสธ H_0 ไม่ได้ สรุปว่า ข้อมูลเป็นแบบสุ่ม

2.31 <u>ผลิตภัณฑ์เครื่องแก้วซึ่งขนส่งทางเรือ เมื่อตรวจสอบพบลำดับของดี (A) และชำรุด (D) ดังนี้</u>

A, A, A, A, <u>D</u>, A, <u>D, D, D</u>, A, A, <u>D, D</u>, A, A, A, A, A, A, A, <u>D, D, D, D, D</u>

<u>ให้ทดสอบว่า สินค้าชำรุดเป็นแบบสุ่มหรือไม่ เมื่อใช้ α = .10</u>

$n = 25 = (n_1+n_2)$

n_1 = เครื่องหมายของ A = 14

n_2 = เครื่องหมายของ D = 11

R = จำนวนรัน = 8

$$\mu_R = \frac{2n_1n_2}{n_1+n_2} + 1$$

$$= \frac{2(14)(1)}{25} + 1$$

$$= 13.32$$

$$\sigma_R = \sqrt{\frac{2n_1n_2\,(2n_1n_2 - n_1 - n_2)}{(n_1+n_2)^2(n_1+n_2-1)}}$$

$$= \sqrt{\frac{2(14)(11) \quad 2(14)(11) - 14 - 11}{(25)^2\ (24)}}$$

$$= \frac{\sqrt{(308)\ (283)}}{(625)\ (24)}$$

$$= 2.41$$

1) H_0 : สินค้าชำรุด เป็นแบบสุ่ม

2) Ha : สินค้าชำรุดไม่เป็นแบบสุ่ม

3) α = .10

4) จะปฏิเสธ H_0 เมื่อ $Z_c > 1.645$ หรือ $Z_c < -1.645$, $Z_{.05} = \pm 1.645$

5) $$Z = \frac{R - \mu_R}{\sigma_R} = \frac{8 - 13.32}{2.41} = -2.208$$

6) $Z_c = -2.208 < -1.645$, ตกในเขตวิกฤต จึงปฏิเสธ H_0, ยอมรับ H_a สรุปว่า สินค้าชำรุด ไม่เป็นแบบสุ่ม

2.32 ข้อมูลต่อไปนี้คือเปอร์เซนต์สินค้าชำรุดของเครื่องจักรเครื่องหนึ่ง จากวัน 25 วันทำการติดต่อกัน จงทดสอบว่าอนุกรมเป็นแบบสุ่มหรือไม่ เมื่อใช้ $\alpha = .05$ โดยเปลี่ยนค่าเหล่านี้เป็นสูงกว่า และต่ำกว่ามัธยฐาน

8.2	9.4	11.1	10.4	8.6
10.3	12.3	12.0	9.3	9.1
8.9	10.0	11.8	9.9	10.9
9.4	8.4	10.1	12.2	11.9
10.3	11.4	8.8	7.4	11.2

เมื่อนำข้อมูลมาเรียงลำดับกันจะได้ มัธยฐาน = 10.1 ถ้าจำนวนใดสูงกว่า 10.1 ให้ใช้เครื่องหมาย A ถ้าจำนวนใดต่ำกว่า 10.1 ให้ใช้เครื่องหมาย B ดังนั้น เครื่องหมายของอนุกรม มีดังนี้

B, B, A, A, B, A, A, A, B, B, B, B, A, B, A, B, B, (มัธยฐาน), A, A, A, A, B, B, A

n_1 = เครื่องหมาย A = 12

n_2 = เครื่องหมาย B = 12

n = 24 (ไม่นับค่ามัธยฐาน)

R = 12

$$\mu_R = \frac{2n_1n_2}{n_1+n_2} + 1$$

$$= \frac{2(12)(12)}{24} + 1 = \frac{288}{24} + 1$$

$$= 13$$

$$\sigma_R = \sqrt{\frac{2n_1n_2\{2n_1n_2 - n_1 - n_2\}}{(n_1+n_2)^2\ (n_1+n_2-1)}}$$

$$= \sqrt{\frac{288\ (288 - 24)}{(24)^2\ (23)}}$$

$$= 2.3956$$

1) H_0 : อนุกรมสินค้าชำรุดเป็นแบบสุ่ม
2) Ha : อนุกรมสินค้าชำรุดไม่เป็นแบบสุ่ม
3) $\alpha = .05$
4) จะปฏิเสธ H_0 เมื่อ $[Z_c] > 1.96$, $Z_{.025} = \pm 1.96$
5) $Z_c = \frac{R - \mu_R}{\sigma_R} = \frac{12 - 13}{2.3956} = -0.42$
6) $Z_c = -0.42$ ไม่อยู่ในเขตวิกฤต จึงยังปฏิเสธ H_0 ไม่ได้ สรุปว่า อนุกรมสินค้าชำรุดเป็นแบบสุ่ม

2.33 เจ้าของภัตตาคารแห่งหนึ่งสังเกตว่า ลูกค้าสูงอายุมารับประทานอาหารเย็นเร็วกว่าหนุ่มสาว ซึ่งอาจเป็นเพราะผู้สูงอายุไม่ต้องรับภาระกังวลเรื่องลูกที่ยังเล็กจึงปลีกเวลามาก่อนได้ เขาได้จดบันทึกลำดับของลูกค้าที่เข้ามารับประทานอาหารเย็นตั้งแต่ 17.30 น. โดยให้ A แทนลูกค้าที่มีอายุ 30 ปีขึ้นไป และ B แทนลูกค้าที่มีอายุต่ำกว่า 30 ปี ดังนี้ จงใช้ $\alpha = .05$ ทดสอบว่าอายุของลูกค้าเป็นแบบสุ่มหรือไม่?

(17.30 น) A, A, A, A, A, A, B, A, A, A, A, A, A, B, B, B, A, B, B, B, B, B, B, A, B, B, B, B, B, B, A (4 ทุ่ม)

n_1 = จำนวนเครื่องหมาย A = 15

n_2 = จำนวนเครื่องหมาย B = 16

$n = n_1 + n_2 = 31$

$R = 9$

$$\mu_r = \frac{2n_1n_2}{n_1 + n_2} + 1$$

$$= \frac{2(15)(16)}{31} + 1$$

$$= \frac{480}{31} + 1 = 16.48$$

$$\sigma_r = \frac{\sqrt{480\,(480 - 31)}}{(31)^2\,(30)}$$

$$= 2.734$$

1) H_0 : อายุของลูกค้าที่มารับประทานอาหารเย็นตั้งแต่ 17.30-22.00 น. เป็นแบบสุ่ม
2) H_a : อายุของลูกค้าไม่เป็นแบบสุ่ม
3) $\alpha = .05$
4) จะปฏิเสธ H_0 เมื่อ $Z_c > 1.96$ หรือ $Z_c < -1.96$
5) $Z = \frac{R - \mu_R}{\sigma_R} = \frac{9 - 16.48}{2.734} = -2.74$
6) $Z_c = -2.74 < -1.96$, ตกอยู่ในเขตวิกฤต จึงปฏิเสธ H_0 และยอมรับ H_a สรุปว่า อายุของลูกค้าที่มารับประทานอาหารเย็นไม่เป็นแบบสุ่ม คือตอนหัวค่ำมีผู้สูงอายุเป็นส่วนใหญ่ และตอนดึกเป็นพวกวัยหนุ่ม-สาว

2.34 ให้ X คือ อัตราความก้าวร้าว

Y คือ จำนวนขายในรอบปีที่ผ่านมา

ข้อมูลข้างล่างคือจำนวนขายของพนักงาน 8 คน และความก้าวร้าว ให้ทดสอบว่าสหสัมพันธ์แบบอันดับมีนัยสำคัญ ที่ $\alpha = .05$ หรือไม่?

X	30	17	35	28	42	25	19	34
Y	35	31	40	46	50	32	33	42

จัดอันดับให้ X และ Y ได้ดังนี้

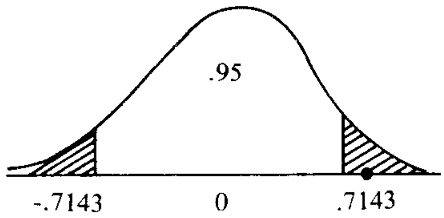
X	5	1	7	4	8	3	2	6
Y	4	1	5	7	8	2	3	6
d_i	1	0	2	-3	0	1	-1	0

$$\Sigma d^2 = 16$$

$$r_s = 1 - \frac{6\Sigma d_i^2}{n(n^2-1)}$$

$$= 1 - \frac{6(16)}{8(63)}$$

$$= .8095$$



เปิดตารางที่ 11 ท้ายเล่ม ที่ $\alpha = .05$ ค่าวิกฤตของการทดสอบ 2 ด้าน ($H_0 : \rho = 0$, $H_a : \rho \neq 0$) เมื่อ $n = 8$ คือ .7143 คำนวณค่า r_s ได้ .8095 >.7143 ตกในเขตวิกฤต จึงปฏิเสธ H_0 สรุปว่า อัตราความก้าวร้าว และจำนวนขายในรอบปีมีสหสัมพันธ์กัน (สหสัมพันธ์มีนัยสำคัญ)

2.35 ผู้เชี่ยวชาญเกษตรได้จัดอันดับคนงาน 8 คน ตามจำนวนชั่วโมงทำงานล่วงเวลา และจำนวนปีที่เข้าทำงาน ในตารางข้างล่าง ให้ทดสอบนัยสำคัญของ r_s ด้วย $\alpha = .01$

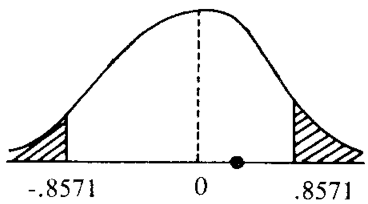
ชั่วโมงล่วงเวลา	5.0	8.0	4.0	3.0	7.0	1.0	6.0	2.0
จำนวนปีทำงาน	1.0	6.0	2.0	7.0	8.0	4.5	3.0	4.5
d_i	4	2	2	-4	-1	-3.5	3	-2.5

$$\Sigma d_i^2 = 68.5$$

$$r_s = 1 - \frac{6 \Sigma d_i^2}{n(n^2-1)}$$

$$= 1 - \frac{6(68.5)}{8(63)}$$

$$= 0.1845$$



$H_0 : \rho = 0$, $H_a : \rho \neq : 0$, $\alpha = .01$

จากตารางที่ 11 ท้ายเล่ม เมื่อ $n = 8$, $\alpha = .01$ ค่าวิกฤตคือ .8571 ค่าคำนวณ $r_s = .1845$ ไม่อยู่ในเขตวิกฤต จึงยังไม่ปฏิเสธ H_0 สรุปว่า ชั่วโมงล่วงเวลา และจำนวนปีทำงาน ไม่มีสหสัมพันธ์กัน

2.36 ในการคัดเลือกผู้จัดการสาขาเปิดใหม่ของบริษัทหนึ่ง ได้มีผู้สมัครทั้งสิ้น 14 คน และใช้

กรรมการสัมภาษณ์ 2 คน กรรมการทุกคนจะสัมภาษณ์ผู้สมัครทุกคน และให้คะแนนอย่างเป็นอิสระกัน จงทดสอบว่า คะแนนของกรรมการทั้ง 2 คน มีสหสัมพันธ์แบบเชิงบวก หรือไม่ เมื่อใช้ $\alpha = .01$

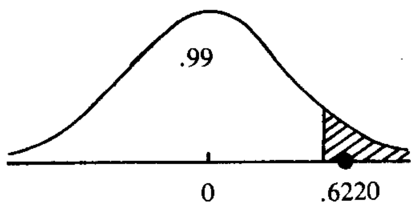
ผู้สมัคร	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
กรรมการ 1	1	11	12	2	13	10	3	4	14	5	6	9	7	8
กรรมการ 2	4	12	11	2	13	10	1	3	14	8	6	5	9	7
d_i	-3	-1	1	0	0	0	2	1	0	-3	0	4	-2	1

$$\Sigma d_i^2 = 46$$

$$r_s = 1 - \frac{6\Sigma d_i^2}{n(n^2-1)}$$

$$= 1 - \frac{6(46)}{14(195)}$$

$$= 0.8989$$



$H_0 : \rho = 0,\ H_a : \rho > 0,\ \alpha = .01$

จากตารางที่ 11 ดูที่ $\alpha = .02$ (รวม 2 ด้าน = .02, ด้านเดียว = .01 = n = 14 ได้ค่าวิกฤต .6220 $r_s = .8989$ ตกอยู่ในเขตวิกฤต จึงปฏิเสธ H_0, สรุปว่า คะแนนของกรรมการ 2 ท่านมีสหสัมพันธ์แบบเชิงบวก

2.37 การทดสอบสหสัมพันธ์แบบจัดอันดับ เป็นการทดสอบแบบ 2 ด้านเสมอไปหรือไม่?

ไม่จำเป็น, จะทดสอบด้านเดียวก็ได้ เช่นในข้อ 2.36 เป็นการทดสอบว่ามีสหสัมพันธ์แบบเชิงบวกหรือไม่ หรือถ้าจะทดสอบว่ามีสหสัมพันธ์แบบนิเสธก็ได้โดยใช้ $H_a : \rho < 0$

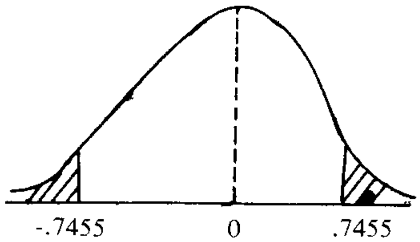
2.38 กรรมการ 2 คนให้คะแนนผู้เข้าประกวดความงาม 11 คน ดังนี้ ให้ทดสอบนัยสำคัญของ r_s โดยใช้ $\alpha = .01$

ผู้เข้าประกวด	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
กรรมการ 1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
กรรมการ 2	2	3	1	6	4	5	8	7	10	11	9
d_i	-1	-1	2	-2	1	1	-1	1	-1	-1	2

$$\Sigma d_i^2 = 20$$

$$r_s = 1 - \frac{6(20)}{11(120)}$$

$$= .909$$



$H_0 : \rho = 0,\ H_a : \rho \neq 0, \alpha = .01$, จากตารางที่ 11 เมื่อ $n = 11, \alpha = .01$ ค่าวิกฤต คือ .7455 แต่ $r_s = .909$ ตกในเขตวิกฤต จึงปฏิเสธ H_a สรุปว่า คะแนนของกรรมการ 2 คน มีสหสัมพันธ์กัน

2.39 มีตำแหน่งทางบริหารว่าง 1 ตำแหน่ง มีผู้สมัคร 6 คน กรรมการ 2 คนให้คะแนน คือ รองประธานบริษัท และผู้จัดการฝ่ายบุคคล ให้ทดสอบว่าผลการจัดอันดับคะแนนความพอใจของกรรมการ 2 คนมีนัยสำคัญ ที่ $\alpha = .01$ หรือไม่

ผู้สมัคร	A	B	C	D	E	F
รองประธาน	1	2	3	4	5	6
ผู้จัดการฝ่ายบุคคล	2	1	3	5	6	4
d_i	-1	1	0	-1	-1	2

$$\Sigma d_i^2 = 8$$

$$r_s = 1 - \frac{6(8)}{6(35)} = 0.7714$$

$H_0 : \rho = 0, H_a : \rho \neq 0, \alpha = .01$

จากตารางที่ 11 เมื่อ n = 6, α = .01, ค่าวิกฤตคือ .9429 แต่ r_s = .7714 ไม่อยู่ในเขตวิกฤต ยังปฏิเสธ H_0 ไม่ได้ สรุปว่า สหสัมพันธ์ระหว่างอันดับของกรรมการ 2 คนไม่มีนัยสำคัญ คือ คะแนนที่ให้ไม่เกี่ยวข้องกัน

2.40 สายการบินได้รับการร้องเรียนว่าทำเสียงดังรบกวนมาก จึงได้ติดตั้งเครื่องกำจัดเสียงที่ท่อไอเสียของเครื่องบินเจ็ท ข้อมูลข้างล่างคือ จดหมายร้องทุกข์ก่อนและหลังการติดตั้งเครื่องกำจัดเสียง จงใช้ α = .05 ทดสอบว่า การติดตั้งเครื่องช่วยลดเสียงรบกวนหรือไม่ เพราะถ้ามีหลักฐานสนับสนุนไม่เพียงพอ สายการบินจะถอดเก็บ เพราะเครื่องกำจัดเสียทำให้สิ้นเปลืองเชื้อเพลิงเพิ่มขึ้นจากเดิม

จำนวนจดหมายร้องทุกข์ก่อนและหลังการติดตั้งเครื่องกำจัดเสียง

ก่อน	15	20	24	18	30	46	15	29	17	21	18
หลัง	23	19	12	9	16	12	28	20	16	14	11

จัดอันดับข้อมูลได้ดังนี้

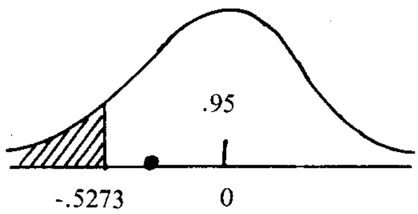
ก่อน	1.5	6	8	4.5	10	11	1.5	9	3	7	4.5
หลัง	10	8	3.5	1	6.5	3.5	11	9	6.5	5	2
d_i	-8.5	-2	4.5	3.5	3.5	7.5	-9.5	0	-3.5	2	2.5

$$\Sigma d_i^2 = 290$$

$$r_s = 1 - \frac{6(290)}{11(120)}$$

$$= 1 - 1.318$$

$$= -0.318$$



H_0 : ρ = 0, H_a : $\rho < 0$, α = .05 จากตารางที่ 11 เมื่อ n = 11, α = .10 (2 ด้าน =

.10, ด้านเดียวเหลือ = .05 ค่าวิกฤต คือ ±.5273, r_s = -0.318 ไม่ตกในเขตวิกฤต จึงยังปฏิเสธ H_0 ไม่ได้ สรุปว่า เครื่องกำจัดเสียงไม่ลดจำนวนจดหมายร้องทุกข์ สายการบินควรถอดออก

2.41 นักอุตุนิยมวิทยาผู้หนึ่งเชื่อว่า ถ้าฝนตกหนักติดต่อกัน 6-7 ปี จะตามด้วยปีแห้งแล้งกว่าปกติจำนวนหนึ่ง แต่นักอุตุนิยมวิทยาอีกผู้หนึ่งเชื่อว่าปริมาณฝนตกแต่ละปีมีลักษณะเป็นแบบสุ่ม เขาได้ตรวจดูปริมาณน้ำฝนย้อนหลังไปหลาย ๆ ปี โดยนำปริมาณฝนแต่ละปีเทียบกับค่ามัธยฐาน ถ้าสูงกว่า ให้เครื่องหมาย A ถ้าต่ำกว่าให้เครื่องหมาย B ได้ข้อมูลดังนี้

A, A, B, B, B, B, A, B, A, A, A, B, A, B, A, B, A, A, B, B, B,

A, A, B, A, B, A, A, B, B, B, A, B, B, B, A, B, A, A, A,

B, A, A, A, B, A, B, B, A

จงทดสอบด้วย α = .05 ว่าลักษณะฝนมีรูปแบบหรือเป็นแบบสุ่ม

n = 49, n_1 = เครื่องหมาย A = 25, n_2 = เครื่องหมาย B = 24

R = จำนวนรัน = 29

$$\mu_R = \frac{2n_1n_2}{n_1 + n_2} + 1$$

$$= \frac{2(25)(24)}{49} + 1$$

$$= \frac{1200}{49} + 1$$

$$= 25.4898$$

$$\sigma_R = \sqrt{\frac{2n_1n_2(2n_1n_2-n_1-n_2)}{(n_1 + n_2)^2 (n_1 + n_2 - 1)}}$$

$$= \sqrt{\frac{1200(1200 - 49)}{(49)^2 \ (48)}}$$

$$= 3.462$$

1) H_0 : อนุกรมของปริมาณฝนตกแต่ละปีเป็นแบบสุ่ม

2) H_a : อนุกรมไม่เป็นแบบสุ่ม (มีรูปแบบ)

3) $\alpha = .05$

4) จะปฏิเสธ H_0 เมื่อ $Z_c > 1.96$ หรือ $Z_c < -1.96$

5) $$Z = \frac{R - \mu_r}{\sigma_r} = \frac{29 - 25.4898}{3.462} = 1.01$$

6) $Z_c = 1.01$ ไม่อยู่ในเขตวิกฤต จึงยังปฏิเสธ H_0 ไม่ได้

สรุปว่า ปริมาณฝนตกแต่ละปีเป็นแบบสุ่ม (ไม่มีรูปแบบ)

2.42 ข้อมูลข้างล่างคือคะแนนความพอใจของผู้ทดลองใช้ผงซักฟอก 2 ชนิด เป็นเวลาติดต่อกัน 3 สัปดาห์ (คนเดียวใช้ 2 ชนิด) จงใช้ $\alpha = .05$ ตรวจสอบว่ามีความแตกต่างระหว่างผงฟอก 2 ชนิดนี้ หรือไม่?

A	4	4	5	5	3	2	5	3	1	2	5	3	4	2	5	5
B	2	3	3	3	3	3	3	4	3	2	3	2	2	3	3	4
d_i :	2	1	2	2	0	-1	2	-1	-2	0	2	1	2	-1	2	1
อันดับ :	10.5	3.5	10.5	10.5	0	3.5	10.5	3.5	10.5	0	10.5	3.5	10.5	3.5	10.5	3.5

จะใช้ การทดสอบแบบจับคู่ ของ Wilcoxon

$n = 14,\ T = 3.5 + 3.5 + 10.5 + 3.5 = 21$

จากตาราง B_{20} เมื่อ $n = 14, \alpha/2 = .025$

$P(T \leq 21) = .0247 < .025 = \alpha_0$

$P(T \leq 22) = .0290 > .025$