ทฤษฎีการตัดสินใจเชิงสถิติ

(Decision Theory)

1. ตารางการตัดสินใจ
2. การตัดสินใจภายใต้ความไม่แน่นอน
   2.1 เกณฑ์เพิ่มค่ามากที่สุด
   2.2 เกณฑ์เพิ่มค่าน้อยที่สุด
   2.3 เกณฑ์ลดค่ามากที่สุด
   2.4 เกณฑ์ของเบยส์หรือเกณฑ์ค่าคาดหวัง
3. วิธีวิเคราะห์แบบผลเพิ่ม
4. การประมาณค่าเฉลี่ยและค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน
5. ทฤษฎีของเบยส์
   (Bayes' Theorem)
6. กลยุทธแบบเบยส์
   (Bayes' Stratergy)
7. ทฤษฎีเกมส์
   (Game Theory)
8. แบบฝึกหัด

บทที่ 1
ทฤษฎีการตัดสินใจเชิงสถิติ
(Decision Theory)

1. **ตารางการตัดสินใจ** (Decision Matrix)

เป็นตารางแบบ 2 ทาง ด้านหนึ่งแทนกโลบายหรือ Action (A_j) มักให้อยู่ด้านแนวตั้ง ส่วนแนวนอนแทนสภาวการณ์นอกบังคับ (State of Nature หรือ S_i) ให้ C_{ij} คือตัวเลขที่ใส่ในตาราง หมายถึงผลตอบแทนหรือผลกำไร หรือต้นทุนของกโลบาย A_j ภายใต้สภาวการณ์นอกบังคับ S_i ดังตัวอย่างตารางข้างล่าง เป็นตารางผลได้ที่มี 3 กโลบายและ 3 สภาวการณ์นอกบังคับ

สภาวการณ์	**กโลบาย**		
นอกบังคับ	A_1	A_2	A_3
S_1	C_{11}	C_{12}	C_{13}
S_2	C_{21}	C_{22}	C_{23}
S_3	C_{31}	C_{32}	C_{33}

C_{ij} คือ Consequence หรือผลที่ตามมาจากการเลือกกโลบายที่ j^{th} และเกิดสภาวการณ์นอกบังคับ i^{th} อาจอยู่ในรูปผลได้หรือขาดทุน

ถ้ากโลบายต่าง ๆ มีสภาวการณ์นอกบังคับเพียงอันเดียว ธุรกิจย่อมจะตัดสินใจเลือกกโลบายที่ให้ S_i สูงสุด การตัดสินใจลักษณะนี้เป็น **การตัดสินใจภายใต้ความแน่นอน** (decision making under certainty) แต่ลักษณะปัญหาที่มักประสบเป็นประจำไม่ได้มีลักษณะเช่นนี้ กล่าวคือ แต่ละกโลบายจะมีสภาวการณ์นอกบังคับมากกว่า 1 หนทาง และผู้ตัดสินใจไม่แน่ใจว่า S_i ใดจะบังเกิด แม้จะช่วยโดยการให้น้ำหนักของเหตุการณ์ในรูปความน่าจะเป็นแล้วก็ตาม ก็มิได้ยืนยัน

แน่นอนว่าจะเกิดโดยที่ $P(S_i) \leq 1$ และ $\sum_{i=1}^{n} P(S_i) = 1$ การตัดสินใจเมื่อมีสภาวการณ์นอกบังคับมากกว่า 1 หนทาง เป็น **การตัดสินใจภายใต้ความไม่แน่นอน** (decision making under uncertainty)

นอกจากนี้ยังมีการตัดสินใจอีกลักษณะหนึ่ง เรียกว่า การตัดสินใจภายใต้ความขัดแย้ง (decision making under conflict) ซึ่งจะใช้ทฤษฎีเกมส์ (theory of games) ตัดสินปัญหา กรณีนี้จะมีสภาวการณ์นอกบังคับ 2 หนทางขึ้นไป ซึ่งอยู่ภายใต้ความควบคุมของฝ่ายตรงข้าม ซึ่งเฉียบแหลมมาก ปัญหานี้จะพบเสมอในการแข่งขันด้านธุรกิจ

2. การตัดสินใจภายใต้ความไม่แน่นอน

เมื่อธุรกิจมีทางเลือกหรือกโลบาย A_j มากกว่า 1 หนทาง และยังมีปัญหาความไม่แน่นอนว่า สภาวการณ์นอกบังคับ Si ใดจะบังเกิด แต่จำเป็นจะต้องตัดสินใจเลือกกโลบายอันใด**อันหนึ่งก่อน ธุรกิจจะมีเกณฑ์พิจารณาหลายเกณฑ์** ซึ่งจะนำมากล่าว 4 เกณฑ์ ดังนี้

1. เกณฑ์เพิ่มค่ามากที่สุด (maximax criterion)
2. เกณฑ์เพิ่มค่าน้อยที่สุด (maximin criterion)
3. เกณฑ์ลดค่ามากที่สุด (minimax criterion)
4. เกณฑ์ของเบยส์ (Bayesian criterion)

2.1 **เกณฑ์เพิ่มค่ามากที่สุด** (maximax criterion)

คือการที่ผู้ตัดสินใจ **นำผลตอบแทนที่สูงสุดของทุกกโลบาย A_j มาเปรียบเทียบกันแล้วเลือก กโลบายที่ให้ผลได้สูงสุด** ผู้ที่ใช้เกณฑ์นี้จะต้องเป็นผู้ที่ **นิยมการเสี่ยงภัย** เช่น ผู้นิยมซื้อสลากกินแบ่ง จะพิจารณาแต่ด้านดีหรือผลได้สูงสุดอย่างเดียว โดยไม่นำความสูญเสียมาพิจารณาด้วย maximax มาจาก "maximum of the maximums"

ตัวอย่าง 1

S_i	กโลบาย A_1	A_2	A_3
S_1	22	18	10
S_2	16	19	18
S_3	14	17	20
max	22	19	20

ค่าสูงสุดของแต่ละกโลบาย คือ

	A_1	A_2	A_3
maximum	$\boxed{22}$	19	20

ตามเกณฑ์เพิ่มค่ามากที่สุด ผู้ตัดสินใจจะเลือก A_1 และจะได้ผลได้สูงสุดคือ 22

2.2 เกณฑ์เพิ่มค่าน้อยที่สุด (maximin criterion)

ผู้ตัดสินใจที่นิยมใช้เกณฑ์นี้เป็นผู้ที่ **มองโลกในแง่ร้าย** และไม่กล้าเสี่ยงภัย maximin ย่อมาจาก "maximum of the minimums" นั่นคือ ผู้ตัดสินใจจะนำ **ผลได้ต่ำสุดของทุกกโลบาย A_j มาเปรียบเทียบกัน แล้วเลือกกโลบายที่ให้ผลได้สูงสุด** จากตัวอย่างเดิม ผลได้ต่ำสุดของแต่ละกโลบายคือ

	A_1	A_2	A_3
minimum	14	$\boxed{17}$	10

จะเลือกกโลบาย A_2 เพราะให้ผลได้สูงสุด

2.3 เกณฑ์ลดค่ามากที่สุด (minimax criterion)

เกณฑ์นี้จะตรงข้ามกับเกณฑ์เพิ่มค่ามากที่สุด คือจะไม่ใช้ตารางผลได้ แต่จะใช้ **ตารางผลสูญเสีย** โดยจะนำ **ผลสูญเสียสูงสุดของทุกกโลบายมาเปรียบเทียบกันแล้วเลือก อันที่ให้ผล**

สูญเสียต่ำสุด จากตัวอย่างเดิม จะต้องสร้างตารางผลสูญเสียก่อน

ตารางแสดงผลสูญเสีย

S_i	A_1	A_2	A_3
S_1	0	4	12
S_2	3	0	1
S_3	6	3	0
rnax	6	4	12

ตารางแสดงผลได้

S_i	A_1	A_2	A_3
S_1	$\boxed{22}$	18	10
S_2	16	$\boxed{19}$	18
S_3	14	17	$\boxed{20}$

วิธีสร้างตารางผลสูญเสีย (opportunity loss table)

1. ทุก ๆ S_i ให้หาผลได้สูงสุด ดังนั้น ผลได้สูงสุดของแต่ละ s_i จะมีดังนี้

S_1 มี $C_{11} = 22$ สูงที่สุด

S_2 มี $C_{22} = 19$ สูงที่สุด

S_3 มี $C_{33} = 20$ สูงที่สุด

2. นำ C_{ij} จากตารางผลได้เทียบกับ C_{ij} **สูงสุด** ของ **แถว** (S_i) นั้น ๆ แล้วหาผลต่าง ผลต่างที่ได้คือค่าสูญเสียโอกาส เช่น แถวที่ 1 (S_1)

$$C_{11} = 22 - 22 = 0$$

หมายความว่าถ้าตัดสินใจเลือก A_1 และ S_1 บังเกิด จะมีผลสูญเสีย = 0 แสดงว่าเป็นการตัดสินใจที่ถูกต้องแล้ว

$$C_{12} = 22 - 18 = 4$$

หมายความว่า ถ้าตัดสินใจเลือก A_2 และ S_1 บังเกิด จะมีผลทำให้สูญเสียกำไรไป 4 หน่วย เป็นการตัดสินใจผิด เพราะถ้าตัดสินใจเลือก A_1 จะได้กำไรเพิ่มขึ้นอีก 4 หน่วย

.
.

$$C_{31} = 20 - 14 = 6$$

เป็นผลสูญเสียในการตัดสินใจเลือก A_1 แล้วบังเกิดสภาวการณ์นอกบังคับ S_3 ทำให้สูญเสียกำไรไป 6 หน่วย เพราะถ้าตัดสินถูกจะต้องเลือก A_3

หมายเหตุ

ผลสูญเสียบางทีเรียกค่าเสียโอกาส (opportunity loss หรือ regret) ถ้าตารางผลได้แสดงกำไร ค่าเสียโอกาสคือผลต่างของ C_{ij} แต่ละกโลบายกับ max C_{ij} **ซึ่งอยู่ภายใต้** S_i **เดียวกัน** แต่ถ้าตารางผลได้แสดงการขาดทุน หรือค่าใช้จ่ายหรือผลสูญเสีย ค่าเสียโอกาสจะหาได้จากผลต่างของ C_{ij} กับ min C_{ij} **ซึ่งอยู่ภายใต้** S_i **เดียวกัน**

เมื่อสร้างตารางผลสูญเสียแล้ว ด้วย **วิธีลดค่ามากที่สุด** จะเอาผลสูญเสีย **สูงสุด** ของทุกกโลบายมาเปรียบเทียบกันแล้วเลือกอันที่ให้ผลสูญเสียต่ำสุด จากตัวอย่างผลสูญเสียสูงสุดของแต่ละกโลบายคือ

	A_1	A_2	A_3
maximum loss	6	$\boxed{4}$	12

จะเลือก A_2 เพราะให้ผลสูญเสียต่ำสุด

2.4 *เกณฑ์ของเบยส์หรือเกณฑ์ค่าคาดหวัง* (Bayesian criterion)

จากเกณฑ์ต่าง ๆ 3 เกณฑ์ที่กล่าวข้างต้นมีข้อเสียที่ผู้ตัดสินใจไม่คำนึงถึงความเป็นไปได้ของ S_i เลย ซึ่งความจริงมีความสำคัญมาก เราวัดความเป็นไปได้ในรูปความน่าจะเป็น ซึ่งอาจใช้วิธีจิตวิสัย หรือประมาณจากสถิติข้อมูลที่เก็บไว้ในรูปความถี่สัมพัทธ์

การตัดสินใจตามเกณฑ์ของเบยส์คือการหาผลได้ถัวเฉลี่ยของทุกกโลบาย (expected payoff) ผู้ตัดสินใจจะเลือกกโลบายที่ **ให้ผลได้ถัวเฉลี่ยสูงสุด หรือผลสูญเสียถัวเฉลี่ยต่ำสุด**

นั่นคือ ถ้ามีสภาวการณ์นอกบังคับ S_i อยู่ n หนทาง ด้วยความน่าจะเป็น

$P(S_1), P(S_2), \ldots, P(S_n)$ ตามลำดับ

$0 \leqslant P(S_i) \leqslant 1$

$\sum_{i}^{n} P(S_i) = 1$

ให้ C_{ij} แทน ผลตอบแทนของกโลบาย A_j ภายใต้สภาวการณ์นอกบังคับ S_i

$$E(A_j) = \sum_{i}^{n} C_{ij}\, P(S_i)$$

จากตัวอย่างเดิม สมมุติให้ $P(S_1) = 0.2$, $P(S_2) = 0.4$ และ $P(S_3) = 0.4$ จะหากำไรคาดหมาย หรือ EP (Expected Payoff) ดังนี้

S_i	$P(S_i)$	C_{ij}			prob x ผลได้หรือ C_{ij} x $P(S_i)$		
		A_1	A_2	A_3	A_1	A_2	A_3
S_1	0.2	22	18	10	0.2(22) = 4.4	0.2(18) = 3.6	0.2(10) = 2.0
S_2	0.4	16	19	18	0.4(16) = 6.4	0.4(19) = 7.6	0.4(18) = 7.2
S_3	0.4	14	17	20	0.4(14) = 5.6	0.4(17) = 6.8	0.4(20) = 8.0
ผลได้คาดหมายหรือ EP					16.4	$\boxed{18.0}$	17.2

ดังนั้นตามเกณฑ์ของเบยส์ กโลบายที่ 2 จะดีที่สุด เพราะให้กำไรถัวเฉลี่ยสูงสุด คือ ถ้าผู้ตัดสินใจเลือกใช้ A_2 ในระยะยาวแล้วจะได้ผลได้ 18 หน่วย เสีย 20% จะได้ผลได้ 19 หน่วย เสีย 40% ส่วนที่เหลืออีก 40% จะได้ผลได้ 14 หน่วย แต่โดยถัวเฉลี่ยหรือในระยะยาวจะได้ผลได้ 18 หน่วย

การหากโลบายที่ดีที่สุดจากตารางความสูญเสีย

การหากโลบายที่ดีที่สุดตามเกณฑ์ของเบยส์ซึ่งหาจากตารางผลได้นั้น จะหาจากตารางผลสูญเสียก็ได้ โดยเลือกกโลบายที่ให้ **ผลสูญเสียถัวเฉลี่ยต่ำสุด**

S_i	$P(S_i)$	ผลสูญเสีย			Prob x ผลสูญเสีย		
		A_1	A_2	A_3	A_1	A_2	A_3
S_1	0.2	0	4	12	0.2(0) = 0	0.2(4) = 0.8	0.2(12) = 2.4
S_2	0.4	3	0	1	0.4(3) = 1.2	0.4(0) = 0	0.4(1) = 0.4
S_3	0.4	6	3	0	0.4(6) = 2.4	0.4(3) = 1.2	0.4(0) = 0
ผลสูญเสียถัวเฉลี่ย หรือ EOL :					3.6	$\boxed{2.0}$	2.8

EOL = Expected Opportunity Loss

ตามเกณฑ์ของเบยส์ กโลบายที่ 2 คือ optimal act **เพราะให้ผลสูญเสียถัวเฉลี่ยน้อยที่สุด**

ข้อสังเกต

1. การหากโลบายที่ดีที่สุด จากตารางผลได้ และตารางผลสูญเสียจะได้ผลลัพธ์ตรงกัน

2. ผลสูญเสียหรือ opportunity loss เมื่อหาจากตารางผลได้ ขึ้นอยู่กับข้อมูลในตารางผลได้ด้วย ถ้าข้อมูลในตารางผลได้คือ **กำไร** ค่า C_{ij} ในตารางผลสูญเสียคือผลต่างของผลได้ **สูงสุด** กับผลได้ของกโลบายต่าง ๆ ซึ่งอยู่ภายใต้สภาวการณ์เดียวกัน (ให้ i คงที่) แต่ถ้าข้อมูลในตารางผลได้อยู่ในรูป ***ต้นทุนการผลิต*** หรือ ***ความสูญเสีย*** *การสร้างตารางค่าเสียโอกาส* จะต้องหาผลต่างของผลสูญเสีย **ต่ำสุด** กับค่าสูญเสียของกโลบายต่าง ๆ ภายใต้สภาวการณ์เดียวกัน (ให้ i คงที่)

เหตุที่ใช้คำว่า "ค่าเสียโอกาส" เพราะผู้ตัดสินใจมี "โอกาส" ที่จะเลือกกโลบายที่ให้ผลได้สูงสุด หรือค่าใช้จ่ายต่ำสุด แต่เนื่องจากการตัดสินใจผิดพลาด จึงพลาด "โอกาส" ไป

3. ตัวเลขในตารางผลสูญเสียจะแสดงเฉพาะรายการขาดทุน จึงไม่ต้องใส่เครื่องหมายลบ

4. เฉพาะเกณฑ์การตัดสินใจของเบยส์เท่านั้นที่พิจารณาความน่าจะเป็นของ S_i

สรุป

1. **การตัดสินใจภายใต้ความแน่นอน** เกิดขึ้นเมื่อทุกกโลบาย A_j ให้ผลตอบแทนเพียงหนทางเดียว และผู้ตัดสินใจสามารถทราบผลตอบแทนนั้นล่วงหน้า

ตัวอย่าง อัตราดอกเบี้ยเงินกู้ของ 3 สถาบัน มีดังนี้

A	B	C
15.5%	15.0%	16.0%

ผู้ตัดสินใจย่อมเลือกกู้จากสถาบัน B เพราะคิดอัตราดอกเบี้ยต่ำสุด

ดังนั้นจึงมีผู้เรียกการตัดสินใจภายใต้ความแน่นอนว่า "deterministic" คือสามารถ

ตกลงใจได้ทันที เนื่องจากตารางผลได้ของแต่ละกโลบายมีทางเลือกเพียงหนทางเดียว และทราบล่วงหน้าว่าจะเกิดขึ้นโดยแน่นอน ไม่มีอิทธิพลของปัจจัยอื่น ๆที่ควบคุมไม่ได้เข้ามาเกี่ยวข้อง

2. การตัดสินภายใต้ความไม่แน่นอน หมายถึงการตัดสินใจภายใต้อิทธิพลของตัวแปรต่าง ๆ ที่ควบคุมไม่ได้มากกว่า 1 หนทาง เรียกว่า สภาวการณ์นอกบังคับ หรือ S_i

2.1 ถ้าผู้ตัดสินใจไม่สนใจหรือไม่สามารถประมาณความเป็นไปได้ของสภาวการณ์นอกบังคับเหล่านั้น ทราบเพียงว่าการอุบัติของ S_i ไม่แน่นอน กรณีนี้ผู้ตัดสินใจจะเลือกใช้เกณฑ์ maximax, maximin หรือ minimax และเรียกว่าเป็น **"การตัดสินใจภายใต้ความไม่แน่นอน"**

2.2 แต่ถ้าผู้ตัดสินใจสามารถกำหนดความเป็นไปได้ของ S_i คือทราบ $P(S_i)$, $i = 1, 2, ..., n$ การหา $P(S_i)$ มี 2 วิธีคือ การหาความน่าจะเป็น **ก่อน** การสุ่มตัวอย่าง อาจเป็นเชิงจิตวิสัย ซึ่งได้จากการคาดประมาณของผู้เชี่ยวชาญในสาขานั้น ๆ หรือเก็บจากข้อมูลเดิมในรูปความถี่สัมพัทธ์ การตัดสินใจที่ใช้ prior probabalility เรียกว่า **การตัดสินใจแบบเบยส์ โดยใช้ข่าวสารเดิม** (Bayesian Decision Making with Prior Information only) แต่ถ้ามีการหาข่าวสารเพิ่มเติมสำหรับทุก ๆ กโลบาย j เรียกว่า I_j มาปรับปรุง prior prob โดยใช้ทฤษฎีของ เบยส์ (Bayes' Theorem) ความน่าจะเป็นที่ปรับปรุงแล้วเรียกว่า posterior probability ดังนั้นเมื่อนำ posterior prob ไปหากำไรถัวเฉลี่ยของกโลบายต่าง ๆ แล้วหากโลบายที่ดีสุด จะเรียกการตัดสินใจที่ใช้ posterior prob ว่า **กลยุทธแบบเบยส์** (Bayes' Strategy)

การหามูลค่าของข่าวสาร (Value of Information)

บางครั้งผู้ตัดสินใจมีโอกาสที่จะได้ข่าวสารเพิ่มเติมก่อนการตัดสินใจ แต่จำเป็นต้องเสียค่าใช้จ่ายสำหรับข่าวสารนั้น จึงเป็นปัญหาว่ามูลค่าของข่าวสารควรเป็นเท่าใด ? เพื่อผู้ตัดสินใจจะได้ใช้เป็นเกณฑ์พิจารณาว่าไม่ควรจ่ายเงินเกินมูลค่าของข่าวสารนั้น โดยที่

มูลค่าของข่าวสาร = **ค่าคาดหมายของข่าวสารสมบูรณ์** = EVPI

EVPI = Expected Value of Perfect Information

EVPI = EPPI - BEP

$$\textbf{EPPI} = \text{Expected Payoff with Perfect Information}$$
$$= \Sigma\,(\max\ C_{ij})\,P(S_i)$$

$$\text{BEP} = \text{Bayesian Expected Pay off}$$
$$= \max_j\ EP(A_j)$$

จากตัวอย่างเดิม ตารางผลได้ คือ

S_i	$P(S_i)$	A_1	A_2	A_3
S_1	0.2	$\boxed{22}$	18	10
S_2	0.4	16	$\boxed{19}$	18
S_3	0.4	14	17	$\boxed{20}$
	EP	16.4	$\boxed{18.0}$	17.2

↑

BEP

การหา EPPI จะต้องพิจารณาเลือกกโลบายที่ดีที่สุด สำหรับแต่ละ S_i นั่นคือ **ผู้ตัดสินใจมีข่าวสารสมบูรณ์** (PI) **ว่า** S_i **ใดจะเกิดขึ้น** จึงจะเลือกกโลบาย A_j ที่ดีที่สุดสำหรับ S_i นั้น ๆ

	S_1	S_2	S_3
กโลบายที่ดีที่สุด	A_1	A_2	A_3
ผลได้สูงสุด (max C_{ij})	22	19	20
$P(S_i)$	0.2	0.4	0.4

ดังนั้น
$$\text{EPPI} = 22(0.2)+19(0.4)+20(0.4)$$
$$= 20$$

หมายความว่า ถ้าผู้ตัดสินใจดำเนินกิจการภายใต้ข่าวสารสมบูรณ์ จะได้กำไรถัวเฉลี่ย 20 หน่วย ผลต่างของกำไรภายใต้ข่าวสารสมบูรณ์ กับ BEP คือค่า EVPI

$$\text{EVPI} = \text{EPPI} - \text{BEP}$$
$$= 20.0 - 18.0$$
$$= 2.0$$

ค่า EVPI **คือจำนวนเงินสูงสุดที่กิจการจะพึงจ่ายสำหรับค่าบริการ เพื่อให้ได้ข่าวสารเพิ่มเติมเกี่ยวกับ** S_i และพึงสังเกตว่า ค่า EVPI = EOL ต่ำสุด = 2.0

ตารางผลสูญเสีย

	A_1	A_2	A_3
S_1	0	4	12
S_2	3	0	1
S_3	6	3	0
EOL :	3.6	$\boxed{2.0}$	2.8

แบบฝึกหัด

1.1 ฝ่ายจัดการของบริษัทแห่งหนึ่งอยู่ในระหว่างการตัดสินใจว่าควรเพิ่มกำลังผลิตเป็น 100,000, 500,000 หรือ 1,000,000 หน่วย โดยที่จำนวนขายขึ้นอยู่กับสภาวะตลาดซึ่งแบ่งเป็น 3 สภาวะคือ สภาวะคล่องตัว, สภาวะปานกลาง และสภาวะเงินฝืด และฝ่ายวิจัยได้สร้างตารางผลได้ ดังนี้

ความน่าจะเป็น	สภาวการณ์	A_1	A_2	A_3
		100,000	500,000	1,000,000
0.2	คล่อง	1,000,000	3,000,000	5,000,000
0.2	ปานกลาง	2,000,000	2,500,000	3,000,000
0.6	ฝืด	2,500,000	2,000,000	1,000,000

ก) ฝ่ายจัดการควรเลือกผลิตกี่หน่วย ถ้าใช้เกณฑ์เพิ่มค่ามากที่สุด (A_3)

ข) ฝ่ายจัดการควรเลือกผลิตกี่หน่วย ถ้าใช้เกณฑ์ของเบยส์ (A_2)

1.2 กำหนดตารางผลได้ซึ่งอยู่ในรูปค่าใช้จ่ายของกิจการในการประกันอัคคีภัย ดังนี้

สภาวการณ์ (S_i)	P(S_i)	**มีประกันอัคคีภัย (A_1)**	**ไม่มีประกันอัคคีภัย (A_2)**
เกิดอัคคีภัย	.001	52,000	5,000,000
ไม่เกิดอัคคีภัย	.999	50,000	0

ก) กิจการจะตัดสินใจอย่างไรถ้าใช้เกณฑ์ลดค่ามากที่สุด **(A_1)**

ข) กิจการจะตัดสินใจอย่างไร ถ้าใช้เกณฑ์ของเบยส์ **(A_2)**

1.3 ผลการพิพากษาของคณะลูกขุน มีตารางผลได้ ดังนี้

สภาวการณ์ (S_i)	**ตัดสินลงโทษ (A_1)**	**ตัดสินยกฟ้อง (A_2)**
เป็นผู้กระทำผิด	1	5
เป็นผู้บริสุทธิ์	9	0

ก) ผลการตัดสินจะเป็นอย่างไรถ้าคณะลูกขุนใช้เกณฑ์ลดค่ามากที่สุด **(A_2)**

ข) ถ้าผู้ถูกกล่าวหามีโอกาสเท่ากันที่จะเป็นผู้บริสุทธิ์ หรือผู้กระทำผิด คณะลูกขุนจะตัดสินอย่างไรถ้าใช้เกณฑ์ EOL ต่ำสุด **(A_2)**

1.4 กำหนดตารางผลได้ของบริษัทผลิตเครื่องโทรทัศน์แห่งหนึ่ง ดังนี้

สภาวะเศรษฐกิจ (S_i)	P(S_i)	**ราคาขาย**		
		แพงมาก	**ปานกลาง**	**ต่ำ**
รุ่งเรือง	0.3	10	7	5
คงที่	0.3	6	8	6.5
ตกต่ำ	0.4	2	4	7

ก) บริษัทควรผลิตแบบใดถ้าใช้เกณฑ์เพิ่มค่ามากที่สุด (A_1)

ข) บริษัทควรผลิตแบบใดถ้าใช้เกณฑ์การตัดสินใจของเบยส์ (A_3)

ค) จงหาค่า EVPI (1.95)

ง) จงหาค่า EOL ของทุกกโลบาย (2.6, 2.1, 1.95)

1.5 ก) จงเปลี่ยนตารางผลได้ในข้อ 1.1 เป็นตารางผลสูญเสีย แล้วหากโลบายที่ดีที่สุดตามเกณฑ์ของเบยส์ (A_2)

ข) จงหาค่า EVPI (800,000)

1.6 จากข้อ 1.2

ก) จงเปลี่ยนเป็นตารางความสูญเสียโอกาส

ข) จงหากโลบายที่ดีที่สุดตามเกณฑ์ของเบยส์ (A_2)

ค) จงหาค่า EVPI (4948)

1.7 จากข้อ 1.3

ก) จงเปลี่ยนเป็นผลสูญเสียโอกาส และหากโลบายที่ดีที่สุดตามเกณฑ์ของเบยส์ (A_2)

ข) จงหามูลค่าของข่าวสาร (2.0)

1.8 จากข้อ 1.4

ก) จงเปลี่ยนเป็นผลสูญเสียโอกาสและหากโลบายที่ดีที่สุดตามเกณฑ์ของเบยส์ (A_3)

ข) จงหามูลค่าของข่าวสาร (1.95)

---

3. วิธีวิเคราะห์แบบผลเพิ่ม (Marginal or Incremental Analysis)

วิธีวิเคราะห์แบบผลเพิ่มใช้ได้เฉพาะปัญหาการตัดสินใจที่เกี่ยวกับการสำรอง (stock) สินค้า ซึ่งถ้ามีทางเลือกหลายหนทาง จะทำให้ตารางแมตริกซ์ของผลได้มีขนาดใหญ่ ทำให้ต้องเสียเวลามากในการหาผลได้ เช่น ถ้าเลือกสำรอง 11 - 20 หน่วย ตารางผลได้จะมีขนาด 10×10 นั่นคือ จะต้องหาผลได้ทั้งหมด $10 \times 10 = 100$ จำนวน เพื่อให้ตารางสมบูรณ์ ดังนี้

กโลบาย

	A_1	A_2		A_9	A_{10}
อุปสรรค์ (S_i)	11	12	......	19	20
$S_1 = 11$	C_{11}		......	$C_{1,9}$	$C_{1,10}$
$S_2 = 12$	C_{21}			$\vdots$	$\vdots$
$\vdots$	$\vdots$				
$S_9 = 19$					
$S_{10} = 20$	$C_{10,1}$		......	$C_{10,9}$	$C_{10,10}$

ในการหากโลบายที่ดีที่สุดตามเกณฑ์ของเบยส์ซึ่งเรียกว่า optimal act นั้น จะต้องหา **ผลได้ถัวเฉลี่ย** ของทุกกโลบายเพื่อใช้เปรียบเทียบหากโลบายที่ให้ผลได้ถัวเฉลี่ยสูงสุด หรือ BEP ดังนั้น เพื่อหลีกเลี่ยงการสร้างตารางผลได้ดังกล่าว เรามีวิธีลัดคือวิธีวิเคราะห์แบบผลเพิ่ม โดยใช้วิธีหา **กำไรคาดหมาย** ของสินค้า **แต่ละหน่วย** ที่เราสำรองเพิ่มขึ้น กำไรคาดหมายของสินค้าแต่ละหน่วยจะไม่เท่ากัน เพราะแต่ละหน่วยมีโอกาสที่จะขายได้ต่างกัน สินค้าหน่วยแรก ๆ ย่อมมีโอกาสที่จะขายได้สูงกว่าสินค้าหน่วยหลัง ๆ ที่สำรองไว้ ดังนั้น กำไรคาดหมายของสินค้าหน่วยแรก ๆ จึงสูงกว่ากำไรคาดหมายของสินค้าหน่วยหลัง ๆ และในที่สุด สินค้าบางหน่วยอาจไม่คุ้มค่าที่จะสำรองไว้ เพราะไม่คุ้มกับค่าใช้จ่ายเช่นดอกเบี้ยและการเน่าเสีย สินค้าเหล่านี้จะมีกำไรคาดหมายที่ติดลบ จึงไม่ควรสำรองไว้ ดังนั้นปัญหาคือ เราจะต้องทราบโอกาสที่จะขายสินค้าแต่ละหน่วย และต้องหาเกณฑ์พิจารณาว่าการสำรองสินค้าแต่ละหน่วยเพื่อให้ขายได้กำไรนั้นควรจะมีโอกาสที่จะขายได้อย่างน้อยที่สุดเท่าใด ซึ่งมีวิธีการดังนี้

ให้ P^* คือโอกาสที่จะขายสินค้าได้เพิ่มขึ้น 1 หน่วย และ **ยังได้กำไร**

ดังนั้น $1-P^*$ คือโอกาสที่จะไม่ได้ขายสินค้าหน่วยนั้น

MP = marginal profit คือกำไรที่เพิ่มขึ้นจากการขายสินค้าได้เพิ่มขึ้น 1 หน่วย

ML = marginal loss คือการขาดทุนหรือผลสูญเสียเนื่องจากขายสินค้าหน่วยนั้นไม่ได้

ค่า P* ที่ทำให้สมการมีค่าสูงสุด คือ

$$E(MP) = E(ML)$$

หรือ $P^*(MP) = (1 - P^*)ML$

$$P^*MP + P^*ML = ML$$

$$\boxed{P^* = \frac{ML}{MP + ML}}$$

ค่า P* คือโอกาสหรือความน่าจะเป็นอย่างน้อยที่สุดที่จะขายสินค้าเพิ่มขึ้นอีก 1 หน่วย เพื่อให้คุ้มค่ากับการสำรองสินค้าหน่วยนั้น

ตัวอย่างที่ 2

พ่อค้าซื้อสตรอเบอรี่มากล่องละ 20 บาท เพื่อนำมาขายกล่องละ 35 บาท ผลไม้ที่เหลือค้างคืนจะเหี่ยว จึงต้องลดราคาในวันรุ่งขึ้นเหลือกล่องละ 10 บาท จากประสบการณ์พบว่าจำนวนขายต่อวันมีการแจกแจงความน่าจะเป็น ดังนี้

จำนวนขาย/วัน	:	10	11	12	13
ความน่าจะเป็น	:	.15	.20	.40	.25

$$MP = 35 - 25 = 15$$

$$ML = 20 - 10 = 10$$

$$P^* = \frac{ML}{MP + ML} = \frac{10}{15 + 10} = \frac{10}{25} = .40$$

ค่า $P^*_\sim = .40$ จะใช้เป็นเกณฑ์พิจารณาว่า ในการสำรองสินค้าเพิ่มขึ้น 1 หน่วย สินค้าหน่วยนั้นจะต้องมีความน่าจะเป็น **สะสม** ที่จะขายได้= .40 เป็นอย่างน้อย ตารางต่อไปนี้จะแสดงความน่าจะเป็นสะสมของการขายสินค้าแต่ละหน่วย

สินค้าหน่วยที่ S_i	โอกาสที่จะมีจำนวนขายระดับนี้ $P(S_i)$	โอกาสที่จะขายได้ระดับนี้หรือมากกว่า (ความน่าจะเป็นสะสม) (p)	
10	.15	1.00	(.25 + .40 + .20 + .15)
11	.20	.85	(.25 + .40 + .20)
12	.40	.65	(.25 + .40)
13	.25	.25	

อธิบายความหมายช่องความน่าจะเป็นสะสมได้ดังนี้

1.00 คือโอกาสที่จะขายสินค้าได้ 10 หน่วยหรือมากกว่า นั่นคือผู้ขายมีความมั่นใจ 100% ว่าจะขายสินค้าได้ 10 หน่วยขึ้นไป นั่นคือสินค้า **หน่วยที่** 10 ต้องได้ขายแน่นอน

.85 คือความน่าจะเป็นที่จะขายได้ 11 หน่วยขึ้นไป นั่นคือผู้ขายมีความมั่นใจ 85% ว่าจะขายได้ 11 หน่วยหรือมากกว่า ซึ่งหาได้จากการนำเอาความน่าจะเป็นที่จะขายได้ของหน่วยที่ 11 และสูงกว่ามารวมกัน

$$\begin{aligned} P(\text{ขายได้ 11 หน่วย}) &= .20 \\ P(\text{ขายได้ 12 หน่วย}) &= .40 \\ P(\text{ขายได้ 13 หน่วย}) &= \underline{.25} \\ & \quad \underline{\underline{.85}} \end{aligned}$$

.65 คือความน่าจะเป็นที่จะขายได้ 12 หน่วยหรือมากกว่า

$= P(12)+P(13) = .40+.25 = .65$

.25 คือความน่าจะเป็นที่จะขายได้ 13 หน่วยขึ้นไป ซึ่งคือ 13 หน่วยนั่นเอง เพราะไม่เคยมีการขายสูงกว่า 13 หน่วย

ข้อสังเกต เมื่อจำนวนสินค้าเพิ่มมากขึ้น โอกาสที่จะขายสินค้าหน่วยที่เพิ่มขึ้น (p) จะลดลงเรื่อย ๆ

จากเกณฑ์ที่ตั้งไว้ ซึ่งหาค่า P^* ได้ 0.40 เมื่อตรวจดูค่า p ของหน่วยต่าง ๆ จะเห็นว่า

P(ขายได้ 10 หน่วยขึ้นไป) = 1.0 ซึ่งมากกว่า .40 จึงควรสำรองสินค้าหน่วยที่ 10

และจะมี EP(หน่วยที่ 10) = pMP - (1 - p)ML

= 1.00(15) - (0)(10)

= 15

นั่นคือกำไรคาดหมายของสินค้า 10 หน่วยแรก = $10 \times 15 = \boxed{150} = EP(A_1)$

P(ขายได้ 11 หน่วยขึ้นไป) = .85 ซึ่งมากกว่า .40 จึงควรสำรองสินค้าหน่วยที่ 11

และจะได้กำไรคาดหมายดังนี้

EP(หน่วยที่ 11) = pMP - (1 - p)ML

= .85(15) - (.15)(10)

= 12.75 - 1.50

= 11.25

ดังนั้น EP(11 หน่วย) = EP(10 หน่วยแรก) + EP(หน่วยที่ 11)

= 150 + 11.25

= $\boxed{161.25} = EP(A_2)$

P (ขายได้ 12 หน่วยขึ้นไป) = .65 ซึ่งมากกว่า .40 จึงควรสำรองสินค้าหน่วยที่ 12 และจะได้กำไรคาดหมาย ดังนี้

EP(หน่วยที่ 12) = pMP - (1 - p)ML

= .65(15) - .35(10)

= 9.75 - 3.50 = 6.25

ดังนั้น EP(12 หน่วย) = EP(10 หน่วย) + EP(หน่วยที่ 11) + EP(หน่วยที่ 12)

= 150 + 11.25 + 6.25

optimal act หรือ BEP $\longrightarrow$ = $\boxed{167.50} = EP(A_3)$

และ P(ขายได้ 13 หน่วยขึ้นไป) = .25 ซึ่งน้อยกว่า .40 จึงไม่ควรสำรองสินค้าหน่วยนี้เพราะจะทำให้ขาดทุน ดังจะเห็นจากการหากำไรคาดหมายของสินค้าหน่วยนี้

EP(หน่วยที่ 13) = .25(15) - .75(10)

$= 3.75 - 7.50$

$= -3.75$

นั่นคือถ้าสำรองหน่วยที่ 13 จะขาดทุน 3.75 บาท จึงควรสำรองถึงหน่วยที่ 12 และ EP (13 หน่วย) = EP (12 หน่วย) + EP (หน่วยที่ 13)

$= 167.50 + (-3.75) = 163.75 = EP(A_4)$

เปรียบเทียบวิธีวิเคราะห์แบบผลเพิ่มกับการสร้างตารางผลได้

เนื่องจากทั้ง 2 วิธีนี้คือวิธีของเบยส์เหมือนกัน จึงให้ข้อสรุปคือ optimal act อันเดียวกัน

วิธีสร้างตารางผลได้ จะให้ตารางผลได้ดังนี้

S_i	$P(S_i)$	จำนวนสำรอง 10	11	12	13
		A_1	A_2	A_3	A_4
10	.15	150	140	130	120
11	.20	150	165	155	145
12	.40	150	165	180	170
13	.25	150	165	180	195
	EP	150	161.25	$\boxed{167.50}$ ↑ BEP	163.75

ตารางสรุปการคำนวณโดยวิธีวิเคราะห์ผลเพิ่ม

(1) สินค้าหน่วยที่ที่ s	(2) โอกาสจะขายได้ระดับนี้ $P(S_i)$	(3) โอกาสที่จะขายได้ระดับนี้หรือมากกว่า cdf = p	(4) โอกาสที่จะขายไม่ได้ 1 - p	(5) p(MP)	(6) (1-p)(ML)	(7) = (5) - (6) กำไรคาดหมายของหน่วยที่ i	กำไรคาดหมายจากการสำรองจำนวนนี้
10	.15	$1.00 > P^*$	0	15.00	0	15.00	150.00
11	.20	$.85 > P^*$	.15	12.75	1.50	11.25	161.25
12	.40	$\boxed{.65 > P^*}$	.35	9.75	3.50	6.25	$\boxed{167.50}$
13	.25	$.25 < P^*$	.75	3.75	7.50	-3.75	163.75

วิธีใช้การวิเคราะห์แบบผลเพิ่มสำหรับข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบปกติ

ในทางปฏิบัติ ปัญหาการสำรองสินค้าไม่ได้มีแค่ 4 - 5 หน่วย ดังนั้นถ้า X คือจำนวนสินค้าสำรอง ถ้ามีจำนวนมาก X จะมีการแจกแจงโดยประมาณแบบโค้งปกติ การตัดสินใจว่าจะสำรองเพียงใด จึงต้องใช้วิธีหาพื้นที่จากปลายหางด้านขวามือเข้ามาจนมีพื้นที่เท่ากับค่า P^* โดยที่ $P^* = ML/(MP+ML)$

ปัญหาคือต้องแปลงค่า X ให้เป็นตัวแปรเชิงสุ่มแบบปกติมาตรฐาน คือ Z ดังนี้

$$Z = \frac{X-\mu}{\sigma}$$

โดยที่ X คือจำนวนขายซึ่งมีการแจกแจงแบบปกติ

μ คือจำนวนขายโดยเฉลี่ย

σ คือค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน

ตัวอย่างที่ 3 จำนวนขายสินค้าชนิดหนึ่งมีการแจกแจงแบบปกติด้วย จำนวนขายเฉลี่ยวันละ 50 หน่วย และมีค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน 15 หน่วย สินค้านี้ราคาต้นทุนหน่วยละ 4 บาท ขายหน่วยละ 9 บาท ถ้าขายสินค้าหน่วยใดไม่ได้ในวันนั้นจะต้องทิ้งไป

นั่นคือ $P^* = \frac{ML}{MP+ML} = \frac{4}{5+4} = \frac{4}{9} = .44$

นั่นคือสินค้าแต่ละหน่วยที่จะสำรองไว้จะต้องมีโอกาสที่จะขายได้ .44 ขึ้นไป

ให้ X คือจำนวนขายต่อวัน

$$\mu_X = 50, \ \sigma_X = 15$$

จาก $Z = \frac{X-\mu}{\sigma}$

ดังนั้น $X = \sigma Z + \mu$

เราต้องการทราบว่า X คือจำนวนสินค้าที่จะสำรองไว้ควรจะเป็นเท่าใด

ซึ่งจะทำให้ $P(X \geqslant x) = .44$ คือเหลือพื้นที่ปลายหางด้านขวามือ 44%

เมื่อเปิดตาราง Z เราทราบว่า $Z_{.44} = .15$

หรือ $P(Z > .15) = .44$

คือพื้นที่จากจุด $Z = .15$ ถึงปลายหางด้านขวามือ $= .44$

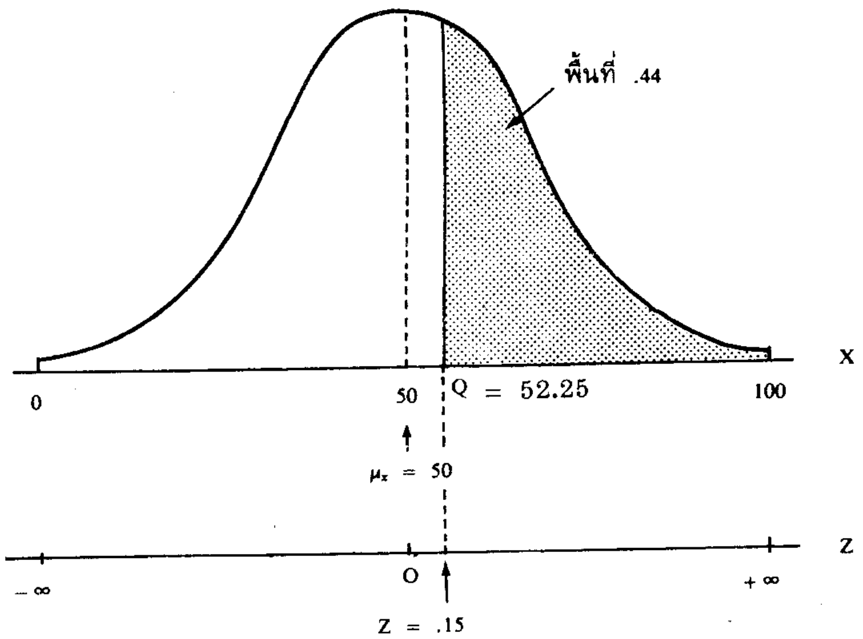
จากความสัมพันธ์ $X = \sigma Z + \mu$

แทนค่า $= 15(.15) + 50 = 52.25 = Q$

นั่นคือ $P(X \geqslant 52.25) = .44$

ดังนั้นจึงควรสำรองสินค้าไว้ 52.25 = 53 หน่วย จึงจะได้กำไรสูงสุด

รูปที่ 1.1



อธิบายรูป 1.1

คำนวณค่า $P^* = .44$ หมายความว่า เราจะสำรองสินค้าโดยเริ่มจากหน่วยที่ 1,2,...Q, ในเมื่อจุด Q คือหน่วยสุดท้ายที่จะสำรองแล้วได้กำไร ถ้าเราสำรองเกินจุด Q พื้นที่ระบายไว้จะเล็กลง นั่นคือ $P^* < .44$ หรือโอกาสที่จะขายสินค้าหน่วยนั้นจะน้อยกว่าเกณฑ์ที่กำหนดไว้ ดังนั้นเราจะต้องหาจำนวนสำรอง X ซึ่งในที่นี้คือจุด Q ซึ่งให้พื้นที่ = .44 จากหน่วยหางด้านขวามือ

จากตาราง โค้งปกติมาตรฐาน เมื่อ Z = .15 จะเหลือปลายหางด้านขวา 44%

$$X = \sigma Z + \mu = Q$$

$$= 15(.15) + 50 = 52.25 = Q = 52 \text{ หน่วย}$$

ตัวอย่างที่ 4 ถ้าจำนวนขายสตรอเบอรี่มีการแจกแจงแบบปกติ ให้ X = จำนวนขายเป็นกล่องต่อวัน และมี μ_X = 60 กล่อง และ σ_X = 10 กล่อง ถ้าต้นทุนกล่องละ 20 บาท ราคาขายกล่องละ 32 บาท ถ้าขายไม่ได้ในวันนั้นต้องลดราคาเหลือ 2 บาท

นั่นคือ $MP = (32 - 20) = 12,\ ML = (20 - 2) = 18$

ดังนั้น $P^* = \dfrac{ML}{MP + ML} = \dfrac{18}{12+18} = \dfrac{18}{30} = .60$

จากตาราง Z

เมื่อ Z = −0.25 จะเหลือพื้นที่ปลายหางด้านซ้าย 40% และด้านขวา 60%

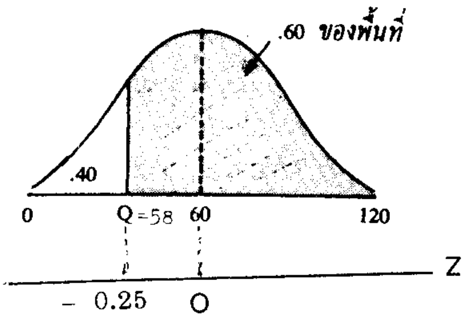
ดังนั้น Q หรือ X $= \sigma Z + \mu$

$$= 10(-0.25) + 60$$

$$= -2.5 + 60$$

$$= 58.50 = 58 \text{ หน่วย}$$

optimum stock คือ สำรองวันละ 58 กล่อง



แบบฝึกหัด

1.9 บริษัทนครหลวงมอเตอร์ขายรถยนต์จากยุโรปและอยู่ในระหว่างการพิจารณาว่าควรเปิดแผนกซ่อมหรือไม่ ข้อมูลที่บริษัทได้จากกิจการที่มีแผนกซ่อม พบว่ามีจำนวนชั่วโมงทำงานต่อปี ดังนี้

ชั่วโมงซ่อมแซม	10,000	12,000	14,000	16,000
ความน่าจะเป็น	.2	.3	.4	.1

ต้นทุนแรงงานของช่างซ่อมชั่วโมงละ $ 9 โดยช่างแต่ละคนทำงานสัปดาห์ละ 40 ชั่วโมง และปีหนึ่งมีวันหยุดพักผ่อน 2 สัปดาห์ ราคาที่คิดจากผู้เอารถมาซ่อมชั่วโมงละ $16

ก) บริษัทควรจ้างช่างไว้ประจำแผนกซ่อมกี่คน (6 คน)

ข) จงหาค่า EVPI (12,000)

1.10 บริษัทให้เช่ารถซื้อรถมาคันละ $4,600 และให้เช่าวันละ $17 แต่ละสัปดาห์จะให้เช่าเพียง 6 วัน หรือปีละ 312 วัน นอกจากค่าสึกหรอแล้ว บริษัทต้องเสียค่าใช้จ่ายผันแปรวันละ $ 1.50 และเมื่อครบ 1 ปีจะขายได้ครึ่งหนึ่งของราคาซื้อ สถิติความต้องการเช่ารถของลูกค้าต่อวัน มีดังนี้

จำนวนรถ	8	9	10	11	12	13
ความน่าจะเป็น	.17	.18	.20	.16	.15	.14

ถ้าไม่คำนึงถึงค่าใช้จ่ายอื่น ๆ บริษัทควรซื้อรถมาให้เช่ากี่คัน จึงจะได้กำไรสูงสุด (10 คัน)

1.11 โรงงานผลิตรองเท้าอยากทราบว่าควรจะผลิตรองเท้าแตะชนิดรัดส้น สำหรับฤดูร้อนปีนี้เป็นจำนวนเท่าใด จึงจะได้กำไรสูงสุด ถ้าต้นทุนการผลิตคู่ละ $7.50 และขายคู่ละ $ 14.00 แต่ถ้าพ้นฤดูร้อนแล้วจะขายไม่ได้ เพราะล้าสมัย ประมาณการยอดขาย มีดังนี้

จำนวนคู่(1,000)	30	35	40	45	50
ความน่าจะเป็น	.10	.15	.20	.30	.25

บริษัทควรผลิตจำนวนเท่าใดจึงจะได้กำไรสูงสุดตามเกณฑ์ของเบยส์ (45,000)

1.12 ห้างสรรพสินค้าแห่งหนึ่งให้บริการพิเศษแก่ลูกค้าโดยการสลักชื่อลงบนดินสอที่จะให้เป็นของขวัญปีใหม่ ภายหลังห้างพบว่าดินสอที่เคยซื้ออยู่ประจำจากผู้ผลิต (ก) มีคุณภาพไม่ค่อยดี จึงจะเปลี่ยนไปซื้อจากผู้ผลิต (ข) แต่เนื่องจากเป็นเทศกาลปีใหม่ ผู้ผลิต (ข) จึงยังไม่มีสินค้าให้ จนกว่าจะเลยปีใหม่แล้ว ดังนั้นห้างจึงจำเป็นต้องซื้อจากผู้ผลิต (ก) ไปพลาง ๆ

ก่อนจนกว่าจะเลยปีใหม่ ห้างไม่อยากซื้อจาก (ก) มากเกินไป เพราะคุณภาพไม่ดี ทำให้ห้างต้องเสียความนิยมจากลูกค้าด้วย แต่ถ้ามีสินค้าไม่พอสำหรับลูกค้า ก็จะถูกต่อว่าอีกเช่นกัน

ขนาดบรรจุดินสอกล่องละ 15 แท่ง และรวมส่งเป็นกล่องใหญ่ซึ่งมี 72 กล่องเล็ก และขายส่งในราคา $ 60 ต่อ 1 กล่องใหญ่ ห้างขายปลีกให้ลูกค้ากล่องละ $ 1.50 (กล่องเล็ก) ค่าแรงและค่าบริการในการขาย 37.5 เซนต์ต่อ 1 กล่องเล็ก จากสถิติการขายของปีก่อน ๆ มีดังนี้

จำนวนขาย (กล่องใหญ่)	15	16	17	18	19	20
ความน่าจะเป็น	.05	.20	.30	.25	.10	.10

ก) ห้างควรซื้อดินสอจากผู้ผลิต (ก) ในงวดสุดท้ายนี้เท่าใด (17)

ข) จงหากำไรคาดหมาย (332.70)

1.13 ถ้าสินค้าชนิดหนึ่งขายหน่วยละ 15 บาท แต่ถ้าซื้อเกิน 30 ชิ้นขึ้นไปจะได้ราคาหน่วยละ 11 บาท จากสถิติความต้องการสินค้านี้เมื่อปีที่ผ่านมาพบว่ามีผู้ซื้อโดยเฉลี่ย 84 หน่วย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 11 หน่วย ทางร้านควรซื้อกี่หน่วยในปีนี้ (77 หน่วย)

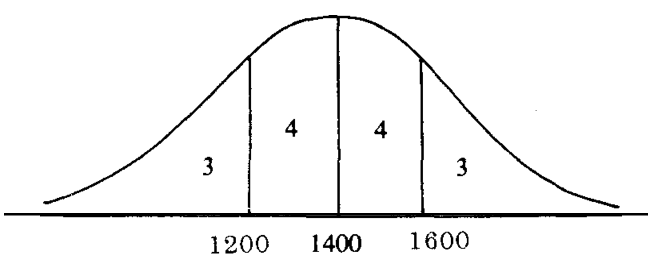
1.14 ในการฉลองประจำปีของสมาคมหนึ่ง จะมีการขายเสื้อประทับตราสมาคมเป็นประจำทุกปี ในปีนี้จะครบ 79 ปี สมาคมจะซื้อเสื้อจากโรงงานตัวละ $ 1.50 ตราประทับด้วยความร้อนแผ่นละ 75 เซนต์ ราคาขายเสื้อตัวละ $ 3.25 และจะประทับตราให้เมื่อมีการตกลงซื้อแล้ว ส่วนเสื้อที่เหลือจากการขายโรงงานจะรับคืนหมด แต่จะไม่รับคืนตราประทับ สมาคมจะต้องทิ้งตราประทับที่เหลือเพราะปีหน้าต้องเปลี่ยนเลขเป็น 80 ปี ถ้าปีก่อน ๆ มีผู้ซื้อโดยถัวเฉลี่ย 200 ตัว และมีค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน 34 ตัว อยากทราบว่าในปีนี้สมาคมควรเตรียมตราประทับไว้กี่แผ่น ? (206)

1.15 ชุดว่ายน้ำมีต้นทุนตัวละ $ 7.30. ราคาขายตัวละ $ 8.10 เมื่อฤดูร้อนหมดแล้วต้องทิ้งไป ถ้าฤดูร้อนปีก่อน ๆ ขายได้โดยเฉลี่ย 120 ตัว และมีค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน 28 ตัว ในปีนี้ควรเตรียมชุดว่ายน้ำไว้กี่ตัวจึงจะได้กำไรสูงสุด (84)

1.16 ภัตตาคารแห่งหนึ่งเสนออาหารชุดพิเศษเป็นประจำทุกวัน สำหรับวันศุกร์จะเป็นไก่ย่างบาร์บีคิว ซึ่งมีต้นทุนจานละ 20 บาท ร้านขายจานละ 30 บาท และถ้าความต้องการไก่ย่างบาร์บีคิวมีการแจกแจงแบบปกติด้วยค่าเฉลี่ย 160 จาน และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน 23 จาน และไก่ 1 ตัว แบ่งครึ่งได้อาหาร 2 จาน ทางร้านควรจัดเตรียมไก่ไว้กี่ตัว ? (75 ตัว)

4. การประมาณค่าเฉลี่ยและค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน

ตัวอย่างที่ 5 ถ้าโรงงานต้องการซื้อเครื่องจักรเพิ่มอีก 1 เครื่อง ค่าใช้จ่ายต่อปีของเครื่องจักร 10,000 บาท และจะช่วยประหยัดค่าแรงงานชั่วโมงละ 8 บาท ดังนั้นจุดคุ้มทุนของเครื่องจักรเครื่องนี้ = $\frac{10,000}{8}$ = 1,250 ชั่วโมง ส่วนที่เกิน 1,250 ชั่วโมงคือกำไร เราย่อมอยากทราบการแจกแจงของชั่วโมงทำงาน นั่นคืออยากทราบว่าโอกาสที่เครื่องจะทำงานเกินปีละ 1250 ชั่วโมงเป็นเท่าใด ? จำนวนเฉลี่ยของชั่วโมงทำงานต่อปีของเครื่องจักรเป็นเท่าใด ? และมีค่าเบี่ยงเบน-มาตรฐานเท่าใด ? ถ้าเราไม่ทราบคำตอบเป็นตัวเลขที่แน่นอน โดยเฉพาะการหาค่าเบี่ยงเบน-มาตรฐานดูจะยากมาก แต่ถ้าเราเปลี่ยนคำพูดใหม่ ให้อยู่ในรูปการพนัน เช่น ให้วิศวกรประมาณอาจได้อายุการใช้งานเฉลี่ยปีละ 1400 ชั่วโมง เราก็อาจกำหนดค่าคงที่จำนวนหนึ่ง เช่น 200 ชั่วโมง แล้วหาพิสัยของค่าเฉลี่ย จะได้ 1200 - 1400 ชั่วโมง เราจะถามวิศวกรประจำโรงงานใหม่ว่า โอกาสที่เครื่องจะใช้งานได้ปีละ 1200 - 1400 ชั่วโมงเป็นเท่าใด ถ้าเขาตอบว่า เขาเชื่อว่าโอกาสที่จะใช้งานได้ระหว่าง 1200 - 1400 ชั่วโมงต่อปี เป็น 4 ต่อ 3 เราจะได้รูปแบบการแจกแจงแบบปกติ ดังนี้



เราจะเปลี่ยนอัตราส่วนให้อยู่ในรูปความน่าจะเป็น และหาค่า Z ได้ และเมื่อได้ค่า Z แล้ว ก็จะได้ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน ดังนี้

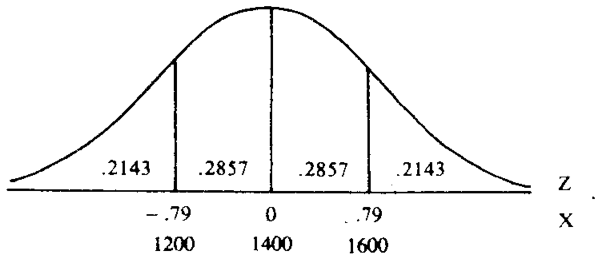
$\frac{3}{14}$ ของพื้นที่ = .2143

$\frac{4}{14}$ ของพื้นที่ = .2857

จากตาราง Z เมื่อ Z = ± 0.79 จะเหลือพื้นที่ปลายหางด้านละ .2143

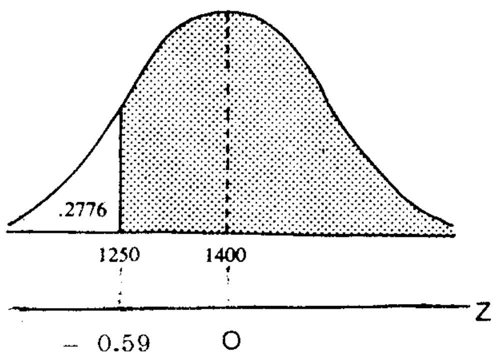
นั่นคือ ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน .79 หน่วย = 200 ชั่วโมง

ดังนั้น ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน 1 หน่วย = $\frac{200}{.79}$ = 253 ชั่วโมง



นั่นคือ X (ชั่วโมงการทำงานของเครื่องจักร) จะมีการแจกแจงแบบปกติด้วยค่าเฉลี่ย 1400 ชั่วโมง และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน 253 ชั่วโมง

ต่อไปเราก็หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เราต้องการได้ เช่น อยากทราบโอกาสที่เครื่องจะทำงานเกินจุดคุ้มทุน



จุดคุ้มทุน = 1250 ชั่วโมง = X

$$Z = \frac{1250 - 1400}{253} = -0.59$$

$$\begin{aligned} P(X > 1250) &= P(Z > -0.59) \\ &= 1 - P(Z < -0.59) \\ &= 1 - .2776 \\ &= .7224 \end{aligned}$$

และโอกาสที่เครื่องจะทำงานน้อยกว่าจุดคุ้มทุน คือ

$$P(X < 1250) = P(Z < -0.59) = .2776$$

แบบฝึกหัด

1.17 เครื่องจักรราคา 1875 บาท จะช่วยประหยัดค่าใช้จ่ายชั่วโมงละ 4 บาท และฝ่ายผลิตคาดว่าจะใช้งานได้ปีละ 120 ชั่วโมง โดยเชื่อว่าค่าประมาณจะต่างจาก 120 ชั่วโมงไม่เกิน 30 ชั่วโมง ด้วยโอกาส 5 : 3 อยากทราบว่าโรงงานจะให้ความมั่นใจ 95% ได้หรือไม่ว่าจะได้กำไรคุ้มการลงทุนภายใน 3 ปี (ไม่มั่นใจ, $p = .14$)

1.18 เครื่องเรดาร์สำหรับดักจับรถที่วิ่งเร็วเกินอัตราที่กำหนดให้ ราคาเครื่องละ \$ 2,000 คาดว่าจะจับผู้ฝ่าฝืนได้เพิ่มขึ้น 95 - 135 ราย ด้วยโอกาส 9 : 1 และคาดว่าจะจับได้โดยถัวเฉลี่ย 115 รายต่อปี ถ้าปรับผู้ฝ่าฝืนรายละ \$ 20 จะเชื่อด้วยความมั่นใจ 99% ไหมว่าจะคุ้มทุนภายในปีแรก (ไม่มั่นใจ, $p < .99$)

5. ทฤษฎีของเบยส์ (Bayes Theorem)

ประโยชน์ เพื่อใช้ปรับปรุงความน่าจะเป็นเชิงจิตวิสัยซึ่งต่อไปจะเรียกว่าความน่าจะเป็นก่อนการทดลอง (prior probability) โดยใช้ข่าวสารจากการทดลอง

วิธีการ

1. ต้องทราบ $P(S_i)$ โดยที่ S_i คือสภาวการณ์นอกบังคับ, $i = 1,2,\ldots,n$ ซึ่งมีอยู่ทั้งหมด n หนทาง และ $\Sigma P(S_i) = 1$, $P(S_i)$ คือ prior probabilities

2. ให้ I_j แทนข่าวสารที่ได้เพิ่มขึ้นจากการทดลอง ซึ่งจะมีตั้งแต่ 2 ชนิดขึ้นไป ถ้ามี 2 ชนิด จะได้ I และ I′ ถ้ามีมากกว่า 2 ชนิด จะได้ $I_1, I_2,\ldots,I_k$, และต้องทราบ $P(I_j/S_i)$, $i = 1,\ldots,n$ และ $j = 1,2,\ldots,k$

3. จากข้อ (1) และ (2) จะหาความน่าจะเป็นร่วมกันของ S_i และ I_j ดังนี้

$$P(S_i \cap I_j) = P(S_i) \cdot P(I_j/S_i)$$

ดังนั้น

$$\Sigma P(S_i \cap I_j) = \sum_{i=1}^{n} P(S_i) \cdot P(I_j/S_i)$$

$$= P(I_j) = \text{total or marginal probability}$$

4. ทำการสุ่มตัวอย่างเพื่อหาข่าวสาร ให้ข่าวสารที่ได้จากตัวอย่าง คือ I_j และนำ I_j ที่ได้มาปรับปรุง $P(S_i)$ จะได้ posterior probability นั่นคือ $P(S_i/I_j)$ ซึ่งหาจากกฎความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข ดังนี้

$$P(S_i/I_j) = \frac{P(S_i \cap I_j)}{P(I_j)}$$

และจากข้อ (3) คือ

$$= \frac{P(S_i)P(I_j/S_i)}{\sum_i P(S_i)P(I_j/S_i)}$$

เรียกว่า "ทฤษฎีของเบยส์" (Bayes' Theorem or Bayes' Law or Rule of Bayes)

ข้อระวัง อย่าปนกับเกณฑ์ของเบยส์ที่ใช้ในการตัดสินใจเลือกกโลบายที่ดีที่สุด ซึ่งใช้วิธีหาค่าคาดหมายของผลได้

ตัวอย่างที่ 6 ระบบการผลิต (ก) และ (ข) ผลิตสินค้าชนิดเดียวกันด้วยกำลังผลิตเท่ากัน จากสถิติการผลิตประมาณว่า ระบบ (ก) มีสินค้าชำรุด 10% ระบบ (ข) มีสินค้าชำรุด 5% สินค้าจากระบบทั้ง 2 จะนำมารวมกัน จึงไม่ทราบว่าผลิตจากระบบใด ถ้าหยิบสินค้ามา 1 ชิ้น แบบสุ่ม พบว่าเป็นสินค้าชำรุด จงหาโอกาสที่จะผลิตจาก (1) ระบบ (ก) (2) จากระบบ (ข)

(1) ให้ S_1 = สินค้าผลิตจากระบบ (ก)

S_2 = สินค้าผลิตจากระบบ (ข)

และเนื่องจากกำลังผลิตเท่ากัน

ดังนั้น $P(S_1) = P(S_2) = .5$

และ $\Sigma P(S_j) = 1$

(2) ให้ I แทนสินค้าชำรุด

$P(I/S_1) = .10, \; P(I/S_2) = .05$

(3) $P(S_i \cap I) = P(S_1 \cap I) + P(S_2 \cap I)$

$$= P(S_1)P(I/S_1) + P(S_2) \cdot P(I/S_2)$$

$$= .5(.10) + (.5)(.05)$$

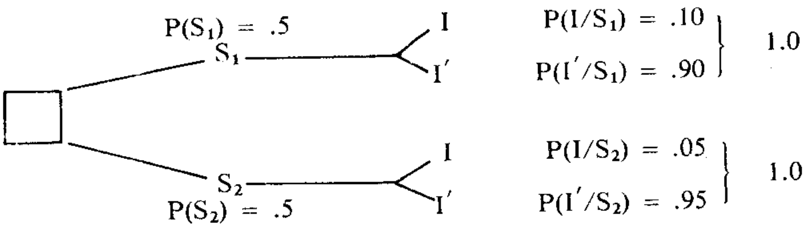
$$= .05 + .025 = .075 = P(I)$$

(4) ดังนั้น

(1) $P(S_1/I) = \dfrac{P(S_1 \cap I)}{P(I)} = \dfrac{.05}{.075} = \dfrac{2}{3}$

และ (2) $P(S_2/I) = \dfrac{P(S_2 \cap I)}{P(I)} = \dfrac{.025}{.075} = \dfrac{1}{3}$

เราอาจเขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ในรูปแผนภาพพฤกษา ดังนี้



และเรายังมีวิธีหา posterior prob โดยการสร้างตารางดังนี้

(1) S_i	(2) $P(S_i)$	(3) $P(I/S_i)$	(4) = (2)×(3) $P(S_i \cap I) = P(S_i) \cdot P(I/S_i)$	(5) = (4)/P(I) $P(S_i/I) = \dfrac{P(S_i \cap I)}{P(I)}$
S_1	0.5	.10	$P(S_1 \cap I) = .050$	$P(S_1/I) = \dfrac{.050}{.075} = \dfrac{2}{3}$
S_2	0.5	.05	$P(S_2 \cap I) = .025$	$P(S_2/I) = \dfrac{.025}{.075} = \dfrac{1}{3}$
	$\Sigma P(S_i) = 1.0$		$P(I) = .075$	$\Sigma P(S_i/I) = 1.0$

ตัวอย่างที่ 7 ถ้าจำแนกภาวะเศรษฐกิจเป็น 3 ระยะ คือ

S_1 = ภาวะเศรษฐกิจตกต่ำ (recession)

S_2 = ภาวะเศรษฐกิจคงที่ (stability)

S_3 = ภาวะเศรษฐกิจรุ่งเรือง (prosperity)

และเชื่อว่าโอกาสที่จะเกิดภาวะ S_2 สูงเป็น 2 เท่าของภาวะ S_1 และ S_3
และได้มีรายงานวิเคราะห์ทางเศรษฐกิจหลายชิ้นทั้งในแง่บวก (I) และแง่ลบ (I′)
และกำหนดให้ $P(I/S_1) = .1$, $P(I/S_2) = .5$, $P(I/S_3) = .8$

ดังนั้น $P(I'/S_1) = .9$, $P(I'/S_2) = .5$, $P(I'/S_3) = .2$

ก) ถ้ารายงานวิเคราะห์พยากรณ์ภาวะเศรษฐกิจปีหน้าเป็นแบบเชิงบวก จงหาความน่าจะเป็นที่ภาวะเศรษฐกิจจะรุ่งเรือง นั่นคือหา $P(S_3/I)$

ข) ถ้ารายงานวิเคราะห์พยากรณ์ว่าเศรษฐกิจปีหน้าเป็นแบบเชิงลบ จงหาความน่าจะเป็นที่เศรษฐกิจปีหน้าจะเป็นภาวะตกต่ำ นั่นคือหา $P(S_1/I')$

วิธีทำ ข้อ (ก) I = ข่าวสารเชิงบวก (optimistic)

(1) S_i	(2) $P(S_i)$	(3) $P(I/S_i)$	(4) = (2)×(3) $P(S_i \cap I) = P(S_i)\cdot P(I/S_i)$	(5) = (4)/P(I) $P(S_i/I)$
S_1 = ตกต่ำ	.25	.1	$P(S_1 \cap I) = .025$	$P(S_1/I) = .025/.475 = .053$
S_2 = คงที่	SO	.5	$P(S_2 \cap I) = .250$	$P(S_2/I) = .250/.475 = .530$
S_3 = รุ่งเรือง	.25	.8	$P(S_3 \cap I) = .200$	$P(S_3/I) = .200/.475 = .420$
	1.00		$P(I) = .475$	1.00

นั่นคือ $P(S_3/I) = 0.42$

(ข) I' = ข่าวสารเชิงลบ (pessimistic)

(1) S_i	(2) $P(S_i)$	(3) $P(I'/S_i)$	(4) = (2)×(3) $P(S_i \cap I')$	(5) = (4)/$P(I')$ $P(S_i/I')$
S_1	.25	.9	$P(S_1 \cap I')$ = .225	$P(S_1/I')$ = 225/525 = .43
S_2	.50	.5	$P(S_2 \cap I')$ = .250	$P(S_2/I')$ = 250/525 = .48
S_3	.25	.2	$P(S_3 \cap I')$ = .050	$P(S_3/I')$ = 50/525 = .09
	1.00		$P(I')$ = .525	1.00

นั่นคือ $P(S_1/I')$ = .43

แบบฝึกหัด

1.19 พนักงานขายของตามบ้านผู้หนึ่งพบว่า

มีลูกค้า 15% ที่สั่งซื้อสินค้าจำนวนมาก

มีลูกค้า 30% ที่สั่งซื้อสินค้าจำนวนปานกลาง

ที่เหลือ 55% ไม่สั่งซื้อสินค้า

75% ของลูกค้าที่ซื้อสินค้าจำนวนมากจะอยู่ในตัวเมือง

50% ของลูกค้าที่ซื้อสินค้าจำนวนปานกลาง จะอยู่ในตัวเมือง และ

30% ของลูกค้าที่ไม่ซื้อสินค้าใด ๆ จะอยู่ในตัวเมือง จงหา

ก) โอกาสที่จะขายสินค้าได้เป็นจำนวนมาก (.26)

ข) โอกาสที่จะขายได้ขนาดปานกลาง (.35)

ค) โอกาสที่จะขายไม่ได้เลย (.39)

โดยกำหนดให้บ้านถัดไปที่เขาจะไปขายสินค้าอยู่ในตัวเมือง และกำหนดให้ I = ลูกค้าอยู่ในตัวเมือง, I' = ลูกค้าไม่อยู่ในตัวเมือง และ S_1, S_2, S_3 แทนลูกค้าที่ซื้อสินค้าจำนวนมาก, ปานกลางและไม่ซื้อเลย ตามลำดับ

1.20 ในการตรวจหาเชื้อโรค hepatitis จากผลเลือด พบว่าประชากรเป็นโรคนี้ 3% (S_1) ส่วนอีก 97% ไม่เป็นโรคนี้ (S_2) และสมมุติว่า 95% ของผู้เป็นโรคนี้จะสามารถตรวจพบจากผลเลือด (ผลเลือดเป็นบวก) แต่ที่เหลืออีก 5% จะตรวจไม่พบ (ผลเลือดเป็นลบ) และสำหรับผู้ไม่เป็นโรคนี้จะมีอยู่ 6% ที่ผลเลือดกลับเป็นบวก ส่วนที่เหลือ 94% ผลเลือดเป็นลบ ถ้าผลเลือดของบุคคลหนึ่งเป็นลบ จงหาโอกาสที่เขาจะเป็นโรค hepatitis โดยให้ I = ผลเลือดเป็นลบ, I' = ผลเลือดเป็นบวก (คำตอบ $P(S_1/I) = .0016$))

1.21 จากข้อ 1.20 ถ้าผลเลือดเป็นบวก จงหาโอกาสที่เขาจะเป็นโรค hepatitis (.33)

1.22 สำนักงานแห่งหนึ่งมีพนักงานที่จบจากรามคำแหง 40% จบจากมหาวิทยาลัยปิด 40% และอีก 20% ไม่จบปริญญา 70% ของผู้จบจากรามคำแหงเป็นเพศชาย 50% ของผู้จบมหาวิทยาลัยปิดเป็นเพศชาย และ 70% ของผู้ไม่จบปริญญาเป็นเพศชาย

ก) ถ้าเลือกพนักงานแบบสุ่มมา 1 คน จงหาโอกาสที่จะเป็นเพศหญิง (.38)

ข) ถ้าพนักงานที่เลือกมาแบบสุ่มนั้นเป็นหญิง จงหาโอกาสที่เธอจะสำเร็จจากรามคำแหง (.31)

ค) ถ้าพนักงานที่เลือกมาแบบสุ่มนั้นเป็นหญิง จงหาโอกาสที่เธอจะจบจากมหาวิทยาลัยปิด (.53)

ง) ถ้าพนักงานที่สุ่มมาเป็นชาย จงหาโอกาสที่เขาจะไม่จบปริญญา (.23)

6. กลยุทธแบบเบยส์ (Bayes Strategy)

ในหัวข้อ 1.1 เราทราบวิธีการตัดสินใจเลือก "optimal act" จากกโลบายที่ให้ผลได้ถัวเฉลี่ยสูงที่สุด หรือผลสูญเสียถัวเฉลี่ยต่ำสุด ซึ่งความน่าจะเป็นที่ใช้หาค่าเฉลี่ยนั้นเป็นความน่าจะเป็นเชิงจิตวิสัย หรือแบบความถี่สัมพัทธ์ จะเห็นว่าไม่มีการใช้ข่าวสารจากตัวอย่างสุ่มมาช่วยการตัดสินใจ ต่อมาในหัวข้อ 1.6 ได้กล่าวถึงการใช้กฎของเบยส์ซึ่งใช้ข่าวสารจากตัวอย่างสุ่มปรับปรุง prior prob ซึ่งมักเป็นความน่าจะเป็นเชิงจิตวิสัย เพื่อให้ได้ posterior prob ในหัวข้อ 1.7 นี้ จะแสดงการใช้กฎของเบยส์ช่วยตัดสินใจเชิงธุรกิจ

ให้ I_j แทนข่าวสารของกโลบายที่ j, $j = 1,2,\ldots,k$

S_i แทนสภาวการณ์นอกบังคับ, $i = 1,2,\ldots,n$

$P(I_j/S_i)$ คือข่าวสารของกโลบายที่ j ภายใต้สภาวการณ์นอกบังคับ i

กลยุทธแบบเบยส์ มีขั้นตอน ดังนี้

1) หา $P(S_i)$, $i = 1,2,\ldots,n$, $P(S_i)$ คือ prior prob หรือ marginal prob

2) หา $P(I_j/S_i)$, $i = 1,2,\ldots,n$; $j = 1,2,\ldots,k$

3) หา posterior prob ตามกฎของเบยส์ ในหัวข้อ 1.6

4) ใช้ posterior prob หา "ค่าเสียโอกาสถัวเฉลี่ย" ของทุกกโลบาย

5) เลือกกโลบายที่ให้ "ค่าเสียโอกาสถัวเฉลี่ย" ต่ำที่สุด สำหรับทุก ๆ I_j หรือหา min $P(I_j)$ = minimum expected opportunity loss

6) นำ min $P(I_j)$ ไปหา weighted average opportunity loss ซึ่งต้องมีค่าต่ำกว่าผลสูญเสียถัวเฉลี่ยที่ไม่ใช้ posterior prob ส่วนที่แตกต่างกันเรียกว่า "มูลค่าของข่าวสาร" (Value of information) ซึ่งใช้เป็นขีดจำกัดบนของการเสียค่าใช้จ่ายเพื่อให้ได้ข่าวสาร I_j

ตัวอย่างที่ 8 จากข้อ 1.1

โรงงานแห่งหนึ่งอยู่ในระหว่างการตัดสินใจว่าควรเพิ่มการผลิตเป็น 100,000 500,000 หรือ 1,000,000 หน่วย โดยคาดว่าแนวโน้มของอุปสงค์สินค้าอาจสูงขึ้น คงที่ หรือลดลง ซึ่งฝ่ายวิจัยมีตารางผลได้ ดังนี้

S_i = **อุปสงค์**	$P(S_i)$	**จำนวนผลผลิตที่เพิ่มขึ้น**		
		A_1 = 100,000	A_2 = 500,000	A_3 = 1,000,000
S_1 = สูงขึ้น	.2	1,000,000	3,000,000	5,000,000
S_2 = คงที่	.2	2,000,000	2,500,000	3,000,000
S_3 = ลดลง	.6	2,500,000	2,000,000	1,000,000

ถ้าฝ่ายวิจัยมีผลสรุปการทำนายภาวะเศรษฐกิจของปีหน้าไว้ 2 อย่างคือ I_1 = แจ่มใส, I_2 = ทรุดโทรม และสภาวการณ์นอกบังคับยังคงมีอยู่ 3 แบบเท่าเดิม และคาดว่าความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไขของค่าพยากรณ์ทั้ง 2 มีดังนี้

$$P(I_j/S_i)$$

S_i = **อุปสงค์**	**ภาวะเศรษฐกิจแจ่มใส**	**ภาวะเศรษฐกิจทรุดโทรม**
S_1 = สูงขึ้น	$P(I_1/S_1) = .8$	$P(I_2/S_1) = .2$
S_2 = คงที่	$P(I_1/S_2) = .5$	$P(I_2/S_2) = .5$
S_3 = ลดลง	$P(I_1/S_3) = .3$	$P(I_2/S_3) = .7$

ก) จงใช้ posterior prob เลือกกโลบายตามเกณฑ์ของเบยส์ และหาค่าเสียโอกาสถัวเฉลี่ยต่ำที่สุด (minimum expected opportunity loss) สำหรับข่าวสารทั้ง 2 อย่าง

ข) จงหา ค่าเสียโอกาสถัวเฉลี่ยต่ำสุดแบบถ่วงน้ำหนัก และมูลค่าของข่าวสาร

วิธีทำ ต้องหา posterior prob ก่อน ซึ่งจะต้องทราบค่าต่าง ๆ ดังนี้

1. prior prob คือ $P(S_1) = .2$, $P(S_2) = .2$ และ $P(S_3) = .6$
2. conditional prob จากตาราง $P(I_j/S_i)$ ที่โจทย์กำหนดให้
3. joint prob คือ $P(S_i \cap I_j)$
4. total prob คือ $P(I_j)$
5. posterior prob คือ $P(S_i/I_j)$ = ข้อ (3)/ข้อ (4)

ดังนั้นต้องสร้างตารางเพื่อหา joint prob ในข้อ (3) ดังนี้

$$P(S_i \cap I_1) = P(S_i) \cdot P(I_j/S_i)$$

S_i = **อุปสงค์**	$P(S_i)$	$P(S_i \cap I_1)$	$P(S_i \cap I_2)$
S_1 = สูงขึ้น	.2	(.2)(.8) = .16	(.2)(.2) = .04
S_2 = คงที่	.2	(.2)(.5) = .10	(.2)(.5) = .10
S_3 = ลดลง	.6	(.6)(.3) = .18	(.6)(.7) = .42
	1.0	$P(I_1) = .44$	$P(I_2) = .56$

จึงหา $P(S_i/I_j)$(posterior prob) ดังนี้

S_i	$P(S_i/I_1)$	$P(S_i/I_2)$
S_1	16/44	4/56
S_2	10/44	10/56
S_3	18/44	42/56

ต้องการหาค่าเสียโอกาสถัวเฉลี่ย
ต้องหาตารางผลสูญเสียก่อน ดังนี้

S_i	A_1	A_2	A_3
S_1	4,000,000	2,000,000	0
S_2	1,000,000	500,000	0
S_3	0	500,000	1,500,000

เพื่อสะดวกในการคำนวณ จะใช้หน่วยเป็น **ล้านบาท**
และค่าผลสูญเสียถัวเฉลี่ยโดยใช้ prior prob ดังนี้

S_i	$P(S_i)$	A_1	A_2	A_3
S_1	.2	4.0	2.0	0
S_2	.2	1.0	.5	0
S_3	.6	0	.5	1.5
	EOL	1.0	$\boxed{0.8}$	0.9

ต่อไปจะใช้ posterior prob คือตาราง $P(S_i/I_j)$ หาผลสูญเสียถัวเฉลี่ย

S_i	I_1			I_2		
	A_1	A_2	A_3	A_1	A_2	A_3
S_1	$\frac{16}{44}(4.0)$	$\frac{16}{44}(2.0)$	$\frac{16}{44}(0)$	$\frac{4}{56}(4.0)$	$\frac{4}{56}(2.0)$	$\frac{4}{56}(0)$
S_2	$\frac{10}{44}(1.0)$	$\frac{10}{44}(0.5)$	$\frac{10}{44}(0)$	$\frac{10}{56}(1.0)$	$\frac{10}{56}(0.5)$	$\frac{10}{56}(0)$
S_3	$(\frac{18}{44})(0)$	$\frac{18}{44}(0.5)$	$\frac{18}{44}(1.5)$	$\frac{42}{56}(0)$	$\frac{42}{56}(0.5)$	$\frac{42}{56}(1.5)$
รวม	$\frac{74}{44}$	$\frac{46}{44}$	$\boxed{\frac{27}{44}}$	$\boxed{\frac{26}{56}}$	$\frac{34}{56}$	$\frac{63}{56}$

ก) เมื่อใช้ posterior prob ตามเกณฑ์ค่าคาดหมายของเบยส์ จะตัดสินใจเลือกกโลบาย ภายใต้ข่าวสารแบบต่าง ๆ ดังนี้

ถ้าข่าวสารที่ได้คือ I_1 = ภาวะเศรษฐกิจแจ่มใส

จะเลือก A_3 คือผลิตเพิ่ม 1,000,000 หน่วย เพราะให้ผลสูญเสียถัวเฉลี่ยต่ำสุด คือ 27/44 = .614 ล้านบาท = 614,000 บาท

แต่ถ้าข่าวสารที่ได้คือ I_2 = ภาวะเศรษฐกิจทรุดโทรม จะเลือกกโลบาย A_2 คือ ผลิตเพิ่มเพียง 500,000 หน่วย เพราะให้ผลสูญเสียถัวเฉลี่ยต่ำสุด คือ 26/56 = .464 ล้านบาท = 464,000 บาท

ข) การหาค่าเสียโอกาสหรือผลสูญเสียถัวเฉลี่ยต่ำสุดแบบ **ถ่วงน้ำหนัก** จะต้องนำ **ผลสูญเสียถัวเฉลี่ยต่ำสุด** ของทุก I_j คูณด้วย $P(I_j)$ ดังนี้

$P(I_1) = .44$ มี $EOL(A_3) = 27/44$ ต่ำสุด

$P(I_2) = .56$ มี $EOL(A_1) = 26/56$ ต่ำสุด

ดังนั้นผลสูญเสียถัวเฉลี่ยต่ำสุดแบบถ่วงน้ำหนัก คือ

$$\frac{27}{44}(.44) + \frac{26}{56}(.56) = .27 + .26 = .53 \text{ ล้านบาท}$$

$$= 530,000 \text{ ล้านบาท}$$

เมื่อเปรียบเทียบกับ EOL ต่ำสุด เมื่อใช้ prior prob คือ EOL ของ A_2 = 0.80 ผลต่างคือ 0.80 - 0.53 = 0.27 ล้านบาท = 270,000 ล้านบาท คือ "มูลค่าของข่าวสาร" (value of information) นั่นคือโรงงานไม่ควรจ่ายเงินสูงกว่า 270,000 บาท สำหรับค่าบริการเพื่อให้ได้ซึ่งข่าวสาร I_j

แบบฝึกหัด

1.23 จากข้อ 1.4

ถ้าบริษัทจ้างที่ปรึกษาเพื่อพยากรณ์สภาวะเศรษฐกิจ และที่ปรึกษาได้สร้างตาราง ความน่าจะเป็นภายใต้เงื่อนไข $P(I_j/S_i)$ ดังนี้

$P(I_j/S_i)$

S_i	พยากรณ์		
สภาวะเศรษฐกิจ	I_1 = **รุ่งเรือง**	I_2 = **คงที่**	I_3 = **ตกต่ำ**
S_1 = รุ่งเรือง	0.7	0.2	0.1
S_2 = คงที่	0.4	0.3	0.3
S_3 = ตกต่ำ	0.2	0.3	0.5

ก) จงใช้ posterior prob หาค่าสูญเสียโอกาสถัวเฉลี่ยต่ำสุดของทุก ๆ I_j (1.56, 1.61)

ข) จงหา ค่าสูญเสียโอกาสถัวเฉลี่ยต่ำสุด แบบถ่วงน้ำหนัก (1.36)

ค) จงหา มูลค่าของข่าวสาร (value of information) (0.59)

1.24 ผู้ผลิตเตาไมโครเวฟวางแผนการผลิตสำหรับปีต่อไปว่า ถ้า GNP เพิ่มสูงขึ้น จะผลิตแบบเดอลุกซ์ ถ้า GNP ลดลงหรือคงที่ จะผลิตแบบประหยัด ให้ A_1, A_2 แทนการตัดสินใจของบริษัทว่าจะผลิตแบบเดอลุกซ์ และแบบประหยัด ตามลำดับ และสมมุติว่า โอกาสที่ GNP จะสูงขึ้นหรือลดลง เท่ากัน และกำหนดตารางผลได้ ดังนี้

S_i	A_1 = เดอลุกซ์	A_2 = ประหยัด
S_1 = GNP เพิ่ม	12	5
S_2 = GNP ไม่เพิ่ม	3	8

บริษัทได้จ้างสำนักงานวิจัยธุรกิจ และได้รับรายงานวิจัย โดยให้ข่าวสาร I_j 3 แบบ ดังนี้

I_1 = จะมีครัวเรือนเพิ่มขึ้น 2 ล้านหน่วยในปีหน้า

I_2 = จะมีครัวเรือนเพิ่มขึ้นระหว่าง 1 - 2 ล้านหน่วยในปีหน้า

I_3 = จะมีครัวเรือนเพิ่มขึ้นไม่เกิน 1 ล้านหน่วย ในปีหน้า

และกำหนดความน่าจะเป็นภายใต้เงื่อนไขของ S_i ดังนี้

$P(I_j/S_i)$

S_i	$P(I_1/S_i)$	$P(I_2/S_i)$	$P(I_3/S_i)$
S_1 = GNP เพิ่ม	0.6	0.3	0.1
S_2 = GNP ไม่เพิ่ม	0.2	0.3	0.5

ก) จงใช้ posterior prob หา optimal act

ข) จงหาผลสูญเสียถัวเฉลี่ยต่ำสุดแบบถ่วงน้ำหนัก (1.6)

ค) ควรจ่ายเงินให้สำนักงานวิจัยธุรกิจอย่างมากที่สุดเท่าใด ? (0.9)

1.25 บริษัทเงินทุน กำลังพิจารณาการลงทุนแบบต่าง ๆ 4 แบบ ซึ่งขึ้นอยู่กับสภาวการณ์นอกบังคับอีก 3 แบบ และมีตารางผลได้ดังนี้

S_i = ภาวะตลาดหุ้น	A_1 ซื้อพันธบัตร	A_2 ซื้อหุ้นกิจการสาธารณูปโภค	A_3 ซื้อหุ้นบริษัทน้ำอัดลม	A_4 ซื้อหุ้นโรงงานทอผ้า
S_1 = ตกต่ำ	10	8	-5	-10
S_2 = คงที่	6	5	0	-1
S_3 = ดีขึ้น	3	2	5	15

และเชื่อว่า prior prob ของ S_1, S_2 และ S_3 คือ 0.3, 0.4 และ 0.3 ตามลำดับ

บริษัทได้จ้างสำนักงานวิจัยธุรกิจซึ่งใช้สัญญาณ 3 อย่างเป็นเครื่องบ่งชี้การตัดสินใจลงทุน คือ การซื้อหุ้น (I_1) การถือหุ้น (I_2) และการขายหุ้น (I_3) ซึ่งผลการวิจัยพบว่า ความน่าจะเป็นภายใต้เงื่อนไข มีดังนี้

$P(I_j/S_i)$

S_i	การสังเกต		
	การซื้อหุ้น (I_1)	**การถือหุ้น (I_2)**	**การขายหุ้น (I_3)**
S_1	.20	.30	.50
S_2	.30	.40	.30
S_3	.60	.25	.15

ก) จงหา posterior prob.

ข) จงใช้ posterior prob. หา min EOL ของทุก ๆ I_j (5.67, 2.77, 1.71)

ค) จงหา min EOL แบบถ่วงน้ำหนัก (3.48)

ง) จงหาจำนวนเงินสูงสุดที่ควรจ่ายเป็นค่าข่าวสาร I_j (0.12)

7. ทฤษฎีเกมส์ (Game Theory)

สมมุติว่าธุรกิจต้องเผชิญกับคู่แข่งขันที่เฉลียวฉลาดมาก ดังนั้นกลยุทธต่าง ๆ ที่ตัดสินใจเลือกใช้จะกลายเป็นสภาวการณ์นอกบังคับของผู้ตัดสินใจด้วย ทั้งนี้ คู่แข่งขันจะมีจุดประสงค์เบื้องต้นให้ผู้ตัดสินใจประสบความสูญเสียสูงที่สุด ปัญหาเช่นนี้จะพบเสมอในวงการทหาร การแข่งขันทางธุรกิจ การเจรจากับสหภาพแรงงาน และมีอยู่บ่อยครั้งที่คู่แข่งขันไม่ใช่มนุษย์ เช่นภาวะธรรมชาติ ซึ่งต่อไปเราจะเรียกคู่แข่งขันว่า "โชค" หรือ "Fate" ซึ่งสามารถควบคุมสภาวการณ์นอกบังคับ (S_i) ได้ ดังนั้นผู้ตัดสินใจไม่มีโอกาสที่จะทราบว่าจะเกิด S_i ใด และ **ไม่**

สามารถประมาณโอกาสการเกิดของ S_i ด้วย ดังนั้น ผู้ตัดสินใจจึงจะใช้ **เกณฑ์ลดค่ามากที่สุด** (minimax) ภายใต้ข้อสมมุติว่า Fate สามารถบันดาลให้ผู้ตัดสินใจเสียหายมากที่สุด

ตัวอย่างที่ 9 สมมุติตาราง **ผลได้**ของผู้ผลิตสินค้ารายหนึ่ง มีดังนี้

พฤติกรรมของ Fate = ***ภาวะเศรษฐกิจ*** = S_i	A_1 **ผลิตแบบเดอลุกซ์**	A_2 **ผลิตแบบประหยัด**
S_1 = รุ่งเรือง	1,000,000	-400,000
S_2 = ทรุดโทรม	- 600,000	500,000

หมายความว่า ถ้าผู้ผลิตเลือก A_1 จะมีผลสูญเสียสูงสุด คือขาดทุน 600,000 บาท แต่ถ้าเลือก A_2 จะมีผลสูญเสียสูงสุด 400,000 บาท เมื่อเป็นเช่นนี้ ถ้าใช้เกณฑ์ maximin ผู้ผลิตย่อมเลือก A_2 แต่เนื่องจากคู่ต่อสู้คือ fate มีอิทธิพลสูงมาก และพยายามทำให้เหตุการณ์ยุ่งยากเสมอ ดังนั้น fate จึงเลือก S_1 จึงทำให้ผู้ผลิตขาดทุน 400,000 บาท แทนที่จะได้กำไร 500,000 บาท หากผู้ผลิตไหวตัวทัน โดยเลือก A_1 เพื่อหวังกำไร 1,000,000 บาท fate จะทราบว่าผู้ผลิตเลือก A_1 จึงเปลี่ยนไปเลือก S_2 ทำให้ผู้ผลิตขาดทุน 600,000 บาท แทนที่จะได้กำไร 1,000,000 บาท และเหตุการณ์จะเป็นทำนองนี้ต่อไปเรื่อย ๆ โดยไม่สิ้นสุด ดังนั้นวิธีเดียวที่จะชนะคู่ต่อสู้ได้ คือการใช้ **กลยุทธแบบผสม** (mixed strategy) คือจะไม่เลือกกลยุทธเดียวตลอด แต่จะเลือกกลยุทธ "แบบสุ่ม" โดยใช้เครื่องมือสุ่ม (random device) อะไรก็ได้ เช่น การโยนเหรียญ การโยนลูกเต๋า การหยิบไพ่ หรือการหยิบลูกบอลแบบสุ่ม แต่ข้อสำคัญคือต้องหาความน่าจะเป็นหรือการเกิดของ A_1, A_2 ก่อน **ซึ่งภายใต้กลยุทธแบบผสมจะทำให้ผลได้ถัวเฉลี่ยหรือมูลค่าของเกมส์** (value of the game) **เท่ากัน ไม่ว่าคู่ต่อสู้จะเลือกปฏิบัติการแบบใด**

การหาความน่าจะเป็นของกลยุทธต่าง ๆ

เมื่อใช้กลยุทธผสม ให้ $EP(S_1) = EP(S_2)$

และให้ p = โอกาสที่จะเลือกกลยุทธ A_1

$1-p$ = โอกาสที่จะเลือกกลยุทธ A_2

ถ้าคู่ต่อสู้เลือก S_1

$$EP(S_1) = 1{,}000{,}000p - 400{,}000\,(1 - p)$$
$$= 1{,}400{,}000p - 400{,}000$$

ถ้าคู่ต่อสู้เลือก S_2

$$EP(S_2) = -600{,}000p + 500{,}000(1 - p)$$
$$= -1{,}100{,}000p + 500{,}000$$

แต่กำหนดให้ $EP(S_1) = EP(S_2)$

ดังนั้น $1{,}400{,}000p - 400{,}000 = -1{,}100{,}000p + 500{,}000$

$$2{,}500{,}000p = 900{,}000$$
$$p = 9/25$$
$$1 - p = 16/25$$

นั่นคือ $P(A_1) = 9/25$, $P(A_2) = 16/25$

ดังนั้นผู้ผลิตควรใช้ลูกบอลที่เหมือนกัน 25 ใบ แล้วแบ่งติดป้าย A_1 เสีย 9 ใบ ที่เหลือ 16 ใบติดป้าย A_2 แล้วรวมลูกบอลทั้งหมดใส่กล่องไว้แล้วหยิบแบบสุ่ม ถ้าหยิบได้ A_1 ก็ผลิตแบบเดอลุกซ์ ถ้าหยิบได้ A_2 ก็ผลิตแบบประหยัด โดยวิธีผลิตแบบผสมนี้ จะได้ผลได้ถัวเฉลี่ยดังนี้

ถ้าคู่แข่งขันเลือก S_1

$$EP(S_1) = 1{,}000{,}000(9/25) - 400{,}000(16/25)$$
$$= 360{,}000 - 256{,}000$$
$$= 104{,}000$$

แต่ถ้าคู่แข่งขันเลือก S_2

$$EP(S_2) = -600{,}000(9/25) + 500{,}000(16/25)$$
$$= -216{,}000 + 320{,}000$$
$$= 104{,}000$$

จะเห็นว่าผลได้ถัวเฉลี่ยเท่ากัน ไม่ว่าคู่แข่งขันจะเลือก S_1 หรือ S_2 ด้วยวิธีกลยุทธแบบผสมนี้ จะเห็นว่ากำไรถัวเฉลี่ย 104,000 ต่ำกว่ากำไรสูงสุดของ S_1 คือ 1,000,000 และของ S_2 คือ 500,000 แต่ก็ยังดีกว่าการขาดทุน 400,000 หรือ 600,000 บาท ตามลำดับ

แบบฝึกหัด

1.26 กำหนดตารางผลได้ของบริษัทขุดเจาะน้ำมัน ดังนี้

S_i สภาวะธรรมชาติ	A_1 ขุดเจาะ	A_2 ไม่ขุดเจาะ
S_1 : มีน้ำมัน	4,000,000	-1,000,000
S_2 : ไม่มีน้ำมัน	-2 000,000	0

ก) ถ้าบริษัทใช้กลยุทธแบบผสม จงหาความน่าจะเป็นของ A_1, A_2 (1/7, 6/7)

ข) จงหาผลได้ถัวเฉลี่ยของเกมส์ (-285,714)

1.27 ผู้ขายเครื่องดื่มในระหว่างการแข่งขันฟุตบอล มีผลได้ดังนี้

S_i	A_1 ขายน้ำอัดลม	A_2 ขายกาแฟร้อน
S_1 = อากาศร้อนอบอ้าว	30	20
S_2 = อากาศเย็นสบาย	15	25

จงหาผลได้ถัวเฉลี่ย ถ้าใช้กลยุทธแบบผสม (22.5)

1.28 สินค้าชนิดหนึ่งมีคู่แข่งขัน 2 รายคือ A และ B A จะได้กำไรสูงสุดถ้าขายตัดราคา โดย B ขายในราคาเดิม ในทางตรงข้าม B จะได้กำไรสูงสุดเมื่อขายตัดราคา โดย A ขายในราคาเดิม และมีตารางผลได้ ดังนี้

คู่แข่ง B	คู่แข่ง A	
	S_1 = ตัดราคา	S_2 = ราคาเดิม
S_1 = ตัดราคา	3	6
S_2 = ราคาเดิม	5	4

ก) จงหาความน่าจะเป็นของ S_1, S_2 สำหรับ คู่แข่งขันทั้งสอง

(ของ A : $\frac{1}{2}, \frac{1}{2}$, ของ B : $\frac{1}{4}, \frac{3}{4}$)

ข) จงหามูลค่าของเกมส์ สำหรับ A และ B (4.5)

1.29 ในเมืองหนึ่งมีสภาวะอากาศ 2 อย่าง คือ ฝนตก และแดดออกจ้า ถ้านักเล่นกอล์ฟผู้หนึ่งตีกอล์ฟเป็นประจำทุกวัน และมักแต่งกายขัดแย้งกับสภาวะอากาศเสมอ เขามีตาราง **ความสูญเสีย** ดังนี้

ภูมิอากาศ	การแต่งกาย	
	A_1: ชุดกันฝน	A_2: ชุดรับลมร้อน
S_1 = ฝนตก	2	10
S_2 = แดดออกจ้า	4	0

ก) จงแสดงกลยุทธแบบผสมที่เขาควรใช้

ข) จงหาความสูญเสียถัวเฉลี่ยเมื่อใช้กลยุทธผสม (3.33)

แบบฝึกหัดทบทวน

1.30 ถ้าสภาวะของตลาดหุ้นมี 3 อย่างคือ bullish (S_1), คงที่ (S_2) และ bearish (S_3) และถ้าภาวะการลงทุนมี 2 อย่างคือ aggressive (A_1 = เร่งซื้อ-ขายหุ้น), moderate (A_2) และ conservative (A_3) และกำหนดตาราง **ผลได้**ของผู้ลงทุน ดังนี้

S_i	aggressive A_1	moderate A_2	conservative A_3
Bullish = S_1	80	70	50
คงที่ = S_2	50	45	40
Bearish = S_3	10	15	25

ก) ผู้ลงทุนควรเลือกกโลบายใด ถ้าใช้เกณฑ์ maximax (A_1)

ข) ถ้า $P(S_1) = .2,\ P(S_2) = .3,\ P(S_3) = .5$

จงหากโลบายที่ให้ผลได้ถัวเฉลี่ยสูงสุดตามเกณฑ์ของเบยส์ ($A_1 = 36$)

ค) จงหา EVPI (7.5)

1.31 ผู้ลงทุนในตลาดหุ้นอีกผู้หนึ่งมักขาดทุนเป็นประจำ และมีตาราง **ผลสูญเสีย** ดังนี้

S_i	Aggressive A_1	Moderate A_2	Conservative A_3
S_1 = Bullish	10	15	50
S_2 = Stable	50	10	40
S_3 = Bearish	80	70	10

ก) ถ้าใช้เกณฑ์ minimax loss ควรเลือกกโลบายใด ? (A_3)

ข) ถ้า $P(S_1) = .2,\ P(S_2) = .3,\ P(S_3) = .5$

จงหากโลบายที่ดีที่สุดตามเกณฑ์ค่าคาดหวัง ($A_3 = 27$)

ค) จงหามูลค่าของข่าวสาร (17)

ง) จงหาค่าสูญเสียโอกาสถัวเฉลี่ยของกโลบายต่าง ๆ ($A_1 = 35, A_2 = 31, A_3 = 17$)

1.32 กำหนดตาราง **ผลสูญเสีย** เนื่องจากการแต่งกายไม่ถูกต้องตามภูมิอากาศของนักเล่นกอล์ฟผู้หนึ่ง มีดังนี้

S_i = **อากาศ**	A_1 **ใส่ชุดรับลมร้อน**	A_2 **ใส่ชุดกันฝน**
S_1 = ปลอดโปร่ง	0	5
S_2 = ลมแรง	2	4
S_3 = มืดครึ้ม	8	3

ก) ถ้าใช้เกณฑ์ minimax เขาจะเลือกการแต่งกายแบบใด ? (A_2)

ข) ถ้า $P(S_1) = .4$, $P(S_2) = .4$, $P(S_3) = .2$ เขาควรแต่งกายแบบใดถ้าใช้เกณฑ์ของเบยส์ (A_1)

ค) จงหาผลสูญเสียถัวเฉลี่ยของทุกกโลบาย ($A_1 = 2.4, A_2 = 4.2$)

ง) จงหามูลค่าของข่าวสาร (1.0)

1.33 จากข้อ 1.32 ถ้าจากความถี่สัมพันธ์ พบว่า $P(S_1) = .2$, $P(S_2) = .3$, $P(S_3) = .5$ เขาจะเลือกแต่งกายแบบใด ถ้าใช้เกณฑ์ของเบยส์ (A_2)

1.34 ถ้าตารางแสดง **ผลได้** ของบริษัท ABC มีดังนี้

S_i **ภาวะเศรษฐกิจ**	**อัตราการลงทุน** A_1 = **เพิ่ม**	A_2 = **คงเดิม**	A_3 = **ลดลง**
S_3 = Boom	15	12	10
S_2 = คงที่	11	9	8
S_3 = Recession	5	6	7

ก) บริษัทจะเลือกลงทุนแบบใดถ้าใช้เกณฑ์ maximax (A_1)

ข) ถ้า $P(S_1) = .2,\ P(S_2) = .5,\ P(S_3) = .3$ บริษัทจะลงทุนแบบใดถ้าใช้เกณฑ์ของเบยส์

1.35 จากข้อ 1.34 สมมติมีตาราง **ผลสูญเสีย** ดังนี้

S_i	อัตราการลงทุน		
	เพิ่ม (A_1)	คงเดิม (A_2)	ลดลง (A_3)
S_1 = Boom	0	7	8
S_2 = คงที่	4	0	3
S_3 = recession	9	6	0

ก) บริษัทจะเลือกกโลบายใดถ้าใช้เกณฑ์ minimax (A_2)

ข) ถ้า $P(S_1) = .5,\ P(S_2) = .4,\ P(S_3) = .1$ บริษัทจะลงทุนแบบใด ถ้าใช้เกณฑ์ของเบยส์ (A_1)

1.36 กำหนดตาราง **ผลได้** ซึ่งมีหน่วยเป็น **ล้านบาท** ของบริษัททำเหมืองแร่แห่งหนึ่ง ดังนี้

S_i	ลงทุนทำเหมือง A_1	ไม่ลงทุนทำเหมือง A_2
S_1 = พบแร่	10	0
S_2 = ไม่พบแร่	–4	2

ก) บริษัทจะตัดสินใจอย่างไรถ้าใช้เกณฑ์ maximax (A_1)

ข) ถ้าโอกาสที่จะขุดพบแร่ = .2 บริษัทจะตัดสินอย่างไรถ้าใช้เกณฑ์ค่าคาดหวัง (A_2)

ค) ถ้าโอกาสที่จะขุดพบแร่ = 0.5 บริษัทจะตัดสินใจอย่างไรถ้าใช้เกณฑ์ค่าคาดหวัง (A_1)

1.37 จงสร้างตารางผลสูญเสียของข้อ 1.36 และหา EOL ทุกกโลบาย โดยให้ $P(S_1) = .3, P(S_2) = .7$

($A_1 = 4.2, A_2 = 3$)

1.38 จากข้อ 1.36 จงหาผลได้ถัวเฉลี่ยภายใต้ข่าวสารสมบูรณ์ โดยกำหนดให้ $P(S_1) = .3, P(S_2) = .7$

(EPPI = 4.4)

1.39 จากข้อ 1.36 จงหามูลค่าของข่าวสาร ถ้า $P(S_1) = .3, P(S_2) = .7$ (EVPI = 3.0)

1.40 จากข้อ 1.36 สมมุติว่า แหล่งแร่อยู่ภายใต้อิทธิพลของ "Fate" ซึ่งพยายามสุดขีดให้การดำเนินงานของบริษัทขุดแร่ยุ่งยากมากที่สุด

ก) จงแสดงกลยุทธแบบผสมที่บริษัทควรใช้ ($p = \frac{1}{8}, q = \frac{7}{8}$)

ข) จงหาผลได้ถัวเฉลี่ยถ้าใช้กลยุทธแบบผสม (1,250,000 บาท)

1.41 ตาราง **ผลได้** ของผู้ผลิตสินค้าชนิดหนึ่ง มีดังนี้

S_i ***ภาวะเศรษฐกิจ***	A_1 **ผลิตแบบเดอลุกซ์**	A_2 **ผลิตแบบประหยัด**
S_1 = Boom	20	−8
S_2 = Bust	−12	10

ก) ผู้ผลิตจะเลือกผลิตแบบใด ถ้าใช้เกณฑ์ maximax (A_1)

ข) ถ้าโอกาสที่ภาวะเศรษฐกิจจะเฟื่อง และฟุบ เท่ากัน ผู้ผลิตควรผลิตแบบใด ถ้าใช้เกณฑ์ค่าคาดหวัง (A_1)

ค) ถ้าโอกาสที่เศรษฐกิจจะเฟื่อง = .25 ผู้ผลิตจะผลิตแบบใดถ้าใช้เกณฑ์ค่าคาดหวัง (A_2)

1.42 จากข้อ 1.41 จงสร้างตารางผลสูญเสีย

ก) ผู้ผลิตจะเลือกผลิตแบบใดถ้าใช้เกณฑ์ minimax (A_1)

(ข) จงหา EOL ของทุกกโลบาย กำหนดให้ $P(S_1) = P(S_2) = .5$ ($A_1 = 11, A_2 = 14$)

1.43 จากข้อ 1.41 ให้ $P(S_1) = P(S_2)$ จงหา EPPI (15)

1.44 จงหามูลค่าของข่าวสาร (value of information) ของข้อ 1.41 โดยให้ $P(S_1) = P(S_2)$ (11)

1.45 จากข้อ 1.41 ถ้า fate มีอิทธิพลในการกำหนดภาวะเศรษฐกิจได้ตามใจชอบ และ fate ชอบทำให้ผู้ผลิตขาดทุนสูงสุด

ก) จงแสดงกลยุทธผสมที่ผู้ผลิตควรใช้ ($p = 9/25$, $q = 16/25$)

ข) จงหาผลได้ถัวเฉลี่ยภายใต้กลยุทธแบบผสม (2.08)

1.46 สมมุติว่าท่านกำลังเล่นเกมส์ กับ fate และท่านกำลังอยู่ในระหว่างการตัดสินใจว่าควรประกันชีวิตแบบใด โดยมีตาราง **ผลสูญเสีย** ดังนี้

S_i	A_1 : **ประกันชีวิต**	A_2 : **ไม่ประกันชีวิต**
S_1 = ตาย	10	20
S_2 = ไม่ตาย	50	0

ก) ถ้าใช้เกณฑ์ minimax ท่านจะตัดสินใจอย่างไร ? (A_2)

ข) ถ้าใช้กลยุทธแบบผสม จงหา $P(A_1)$ และ $P(A_2)$ ($P(A_1) = \frac{1}{3}$, $P(A_2) = \frac{2}{3}$)

ค) จงหาผลสูญเสียถัวเฉลี่ยเมื่อใช้กลยุทธแบบผสม (16.67)

1.47 ถ้าท่านซื้อรถยนต์ซึ่งมีราคาแพงมาก จึงอยู่ในระหว่างการพิจารณาว่าควรจะซื้อประกันแบบใด และมีตารางผลสูญเสีย ดังนี้

S_i	A_1 **ประกัน** liability	A_2 **ประกันอุบัติเหตุ**
S_1 = เกิดอุบัติเหตุ	20	10
S_2 = ไม่เกิดอุบัติเหตุ	7	15

ก) เขาควรเลือกประกันแบบใดถ้าใช้เกณฑ์ minimax (A_2)

ข) จงหา $P(A_1)$ และ $P(A_2)$ ถ้าใช้กลยุทธแบบผสม ($P(A_1) = 5/18$, $P(A_2) = 13/18$)

ค) จงหาผลสูญเสียถัวเฉลี่ยถ้าใช้กลยุทธแบบผสม (12.78)

1.48 ถ้าสินค้าชนิดหนึ่งมีผู้ผลิตเพียง 2 รายคือ X และ Y ซึ่งทำการแข่งขันกันอย่างสุดเหวี่ยง ผู้ผลิต X กำลังพิจารณาเปิดสาขาใหม่ในชุมชนที่กำลังพัฒนา ในขณะเดียวกันผู้ผลิต Y ก็กำลังวางแผนเช่นเดียวกับ X ถ้าทั้งคู่มีความฉลาดหลักแหลมทัดเทียมกัน จึงเล่นเกมส์แบบทันกันเสมอ และมีตาราง **ผลได้** ดังนี้

ผู้ผลิต Y	ผู้ผลิต X A_1 = เปิดสาขาใหม่	 A_2 = ไม่เปิดสาขาใหม่
A_1 = เปิดสาขาใหม่	8	10
A_2 = ไม่เปิดสาขาใหม่	11	3

ก) ถ้าใช้เกณฑ์ maximax ผู้ผลิตแต่ละรายจะตัดสินใจอย่างไร ?

(X เลือก A_1, Y เลือก A_2)

ข) จงหาโอกาสที่จะเลือก A_1 และ A_2 ของผู้ผลิตทั้ง 2 ราย ถ้าใช้กลยุทธแบบผสม

(X : $P(A_1) = .7$, $P(A_2) = .3$

Y : $P(A_1) = .8$, $P(A_2) = .2$)

ค) จงหาผลได้ถัวเฉลี่ยของผู้ผลิตแต่ละรายถ้าใช้กลยุทธแบบผสม (X = 8.6, Y = 8.6)

1.49 สมมุติมีมหาอำนาจ 2 ประเทศซึ่งพยายามทำลายล้างกันทุกโอกาส และมีความเฉลียวฉลาดทัดเทียมกัน และมีตาราง **ผลสูญเสีย** ดังนี้

มหาอำนาจ Y	มหาอำนาจ X S_1 = โจมตีแบบสายฟ้าแลบ	 S_2 = ไม่โจมตี
S_1 = โจมตีแบบสายฟ้าแลบ	5	7
S_2 = ไม่โจมตี	6	2

ก) มหาอำนาจทั้งสองควรใช้กลยุทธใด ถ้าใช้เกณฑ์ minimax (X : S_1, Y : S_2)

ข) จงหา $P(S_1)$ และ $P(S_2)$ ของมหาอำนาจทั้งสอง ถ้าใช้กลยุทธแบบผสม

(X : $P(S_1) = 5/6$, $P(S_2) = 1/6$

Y : $P(S_1) = 2/3$, $P(S_2) = 1/3$)

ค) จงหาผลสูญเสียถัวเฉลี่ยของมหาอำนาจทั้งสองถ้าใช้กลยุทธแบบผสม

(X = 5.33, Y = 5.33)

1.50 จากข้อ 1.30 ถ้าผู้ลงทุนจ้างนักวิจัยเพื่อวิเคราะห์แนวโน้มของตลาด ซึ่งในรายงานจะมีค่าสังเกตตามลักษณะข่าวสาร 3 แบบ และมีตารางความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข ดังนี้

$P(I_j/S_i)$

S_i	แนวโน้มของตลาด I_1 = สูงขึ้น	I_2 = คงที่	I_3 = ลดลง
S_1 = Bullish	.20	.30	.50
S_2 = คงที่	.30	.40	.30
S_3 = Bearish	.60	.25	.15

ก) จงสร้างตารางผลสูญเสีย จากตารางผลได้

ข) จงหา posterior prob.

ค) จงใช้ posterior prob. หากโลบายที่ดีที่สุดตามเกณฑ์ของเบยส์

ง) จงหาค่าเฉลี่ยแบบถ่วงน้ำหนักของ min EOL (5.1)

จ) จงหา value of information (2.4)

1.51 จากข้อ 1.31

ก) จงเปลี่ยนตารางผลสูญเสียเป็นตารางผลสูญเสียโอกาส

ข) จงใช้ความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไขในข้อ 1.50 หา posterior prob.

ค) จงใช้ posterior prob. หากโลบายที่ดีที่สุดภายใต้ข่าวสารต่าง ๆ

ง) จงหา value of information (1.7)

1.52 จากข้อ 1.32 สมมุติว่านักเล่นกอล์ฟผู้นั้นซื้อเครื่องพยากรณ์อากาศ ซึ่งจะให้รายงาน 3 อย่าง คือ I_1, I_2, I_3 และมีตารางความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไขดังนี้

S_i	ท้องฟ้าแจ่มใส I_1	อากาศแปรปรวน I_2	มีเมฆมาก I_3
S_1	.6	.3	.1
S_2	.3	.4	.3
S_3	.1	.2	.7

ก) จงสร้างตารางผลสูญเสียโอกาส

ข) จงหา posterior prob.

ค) จงใช้ posterior prob. หากลยุทธแบบเบย์ส์

ง) จงหา value of information (0.26)

1.53 จากข้อ 1.34 ถ้าฝ่ายวิจัยทำการวิเคราะห์เศรษฐกิจของประเทศ ซึ่งมีตัวบ่งชี้ 3 ตัว คือ

I_1 = สภาวะเศรษฐกิจฟื้นตัว

I_2 = สภาวะเศรษฐกิจคงเดิม

I_3 = สภาวะเศรษฐกิจเลวลง

และมีตารางความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข $P(I_j/S_i)$ ดังนี้

S_i	I_1	I_2	I_3
S_1	.7	.2	.1
S_2	.3	.4	.3
S_3	.2	.3	.5

ก) จงสร้างตารางผลสูญเสียโอกาส

ข) จงหา posterior prob.

ค) จงใช้ posterior prob. กับเกณฑ์การตัดสินใจแบบเบยส์

ง) จงหามูลค่าของข่าวสาร (0)