4. การวิเคราะห์อนุกรมเวลา

1. การวิเคราะห์อนุกรมเวลา
(Analysis of Time Series)

อนุกรมเวลา หมายถึงการจัดข้อมูลตามลำดับเวลา เช่น จำนวนขายเป็นรายเดือนของสินค้าชนิดหนึ่ง ในรอบ 60 เดือน ผลิตภัณฑ์ประชาชาติเบื้องต้นเป็นรายปี จำนวนผู้เช่าห้องพักของโรงแรมเป็นรายเดือน จำนวนประชากรรายปี เป็นต้น การศึกษาลักษณะการเคลื่อนไหวในอนุกรมเวลา จะช่วยให้สามารถคาดคะเนและจัดเตรียมโครงการ สำหรับอนาคตได้

อนุกรมเวลา คือ การเรียงลำดับข้อมูล n จำนวน คือ $y_1, y_2, \ldots, y_n$ โดยมีช่วงระยะเวลาห่าง**เท่ากัน**ตลอด

ช่วงห่างของเวลาอาจเป็น 1 เดือน เช่นจำนวนขายรายเดือน อาจเป็น 1 ปี เช่น จำนวนประชากรต่อ 1 ปี อาจเป็น 1 ชั่วโมง เช่น การใช้ไฟต่อ 1 ชั่วโมง เป็นต้น

ลักษณะข้อมูล

ข้อมูลในอนุกรมเวลา มี 2 ชนิด คือ

1. ข้อมูลนั้นเก็บจากตัวแปรในช่วงเวลาที่ห่างเท่ากัน เช่น จำนวนสินค้าคงเหลือเมื่อใกล้วันปิดบัญชี จำนวนมวลพิษในอากาศ ณ เวลาหนึ่ง
2. ข้อมูลนั้นได้จากตัวแปรที่สะสมกันในช่วงเวลาหนึ่ง เช่น จำนวนขายรายเดือนได้จากการสะสมจำนวนขายรายวัน ปริมาณฝนรายปี ได้จากการสะสมจากรายเดือน เป็นต้น

อย่างไรก็ตาม ข้อมูลจากตัวแปรทั้ง 2 ข้อดังกล่าวจะให้อนุกรมเวลาที่เหมือนกัน คือ **เป็นอนุกรมเวลาแบบไม่ต่อเนื่อง** (discrete time series) เนื่องจากเราสามารถแบ่งข้อมูลเหล่านั้นเป็นช่วงเวลาต่างหากจากกันได้ ส่วน **อนุกรมเวลาแบบต่อเนื่อง** (continuous time series) จะให้ข้อมูลเป็นช่วงเวลาที่ต่อเนื่อง ตัวอย่าง เช่น กราฟ อีเคจี (electrocardiogram) เป็นกราฟแสดงการเต้นของหัวใจ

2. การปรับเส้นกราฟข้อมูลให้เรียบ

ก่อนจะวิเคราะห์ส่วนประกอบของอนุกรมเวลา ควรทราบวิธีการสถิติที่เป็นเครื่องมือสำคัญสำหรับการวิเคราะห์อนุกรมเวลา คือ วิธีหาค่าเฉลี่ยแบบเคลื่อนที่ (moving average) เพื่อปรับเส้นกราฟให้เรียบขึ้น เป็นวิธีการขจัดความผันผวนออกจากอนุกรมเวลา

วิธีหาค่าเฉลี่ยแบบเคลื่อนที่ของอนุกรมเวลา คือการแบ่งอนุกรมเวลาเป็นกลุ่มย่อย ๆ หรือคาบเวลาย่อย ๆ ซึ่ง ในกลุ่มประกอบด้วยข้อมูล k จำนวน และให้อยู่ในลักษณะที่คาบเกี่ยวกัน เช่น กลุ่มแรกคือ $y_1,\ldots, y_k$; กลุ่มที่ 2 คือ $y_2,\ldots, y_{k+1}$; เช่นนี้เรื่อยไป จนหมดอนุกรมเวลา โดยที่ k คือจำนวนคาบเวลาที่ใช้หาค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ และต้องเป็นค่าคงที่ตลอดอนุกรมนั้น

การหาค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่แบบกึ่งกลาง
(Semi moving average)

มีขั้นตอนดังนี้

1. กำหนดค่า k

2. หาผลรวมเคลื่อนที่ของคาบเวลานั้น และเขียนค่าผลรวมที่**<u>กึ่งกลาง</u>**ของคาบเวลา

คือ ปีที่ $\frac{(k+1)}{2}$ โดยที่

ผลรวมของคาบที่ 1 = $y_1 + y_2 + \dots + y_k$

ผลรวมของคาบที่ 2 = $y_2 + y_3 + \dots + y_{k+1}$

ผลรวมของคาบที่ 3 = $y_3 + y_4 + \dots + y_{k+2}$

เป็นต้น

3. หาค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ของแต่ละคาบเวลา โดยที่

$$\text{ค่าเฉลี่ย} = \frac{(\text{ผลรวม})}{k}$$

ปัญหา

ขึ้นอยู่กับค่า k ถ้า k เป็นเลขคี่ ค่าเฉลี่ยของ k จำนวน จะอยู่ตรงกับปีหนึ่งปีใดพอดี เพราะ $\frac{k+1}{2}$ จะเป็นตัวเต็ม แต่ถ้า k เป็นเลขคู่ $\frac{k+1}{2}$ จะเป็นเศษส่วน ค่าเฉลี่ยจึงไม่อยู่ตรงปีใด แต่จะอยู่กึ่งกลางระหว่าง 2 ปี จึงต้องเอาค่าเฉลี่ย 2 ปีนั้น มาหาค่าเฉลี่ย ซ้ำอีกครั้งหนึ่ง เช่น สมมุติ k = 4 และมีข้อมูล 7 ปี ดังนี้

t	1	2	3	4	5	6	7
y_i	2	6	4	8	6	7	2

y_i

ผลรวมเคลื่อนที่ (k = 4) 20 24 25 23

ค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ (k = 4) 5.0 6.0 6.25 5.15

5.5 6.13 6.0

ค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ของ 4 ปี จะอยู่กึ่งกลางระหว่างปีที่ 2 และ 3 จึงต้องหาค่าเฉลี่ยอีกครั้ง

5.5 = (5.0 + 6.0)/2 เป็น ค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ของปีที่ 3

หรืออาจจะทำให้สั้นโดยไม่ต้องหาค่าเฉลี่ยครั้งที่ 1 เราหาค่าเฉลี่ยสุดท้ายโดยเอายอดรวมของ 2 คาบเวลารวมกัน แล้วหารด้วย 2k ดังนี้

5.5 = (20 + 24)/8

ดังนั้น จึงมีชื่อเรียกค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่แบบกึ่งกลางนี้ว่า เป็นค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่แบบถ่วงน้ำหนัก (weighted average)

ตัวอย่างที่ 1 จำนวนจดหมายร้องทุกข์ในแต่ละวันของร้านสรรพสินค้าแห่งหนึ่งในรอบ 6 สัปดาห์ (ขาย 5 วันต่อสัปดาห์) เมื่อหาค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ 5 วัน, k = 5 ซึ่งเป็นเลขคี่ จึงตรงปีพอดี จึงหาค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ครั้งเดียว มีดังนี้

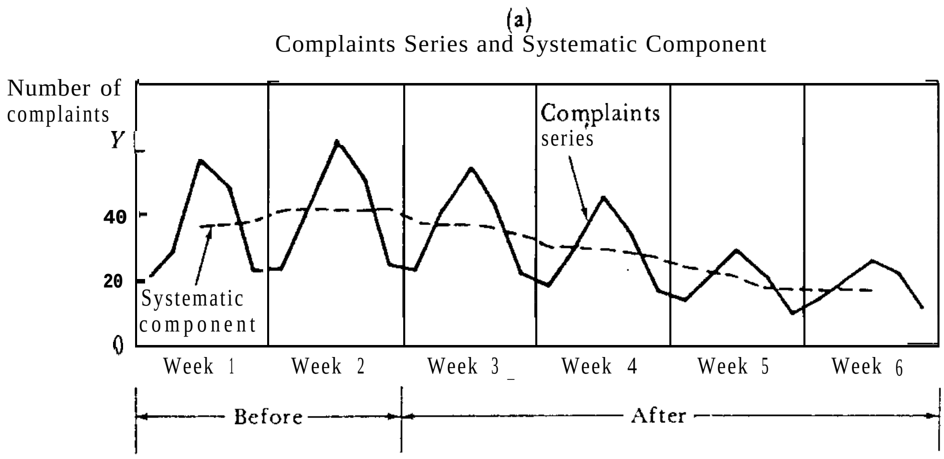
ตารางที่ 4.1 *แสดงการคำนวณค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ 5 วัน ของห้างสรรพสินค้า*

Week and Day		t	(1) Number of Complaints Y_t	(2) 5-Term Moving Total	(3) 5-Term Moving Average	(4) Fluctuaung Component (1) − (3)
1	M	1	22			
	T	2	30			
	W	3	57	184	36.8	20.2
	T	4	51	186	37.2	13.8
	F	5	24	197	39.4	-15.4
2	M	6	24	203	40.6	-16.6
	T	7	41	204	40.8	0.2
	W	8	63	205	41.0	22.0
	T	9	52	205	41.0	11.0
	F	10	25	205	41.0	16.0
3	M	11	24	198	39.6	-15.6
	T	12	41	190	38.0	3.0
	W	13	56	186	37.2	IH.8
	T	14	44	181	362	7.8
	F	15	21	170	34.0	-13.0

4	M	16	19	159	31.8	-12.8
	T	17	30	150	30.0	0.0
	W	18	45	146	29.2	15.8
	T	19	3.5	142	28.4	6.6
	F	20	17	135	27.0	10.0
5	M	21	15	120	24.0	9.0
	T	22	23	108	21.6	1.4
	W	23	30	101	20.2	98
	T	24	23	99	19.8	3.2
	F	25	10	96	19.2	-9.2
6	M	26	13	93	18.6	-5.6
	T	27	20	92	18.4	1.6
	W	28	27	92	18.4	8.6
	T	29	22			
	F	30	10			

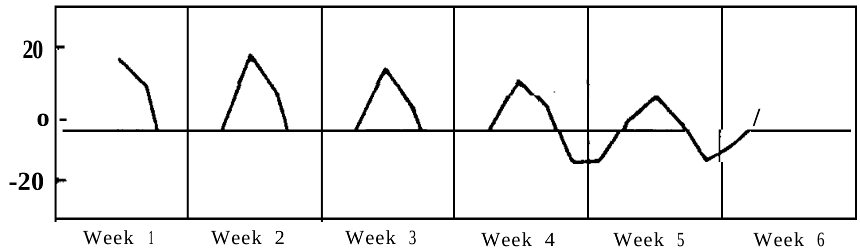
จากค่าในตารางที่ 4.1 เมื่อนำค่า y_t มาพล้อต จะได้รูปที่ 4.1 (a) จะเห็นว่าลักษณะความผันแปรจะมีลักษณะคล้ายกันทุก ๆ สัปดาห์ คือจะมีจดหมายร้องทุกข์จำนวนสูงที่สุดในวันพุธ ซึ่งเป็นวันที่อยู่กลางสัปดาห์ ส่วนในวันจันทร์และวันศุกร์ จะมีน้อย การที่ร้านเปิดทำการ 5 วัน เราจึงให้ $k = 5$ ดังนั้น ผลรวมเคลื่อนที่ทุกอันจะรวมวันพุธอยู่ด้วย ขอให้สังเกตวิธีหาค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่จะได้จากผลรวมเคลื่อนที่หารด้วย $k = 5$ และค่าที่ได้จะอยู่ปีกึ่งกลางของคาบ

รูปที่ 4.1 *แสดงอนุกรมคำร้องทุกข์ของห้างสรรพสินค้า จากตารางที่ 4.1*



(b)

Fluctuating Component



โปรดสังเกตว่า 2 วันแรก คือ t = 1 และ 2 และ 2 วันหลัง คือ t = 29 และ 30 จะไม่มีค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ โดยทั่ว ๆ ไป ถ้าหาค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่แบบ k-เทอม จำนวน (k - 1)/2 เวลาในช่วงต้นและช่วงปลายจะไม่มีค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ ถ้า k เป็นเลขคี่ เมื่อนำค่าเฉลี่ยที่ได้ไปพล้อตในรูป (a) จะได้เส้นประซึ่งเป็นเส้นที่เรียบ

เมื่อนำค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ไปหักออกจากค่าเดิม จะได้คอลัมน์สุดท้าย (4) และนำค่าในคอลัมน์นี้พล้อต จะได้รูป (b) ซึ่งแสดงความผันแปรของจำนวนคำร้องทุกข์ของแต่ละวันซึ่งจะต่างกัน ผู้วิเคราะห์ได้สรุปผลและคำแนะนำไว้ดังนี้

(1) เส้นกราฟของค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ซึ่งแสดงการเคลื่อนไหวตามปกติ มีแนวโน้มลดต่ำลงในสัปดาห์ที่ 3 ซึ่งเป็นสัปดาห์ที่ห้างเริ่มปรับปรุงแก้ไข แต่ในสัปดาห์ที่ 5 ซึ่งเป็นสัปดาห์สุดท้าย เส้นคำร้องทุกข์เฉลี่ยมีแนวโน้มคงที่ แสดงว่าไม่มีการปรับปรุงเพิ่มเติม หรือฝ่ายบริหารไม่ได้ให้ความสนใจอย่างจริงจัง

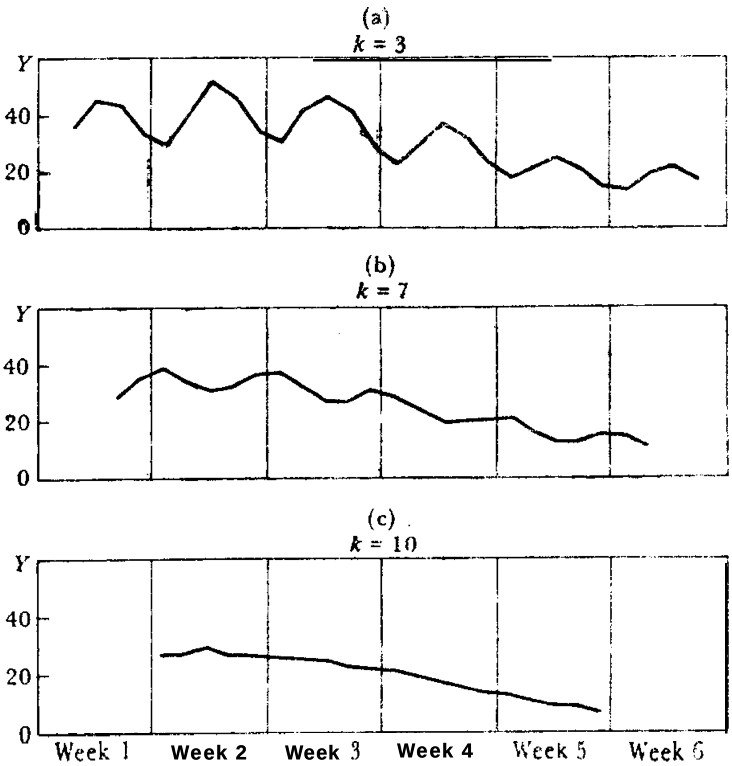
(2) เส้นความผันแปรมีค่าสูงสุดตรงกลางสัปดาห์ จึงควรตรวจสอบให้แน่ใจว่าสาเหตุที่มีคำร้องทุกข์มากเป็นเพราะมีรายการซื้อ-ขายมาก หรือมาจากสาเหตุอื่น ๆ

การเลือกค่า k

ควรเลือกให้ k มีค่าเท่ากับขนาดของวัฏจักร เช่นจากตัวอย่างจดหมายร้องทุกข์ การเปลี่ยนแปลงเป็นแบบเดียวกันในช่วง 5 วันทำการ คือ สูงสุดในวันพุธ และต่ำในวันจันทร์ และ

ศุกร์ ถ้าใช้ k = 5 หรือทวีของ 5 เช่น 10, 15 จะได้รูปที่ชัดเจน คือรูปที่ 4.1 (a) แต่ถ้าให้ k เป็นค่าอื่น เช่น k = 3, k = 7 หรือ k = 10 จะได้กราฟที่ไม่ชัดเจน ดังรูปที่ 4.2 โดยเฉพาะเมื่อ k = 10 จะได้ข่าวสารน้อยเกินไป เพราะขาดสัปดาห์แรกทั้ง 5 วัน และสัปดาห์สุดท้ายอีก 5 วัน

รูปที่ 4.2 *แสดงค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ของข้อมูลในตารางที่ 4.1*
โดยใช้ k = 3, k = 7 และ k = 10



3. ตัวแบบของอนุกรมเวลา

จากตัวอย่างเรื่อง จดหมายร้องทุกข์ จะเห็นว่าวิธีค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ ช่วยปรับข้อมูลที่มีลักษณะผันแปรขึ้น ๆ ลง ๆ ให้เรียบขึ้น เส้นเฉลี่ยเคลื่อนที่จึงเป็นเส้นที่แสดง **การเคลื่อนไหวแบบปกติ** หรือ systematic movement ของอนุกรม ส่วนลักษณะการเคลื่อนไหวขึ้น-ลง แสดง

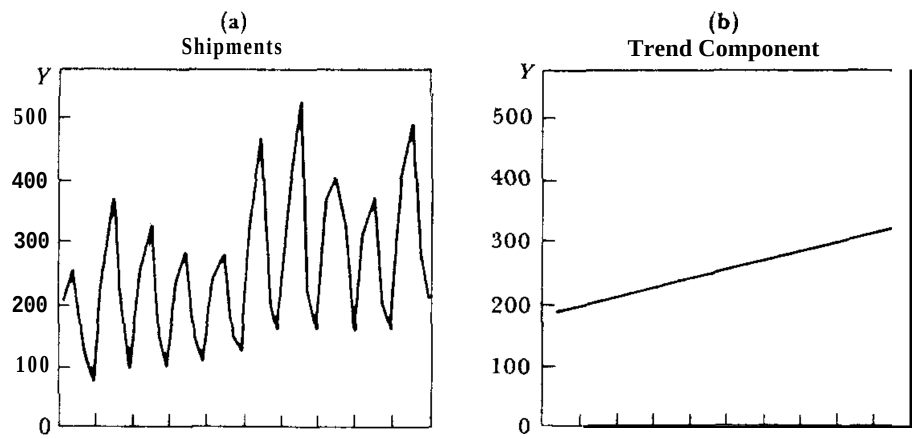
การเคลื่อนไหวแบบผิดปกติ หรือ fluctuating component ซึ่งเกิดขึ้นในระยะสั้น ๆ แต่ในอนุกรม-เวลาของธุรกิจหลายประเภท ไม่ได้มีการเคลื่อนไหวเพียง 2 อย่างนี้ ยังมีลักษณะอื่น ๆ อีก โดยเฉพาะที่สำคัญคือลักษณะแนวโน้ม ตัวแบบที่แสดงลักษณะต่าง ๆ ในอนุกรมเวลาที่นิยมใช้คือตัวแบบคลาสสิค ซึ่งแยกว่าอนุกรมเวลาประกอบด้วยส่วนประกอบ 4 อย่าง คือ

1. แนวโน้ม (Trend หรือ Secular Trend หรือ T)
2. ความผันแปรแบบวัฏจักร (Cyclical Variation หรือ C)
3. ความผันแปรแบบฤดูกาล (Seasonal Variation หรือ S)
4. ความผันแปรแบบผิดปกติ (Irregular Variation หรือ I)

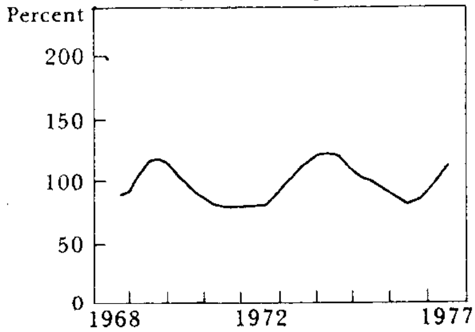
1. ลักษณะแนวโน้ม (Trend) = T

แนวโน้ม หมายถึงการปรับข้อมูลในระยะยาวให้เรียบ อาจเป็นเส้นตรง หรือเส้นโค้ง เส้นแนวโน้มจะแสดงอิทธิพลในระยะยาวของปัจจัยต่าง ๆ ที่มีอิทธิพลต่อการเปลี่ยนแปลงของข้อมูล เช่นการเปลี่ยนแปลงเครื่องจักร การเปลี่ยนแปลงระบบการผลิต การขยายโรงงาน การเปลี่ยนแปลงกฎหมายเกี่ยวกับภาษีการค้า ราคาน้ำมัน พัฒนาการทางเศรษฐกิจและอุตสาหกรรม พัฒนาการทางเทคโนโลยี การเปลี่ยนแปลงอุปนิสัยของผู้บริโภค เป็นต้น เส้นแนวโน้มที่ได้จะใช้ประโยชน์มากใน**การพยากรณ์ระยะยาว**

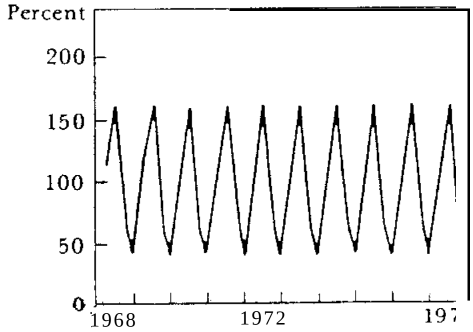
รูปที่ 4.3 *แสดงลักษณะต่าง ๆ ของอนุกรมเวลา*



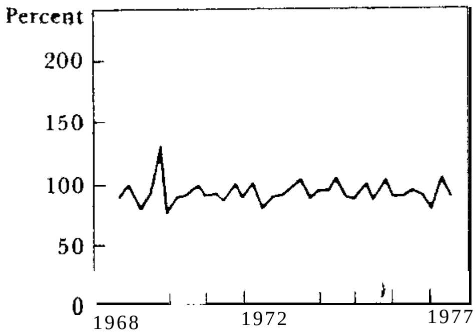
(c)
Cyclical Component



(d)
Seasonal Component



(e)
Irregular Component



3.2 ลักษณะการเปลี่ยนแปลงแบบวัฏจักร = C (Cyclical Component)

ปกติธุรกิจจะเติบโตในอัตราที่ไม่คงที่สม่ำเสมอ เพราะต้องขึ้นอยู่กับความสามารถของผู้บริหารธุรกิจ และสภาพทางเศรษฐกิจซึ่งมีลักษณะไม่คงที่ นักเศรษฐศาสตร์พบว่า อุปสงค์ของสินค้าจำพวกเกษตร ราคาหุ้น ความเจริญรุ่งเรืองทางเศรษฐกิจ ราคาสินค้าที่มีความคงทน จะมีการเปลี่ยนแปลงแบบวัฏจักร ดังนั้นการศึกษาการเปลี่ยนแปลงทางวัฏจักรจะช่วยประกอบการ**พยากรณ์ในระยะสั้น**

3.3 การเปลี่ยนแปลงแบบฤดูกาล (Seasonal Component) = S

เป็นลักษณะการเปลี่ยนแปลงคล้าย ๆ กับแบบวัฏจักร แต่เกิดในห้วงเวลาสั้น ๆ ปกติ

มักต่ำกว่า 1 ปี และมักจะเกี่ยวข้องกับการเปลี่ยนแปลงของฤดูกาลตามธรรมชาติ เช่นวันหยุดสุดสัปดาห์ จำนวนขายบัตรวาเลนไทน์ บัตรอวยพรปีใหม่ จำนวนอุปสงค์ของห้องพักในโรงแรม การเดินทางโดยรถไฟ เรือบิน ในระหว่างสุดสัปดาห์ จำนวนขายเครื่องกันหนาวในฤดูหนาว จำนวนขายพัดลม เครื่องทำความเย็น ตู้เย็น ในฤดูร้อน การเปลี่ยนแปลงเหล่านี้จะเกิดในลักษณะซ้ำซากตามฤดูกาล

3.4 ลักษณะการเปลี่ยนแปลงแบบผิดปกติ (I) (Irregular Component)

เป็นลักษณะการเปลี่ยนแปลงที่ไม่อาจทำนายได้ล่วงหน้า เช่น เหตุการณ์ 14 ตุลาคม 2516 ทำให้ธุรกิจด้านอสังหาริมทรัพย์ซบเซาไประยะหนึ่ง โดยทั่วไป ลักษณะ I หมายถึง ส่วนที่เหลือหลังจากการอธิบายหรือขจัดลักษณะ T, C, S ออกแล้ว

สรุป

ตัวแบบอนุกรมเวลาแบบคลาสสิค ประกอบด้วย

แนวโน้ม (T) ซึ่งแสดงลักษณะการเปลี่ยนแปลงของอนุกรมในระยะยาว ปกติเป็นเส้นเรียบ

วัฏจักร (C) แสดงห้วงเวลาของการขยายตัวและหดตัวของธุรกิจ ปกติใช้ระยะเวลามากกว่า 1 ปี และลักษณะการเปลี่ยนแปลงแบบวัฏจักรของอนุกรมเวลาเดียวกันอาจแตกต่างกันได้ เช่นจำนวนปีที่เศรษฐกิจรุ่งเรืองของแต่ละวัฏจักรอาจไม่เท่ากัน

ฤดูกาล (S) แสดงการเปลี่ยนแปลงในระยะสั้นซึ่งมักเกิดขึ้นซ้ำซากในช่วงเวลาสั้น ๆ ภายใน 1 ปี มีลักษณะคล้ายการเปลี่ยนแปลงแบบวัฏจักร แต่เกิดในช่วงเวลาที่สั้นกว่า

ความผิดปกติ (I) แสดงอิทธิพลของปัจจัยอื่น ๆ นอกเหนือจาก T, C, S

เมื่อเราทราบว่า ตัวแบบคลาสสิคของอนุกรมเวลา ประกอบด้วยลักษณะสำคัญ 4 ลักษณะดังกล่าวแล้ว ตัวแบบคลาสสิคยังแยกอีกเป็น 2 แบบ คือ

1. ตัวแบบเชิงผลคูณ (Multiplicative Model)
2. ตัวแบบเชิงบวก (Additive Model)

ตัวแบบเชิงผลคูณ เชื่อว่าข้อมูลที่เก็บมาในอนุกรมเวลาคือ Y เกิดจากผลคูณของอิทธิพลทั้งสี่ นั่นคือ

$$\underline{Y = T \times C \times S \times I}$$

ส่วนตัวแบบเชิงบวก เชื่อว่าข้อมูลในอนุกรมเวลา คือ Y เกิดจากผลบวกของอิทธิพลทั้งสี่ นั่นคือ

$$\underline{Y = T + C + S + I}$$

ในตัวแบบทั้ง 2 นี้ จะแสดงลักษณะ T ด้วยค่าจริงที่เก็บมา ส่วนค่า C, S, I ในตัวแบบเชิงบวก จะแสดงด้วยค่าจริง แต่ในตัวแบบเชิงผลคูณ จะแสดงในรูป**เปอร์เซนต์ของแนวโน้ม** (percentage of trend) ตัวแบบเชิงผลคูณเป็นที่นิยมกว้างขวางกว่า เพราะสามารถสะท้อนภาพได้ชัดเจนกว่า

4. การหาแนวโน้มเส้นตรง

มีวิธีหาอยู่ 2 วิธี คือ แบบสมการถดถอย และวิธีเฉลี่ยเคลื่อนที่ แต่ส่วนใหญ่นิยมใช้การสร้างสมการถดถอย โดยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด สมการถดถอยจากตัวอย่าง คือ

$\hat{Y} = a + bX$ ในเมื่อ

$\hat{Y}$ = ค่าประมาณของ Y (ในเมื่อ Y คือข้อมูลดิบที่เก็บในอนุกรมเวลา อาจจำแนกเป็นรายปี รายเดือน รายไตรมาส รายสัปดาห์ ฯลฯ)

a = จุดตัดที่เส้นถดถอยตัวอย่างตัดแกน y

b = อัตราการเปลี่ยนแปลงของ y อาจเพิ่มขึ้นหรือลดลง เมื่อ x คือเวลาเปลี่ยนไป 1 หน่วย

X = ระยะเวลา (ปี, เดือน, ไตรมาส, สัปดาห์ ฯลฯ)

การคำนวณ

$$a = \bar{y} - b\bar{x}$$

$$b = \frac{\Sigma (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\Sigma (x - \bar{x})^2} = \frac{\Sigma xy - (\Sigma x)(\Sigma y)/n}{\Sigma x^2 - (\Sigma x)^2/n}$$

$$= \frac{\Sigma xy - n\bar{x}\bar{y}}{\Sigma x^2 - n\bar{x}^2}$$

ตัวอย่างที่ 2 จำนวนขายเครื่องบินระหว่างปี 1968-1977 คือตัวเลขในคอลัมน์ที่ (1) และ (2) ของตารางที่ 4.2

ตารางที่ 4.2 *แสดงการคำนวณเพื่อสร้างแนวโน้มของจำนวนขายเครื่องบิน*

ปี	(1) x_t	(2) จำนวนขาย Y_t	(3) x_tY_t	(4) x_t^2	(5) ค่าแนวโน้ม T_t	(6) เปอร์เซ็นต์ของแนวโน้ม
1968	1	147	147	1	152.09	96.7
1969	2	175	350	4	160.25	109.2
1970	3	150	450	9	168.41	89.1
1971	4	191	764	16	176.56	108.2
1972	5	188	940	25	184.72	101.8
1973	6	179	1,074	36	192.88	92.8
1974	7	200	1,400	49	201.04	99.5
1975	8	220	1,760	64	209.19	105.2
1976	9	208	1,872	81	217.35	95.7
1977	10	230	2,300	100	225.51	102.0
รวม	55	1,888	11,057	385		

$$b = \frac{11{,}057 - (55)(1{,}888)/10}{385 - (55)^2/10} = 8.15758$$

$$a = \frac{1888}{10} - 8.15758 \frac{(55)}{10}$$

$$= 143.93331$$

$$\hat{Y} = T_t = 143.93331 + 8.15758x_t$$

$x_t = 1$, ปี 1968 และ x มีหน่วยเป็น 1 ปี

ค่า b_1 =8.2 แสดงว่ามีแนวโน้มการขายเพิ่มขึ้น 8.2 หน่วยต่อปี

เมื่อแทนค่า x_t (คอลัมน์ 1) ในสมการแนวโน้ม จะได้ค่าแนวโน้ม T_t ในคอลัมน์ (5) เช่น ค่าแนวโน้มของปี 1970 ($x_3 = 3$) คือ

$$T_3 = 143.93331 + 8.15758 (3)$$

$$= 168.41$$

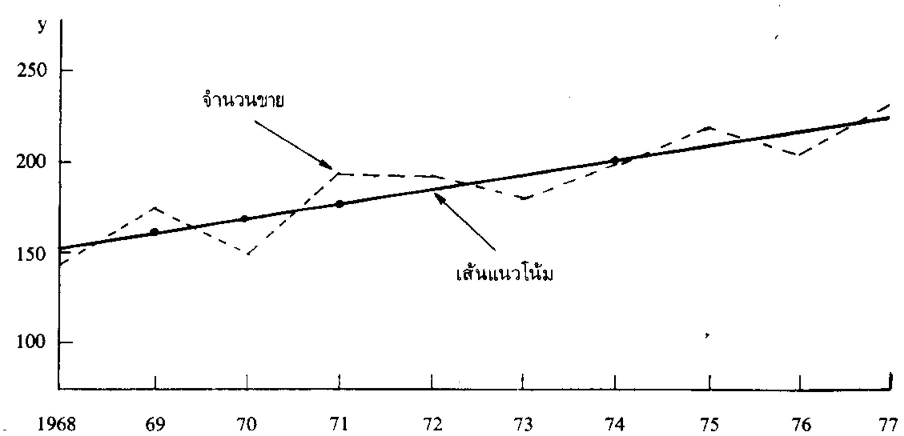
นำค่าต่าง ๆ ของแนวโน้ม พล็อตกับ x คือ เวลา จะได้รูปกราฟที่ 4.4 (a) เราใช้เส้นแนวโน้มพยากรณ์จำนวนขายในอนาคตได้ เช่นอยากทราบจำนวนขายปี 1982 คือ x = 15 ดังนี้

$$\hat{Y}_{15} = T_{15} = 143.93331 + 8.15758 (15)$$

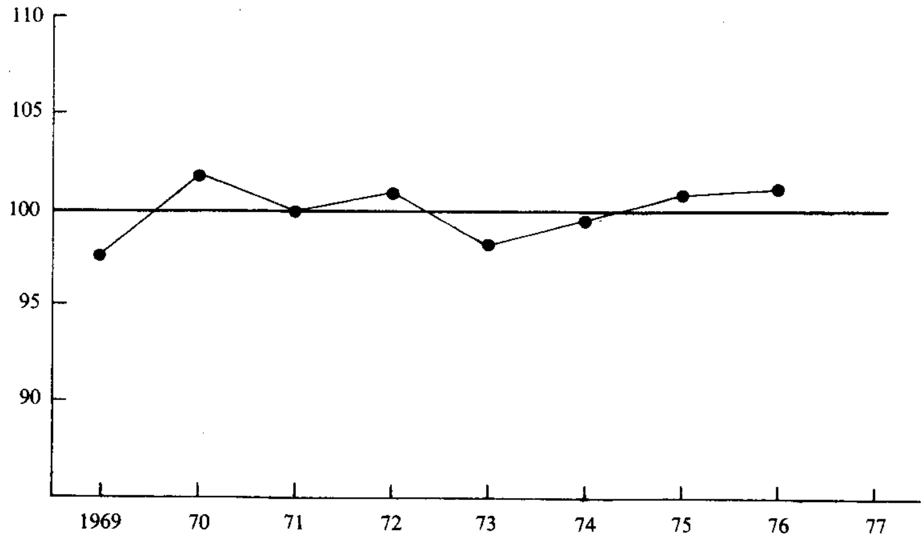
$$= 266.30$$

นั่นคือ ถ้าจำนวนขายมีแนวโน้มเหมือนเดิม ในปี 1982 มีแนวโน้มจะขายเครื่องบินได้ 266 ลำ

รูปที่ 4.4 *แสดงจำนวนขาย, เส้นแนวโน้ม, ความผันแปรแบบวัฏจักร และ ความผันแปรแบบผิดปกติ ของจำนวนขายเครื่องบินจากตารางที่ 4.2 (a)*



รูปที่ 4.4 (C) *แสดงอิทธิพลของวัฏจักร C ซึ่งได้จากรูป 4.4 (b) แต่ขจัดอิทธิพลของ : โดยวิธีเฉลี่ยเคลื่อนที่ เส้นจะเรียบขึ้น*



การคำนวณสมการแนวโน้มโดยวิธีลัด

ถ้าเราแปลงค่าปี โดยให้ได้ยอดรวม $\Sigma x = 0$, ดังนั้น $\bar{x} = 0$ จะทำให้การคำนวณค่า a และ b ง่ายขึ้น เพราะ

$$a = \bar{y} - b\bar{x}$$

$$= \bar{y} - b(0)$$

$$= \bar{y}$$

และ

$$b = \frac{\Sigma xy - n\bar{x}\bar{y}}{\Sigma x^2 - n\bar{x}^2}$$

$$= \frac{\Sigma xy - n(0)\bar{y}}{\Sigma x^2 - n(0)^2}$$

$$= \frac{\Sigma xy}{\Sigma x^2}$$

การให้ $\Sigma x=0$ จะต้องแปลงค่า ปี โดยให้ ปีเริ่มต้น = 0 อยู่ตรงกลางของอนุกรมเวลา ถ้าจำนวนปีทั้งหมดเป็นเลข คี่ ให้ปีเริ่มต้นคือ ปีที่ $\frac{n+1}{2}=0$ เช่นถ้า n = 5 ปี, $\frac{5+1}{2}=3$ ดังนั้น ปีที่ 3 เป็นปีเริ่มต้น x = 0 ปีก่อนหน้า จะลดลง นั่นคือปีที่ 1 มี x = -2 และปีที่ 2 มี x = -1 ส่วนปีที่เพิ่มขึ้นจากปีเริ่มต้น จะมีค่าเพิ่มขึ้น ดังนั้น ปีที่ 4 = 0 + 1 = +1 ปีที่ 5 = 0 + 2 = +2 เช่น

ปี	1965	1966	1967	1968	1969
x	-2	-1	0	+1	+ 2

, $\Sigma x = 0$

แต่ถ้าจำนวนปีเป็นเลขคู่ เช่น n = 4 ปีเริ่มต้น คือ $\frac{n+1}{2}=\frac{4+1}{2}=\frac{5}{2}=2.5$ ปี นั่นคือ จะอยู่กึ่งกลางระหว่างปีที่ 2 และ 3 (x = 0) ดังนั้น ปีที่ 2 จะมี x = -1, ปีที่ 3 จะมี x = +1 นั่นคือใช้ 1 หน่วย = ครึ่งปี ดังนี้

ปี	1965	1966		1967	1968
x	-3	-1	0	+1	+3

และ $\Sigma x = 0$

ตัวอย่างที่ 3 แสดงการแปลงค่าให้ $\Sigma x = 0$

จำนวนเรือบรรทุกสินค้าที่เข้าเทียบท่า ในปี 1972-1979 มีดังนี้

ปี	1972	1973	1974	1975	1976	1977	1978	1979
จำนวน	98	105	116	119	135	156	177	208

จงหาแนวโน้ม

X (1)	Y (2)	$X-\overline{X}$ (3)	x (4)	xY (4) × (2)	x^2 $(4)^2$
1972	98	$1972-1975\frac{1}{2} = -3\frac{1}{2} \times 2 =$	-7	-686	49
1973	105	$1973-1975\frac{1}{2} = -2\frac{1}{2} \times 2 =$	-5	-525	25

Year	Period t	Data Y	tY	t^2
1965	12	10	120	144
1966	13	18	234	169
1967	14	16	224	196
1968	15	20	300	225
1969	16	22	352	256
1970	17	14	238	289
1971	18	21	378	324
1972	19	17	323	361
1973	20	21	420	400
	$\sum t = 210$	$\sum Y = 300$	$\sum tY = 3497$	$\sum t^2 = 2870$

$$b = \frac{n\sum tY - \sum t \sum Y}{n\sum t^2 - (\sum t)^2} = \frac{20(3497) - 210(300)}{20(2870) - (210)^2} = .52$$

$$a = \frac{\sum Y - b\sum t}{n} = \frac{300 - .52(210)}{20} = 9.52$$

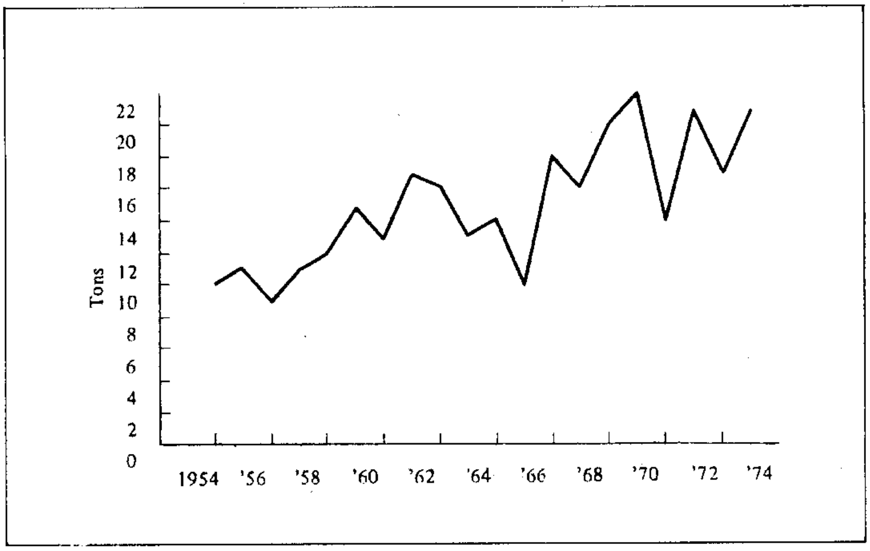
$$Y = 9.52 + .52t$$

วิธีปรับเส้นให้เรียบอีกวิธีหนึ่งคือการปรับเส้นโดยวิธีหาค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ สมมุติให้ k = 5 จะมีวิธีการหาค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ 5 ปี ดังนี้

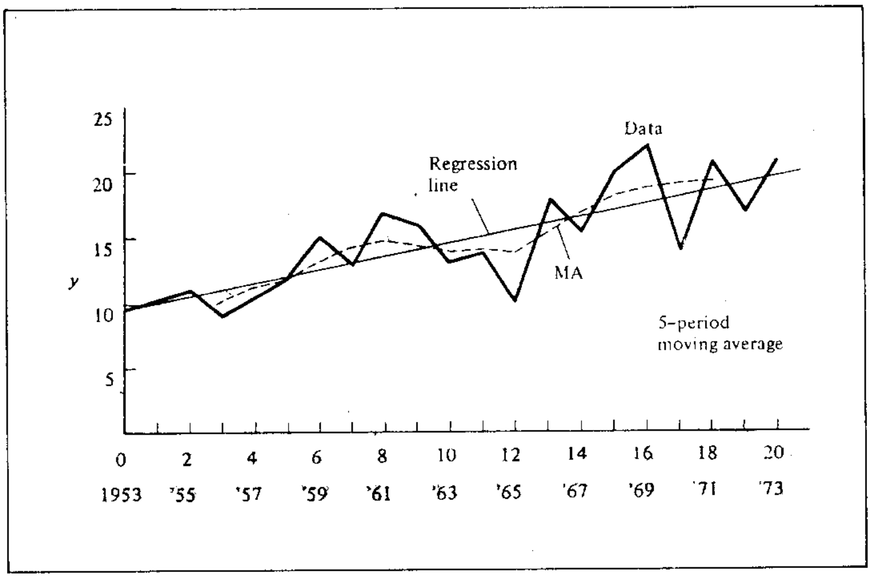
ตารางที่ 4.4 *แสดงการคำนวณค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ 5 ปี*

Year	Period t	Data Y	Five-period moving average includes	Five-period moving average (MA)
1954	1	10		
1955	2	11		
1956	3	9		10.6
1957	4	11		11.6
1958	5	12		12.0
1959	6	15		13.6
1960	7	13		14.6
1961	8	17		14.8
1962	9	16		14.6
1963	10	13		14.0
1964	11	14		14.2
1965	12	10		14.2
1966	13	18		15.6
1967	14	16		17.2
1968	15	20		18.0
1969	16	22		18.6
1970	17	14		18.8
1971	18	21		19.0
1972	19	17		
1973	20	21		

รูปที่ 4.5 *แสดงอนุกรมเวลาของข้อมูลในตารางที่ 4.3*



รูปที่ 4.6 *แสดงอนุกรมเวลา, เส้นแนวโน้ม, และเส้นเฉลี่ยเคลื่อนที่ 5 ปี ของข้อมูลในตารางที่ 4.3*



$$b = \frac{\Sigma x_t y'_t - (\Sigma x_t)(\Sigma y'_t)/n}{\Sigma x_t^2 \quad (\Sigma x_t)^2/n} = \frac{684.1150 - (351)(48.4581)/26}{6,201 - (351)^2/26}$$

$$= .020465$$

$$a = \bar{y}' \quad b\bar{x}_t = \frac{48.4581}{26} - .020465\left(\frac{351}{26}\right) = 1.58750$$

สมการแนวโน้ม คือ

$$T_t' = \hat{Y}_t' = 1.58750 + .020465\, X_t$$

การหาค่าแนวโน้ม ใช้วิธีแทนค่า x_t ในสมการ เช่น แนวโน้มของปี 1948(x = 1) คือ

$$T_1' = \hat{Y}_1' = 1.58750 + .020465\ (1) = 1.60797$$

และหาค่าเดิมของ $\hat{Y}_1$ โดยการ Antilog $\hat{Y}_1'$

$$Y_1 = T_1 = \text{antilog } 1.60797 = 40.5$$

อัตราความเติบโต (Rate of Growth)

ให้ g แทน อัตราการเติบโตซึ่งแฝงอยู่ในโค้ง exponential

$$g = (\text{antilog } b) - 1$$

$$= (\text{antilog } .020465) - 1$$

$$= 1.0483 - 1$$

$$= .0483 = 4.83 \text{ เปอร์เซนต์ do 1 ปี}$$

ข้อสังเกต

1. แนวโน้มแบบ exponential มีชื่ออีกชื่อว่า แนวโน้มแบบ log-linear เพราะวิธีการหาได้จากแนวโน้มเส้นตรง โดยการแทนค่า Y_t ด้วย log Y_t
2. เมื่อแปลงค่า log $\hat{Y}_t$ กลับเป็นหน่วยเดิมแล้ว โดยการ antilog ค่า $\hat{Y}_t'$ ถ้าเราต้องการทราบลักษณะอิทธิพลอื่น นอกจาก T ก็หาได้โดยวิธีหาเปอร์เซนต์ของแนวโน้มตามปกติ
3. ข้อมูล Y_t สำหรับ take log จะติดค่าลบไม่ได้

5.2 แนวโน้มแบบโค้ง Gompertz

โค้ง Gompertz จะแสดงลักษณะการเติบโตของธุรกิจที่พึ่งเริ่มก่อตั้ง ซึ่งในช่วงแรก จะค่อย ๆ เติบโตค่อนข้างช้า และเมื่อธุรกิจมีฐานะมั่นคงแล้ว จะมีอัตราการเติบโตอย่างรวดเร็ว ดังรูปที่ 4.8 ซึ่งลักษณะเป็นโค้งคล้ายรูปอักษร S โค้งที่ลักษณะในรูป 4.8 เรียกว่า **โค้งการเติบโต** (growth curves) โค้ง Gompertz เป็นโค้งการเติบโตชนิดหนึ่งที่สำคัญมาก และมีฟังก์ชั่น ดังนี้

$$\boxed{\begin{aligned} T_t &= b_o b_1 {b_2}^{X_t} \\ &= a\, b\, c^{X_t} \end{aligned}}$$

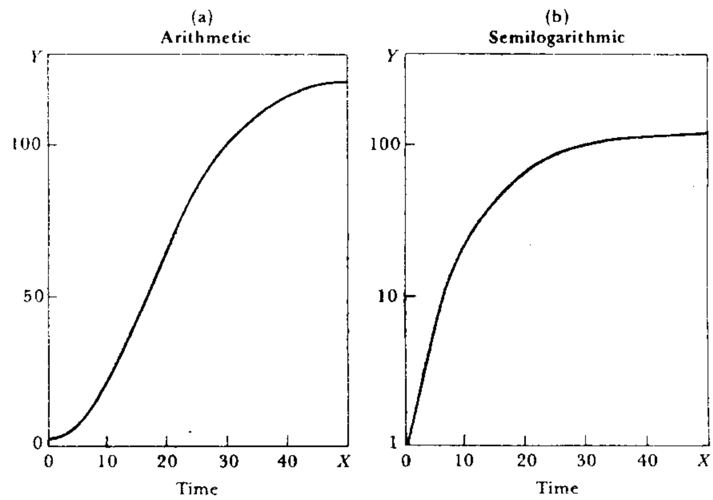
การสร้างโค้ง Gompertz ค่อนข้างยุ่งยาก เพราะค่าสัมประสิทธิ์ b_0, b_1, b_2 ไม่อยู่ในรูปเชิงเส้น แม้ว่าจะใช้วิธีแปลงค่าข้อมูล ก็ยังไม่ง่ายอยู่ดี โค้งเติบโตในรูป 4.8 คือโค้ง Gompertz ที่มี $b_0 = 125$, $b_1 = .008$ และ $b_2 = .90$ นั่นคือ มีฟังก์ชั่น

$$T_t = 125\,(.008)^{.90^{X_t}}$$

สัมประสิทธิ์ b_0 แทนเส้นกำกับบนของโค้งเติบโต เมื่อ $0 < b_1 < 1$ และ $0 < b_2 < 1$

สัมประสิทธิ์ b_2 แทน degree of retardation ของอัตราการเติบโตจากระยะเวลาหนึ่งไปสู่อีกระยะเวลาหนึ่ง

รูปที่ 4.8 *แสดงโค้งการเติบโตแบบ Gompertz*



การคำนวณเพื่อแทนค่าในสมการ (1), (2) และ (3)

y	ปี	x	x^2	x^4	xy	x^2y
13	1975	-2	4	16	-26	52
24	1976	-1	1	1	-24	24
39	1977	0	0	0	0	0
65	1978	1	1	1	65	65
106	1979	2	4	16	212	424
$\Sigma y = 247$		$\Sigma x = 0$	$\Sigma x^2 = 10$	$\Sigma x^4 = 34$	$\Sigma xy = 227$	$\Sigma x^2y = 565$

$\bar{y} = \frac{247}{5} = 49.4$ x มีหน่วย = 1 ปี

$\bar{x} = \frac{9,885}{5} = 1977$ x = 0 ปี 1977

แทนค่า ในสมการ (1), (2), (3)

$$247 = 5a + 10c \quad (1)$$

$$565 = 10a + 34c \quad (2)$$

2 x (1) $$494 = 10a + 20c \quad (4)$$

(4) - (2) $$71 = 14c$$

$$c = \frac{71}{14} = 5.07$$

แทนค่า c ใน (1)

$$247 = 5a + 10\,(5.07)$$

$$247 = 5a + 50.7$$

$$5a = 196.3$$

$$a = 39.3$$

หาค่า b จาก (3)

$$b = \frac{\Sigma xy}{\Sigma x^2} = \frac{227}{10} = 2.27$$

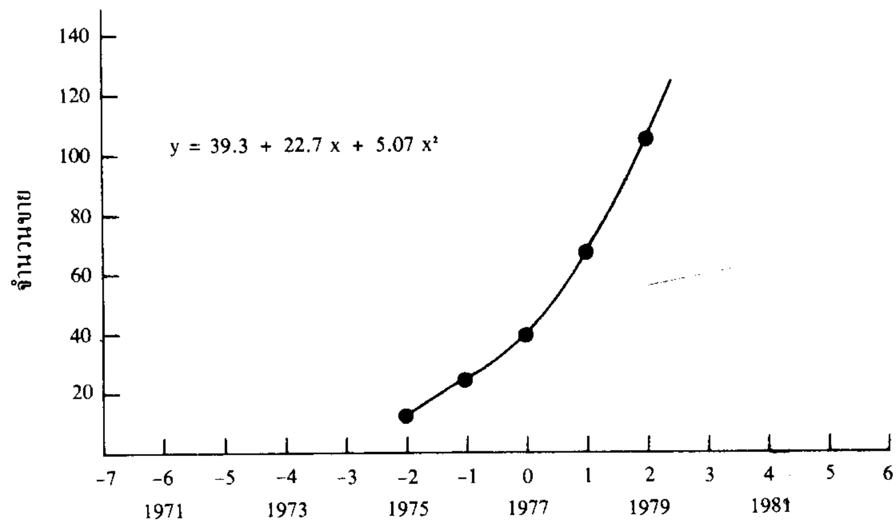
ดังนั้น สมการกำลังสอง คือ

$$\hat{y} = 39.3 + 22.7x + 5.07x^2$$

เมื่อแทนค่า x ทุกตัวในสมการ จะได้โค้งกำลังสองในรูปที่ 4.11 จะเห็นว่า ปรับเข้ากับข้อมูลได้ดีมาก

	1975	1976	1977	1978	1979
x = ปี	−2	−1	0	1	2
y :	13	24	39	65	106
$\hat{y}$:	14.18	26.74	39.3	67.07	104.98

รูปที่ 4.11 *แสดงโค้งพาราโบลิก ของข้อมูลในตัวอย่างที่ 6*



การพยากรณ์

หากต้องการพยากรณ์จำนวนขายนาฬิกา ควิ๊อซ ในปี 1984 นั่นคือ x = 1984 − 1977 = 7 เมื่อแทนค่า x = 7 ในสมการพาลาโบลิก จะได้จำนวนขายปี 1984 ดังนี้

$$\hat{y} = 39.3 + 22.7 (x) + 5.07 (x^2)$$
$$= 39.3 + 22.7 (7) + 5.07 (49)$$
$$= 39.3 + 158.9 + 248.4$$
$$= 446.6 \quad \text{ล้านเรือน}$$
$$= 446,600,000 \quad \text{เรือน}$$

สรุปว่า จากเส้นแนวโน้ม ประมาณว่าจะขายในปี 1984 ได้ 446,600,000 เรือน ข้อระวัง คือ จำนวนขายที่เพิ่มสูงผิดสังเกตเช่นนี้ อาจผิดพลาดได้ ต้องดูปัจจัยอื่น ๆ ประกอบด้วย เพราะการพยากรณ์โดยเส้นโค้งจะมีความผิดพลาดมากกว่าเส้นตรง จากตัวอย่าง จำนวนขายในช่วงปี 1975 - 1979 สูงขึ้นอย่างรวดเร็ว เพราะเป็นสินค้าใหม่ แต่เมื่อถึงจุดที่ตลาดอิ่มตัวแล้ว อัตราการเพิ่มจะลดลง การจะพยากรณ์โดยโค้งพาราโบลิกจะให้ความคลาดเคลื่อนสูง เราจึงต้องดูด้วยว่าเส้นแนวโน้มจะเปลี่ยนแปลง หรือยังคงรักษาแนวเดิม

สรุป ข้อควรระวังในการพยากรณ์ด้วยแนวโน้ม

1. การพยากรณ์อนาคตอันใกล้ จะมีความผิดพลาดน้อยกว่าระยะยาว
2. ต้องพิจารณาปัจจัยอื่น ๆ อันอาจมีผลกระทบต่อแนวโน้ม เช่น การนำเทคโนโลยีใหม่เข้ามาใช้ จะต้องลดความสำคัญของข้อมูลเดิม เพราะต้องมีการเปลี่ยนแปลงแน่นอน
3. เส้นโค้งบางอันที่ปรับเข้ากับข้อมูลได้อย่างดีในอดีต ก็ไม่ประกันว่าจะปรับเข้ากับข้อมูลในอนาคตได้ดี เนื่องจากมีโค้งหลายชนิดที่มีลักษณะคล้ายกันเป็นบางช่วง แต่เมื่อถึงจุดหนึ่งแล้ว จะมีทิศทางการเปลี่ยนแปลงที่ต่างกัน

แบบฝึกหัด

4.1 จำนวนขายรถยนต์ของบริษัทหนึ่ง ใน 5 ปี มีดังนี้

ปี	2521	2522	2523	2524	2525
จำนวนขาย	794	865	931	1,041	1,150

ก) จงสร้างสมการถดถอย เพื่อหาแนวโน้วของจำนวนขาย

($\hat{y} = 956.2 + 88.8x$, $x = 0$ ปี 2523 และมีหน่วย 1 ปี)

ข) จงประมาณจำนวนรถที่บริษัทจะขายในปี 2526

(1,223 คัน)

4.2 จำนวนบ้านที่ใช้พลังแสงอาทิตย์ ในรอบ 7 เดือน ของเมืองหนึ่ง มีดังนี้

เดือน	มิ.ย.	ก.ค.	ส.ค.	ก.ย.	ต.ค.	พ.ย.	ธ.ค.
จำนวนบ้าน	15	15	26	27	33	41	51

ก) จงพล็อตข้อมูล

ข) จงสร้างสมการถดถอย และพล็อตเส้นถดถอยในกราฟข้อมูล

ค) จงสร้างสมการเส้นโค้งกำลังสอง และพล็อตเส้นโค้งกำลังสองในกราฟ

(ข : $\hat{y} = 29.71 + 13.18x$; $x = 0$ เดือนกันยายน และมีหน่วยเป็น 1 เดือน)

(ค : $y = 27.57 + 13.18x + .5357x^2$)

4.3 จำนวนขายของบริษัท มีดังนี้

ปี	2520	2521	2522	2523	2524	2525
จำนวนขาย (100,000 บาท)	4	4.5	6	8	8.5	10

ก) จงพล็อตข้อมูล

ข) จงสร้างสมการถดถอย และพล็อตเส้นถดถอยในกราฟข้อมูล

($\hat{y} = 6.8333 + .6286x$; $x = 0$ ปี 2522 $\frac{1}{2}$ และมีหน่วยเป็น $\frac{1}{2}$ ปี

ค) จงสร้างสมการโค้งกำลังสอง และพล็อตโค้งกำลังสองในกราฟข้อมูล

($\hat{y} = 4.86 + .6286x + .10x^2$; $x = 0$ ปี 2522 $\frac{1}{2}$, x มีหน่วยเป็น $\frac{1}{2}$ ปี)

4.4 มูลค่าหนังสือในห้องสมุดรัฐบาลในเมืองหนึ่ง มีดังนี้

ปี	2520	2521	2522	2523	2524
มูลค่าหนังสือ (1,000 บาท)	4560	4850	5430	5670	5930

ก) จงสร้างสมการแนวโน้มของมูลค่าหนังสือจากโรงเรียนรัฐบาล

ข) จงประมาณมูลค่าหนังสือ สำหรับปี 2525

(ก : $\hat{y} = 5288 + 356x$; $x = 0$ ปี 2522 และมีหน่วย 1 ปี)

(ข : 6,356,000 บาท)

4.5 อัตราค่าแสตมป์ไปรษณีย์สำหรับเมล์ด่วน มีดังนี้

ปี	2511	2512	2513	2514	2515	2516	2517
ค่าแสตมป์ (เซนต์)	5	5	8	8	10	13	15

ก) จงพล็อตข้อมูล

ข) จงสร้างสมการแนวโน้มเส้นตรง และพล็อตในกราฟข้อมูล

($\hat{y} = 9.1428 + 1.714x$, $x = 0$ ปี 2514 และมีหน่วยเป็น 1 ปี)

ค) จงสร้างสมการกำลังสอง และพล็อตในกราฟข้อมูล

($\hat{y} = 8.48 + 1.71(x) + 0.17(x^2)$)

4.6 จำนวนขายเครื่องกรองมลพิษของโรงงานหนึ่ง ในรอบ 9 ปี มีดังนี้

ปี	2515	2516	2517	2518	2519	2520	2521	2522	2523
จำนวนขาย (100,000 บาท)	8	9	11	12	15	19	25	26	30

ก) จงพล็อตข้อมูล

ข) จงสร้างสมการแนวโน้มเส้นตรง

($\hat{y}$ = 17.2 + 2.9 x ; x = 0 ปี 2519 และมีหน่วยเป็น 1 ปี)

ค) จงสร้างสมการเส้นโค้งกำลังสอง

($\hat{y}$ = 15.8 + 2.9 x + .21 x^2)

6. การเปลี่ยนแปลงแบบวัฏจักร และแบบผิดปกติ
(Cyclical and Irregular Variations)

การเปลี่ยนแปลงแบบวัฏจักรจะเกิดในช่วงเวลาเกิน 1 ปี และปกติไม่สามารถจำแนกลักษณะการเปลี่ยนแปลงแบบวัฏจักรและการเปลี่ยนแปลงแบบผิดปกติออกจากกัน ดังนั้นจึงต้องทำการวิเคราะห์ทั้ง C และ I รวมกัน การจะหาอิทธิพลของ C และ I จากอนุกรมเวลาได้ต้องขจัดอิทธิพลของ T และ S ออกไปก่อน หากอนุกรมเวลามีหน่วยเป็นรายปี จะไม่มีอิทธิพลของฤดูกาล (S) เพราะ S จะเกิดในช่วงสั้น ๆ ภายใน 1 ปี ซึ่งผลของ S จะรวมอยู่กับผลของ C นอกจากอนุกรมเวลาที่มีหน่วยสั้นกว่า 1 ปี จึงจะหาอิทธิพลของฤดูกาล (S) ได้

ดังนั้น สำหรับข้อมูลรายปี จะมี**ตัวแบบเชิงผลคูณ** ดังนี้

$$Y = T \times C \times I$$

ถ้าต้องการ ศึกษาอิทธิพลของ C, I ต้องขจัดแนวโน้ม โดยเอา T ไปหารข้อมูลเดิม (y) ส่วนที่เหลือคือ C x I ดังนี้

$$\frac{\text{ข้อมูลเดิม}}{\text{แนวโน้ม}} = \frac{Y}{\hat{Y} \text{ หรือ } T} = \frac{T \times C \times I}{T} = C \times I$$

T คือ $\hat{Y}$ หาโดยการสร้างสมการถดถอย แล้วแทนค่า x หรือโดยวิธีกึ่งเฉลี่ย

สำหรับตัวแบบเชิงบวก (ข้อมูลรายปี)

$$Y = T + C + I$$

$$(\text{ข้อมูลเดิม - แนวโน้ม}) = Y - T \text{ หรือ } Y - \hat{Y}$$

$$= \quad T + C + I - T$$

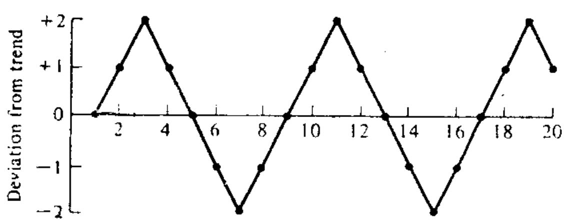
$$= \quad C + I$$

นั่นคือ เมื่อเอาค่า $\hat{Y}$ (หรือ T) ทุกตัวหักจากข้อมูลเดิมทุก ๆ ตัว ส่วนที่เหลือจะแสดงอิทธิพลการเปลี่ยนแปลงแบบวัฏจักรรวมกับการเปลี่ยนแปลงแบบผิดปกติ (C + I)

ตัวอย่างที่ 7 ข้อมูลในตารางที่ 4.5 แสดงการขจัดแนวโน้มออกจากอนุกรมเวลา เมื่อใช้ตัวแบบเชิงบวก ค่า $Y-Y_t$ คืออิทธิพลของ C + I ซึ่งแสดงโดยกราฟข้างล่างตารางที่ 4.5

ตารางที่ 4.5 *แสดงการขจัดอิทธิพลของแนวโน้มออกจากตัวแบบเชิงบวก โดยความถดถอยเชิงเส้น*

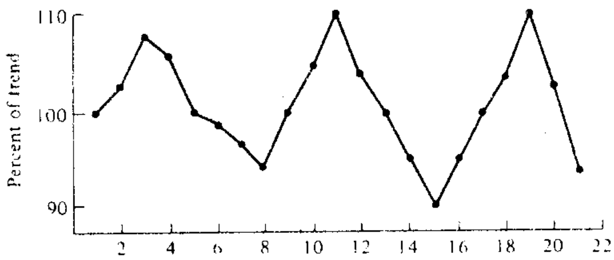
t	Original data Y	Trend, $Y_t = 10 + 2t$	Data without trend, $Y - Y_t$
1	12	12	0
2	15	14	+1
3	18	16	+2
4	19	18	+1
5	20	20	0
6	21	22	−1
7	22	24	−2
8	25	26	−1
9	28	28	0
10	31	30	+1
11	34	32	+2
12	35	34	+1
13	36	36	0
14	37	38	−1
15	38	40	−2
16	41	42	−1
17	44	44	0
18	47	46	+1
19	50	48	+2
20	51	50	+1



ตัวอย่างที่ 8 ข้อมูลในตารางที่ 4.6 แสดงการขจัดอิทธิพลของแนวโน้มออกจากอนุกรมเวลา ซึ่งใช้ตัวแบบเชิงผลคูณ อิทธิพลที่เหลือคือข้อมูลในช่วงสุดท้าย ซึ่งแสดงอิทธิพลของ C x I ในรูปเปอร์เซนต์ของแนวโน้ม

ตารางที่ 4.6 *แสดงการขจัดแนวโน้มเมื่อใช้ตัวแบบเชิงผลคูณ โดยความถดถอยเชิงเส้น*

	Original data Y	Trend. $Y_t = 100 + 10t$	Data without trend, $(Y/Y_t)\cdot 100$
1	110	110	100%
2	124	120	103
3	140	130	108
4	148	140	106
5	150	150	100
6	158	160	99
7	165	170	97
8	170	180	94
9	190	190	100
10	209	200	105
11	230	210	110
12	229	220	104
13	230	230	100
14	230	240	96
15	225	250	90
16	250	260	96
17	270	270	100
18	292	280	104
19	320	290	110
20	310	300	103
21	290	310	94

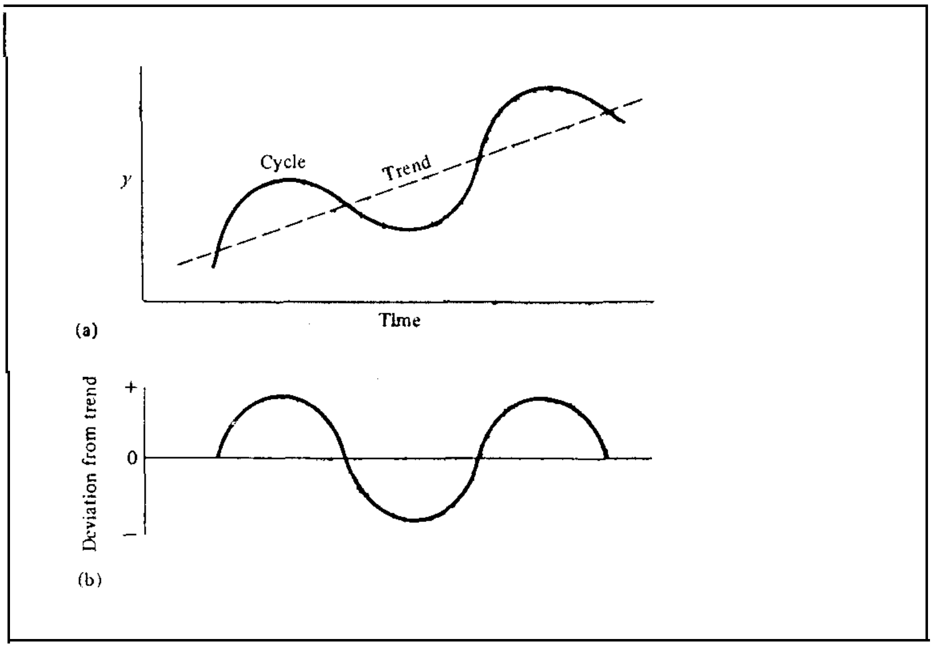


จากตัวอย่างที่ 7 เมื่อใช้ตัวแบบเชิงบวก เมื่อเอาค่า C + I ไปพล็อตกราฟ ถ้าต้องการขจัดอิทธิพล

ของ I จะทำได้โดยวิธีหาค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ แต่ในกราฟ เส้นอนุกรมเรียบพอควร จึงน่าจะอนุโลมว่า ไม่มีอิทธิพลของ I ส่วนในตัวอย่างที่ 8 เมื่อใช้ตัวแบบเชิงผลคูณ ต้องเอา 100 คูณ จึงกลายเป็นเปอร์เซนต์

นั่นคือ $\frac{Y}{\hat{Y}}$ x 100 เรียกว่า เปอร์เซนต์ของแนวโน้ม เมื่อนำไปพล็อตจะได้กราฟแสดงการเปลี่ยนแปลง แบบวัฏจักรค่อนข้างสม่ำเสมอ โดยแต่ละวัฏจักรจะใช้ช่วงเวลาประมาณ 8 ปี

รูปที่ 4.12 *แสดงการเปรียบเทียบอนุกรมเวลาก่อนและหลังการแยกอิทธิพลของแนวโน้ม ออกจากอนุกรมเวลา*



นอกจากการวัดอิทธิพลของ C ในรูปเปอร์เซนต์ของแนวโน้มแล้ว ยังมีวิธีวัดอิทธิพลของ C อีกวิธีหนึ่งโดยการหา relative cyclical residual

$$\text{relative cyclical residual} = \frac{Y - \hat{Y}}{\hat{Y}} \times 100$$

นั่นคือ

$$\frac{(Y - \hat{Y})}{\hat{Y}} \times 100 = \frac{(Y)}{\hat{Y}} 100 - \frac{(\hat{Y})}{\hat{Y}} 100$$

$$= \text{เปอร์เซนต์แนวโน้ม} - 100$$

ดังนั้น การหาค่า relative cyclical residual จึงได้จากการนำ 100 ไปหักออกจากทุก ๆ ค่าของเปอร์เซนต์ของแนวโน้ม

วิธีวัดความผันแปรแบบวัฏจักรทั้ง 2 วิธีนี้ อยู่ในรูปเปอร์เซนต์ของแนวโน้ม

ตัวอย่างที่ 9 ข้อมูลในตารางที่ 4.7 คือผลผลิตเป็น 10,000 บุชเชล ระหว่างปี 1974-1981 และค่าประมาณ $\hat{Y}$ ซึ่งได้จากสมการถดถอยเชิงเส้น

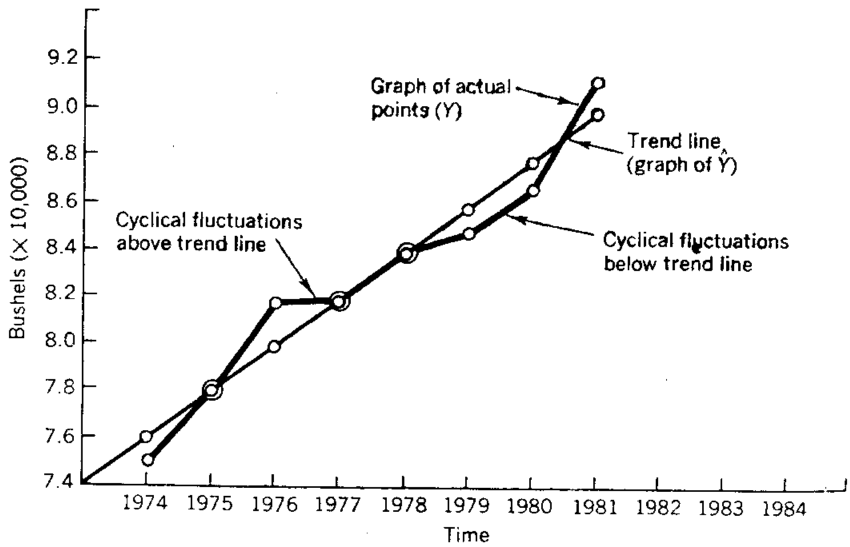
ตารางที่ 4.7 *ผลผลิตในเวลา 8 ปี*

x ปี	y ผลผลิต (10,000 บุชเชล)	$\hat{y}$ ประมาณการผลผลิต (10,000 บุชเชล)	
1974	7.5	7.6	
1975	7.8	7.8	
1976	8.2	8.0	($\hat{y}$ = 8.3 + 0.1 x
1977	8.2	8.2	
1978	8.4	8.4	x = 0 ปี 1977$\frac{1}{2}$ และมี
1979	8.5	8.6	
1980	8.7	8.8	หน่วยเป็น $\frac{1}{2}$ ปี)
1981	9.1	9.0	

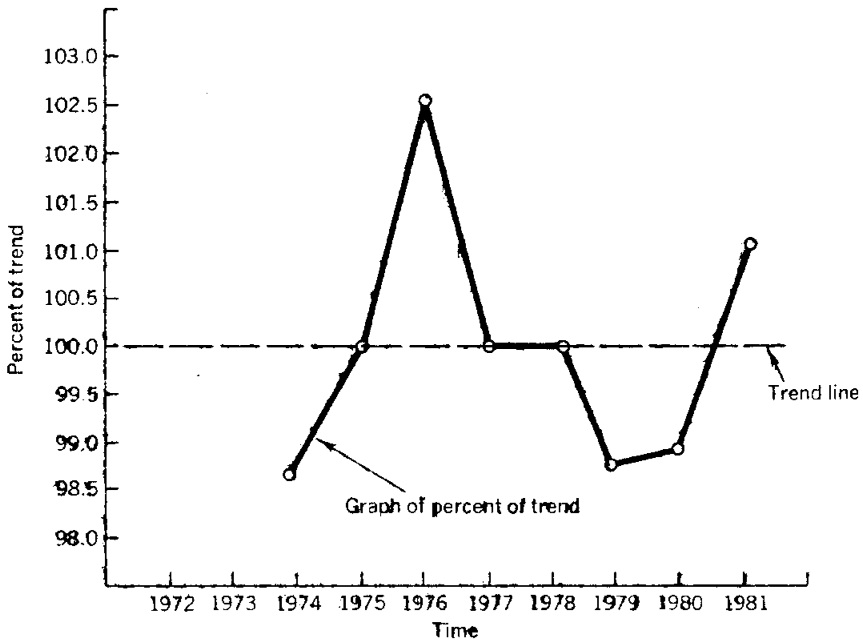
ตารางที่ 4.8 *แสดงการหาเปอร์เซนต์ของแนวโน้ม และ relative cyclical residual*

Year (1)	Y actual bushels (×10,000) (2)	$\hat{Y}$ estimated bushels (×10,000) (3)	$\frac{Y}{\hat{Y}} \times 100$ Percent of trend $(4) = \frac{(2)}{(3)} \times 100$	$Y - \hat{Y}$ $(5) = (2) - (3)$	$\frac{Y - \hat{Y}}{\hat{Y}}$ $(6) = (5) + (3)$	$\frac{Y - \hat{Y}}{\hat{Y}} \times 100$ Relative cyclical residual $(7) = (6) \times 100$
1974	7.5	7.6	98.7	−0.1	$\frac{-0.1}{7.6} = -0.013$	−1.3
1975	7.8	7.8	100.0	0.0	$\frac{0.0}{7.8} = 0.0$	0.0
1976	8.2	8.0	102.5	0.2	$\frac{0.2}{8.0} = 0.025$	2.5
1977	8.2	8.2	100.0	0.0	$\frac{0.0}{8.2} = 0.0$	0.0
1978	8.4	8.4	100.0	0.0	$\frac{0.0}{8.4} = 0.0$	0.0
1979	8.5	8.6	98.8	−0.1	$\frac{-0.1}{8.6} = -0.012$	−1.2
1980	8.7	8.8	98.9	−0.1	$\frac{-0.1}{8.8} = -0.011$	−1.1
1981	9.1	9.0	101.1	0.1	$\frac{0.1}{9.0} = 0.011$	1.1

รูปที่ 4.13 *แสดงการเปลี่ยนแปลงแบบวัฏจักรโดยรอบเส้นแนวโน้ม*



รูปที่ 4.14 *แสดงเปอร์เซนต์ของแนวโน้มโดยรอบเส้นแนวโน้มจากตารางที่ 4.8*



จากรูป 4.15 ซึ่งแสดงอิทธิพลของวัฏจักรในรูปเปอร์เซนต์ของแนวโน้ม ส่วนที่แสดงอิทธิพลของ C คือส่วนแตกต่างไปจากเส้นแนวโน้ม เช่น ผลผลิตของปี 1979

$$\hat{y}_{1979} = 8.5$$

ค่าเปอร์เซนต์ของแนวโน้ม = 98.8

แสดงว่าผลผลิตที่แท้จริงเป็น 98.8% ของประมาณการของปีนั้น

ส่วนแตกต่างคือ ค่า relative cyclical residual = −1.2%

แสดงว่า ผลผลิตที่แท้จริงในปีนั้น ต่ำกว่าค่าคาดหมาย 1.2%

ข้อสังเกต

เราสามารถอธิบายอิทธิพลของวัฏจักรได้เฉพาะในอดีตที่ผ่านมาแล้ว แต่ไม่สามารถพยากรณ์อิทธิพลของวัฏจักรล่วงหน้า ซึ่งต้องใช้เทคนิคที่ยุ่งยากซับซ้อนกว่านี้มาก

แบบฝึกหัด

4.7 จำนวนขายไมโครคอมพิวเตอร์ ในระหว่างปี 2517-2523 มีดังนี้

ปี	2517	2518	2519	2520	2521	2522	2523
จำนวนขาย (100,000)	1.5	1.6	1.6	1.8	1.9	2.2	2.5

ก) จงสร้างสมการแนวโน้มเส้นตรง

($\hat{y}$ = 1.87 + 0.16 x ; x = 0 ในปี 2520 และมีหน่วยเป็น 1 ปี)

ข) จงหาสมการกำลังสองที่แสดงแนวโน้ม

($\hat{y}$ = 1.76 + .16 x + .03 x^2, x = 0 ในปี 2520 และมีหน่วย 1 ปี)

ค) จงหาค่าเปอร์เซนต์ของแนวโน้ม

ง) จงหาค่าของ relative cyclical residual

จ) จงพล็อตเปอร์เซนต์ของแนวโน้ม

4.8 จำนวนแก๊สที่บริษัทหนึ่งผลิต ในระหว่างปี 2520-2524 มีดังนี้

ปี	2520	2521	2522	2523	2524
ปริมาณ (10 ล้านคิวบิทฟุท)	18	20	21	25	26

ก) จงหาสมการของแนวโน้มเส้นตรง

($\hat{y}$ = 22 + 2.1 x ; x = 0 ปี 2522 และมีหน่วยเป็น 1 ปี)

ข) จงหาเปอร์เซนต์ของแนวโน้ม

ค) จงหา relative cyclical residual

4.9 ผู้จัดการแผนกขาย มีข้อมูลคือจำนวนขายใน 5 ปี ดังนี้

ปี	2520	2521	2522	2523	2524
จำนวนขาย (10,000 ชิ้น)	36	43	45	53	54

และมีสมการแนวโน้มเส้นตรง คือ

$\hat{y} = 46.2 + 4.6x$; $x = 0$ ในปี 2522 และมีหน่วยเป็น 1 ปี

ก) จงหาเปอร์เซนต์ของแนวโน้มและพล็อตกราฟ

ข) จงหา relative cyclical residual

4.10 ถ้าท่านเป็นผู้บริหารบริษัทการเงิน ซึ่งมีเงินทุนในรอบ 7 ปี ดังนี้

ปี	2518	2519	2520	2521	2522	2523	2524
เงินทุน (100 ล้าน)	2.2	2.1	2.4	2.6	2.7	.2.9	2.6

ก) จงหาเปอร์เซนต์ของแนวโน้ม และพล็อตกราฟ

ข) จงหา relative cyclical residual

7. การวิเคราะห์ความผันแปรแบบฤดูกาล

ความผันแปรแบบฤดูกาล คือความผันแปรที่เกิดอย่างสม่ำเสมอ ซ้ำซากในห้วงเวลาสั้น ๆ ภายใน 1 ปี และส่วนใหญ่มักเป็นผลจากอิทธิพลของฤดูกาล เช่น จำนวนขายเครื่องปรับอากาศ พัดลม ชุดเล่นน้ำ จะสูงในฤดูร้อน ส่วนจำนวนขายสินค้าพวกเครื่องกันหนาว เครื่องทำน้ำอุ่น จะสูงในฤดูหนาว จำนวนขายร่ม เสื้อฝน จะสูงในฤดูฝน รวมทั้งการซ่อมแซมยานพาหนะด้วย จำนวนขายเครื่องใช้ในการเรียน สมุด ดินสอ เครื่องแบบนักเรียน รองเท้า ถุงเท้านักเรียน จะสูงในช่วงใกล้เปิดเทอมใหม่ จำนวนขายสินค้าที่ใช้ทำขนมเด็ก จะสูงในเดือน ธันวาคม-มกราคม เป็นต้น การศึกษาอิทธิพลของฤดูกาลมีประโยชน์ ดังนี้

1. เพื่อแยกอิทธิพลของฤดูกาลออกจากการเปลี่ยนแปลงแบบวัฏจักรเพื่อจะได้ศึกษาอิทธิพลเฉพาะของวัฏจักร
2. เพื่อศึกษาอิทธิพลของฤดูกาล ไว้สำหรับเตรียมการตอบสนองทางธุรกิจ

วิธีหาอิทธิพลของฤดูกาล

วิธีหาอิทธิพลของฤดูกาลที่นิยมใช้มากที่สุด คือวิธีวิเคราะห์แบบอัตราส่วน**ของค่าเฉลี่ยแบบเคลื่อนที่** หรือวิธี **Ratio-to-Moving-Average** มีวิธีการดังนี้

1. ต้องเป็นข้อมูลที่จำแนกเป็น รายสัปดาห์, รายเดือน หรือรายไตรมาส เพื่อจะได้หาในรูปเปอร์เซนต์ของยอดรวม 1 ปี เพื่อจะได้ **ค่าดัชนีฤดูกาล** ซึ่งจำแนกตาม รายสัปดาห์, รายเดือน หรือรายไตรมาส

2. ต้องหาค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ ในรอบ 1 ปี เพื่อขจัดความผันแปรของฤดูกาล เช่นถ้าข้อมูลที่เก็บเป็นรายไตรมาส (3 เดือน) 1 ปีมี 4 ไตรมาส ก็ต้องหาค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ของ 4 ไตรมาส ($k = 4$) ถ้าข้อมูลเป็นรายเดือน 1 ปีมี 12 เดือน ต้องหาค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ของ 12 เดือน ดังนั้นถ้าข้อมูลเป็นรายปี จึงหาดัชนีฤดูกาลไม่ได้ เพราะถูกกำจัดออกไปโดยอัตโนมัติแล้ว

3. นำค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ในข้อ (2) ไปหารข้อมูลเดิมทุกตัว จึงเรียกว่า **อัตราส่วนของค่าเฉลี่ยแบบเคลื่อนที่** วิธีนี้จะช่วยกำจัดความผันแปรจากอิทธิพลของแนวโน้ม (T) และวัฏจักร ออกไปจากอนุกรมเวลา คงเหลือแต่ความผันแปรเนื่องจากฤดูกาลและความผันแปรแบบผิดปกติ ซึ่งจะหาได้จากตัวแบบเชิงผลคูณ ดังนี้

$$\frac{\text{ข้อมูลเดิม (Y)}}{\text{ค่าเฉลี่ยแบบเคลื่อนที่}} = \frac{T \times C \times S \times I}{T \times C} = S \times I$$

4. นำอัตราส่วนที่ได้จากข้อ (3) มาจำแนกตามฤดูกาล เช่น รายสัปดาห์ รายเดือน หรือรายไตรมาส เพื่อจะได้หา **ดัชนีฤดูกาล** หรือ **Seasonal Index**

5. **ปรับค่าดัชนีฤดูกาล** เช่นถ้าหาดัชนีของแต่ละไตรมาส รวม 4 ไตรมาส ซึ่งต้องมีค่าเฉลี่ยมาตร-ฐานของดัชนี = 100 คือผลรวมของ 4 ไตรมาส = 400 ถ้าผลรวมของ 4 ไตรมาส ต่างไป 400 ต้องปรับค่าด้วยการนำ $\dfrac{400}{\text{ผลรวม}}$ x ดัชนีเดิม

ตัวอย่างที่ 10 ข้อมูลต่อไปนี้คือจำนวนขายรายไตรมาส เพื่อหาอิทธิพลของ S และ I โดยวิธี ratio-to-moving average

Quarter	*Y* Data	Four-period Moving Total	Four-period *MA*	*B*, *MA* of Two *MA*'s	*Y*/*B*
I	20				
II	18		21.00		
III	22		22.00	21.50	1.02
IV	24	84	23.00	22.50	1.07
I	24	88	24.00	23.50	1.02
II	22	92	25.25	24.68	.89
III	26	96	26.25	27.75	.94
IV	29	101	27.00	26.62	1.09
I	28	105	28.25	27.62	1.01
II	25	108	29.50	28.88	.87
III	31	113	30.50	30.00	1.03
IV	34	118	31.50	31.00	1.10
I	32	122	32.50	32.00	1.00
II	29	126	33.50	33.00	.88
III	35	130	34.50	34.00	1.03
IV	38	134	35.25	34.88	1.09
I	36	138	36.50	35.38	1.02
II	32	141	37.75	37.12	.86
III	40	146	38.75	38.25	1.05
IV	43	151	39.75	39.25	1.10
I	40	155	40.75	40.25	.99
II	36	159	42.00	41.38	.87
III	44	163			
IV	48	168			

ค่าในคอลัมน์สุดท้าย คือ ข้อมูลเดิม (Y)/ค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ = S x I เมื่อนำมาจัดแยกเป็นไตรมาส 4 ไตรมาส ได้ดังนี้

ตารางที่ *4.9 การจำแนก quarter relatives*

ไตรมาส	1	2	3	4	
			1.02	~~1.07~~	
	~~1.02~~	~~.89~~	~~.94~~	1.09	
	1.01	.87	1.03	~~1.10~~	
	1.00	.88	1.03	1.09.	
	1.02	~~.86~~	~~1.05~~	1.10	
	~~.99~~	.87			รวม
ผลรวม	3.03	2.62	3.08	3.28	
ค่าเฉลี่ยปรับปรุง	1.01	.87	1.03	1.09	4.00
ค่าเฉลี่ยเลขคณิต	1.01	.87	1.01	1.09	3.98
ค่ามัธยฐาน	1.01	.87	1.03	1.09	4.00

อธิบาย

คอลัมน์ที่ 2 คือ ข้อมูลดิบ Y แยกตามรายไตรมาส

คอลัมน์ที่ 3 หา**ผลรวมเคลื่อนที่** ของ 4 ไตรมาส (1 ปี = 4 ไตรมาส)
แต่เนื่องจาก k = 4 ค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่จะอยู่ตรงไตรมาส 2.5 ซึ่งมาจาก (k + 1)/2 = (4 + 1)/2 = 2.5 คืออยู่ระหว่างไตรมาสที่ 2 และ 3 เราต้องการให้ค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่อยู่ตรงกับไตรมาส จึงต้องหาค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ซ้ำอีกทีหนึ่ง ซึ่งก็คือการหาผลรวมเคลื่อนที่ 4 ปี 2 ครั้ง แล้วหารด้วย 8

คอลัมน์ที่ 4 หาค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ ได้จาก คอลัมน์ 4 หารด้วย 4

คอลัมน์ที่ 5 ปรับให้ค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่อยู่ตรงกับไตรมาส ด้วยการหาค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ซ้ำอีกครั้งหนึ่ง
(ถ้า k เป็นเลขคี่ หาครั้งเดียว)

คอลัมน์ที่ 6 นำค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ในช่องที่ (5) ไปเทียบกับข้อมูลเดิมในรูปอัตราส่วน (6) = (5)/(2) ค่าที่ได้เรียกว่า quarter relatives หรือ ค่าไตรมาสสัมพัทธ์

อธิบายตารางที่ 4.9

เมื่อนำค่าไตรมาสสัมพัทธ์ (quarter relatives) จัดจำแนกตามไตรมาส 4 ไตรมาสแล้ว จะหาดัชนีฤดูกาล โดยมีวิธีต่าง ๆ ดังนี้

วิธีหาค่าดัชนีฤดูกาล (seasonal index)

1. ใช้ค่าเฉลี่ยเลขคณิต
2. ใช้ค่าเฉลี่ยปรับปรุง (modified means) โดยการตัดข้อมูลที่ต่ำสุด และสูงสุดของแต่ละไตรมาสออกไป แล้วหาค่าเฉลี่ยจากข้อมูลที่เหลือ (ปรับปรุงแล้ว)
3. ใช้ค่ามัธยฐาน

จากตัวอย่างใน**ตารางที่** 4.9 จะหาของ**ไตรมาสที่** 1 ดังนี้

1. **ค่าเฉลี่ยเลขคณิต** = (1.02 + 1.01 + 1.00 + 1.02 + .99)/5

   = 3.03/5 = 1.01

2. **ค่าเฉลี่ยปรับปรุง** (modified means) : ตัดค่าสูงสุด (1.02) และต่ำสุด (.99)

   หาค่าเฉลี่ยที่เหลือ 3 ตัว

   = (1.01 + 1.00 + 1.02)/3

   = 1.01

3. **ค่ามัธยฐาน** คือค่าที่อยู่กึ่งกลางของข้อมูลที่เรียงลำดับแล้ว ดังนี้

   เรียงลำดับ : .99 1.00 $\boxed{1.01}$ 1.02 1.02

   ค่ามัธยฐานคือค่าที่ 3 คือ 1.01

สำหรับตัวอย่างนี้ ดัชนีฤดูกาลซึ่งหาโดยวิธีการต่าง ๆ ทั้ง 3 วิธี ให้ค่าไม่แตกต่างกันมาก และผลรวมของแต่ละชนิดไม่ต่างจาก 4.0 (ค่ามาตรฐาน) จึงไม่ต้องปรับปรุง

หมายเหตุ ค่าที่ได้ต้องคูณด้วย 100 ก่อน จึงจะเป็นดัชนีฤดูกาล

การใช้ดัชนีฤดูกาล

ดัชนีฤดูกาลเป็นตัวเลขที่แสดงอิทธิพลของฤดูกาล ถ้าดัชนีมีค่าต่ำกว่า 1 หรือ 100% แสดงว่า อิทธิพลของฤดูกาลนั้นทำให้จำนวนขายต่ำกว่าค่าปกติ เช่นดัชนีฤดูกาลของไตรมาสที่ 2 = .87 หมายความว่า จำนวนขายที่ลดลงกว่าปกติ 13% นั้น เป็นผลจากอิทธิพลของฤดูกาล ในทำนองกลับกัน ถ้าดัชนีมีค่าเกิน 1 หรือมากกว่า 100% เช่น 1.09 แสดงว่าจำนวนขายที่เพิ่มสูงขึ้นกว่าปกติ 9% เป็นอิทธิพลของฤดูกาล ประโยชน์ของดัชนีฤดูกาล มี 2 อย่างคือ

1. **ใช้แยกอิทธิพลของฤดูกาลออกจากข้อมูลเดิม** เรียกว่า **Deseasonalizing** โดยการนำค่าดัชนีไปหารข้อมูลเดิม (ถ้าใช้ตัวแบบเชิงผลคูณ) ส่วนที่เหลือคืออิทธิพลของแนวโน้ม, วัฏจักร และความผิดปกติ ดังนี้

$$\frac{\text{ข้อมูลเดิม (Y)}}{\text{ดัชนีฤดูกาล}} = \frac{T \times C \times S \times I}{S} = T \times C \times I$$

ปกติมักเหลือแต่ $T \times C$ เพราะ I มักเป็นค่าไม่โต เช่นจากตัวอย่างที่ 10 จะแยก S ออกเฉพาะของปีที่ 1 ดังนี้

ตารางที่ 4.10 *แสดงการแยก S ออกจากข้อมูลเดิม (Deseasonalizing) ของจำนวนขายปีแรก*

(1) ไตรมาส	(2) Y = จำนวนขาย	(3) ดัชนี = S	(4) Deseasonalized = $\frac{Y}{S} = \frac{(2)}{(3)}$
1	20	1.01	19.80
2	18	.87	20.69
3	22	1.03	21.36
4	24	1.09	22.02

อธิบาย

จำนวนขายที่แท้จริงของไตรมาสที่ I = 20 หน่วย (รวม 4 อิทธิพล) ถ้าไม่รวมอิทธิพลของฤดูกาล จำนวนขาย คือ 19.80 หน่วย

2. **ใช้แยกอิทธิพลของฤดูกาลจากค่าเปอร์เซนต์ของแนวโน้ม** เพื่อศึกษาอิทธิพลของ C x I (Deseasonalized Percents of Trend)

เนื่องจาก เปอร์เซนต์ของแนวโน้ม (ในตัวแบบเชิงผลคูณ) คือ

$$\frac{Y}{T} = \frac{T \times C \times S \times I}{T} = C \times S \times I$$

ถ้าจะแยก S ออกได้ โดยการนำดัชนีฤดูกาล ไปหาร (deseasonalized)

$$\frac{C \times S \times I}{S} = C \times I$$

และ ปกติ I มักมีค่าไม่โตนัก ถ้า I มีค่าสูง เราทำให้เรียบได้โดยวิธีหาค่าเฉลี่ยแบบเคลื่อนที่

ตัวอย่างที่ 11 แสดงการแยกค่า S จากเปอร์เซนต์ของแนวโน้ม

ปี และไตรมาส		(1) จำนวนขาย Y	(2) แนวโน้ม $\hat{Y}$ หรือ T	(3) % ของแนวโน้ม = C×S×I 100 ((1)/(2))	(4) ดัชนีฤดูกาล S	(5) deseasonalized % ของแนวโน้ม = C×I (3÷4) × 100
.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.
1976	1	100,000	90,000	111	97	114
	2	150,000	95,000	158	135	117
	3	120,000	100,000	120	106	113
	4	67,000	105,000	68	62	103
.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.

3. **ใช้พยากรณ์ในระยะสั้น**

เราทราบว่าค่าพยากรณ์จากสมการแนวโน้ม จะรวมอิทธิพลของ C x S x I และเรา

มักจะหาค่าสมการแนวโน้มเป็นรายปี ถ้า Y คือจำนวนขายต่อปี และเราต้องการปรับปรุงความผันแปรของฤดูกาล จะต้องแยกยอดขายทั้งปีออกเป็นไตรมาสก่อน (ถ้าดัชนีฤดูกาลเป็นรายไตร-มาส) แล้วปรับปรุงแต่ละไตรมาสด้วยค่าดัชนีฤดูกาลของไตรมาสนั้น ๆ

ตัวอย่างที่ 12 สมมุติยอดขายในปีหนึ่ง มีดังนี้

ไตรมาส	(1) ค่าทำนาย ($\hat{Y}$) ก่อนปรับปรุงด้วย S	(2) ดัชนีฤดูกาล S	(3) ค่าทำนายที่ปรับปรุง S แล้ว
1	50	1.23	61.5
2	50	1.08	54.0
3	50	.79	39.5
4	50	.90	45.0
จำนวนขายตลอดปี	200		200.0

นั่นคือ จำนวนขาย ไตรมาส 1, 2 จะสูงกว่าปกติ 23% และ 8% เพราะอิทธิพลของฤดูกาล ถ้าเป็นธุรกิจโรงแรม ฝ่ายจัดการจะได้เตรียมห้องพัก และอุปกรณ์, อาหาร เพื่อให้สอดคล้องกับจำนวนขายที่เพิ่มขึ้น ส่วนในไตรมาสที่ 3, 4 มีจำนวนขายบริการลดลง อาจลดจำนวนคนงานเพื่อลดต้นทุนการผลิตได้ เพราะจำนวนขายต่ำกว่าค่าปกติ 21% และ 10% ตามลำดับ

ตัวอย่างที่ 13 เป็นตัวอย่างของข้อมูลที่ประกอบด้วยความผันแปรทั้ง 4 ลักษณะ ข้อมูลคือจำนวนขายเครื่องกีฬาชนิดหนึ่ง โดยแยกเป็นรายไตรมาส รวม 5 ปี สิ่งที่ต้องการวิเคราะห์ มีดังนี้

1. แยกอิทธิพลต่าง ๆ ออกจากอนุกรมเวลา
2. สร้างสมการแนวโน้ม
3. หาความผันแปรแบบวัฏจักรโดยรอบเส้นแนวโน้ม

ตารางที่ 4.11 *แสดงจำนวนขายรายไตรมาส*

จำนวนขายรายไตรมาส (10,000)				
ปี	1	2	3	4
1976	16	21	9	18
1977	15	20	10	18
1978	17	24	13	22
1979	17	25	11	21
1980	18	26	14	25

ตารางที่ 4.12 *แสดงการหาค่าดัชนีฤดูกาล คอลัมน์สุดท้ายคือ ratio-to-moving average*

Year (1)	Quarter (2)	Actual sales (3)	Step 1 4-quarter moving total (4)	Step 2 4-quarter moving average $(5) = \frac{(4)}{4}$	Step 3 Percentage of actual to moving average $(6) = \frac{(3)}{(5)} \times 100$
1976	I	16			
	II	21			
	III	9	64	16.00	56.3
	IV	18	63	15.75	114.3
1977	I	15	62	15.50	96.8
	II	20	63	15.75	127.0
	III	10	63	15.75	63.5
	IV	18	65	16.25	110.8
1978	I	17	69	17.25	98.6
	II	24	72	18.00	133.3
	III	13	76	19.00	68.4
	IV	22	76	19.00	115.8
1979	I	17	77	19.25	88.3
	II	25	75	18.75	133.3
	III	11	74	18.50	59.5
	IV	21	75	18.75	112.0
1980	I	18	76	19.00	94.7
	II	26	79	19.75	131.6
	III	14	83	20.75	67.5
	IV	25			