(ก) P (ขยายโรงงานภายในปีที่ 1) $= P(A_1 \cup B_1)$

$= P(A_1) + P(B_1)$

$= .10 + .05 = .25$

P (ขยายโรงงานภายในปีที่ 2) $= P(A_2 \cup B_2)$

$= P(A_2) + P(B_2)$

$= .25 + .20$

$= .45$

P (ขยายโรงงานภายในปีที่ 3) $= P(A_3 \cup B_3)$

$= P(A_3) + P(B_3)$

$= .40 + .45$

$= .85$

(ข) P (ขยายโรงงานภายใน 3 ปี) $= P(A_3 \cup B_3)$

$= .85$

5.52 **จงเขียนภาพ Venn เพื่ออธิบายเหตุการณ์ A, B, C ซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของกลุ่มผลทดลองตามความสัมพันธ์ต่อไปนี้**

(ก) ทุก ๆ คู่สามารถเกิดขึ้นได้พร้อมกัน คือ A และ B, A และ C และ B และ C แต่ A, B, C จะไม่เกิดพร้อมกัน

(ข) A และ B ไม่มีผลร่วมกัน แต่ A และ C กับ B และ C มีผลร่วมกัน

(ค) A, B และ C ไม่มีผลร่วมกัน (ทุก ๆ คู่ไม่มีผลร่วมกันด้วย)

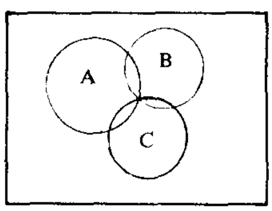
(ง) A และ B ไม่มีผลร่วมกัน B และ C ไม่มีผลร่วมกัน แต่ A และ C มีผลร่วมกัน

(ก) $P(AB) \neq 0$

$P(AC) \neq 0$

$P(BC) \neq 0$

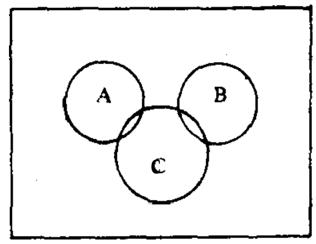
แต่ $P(ABC) = 0$



(ข) $P(AB) = 0$

$P(AC) \neq 0$

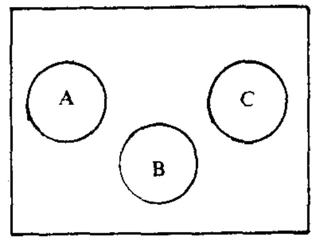
$P(BC) \neq 0$



(ค) $P(AB) = 0$ และ $P(ABC) = 0$

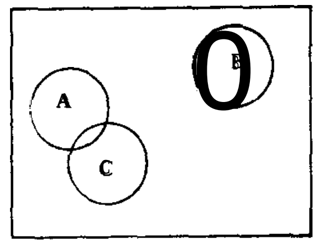
$P(AC) = 0$

$P(BC) = 0$



(ง) $P(AB) = 0$ แต่ $P(AC) \neq 0$

$P(BC) = 0$



5.53 โรงงานซ่อมรถโดยระบบคอมพิวเตอร์ช่วยตรวจหาสาเหตุความผิดปกติเชื่อว่าเครื่องคอมพิวเตอร์มีโอกาสชี้สาเหตุผิดพลาดเพียง 1% ของจำนวนครั้งทั้งหมด

(ก) ถ้าในการตรวจรถ 10,000 คัน โดยใช้เครื่องคอมพิวเตอร์รุ่น 101 ตรวจสอบ 6,000 คัน อีก 4,000 คัน ใช้เครื่องคอมพิวเตอร์รุ่น 102 ถ้าคอมพิวเตอร์ตรวจสอบรถคันหนึ่งผิดพลาด จงหาความน่าจะเป็นที่จะตรวจสอบโดยเครื่อง 101

(ข) ถ้าต่อมาอีก 3 ปี พบสถิติว่า เครื่องรุ่น 101 ตรวจสอบผิดพลาดด้วยโอกาส .2% เครื่องรุ่น 102 จะตรวจสอบผิดพลาดด้วยโอกาส .3% และถ้าใช้ตรวจรถ 10,000 คัน โดยแบ่งใช้กับรุ่น 101 จำนวน 6,000 คัน อีก 4,000 คัน ตรวจโดยเครื่อง 102 และถ้าพบว่ารถคันหนึ่งถูกตรวจสอบผิดพลาด จงหาความน่าจะเป็นที่จะตรวจโดยรุ่น 102

ให้ A_1 = ตรวจสอบโดยเครื่องรุ่น 101 ; $P(A_1) = .6$

A_2 = ตรวจสอบโดยเครื่องรุ่น 102 ; $P(A_2) = .4$

E = เครื่องตรวจสอบผิดพลาด

(ก) $I'(E) = .01$

$$P(A_1/E) = P(A_1E)/P(E)$$

$$= \frac{P(A_1)\cdot\ P(E/A_1)}{P(E)} = (.6)(.01)/.01 = .6$$

(ข) $P(E/A_1) = .002,\quad P(E/A_2) = .003$

$P(A_1) = .6,\quad P(A_2) = .4$

จะหา $P(A_2/E)$

$$P(A_2/E) = P(A_2E)/P(E)$$

และ

$$\begin{aligned} P(E) &= P(A_1E) + P(A_2E) \\ &= P(A_1)\ P(E/A_1) + P(A_2)\ P(E/A_2) \\ &= .6(.002) + (.4)(.003) \\ &= .0012 + .0012 \\ &= .0024 \end{aligned}$$

ดังนั้น

$$\begin{aligned} P(A_2/E) &= P(A_2E)/P(E) \\ &= .0012/.0024 \\ &= .5 \end{aligned}$$

5.54 (ก) ถ้า 62% ของผู้สูบเฮโรอีนจะสูบกัญชาด้วย และถ้าโอกาสที่คนจะติดเฮโรอีน = .005, จงหาความน่าจะเป็นที่คนหนึ่งจะสูบทั้งเฮโรอีนและกัญชา

ให้ A = ติดเฮโรอีน, $P(A) = .005$

B = ติดกัญชา, $P(B/A) = .62$

ต้องการทราบ $P(A \cap B)$

$$\begin{aligned} P(AB) &= P(A)\cdot P(B/A) \\ &= .005(.62) \\ &= .0031 \end{aligned}$$

(ข) ถ้า 50% ของครอบครัวที่มีบุตรและพ่อ-แม่อยู่ร่วมกันของเมืองหนึ่ง จะมีรายได้ขนาดปานกลาง และมี 95% ของครอบครัวในเมืองนั้นที่พ่อ-แม่-ลูกอยู่ร่วมกัน จงหาความน่าจะเป็นที่เด็กคนหนึ่งจะมาจากครอบครัวที่มีพ่อ-แม่อยู่ด้วยกัน และมีรายได้ระดับปานกลาง

ให้ A = ครอบครัวที่พ่อ-แม่-ลูกอยู่ด้วยกันในเมืองนั้น

$P(A) = .95$

B = ครอบครัวรายได้ระดับปานกลางในเมืองนั้น

$P(B/A) = .50$

ต้องการทราบ P(AB)

$$\begin{aligned} P(AB) &= P(A) \cdot P(B/A) \\ &= .95(.50) \\ &= .475 \end{aligned}$$

(ค) ถ้า 30% ของนักศึกษารามคำแหงเป็นนักศึกษาคณะนิติศาสตร์ และ 10% ของนักศึกษาคณะนิติศาสตร์อาศัยอยู่หอพักหน้ามหาวิทยาลัย จงหาความน่าจะเป็นที่ชายคนหนึ่งจะเป็นนักศึกษาคณะนิติศาสตร์และอาศัยอยู่หอพักหน้ามหาวิทยาลัย

ให้ A = เป็นนักศึกษาคณะนิติศาสตร์มหาวิทยาลัยรามคำแหง

$P(A) = .3$

ให้ B = อาศัยอยู่หอพักหน้ามหาวิทยาลัยรามคำแหง

$P(B/A) = .10$

ต้องการทราบ P(AB)

$$\begin{aligned} P(AB) &= P(A) \cdot P(B/A) \\ &= .3(.1) \\ &= .03 \end{aligned}$$

5.55 บริษัทหนึ่งพบว่า 72% ของร้านค้าที่บริษัทส่งพนักงานขายไปติดต่อจะตกลงยอมขายผลิตภัณฑ์ของบริษัท ถ้ามี 20% ของร้านค้าปลีกทั้งหมดได้รับการติดต่อจากพนักงานขาย

(ก) จงหาความน่าจะเป็นที่ร้านค้าปลีกแห่งหนึ่งจะได้รับการติดต่อจากพนักงานขายและตกลงยอมขายสินค้าของบริษัท

ให้ A = ร้านค้าปลีกที่ได้รับการติดต่อจากพนักงานขาย

$P(A) = .2$

B = ร้านค้าปลีกตกลงยอมขายผลิตภัณฑ์ของบริษัท

$P(B/A) = .72$

ต้องการทราบ $P(AB)$

$$\begin{aligned} P(AB) &= P(A) \cdot P(B/A) \\ &= .2(.72) \\ &= .144 \end{aligned}$$

(ข) ถ้าต้องการประมาณความน่าจะเป็นที่ร้านค้าปลีกแห่งหนึ่งจะขายสินค้าของบริษัท จะต้องหาข่าวสารเพิ่มเติมอีกหรือไม่

ต้องการทราบ $P(B)$

แต่ $P(B) = P(AB) + P(\bar{A}B)$

$$= P(A) \cdot P(B/A) + P(\bar{A}) \cdot P(B/\bar{A})$$

ยังไม่ทราบ $P(B/\bar{A})$ คือความน่าจะเป็นทีร้านค้าปลีกซึ่งไม่ได้รับการติดต่อจากพนักงานขายของบริษัท จะมีสินค้าของบริษัทวางขาย

5.56 ถ้าโยนเหรียญสมดุล 3 อัน ให้ E_1 = เหตุการณ์ที่ได้ 2 หัว, E_2 = เหตุการณ์ที่ได้ 3 หัว จงหาความน่าจะเป็นที่จะเกิด E_1 หรือ E_2 นั่นคือ หา $P(E_1 \cup E_2)$ และเขียนภาพแสดงการรวมตัวของ 2 เหตุการณ์นี้

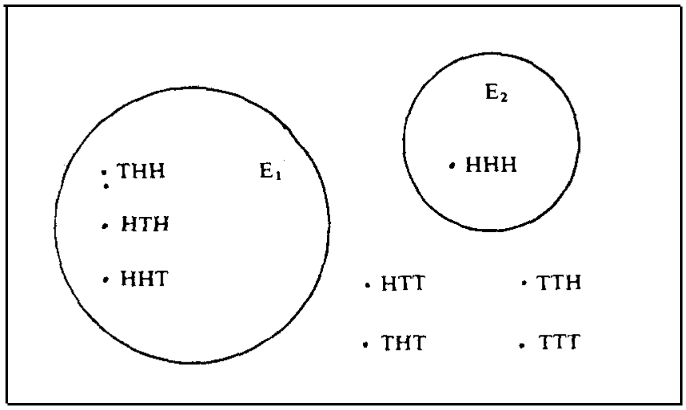
$$\begin{aligned} S &= \{HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT\} \\ E_1 &= HHT, HTH, THH \\ P(E_1) &= 3/8 \end{aligned}$$

$E_2 = HHH$

$P(E_2) = 1/8$

$P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) = \frac{3}{8} + \frac{1}{8} = \frac{4}{8} = .5$

และ $P(E_1 \cap E_2) = 0$ เพราะ E_1, E_2 ไม่มีผลร่วมกัน



5.57 จากข้อ 5.56 ถ้า A คือเหตุการณ์ที่ได้ 2 หัวขึ้นไป B คือเหตุการณ์ที่ได้ 2 หัวหรือน้อยกว่า จงหาความน่าจะเป็นที่จะเกิดเหตุการณ์ A หรือ B นั่นคือหา $P(A \cup B)$

$A = HHH, HHT, HTH, THH$

$P(A) = 4/8 = .5$

$B = HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT$

$= 7/8$

$(A \cap B) = HHT, HTH, THH$

$= 3/8$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$

$= 4/8 + 7/8 - 3/8$

$= 1.0$

5.58 **จากการโยนลูกเต๋า 2 ลูกพร้อมกัน (ซึ่งสมดุล) A คือเหตุการณ์ที่ได้ผลรวมเป็น 4 หรือน้อยกว่า B คือเหตุการณ์ที่ได้ผลรวมเป็น 10 หรือมากกว่า A และ B จะมีผลร่วมกันหรือไม่? จงหาความน่าจะเป็นที่จะเกิดเหตุการณ์ A หรือ B**

sample space ของผลรวมของลูกเต๋า 2 ลูก คือ

ลูกที่ 1

ลูกที่ 2	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

$P(A) = 6/36 = 1/6$

$P(B) = 6/36 = 1/6$

$P(A \cap B) = 0$

นั่นคือ A และ B ไม่มีผลร่วมกัน

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$

$= \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

5.59 **จากข้อ 5.58**

ถ้า A คือเหตุการณ์ที่ได้ผลรวมเป็นเลขคี่

B คือเหตุการณ์ที่ได้ผลรวม 7 จุดขึ้นไป

จงหา $P(A \cup B)$

$P(A) = 18/36 = \frac{1}{2}$ (โปรดดูจาก sample space ในข้อ 5.58)

$P(B) = 21/36 = 7/12$

$P(A \cap B) = P(7) + P(9) + P(11)$

$= \frac{6}{36} + \frac{4}{36} + \frac{2}{36}$

$= \frac{12}{36}$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$

$= \frac{18}{36} + \frac{21}{36} - \frac{12}{36}$

$= \frac{27}{36}$

5.60 จากข้อ 5.58 จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้ 1 จุด หรือ 4 จุด หรือ 7 จุด หรือ 9 จุด

(โปรดดูแผนผังแสดงกลุ่มผลทดลองในข้อ 5.58)

ให้ A_1 = ผลรวมได้ = 1 จุด

$P(A_1) = 0$

A_2 = ผลรวมได้ = 4 จุด

$P(A_2) = 3/36$

A_3 = ผลรวมได้ 7 จุด

$P(A_3) = 6/36$

A_4 = ผลรวมได้ 9 จุด

$P(A_4) = 4/36$

$P(A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4) = 0 + \frac{3}{36} + \frac{6}{36} + \frac{4}{36}$

$= \frac{13}{36}$

และ A_1, A_2, A_3, A_4 เป็นเหตุการณ์ที่ไม่มีผลร่วมกัน joint probabilities ทั้งหลายจึงเป็น 0 หมด

5.61 ถุงบรรจุลูกบอลหมายเลข 1,2,...,10 รวม 10 ลูก

E คือเหตุการณ์ที่หยิบมา 1 ลูก และได้เลขคู่

F คือเหตุการณ์ที่หยิบมา 1 ลูกและได้เลข 5 ขึ้นไป

E และ F มีผลร่วมกันหรือไม่ ?

จงหา $P(E \cup F)$

$$E = \{2, 4, 6, 8, 10\}$$

$$P(E) = 5/10$$

$$F = \{5, 6, 7, 8, 9, 10\}$$

$$P(F) = 6/10$$

$$EF = \{6, 8, 10\}$$

$P(EF) = 3/10$ นั่นคือ E และ F มีผลร่วมกัน

$$P(E \cup F) = P(E) + P(F) - P(EF)$$

$$= \frac{5}{10} + \frac{6}{10} - \frac{3}{10}$$

$$= \frac{8}{10}$$

5.62 หยิบไพ่แบบสุ่ม 1 ใบจากสำรับซึ่งมี 52 ใบ จงหาโอกาสที่จะได้โพดำ หรือโพแดง หรือข้าวหลามตัด

P(โพดำ ∪ โพแดง ∪ ข้าวหลามตัด) = P(โพดำ) + P(โพแดง) + P(ข้าวหลามตัด)

(และทั้ง 3 เหตุการณ์นี้ **ไม่** มีผลร่วมกัน joint. prob = 0)

$$= \frac{13}{52} + \frac{13}{52} + \frac{13}{52} = \frac{39}{52} = \frac{3}{4}$$

5.63 จากข้อ 5.62 จงหาโอกาสที่จะได้โพดำหรือ Ace

P(โพดำ ∪ Ace) = P(โพดำ) + P(Ace) - P(Ace, โพดำ)

$$= \frac{13}{52} + \frac{4}{52} - \frac{1}{52}$$

$$= \frac{16}{52}$$

$$= \frac{4}{13}$$

5.64 จากข้อ 5.62 จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้

(ก) ควีนสีแดง หรือไพ่สีดำ

$$P(\text{ควีนแดง} \cup \text{ไพ่ดำ}) = P(\text{ควีนแดง}) + P(\text{ไพ่ดำ}) - P(\text{ควีนแดง, ไพ่ดำ})$$

$$= \frac{8}{52} + \frac{26}{52} - 0$$

$$= \frac{34}{52} = \frac{17}{26}$$

(ข) ควีนสีแดงหรือไพ่สีแดง

$$P(\text{ควีนแดง} \cup \text{ไพ่แดง}) = P(\text{ควีนแดง}) + P(\text{ไพ่แดง}) - P(\text{ควีนแดง} \cap \text{ไพ่แดง})$$

$$= \frac{8}{52} + \frac{26}{52} - \frac{8}{52}$$

$$= \frac{26}{52} = \frac{1}{2} = .5$$

(ค) ควีนสีแดงหรือควีนสีดำ

$$P(\text{ควีนแดง} \cup \text{ควีนดำ}) = P(\text{ควีนแดง}) + P(\text{ควีนดำ}) - P(\text{ควีนแดง, ดำ})$$

$$= \frac{8}{52} + \frac{8}{52} - 0$$

$$= \frac{16}{52} = \frac{4}{13}$$

5.65 ถ้า 80% ของชาวอเมริกันที่มาเที่ยวตะวันออกไกลจะแวะเที่ยวโตเกียว. 80% แวะเที่ยวฮ่องกง และ 70% แวะทั้งฮ่องกงและโตเกียว จงหาความน่าจะเป็นที่นักท่องเที่ยวชาวอเมริกันผู้หนึ่งซึ่งกำลังมาเที่ยวตะวันออกไกล จะแวะเที่ยวโตเกียวหรือฮ่องกง

$$P(\text{เที่ยวโตเกียว}) = .8$$

$$P(\text{เที่ยวฮ่องกง}) = .8$$

$$
\begin{aligned}
P(\text{ฮ่องกง, โตเกียว}) &= .7 \\
P(\text{เที่ยวโตเกียวหรือฮ่องกง}) &= P(\text{โตเกียว} \cup \text{ฮ่องกง}) \\
&= P(\text{โตเกียว}) + P(\text{ฮ่องกง}) + P(\text{ฮ่องกง, โตเกียว}) \\
&= .8 + .8 - .7 \\
&= .9
\end{aligned}
$$

5.66 จากข้อ 5.65 จงหาความน่าจะเป็นที่จะไม่แวะทั้ง 2 เมืองนั้น

$$
\begin{aligned}
P(\text{ไม่แวะฮ่องกง, โตเกียว}) &= 1 - P(\text{แวะฮ่องกง} \cup \text{โตเกียว}) \\
&= 1 - .9 \\
&= .10
\end{aligned}
$$

5.67 ถ้าความน่าจะเป็นที่วิชัยจะซื้อหุ้นสามัญ (ก) = .2 ความน่าจะเป็นที่เขาจะซื้อหุ้นสามัญ (ข) = .3 ความน่าจะเป็นที่เขาจะซื้อทั้ง 2 ชนิด = .10 จงหาความน่าจะเป็นที่เขาจะไม่ซื้อทั้ง (ก) และ (ข)

$$
\begin{aligned}
\text{ให้} \quad A &= \text{ซื้อหุ้น (ก)} \\
P(A) &= .20;\ P(\bar{A}) = .80 = P(\text{ไม่ซื้อหุ้น (ก)}) \\
\text{ให้} \quad B &= \text{ซื้อหุ้น (ข)} \\
P(B) &= .30;\ P(\bar{B}) = .70 = P(\text{ไม่ซื้อหุ้น (ข)}) \\
P(AB) &= .10
\end{aligned}
$$

$$P(\text{ไม่ซื้อทั้ง (ก) และ (ข)}) = 1 - P(A \cup B) = P(A \cup B)'$$

$$
\begin{aligned}
P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(AB) \\
&= .20 + .30 - .1 \\
&= .40 \\
P(A \cup B)' &= 1 - P(A \cup B) \\
&= 1 - .40 \\
&= .60
\end{aligned}
$$

ลักษณะโจทย์แบบนี้มีวิธีทำหลายอย่าง วิธีหนึ่งที่ง่ายคือ การสร้างตารางความน่าจะเป็นร่วมกันของ A และ B ดังนี้

	A	$\bar{A}$	
B	P(AB) .10	.20	.30 = P(B)
$\bar{B}$	.10	$P(\bar{A}\,\bar{B})$ $\boxed{.60}$	.70 = $P(\bar{B})$
	.20	.80	
	P(A)	$P(\bar{A})$	

สิ่งที่ต้องการคือ P(ไม่ซื้อทั้ง (ก) และ (ข)) = $P(\bar{A}\,\bar{B})$

จากตาราง ความน่าจะเป็นร่วมกัน จะพบว่า

$P(\bar{A}\,\bar{B}) = .60$ และ $= 1 - P(A \cup B)$

5.68 ความน่าจะเป็นที่พนักงานขายรถผู้หนึ่งจะขายรถใน 1 สัปดาห์ได้ 0,1,2,3,4 และ 5 คัน เป็น .05, .10, .18, .25, .20 และ .22 ตามลำดับ จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ต่อไปนี้

(ก) ขายได้ 3 คัน หรือมากกว่า 3 คัน ใน 1 สัปดาห์

(ข) ขายได้ 3 คัน หรือน้อยกว่า 3 คัน ใน 1 สัปดาห์

จำนวนขาย	0	1	2	3	4	5	รวม
ความน่าจะเป็น	.05	.10	.18	.25	.20	.22	1.00

(ก) P(ขายได้ 3 คันหรือมากกว่า) $= .25 + .20 + .22$

$= .67$

(ข) P(ขายได้ 3 คันหรือน้อยกว่า) $= .05 + .10 + .18 + .25$

$= .58$

5.69 เหตุการณ์ต่อไปนี้ คู่ใดบ้างที่เป็นอิสระกัน

(ก) โยนเหรียญอันหนึ่ง 2 ครั้ง แล้วได้หัวทั้ง 2 ครั้งติดต่อกัน

เป็นอิสระกัน เพราะการได้หัวในครั้งที่ 1 และ 2 ไม่เกี่ยวข้องกัน

(ข) เป็นประธานบริษัท และมีผมสีเทา

เป็นอิสระกัน, การมีผมสีเทา และการเป็นประธานไม่เกี่ยวข้องกัน

(ค) ได้ลูกคนที่ 2 เป็นเพศเดียวกับลูกคนแรก

เพศของลูกแต่ละคนเป็นอิสระกัน

(ง) มีอาการเมาสุราขณะขับรถ และประสบอุบัติเหตุร้ายแรง

ไม่เป็นอิสระกัน, อุบัติเหตุร้ายแรงเป็นผลจากเมาสุราขณะขับรถ

(จ) หยิบไพ่แบบแทนที่ ใบแรกได้โพดำ และใบที่สองได้โพดำอีก

เป็นอิสระกัน เพราะการหยิบแบบแทนที่ทำให้ความน่าจะเป็นคงเดิม

(ฉ) หยิบไพ่ใบแรกได้คิง แล้วหยิบใบที่สองได้ควีนโดยไม่ใส่คืนใบแรก

ไม่เป็นอิสระกัน เพราะไพ่เหลือน้อยลงไป 1 ใบ

ถ้าเป็นอิสระต้องหยิบ **แบบแทนที่** prob $= (\frac{4}{52})(\frac{4}{52})$

ถ้าหยิบแบบ **ไม่แทนที่**, prob $= (\frac{4}{52})(\frac{4}{51})$

5.70 **กล่องบรรจุลูกบอล 10 ใบ เป็นสีขาว 5 ใบ สีแดง 3 ใบ และสีดำ 2 ใบ ถ้าสุ่มหยิบมาทีละใบ และใส่กลับคืนในกล่องตามเดิม จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ต่อไปนี้**

(ก) ได้สีขาวติด ๆ กัน 2 ลูก

(ข) ได้สีแดงแล้วต่อด้วยดำ

(ค) ได้สีแดงติด ๆ กัน 3 ลูก

(ง) ได้สีดำ, แดง และ ขาว ตามลำดับ

ให้ A = ลูกบอลสีขาวที่หยิบได้; $P(A) = 5/10$

B = ลูกบอลสีแดงที่หยิบได้; $P(B) = 3/10$

C = ลูกบอลสีดำที่หยิบได้; $P(C) = 2/10$

} ความน่าจะเป็นคงเดิมในการหยิบทุกครั้ง เพราะหยิบแบบ **แทนที่**

(ก) $P(A_1A_2) = P(A_1)\cdot P(A_2)$

$= (.5)(.5) = .25$

(ข) $P(B_1C_2) = P(B_1)\cdot P(C_2)$

$= (.3)(.2) = .06$

(ค) $P(B_1B_2B_3) = P(B_1)\cdot P(B_2)\cdot P(B_3)$

$= (.3)(.3)(.3)$

$= .027$

(ง) $P(C_1B_2A_3) = P(C_1)\cdot P(B_2)\cdot P(A_3)$

$= (.2)(.3)(.5)$

$= .03$

5.71 จากข้อ 5.70 แต่เป็นการหยิบแบบไม่ใส่คืน จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์เดิมในข้อ (ก) - (ง)

(ก) $P(A_1A_2) = P(A_1)\cdot P(A_2/A_1)$

$= (\frac{5}{10})(\frac{4}{9})$

$= \frac{20}{90} = \frac{2}{9}$

(ข) $P(B_1C_2) = P(B_1)\cdot P(C_2/B_1)$

$= (\frac{3}{10})(\frac{2}{9})$

$= \frac{6}{90}$

(ค) $P(B_1B_2B_3) = P(B_1)\cdot P(B_2/B_1)\cdot P(B_3/B_1B_2)$

$= (\frac{3}{10})(\frac{2}{9})(\frac{1}{8})$

$= \frac{1}{120}$

(ง) $P(C_1B_2A_3) = P(C_1)\cdot P(B_2/C_1)\cdot P(A_3/C_1B_2)$

$= (\frac{2}{10})(\frac{3}{9})(\frac{5}{8})$

$= \frac{1}{24}$

5.72 หยิบไพ่ทีละใบแบบมีการแทนที่ จงหาความน่าจะเป็นของ

(ก) ได้ Ace 4 ใบ และไพ่หน้าอื่นที่ไม่ใช่ Ace อีก 1 ใบ

ให้ A = หยิบได้ Ace; $P(A) = 4/52 = \frac{1}{13}$

B = หยิบได้ไพ่หน้าอื่น

$P(B) = \frac{48}{52} = \frac{12}{13}$

$P(A_1A_2A_3A_4B_5) = P(A_1)\cdot P(A_2)\cdot P(A_3)\cdot P(A_4)\cdot P(B_5)$

การหยิบแต่ละครั้งเป็น **อิสระกัน** เพราะเป็นการหยิบแบบมีการแทนที่

$= (\frac{4}{52})(\frac{4}{52})(\frac{4}{52})(\frac{4}{52})(\frac{48}{52})$

$= (\frac{1}{13})^4(\frac{12}{13})$

$= \frac{12}{(13)''} - \frac{12}{371,293}$

$= .0000323$

(ข) $P(A_1A_2A_3C_4C_5) = P(A_1)\cdot P(A_2)\cdot P(A_3)\cdot P(C_4)\cdot P(C_5)$

ให้ C = หยิบได้คิง $= (\frac{1}{13})(\frac{1}{13})(\frac{1}{13})(\frac{1}{13})(\frac{1}{13})$

$P(C) = \frac{4}{52} = \frac{1}{13} = \frac{1}{(13)^5} = \frac{1}{27\quad 1,293}$

(ค) ให้ A = โพดำ, $P(A) = \frac{1}{4}$

B = โพแดง, $P(B) = \frac{1}{4}$

C = ดอกจิก, $P(C) = \frac{1}{4}$

D = ขาวหลามตัด, $P(D) = \frac{1}{4}$

$P(\text{ไพ่ชุดเดียวกัน 5 ใบ}) = P(A)^5 + P(B)^5 + P(C)^5 + P(D)^5$

$$= \left(\frac{1}{4}\right)^5 + \left(\frac{1}{4}\right)^5 + \left(\frac{1}{4}\right)^5 + \frac{1}{4}^5$$

$$= \frac{4}{(4)^5} = \frac{1}{(4)^4}$$

$$= \frac{1}{256}$$

5.73 โยนเหรียญสมดุล 4 อัน จงหาความน่าจะเป็นของ

(ก) เป็นด้านหัวทั้ง 4 อัน

$$P(H_1H_2H_3H_4) = P(H_1)\cdot P(H_2)\cdot P(H_3)P(H_4)$$

$$= \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$= \frac{1}{(2)^4}$$ เพราะการโยน 4 เหรียญนั้นเป็นอิสระกัน

$$= \frac{1}{16}$$

(ข) เป็นด้านก้อยทั้ง 4 อัน

$$P(T_1T_2T_3T_4) = P(T_1)\cdot P(T_2)\cdot P(T_3)\cdot P(T_4)$$

$$= \left(\frac{1}{2}\right)^4$$

$$= \frac{1}{16}$$

(ค) เป็นด้านหัว 1 หัว

$$P(1 \text{ หัว}) = P(\underline{H}TTT) + P(T\underline{H}TT) + P(TT\underline{H}T) + P(TTT\underline{H})$$

$$= \left(\frac{1}{2}\right)^4 + \left(\frac{1}{2}\right)^4 + \left(\frac{1}{2}\right)^4 + \left(\frac{1}{2}\right)^4$$

$$= \frac{1}{16} + \frac{1}{16} + \frac{1}{16} + \frac{1}{16}$$

$$= \frac{4}{16}$$

$$= \frac{1}{4}$$

5.74 โยนลูกเต๋าสมดุล 2 ลูก จงหาความน่าจะเป็นที่ลูกเต๋าลูกแรกจะหงายเลขคู่ และลูกที่สองหงายเลขคี่

ให้ A = เลขคู่ $P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

การที่โจทย์บอกว่าเป็นลูกเต๋าสมดุล เพื่อบอกว่าความน่าจะเป็นของแต่ละด้านจะหงายขึ้นด้วยโอกาส 1/6

ให้ B = เลขคี่, $P(B) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

$P(A_1B_2) = P(A_1) \cdot P(B_2)$ เพราะการโยน 2 ลูกเป็นอิสระกัน

$= (\frac{1}{2})(\frac{1}{2})$

$= \frac{1}{4} = .25$

5.75 บุญมาและบุญมีสามีภรรยา มีอายุ 55 ปี และ 50 ปี ตามลำดับ ถ้าโอกาสที่ชายอายุ 55 ปีจะมีชีวิตยืนยาวต่อไปอีกอย่างน้อย 15 ปี = 0.70 และโอกาสที่หญิงอายุ 50 ปีจะมีอายุยืนยาวต่อไปอีกอย่างน้อย 15 ปี = 0.85 จงหาความน่าจะเป็นที่ทั้งคู่จะมีอายุยืนยาวต่อไปอีก 15 ปี โดยสมมุติว่าการมีชีวิตยืนยาวของสามีและภรรยาเป็นอิสระกัน

ให้ A = สามีมีอายุยืนยาวต่อไปอีกอย่างน้อย 15 ปี

B = ภรรยามีอายุยืนยาวต่อไปอีก 15 ปี

$P(A) = .70$

$P(B) = .85$

P(สามี และภรรยามีอายุยืนยาวต่อไปอีก 15 ปี) = $P(AB) = P(A) \cdot P(B)$

เพราะ A และ B เป็นอิสระกัน

$= (.70)(.85)$

$= .595$

5.76 สมมุติว่าเหรียญอันหนึ่งมีโอกาสหงายด้านหัว = 0.60 ถ้าโยนเหรียญนั้น 3 ครั้ง จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ต่อไปนี้

(ก) เป็นด้านก้อยหมด

(ข) เป็นด้านหัวอย่างมาก 2 ครั้ง

(ค) เป็นด้านหัวอย่างน้อย 2 ครั้ง

(ง) เป็นด้านก้อยอย่างน้อย 2 ครั้ง

$P(H) = .6,\ P(T) = .4$

(ก) $P(TTT) = P(T)\cdot P(T)P(T)$ เพราะการโยน 3 ครั้งนั้นเป็นอิสระกัน

$= (.4)(.4)(.4)$

$= .064$

(ข) P(เป็นด้านหัวอย่างมาก 2 ครั้ง) = 1 - P(หัว 3 ครั้ง)

$= 1 - P(HHH)$

$= 1 - P(H)\cdot P(H)\cdot P(H)$

$= 1 - (.6)(.6)(.6)$

$= 1 - .216$

$= .784$

(ค) P(เป็นด้านหัวอย่างน้อย 2 ครั้ง) = P(2 หัว) + P(3 หัว)

P(2 หัว) $= P(HHT) + P(HTH) + P(THH)$

$= (.6)^2(.4) + (.6)^2(.4) + (.6)^2(.4)$

$= 3(.144)$

$= .432$

และ P(3 หัว) $= P(HHH) = (.6)^3 = .216$

P(อย่างน้อย 2 หัว) = p(2 หัว) + P(3 หัว)

$= .432 + .216$

$= .648$

(9) P(ด้านก้อยอย่างน้อย 2 ครั้ง) = P(ก้อย 2 ครั้ง) + P(ก้อย 3 ครั้ง)

P(ก้อย 2 ครั้ง) = P(TTH) + P(THT) + P(HTT)

$= (.6)(.4)^2 + (.6)(.4)^2 + (.6)(.4)^2$

$= 3(.096)$

$= ,288$

P(ก้อย 3 ครั้ง) = P(TTT)

$= (.4)^3$

$= $ '064

P(ก้อยอย่างน้อย 2 ครั้ง) = P(ก้อย 2 ครั้ง) + P(ก้อย 3 ครั้ง)

$= .288 + .064$

$= ,352$

5.77 สถานีดับเพลิงแห่งหนึ่งมีรถดับเพลิง 2 คัน แต่ละคันมีความพร้อม 90% และเป็นอิสระกัน ถ้ามีการแจ้งเพลิงไหม้

(ก) จงหาโอกาสที่รถทั้ง 2 คันจะพร้อมปฏิบัติการ

(ข) จงหาโอกาสที่รถทั้ง 2 คันจะไม่พร้อมปฏิบัติการในทันที

(ค) จงหาโอกาสที่จะมีรถพร้อมปฏิบัติการเพียงคันเดียว

ให้ S = พร้อมปฏิบัติการ; P(S) = .9

F = ไม่พร้อมปฏิบัติการ P(F) = .1

(ก) P(พร้อมทั้ง 2 คัน) = P(SS)

$= P(S) \cdot P(S)$

$= (.9)(.9)$

$= .81$

(ข) P(ไม่พร้อมทั้ง2 คัน) = P(FF)

$= P(F) \cdot P(F)$

$= (.1)(.1)$

$= .01$

(ค) P(พร้อมคันเดียว) $= P(SF) + P(FS)$

$$= (.9)(.1) + (.1)(.9)$$

$$= .09 + .09$$

$$= .18$$

หมายเหตุ โปรดสังเกตว่าลักษณะโจทย์แบบนี้เราจะสร้างตาราง joint probability ได้ และสามารถตอบคำถามอื่น ๆ อีกได้มากมาย ดังนี้

รถคันที่ 1

รถคันที่ 2	A = พร้อม	$\bar{A}$ = ไม่พร้อม	
B พร้อม	.81	.09	.9
$\bar{B}$ ไม่พร้อม	.09	.01	.1
	.9	.1	
	P(A)	P($\bar{A}$)	

เราหา joint prob คือ P(AB), P($\bar{A}\bar{B}$), P($\bar{A}$B), P(A$\bar{B}$) ได้จากผลคูณของ marginal prob เพราะความเป็นอิสระกัน เช่น $P(AB) = P(A) \cdot P(B) = .9(.9) = .81$

นอกจากการรวมค่า joint prob ต่าง ๆ แล้ว อาจถามความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไขก็ได้ เช่น P(คันที่ 2 พร้อม/คันที่ 1 พร้อม)

$$= P(B/A)$$

$$= \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{.81}{.9} = .9 = P(B)$$

อันนี้ความจริงไม่ต้องเสียเวลาหา ถ้าเราจำคุณสมบัติของความเป็นอิสระได้ว่า

นอกจาก $P(AB) = P(A) \cdot P(B)$ แล้ว

$P(A/B) = P(A)$; และ $P(B/A) = P(B)$

5.78 **กำหนดตารางการแจกแจงความน่าจะเป็นร่วมกันของ เพศ และ สถานภาพสมรส ของพนักงานโรงงานแห่งหนึ่ง ดังนี้**

สถานภาพสมรส	**เพศ**		**รวม** (marginal prob)
	หญิง = F	**ชาย** = F′	
แต่งงานแล้ว (M)	.42	.18	.60
ยังไม่แต่งงาน (M′)	.28	.12	.40
(marginal prob) รวม	.70	.30	1.00

(ก) เพศและสถานภาพสมรสเป็นอิสระกันหรือไม่ ? เพราะเหตุใด ?

ลองตรวจดู joint prob

เช่น $P(MF) = .42$

และ $P(M) \cdot P(F) = .6(.7) = .42$ เช่นกัน

และลองตรวจดู joint prob ทุกอัน

เช่น $P(MF') = .18 = P(M) \cdot P(P') = .6(.3)$

$P(M'F) = .28 \doteq P(M') \cdot P(F) = .4(.7)$

และ $P(M'F') = .12 = P(M') \cdot P(F') = .4(.3)$

สรุปได้ว่า joint prob ทุกอันคือผลคูณของ marginal prob

ดังนั้น เพศ และสถานภาพสมรสจึงเป็นอิสระกัน

(ข) จงหา $P(M/F)$, $P(M/F')$ **และ** $P(M)$

ถ้าดูหมายเหตุของข้อ 5.77 จะไม่ต้องหาเลย เพราะความเป็นอิสระ จะได้ conditional prob = marginal prob ของตัวเอง

นั่นคือ $P(M/F) = P(M)$

$P(M/F') = P(M)$

ลองทำดู

$$P(M/F) = P(MF)/P(F)$$
$$= .42/.70$$
$$= .60 = P(M)$$
$$P(M/F') = P(MF')/P(F')$$
$$= .18/.30$$
$$= .60 = P(M)$$

(ค) จงหา $P(F/M)$, $P(F/M')$ **และ** $P(F)$

ดังนั้นข้อนี้จึงไม่ต้องหา ใช้กฎความเป็นอิสระเลย จะได้

$$P(F/M) = P(F) = .7$$
$$P(F/M') = P(F) = .7$$

(ง) จงหา $P(M'/F')$, $P(M'/F)$ **และ** $P(M')$

$$P(M'/F') = P(M') = .4$$
$$P(M'/F) = P(M') = .4$$

(จ) $P(F'/M)$, $P(F'/M')$ **และ** $P(F')$

$$P(F'/M) = P(F') = .30$$
$$P(F'/M') = P(F') = .30$$

5.79 เหตุการณ์คู่ใดต่อไปนี้ที่ไม่เป็นอิสระกัน

(ก) **สันติได้โบนัสก้อนงาม และวิภาดา (ภรรยา) ซื้อเสื้องามหรูชุดใหม่**

เหตุการณ์คู่นี้ไม่เป็นอิสระกัน เพราะภรรยาซื้อเสื้อหรูเป็นผลจากเงินโบนัสก้อนงามก็ได้

(ข) เทวัญขับรถบนถนนมีโคลนเฉอะแฉะและลื่น และเขาประสบอุบัติเหตุ

เหตุการณ์คู่นี้ไม่เป็นอิสระกัน เพราะอุบัติเหตุอาจเกิดจากถนนลื่น

(ค) ภูมานับถือศาสนาพุทธและภูมี (บุตรชาย) นับถือศาสนาพุทธ

ไม่เป็นอิสระกัน การนับถือศาสนาของบุคคลในครอบครัวเดียวกันโดยเฉพาะบิดาและบุตรมีความสัมพันธ์กันสูงมาก

(ง) เหรียญอันหนึ่งหงายด้านหัว 60% ของจำนวนครั้งทั้งหมด เมื่อโยนครั้งแรกได้หัว และครั้งที่ 2 ก็ได้หัวอีก

เป็นอิสระกัน เพราะการโยน 2 ครั้ง ไม่มีอิทธิพลต่อกัน

(จ) โสภีและโสภาเป็นเพื่อนร่วมชั้นเรียน ST.206 และทั้งคู่มีเลือดกลุ่มโอเหมือนกัน

เป็นอิสระกัน เพราะไม่เกี่ยวกับพันธุกรรมเพราะไม่ได้มาจากครอบครัวเดียวกัน

(ฉ) ใหญ่และเล็กมาจากครอบครัวเดียวกัน และมีเลือดกลุ่มเดียวกัน

ไม่เป็นอิสระกัน มีผลจากพันธุกรรมด้วย

(ช) มารดามีสติปัญญาสูง และลูกมีสติปัญญาสูงด้วย

ไม่เป็นอิสระกัน มีผลจากพันธุกรรมด้วย

(ซ) ติดบุหรี่ และมีอาการของมะเร็งในปอด

ไม่เป็นอิสระกัน ผลวิจัยทางแพทย์พบว่ามะเร็งในปอดมักเป็นกับผู้สูบบุหรี่มากกว่าผู้ไม่สูบ

5.80 **กำหนดให้** $P(A) = 0.6$, $P(B) = 0.4$, $P(A \cap B) = 0.18$

จงหา (ก) $P(B/A)$, $P(A/B)$

(ก) $P(B/A) = P(AB)/P(A)$

$= .18/.60$

$= .30$

(ข) $P(A/B) = P(AB)/P(B)$

$= .18/.40$

$= .45$

5.81 สำนักงานแห่งหนึ่งมีพนักงานหญิง 10 คน จบบริหารธุรกิจ 5 คน จบรัฐศาสตร์ 3 คน และจบเศรษฐศาสตร์ 2 คน ถ้ามีการเลือกตัวแทนแบบสุ่มและไม่แทนที่ จงหาความน่าจะเป็นของ

(ก) ได้ผู้จบบริหารธุรกิจทั้งคู่

(ข) คนแรกจบรัฐศาสตร์ คนที่ 2 จบเศรษฐศาสตร์

(ค) จบเศรษฐศาสตร์ทั้ง 3 คน

(ง) จบเศรษฐศาสตร์, รัฐศาสตร์ และบริหารธุรกิจ ตามลำดับ

ให้ A = ตัวแทนจบบริหารธุรกิจ (มี 5 คน จาก 10 คน)

B = ตัวแทนจบรัฐศาสตร์ (มี 3 คน จาก 10 คน)

C = ตัวแทนจบเศรษฐศาสตร์ (มี 2 คน จาก 10 คน)

(ก) P(จบบริหารทั้ง 2 คน) = $P(A_1A_2)$

$= P(A_1)\cdot P(A_2/A_1)$

$= \left(\frac{5}{10}\right)\left(\frac{4}{9}\right)$

$= \frac{2}{9}$

(ข) P(คนแรกจบรัฐศาสตร์ คนที่ 2 จบเศรษฐศาสตร์) = $P(B_1C_2)$

$= P(B_1)\cdot P(C_2/B_1)$

$= \left(\frac{3}{10}\right)\left(\frac{2}{9}\right)$

$= \frac{1}{15}$

(ค) P(จบเศรษฐศาสตร์ทั้ง 3 คน) = $P(C_1C_2C_3)$

$= P(C_1)\cdot P(C_2/C_1)\cdot P(C_3/C_1C_2)$

$= \left(\frac{2}{10}\right)\left(\frac{1}{9}\right)(0)$

$= 0$

(ง) P(เศรษฐศาสตร์, รัฐศาสตร์ และบริหารฯ ตามลำดับ)

$$P(C_1B_2A_3) = P(C_1)\cdot P(B_2/C_1)\cdot P(A_3/C_1B_2)$$

$$= \left(\frac{2}{10}\right)\left(\frac{3}{9}\right)\left(\frac{5}{8}\right)$$

$$= \frac{1}{24}$$

5.82 ในลิ้นชักมีถุงเท้าอยู่ 16 คู่ เป็นสีน้ำตาล 8 คู่ สีเขียว 6 คู่ และสีเหลือง 2 คู่ ถ้าหยิบแบบสุ่มมา 2 คู่ โดยไม่มีการแทนที่ จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้สีเดียวกันทั้ง 2 คู่

ให้ A = สีน้ำตาล มี 8 คู่จาก 16 คู่

B = สีเขียว มี 6 คู่จาก 16 คู่

C = สีเหลือง มี 2 คู่จาก 16 คู่

$$P(\text{สีเดียวกัน}) = P(A_1A_2) + P(B_1B_2) + P(C_1C_2)$$

$$= P(A_1)\cdot P(A_2/A_1) + P(B_1)\cdot P(B_2/B_1) + P(C_2)\cdot P(C_2/C_1)$$

$$= \left(\frac{8}{16}\right)\left(\frac{7}{15}\right) + \left(\frac{6}{16}\right)\left(\frac{5}{15}\right) + \left(\frac{2}{16}\right)\left(\frac{1}{15}\right)$$

$$= \frac{56}{240} + \frac{30}{240} + \frac{2}{240}$$

$$= \frac{88}{240} = \frac{11}{30}$$

5.83 ในตู้เย็นมีไข่อยู่ 20 ฟอง เป็นไข่เน่า 5 ฟอง ถ้าหยิบแบบสุ่มมา 3 ฟอง (ไม่แทนที่) จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้ไข่เน่าทั้งหมด

ให้ F = ไข่เน่า

$$P(F_1F_2F_3) = P(F_1)\cdot P(F_2/F_1)\cdot P(F_3/F_1F_2)$$

$$= \left(\frac{5}{20}\right)\left(\frac{4}{19}\right)\left(\frac{3}{18}\right)$$

$$= \frac{1}{114}$$

5.84 ผู้จัดการโรงแรมที่พักตากอากาศพัทยาทราบว่า ถ้าอากาศร้อนอบอ้าว จะมีโอกาสได้กำไรเพิ่มสูงจากปกติ 90% ถ้าโอกาสที่อากาศจะร้อนอบอ้าว = 0.70 จงหาความน่าจะเป็นที่จะมีอากาศร้อนอบอ้าวและได้กำไรสูงกว่าปกติ

ให้ A = อากาศร้อนอบอ้าว

P(A) = .70

B = กำไรสูงกว่าปกติ

P(B/A) = .90

P(อากาศร้อนอบอ้าวและกำไรสูงกว่าปกติ) = P(AB)

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B/A)$$

$$= .70(.90)$$

$$= .63$$

5.85 พนักงานบริษัทหนึ่ง เป็นชาวพื้นเมือง (L) 80% อีก 20% มาจากท้องถิ่นอื่น (L′) ในบรรดาพนักงานชาวพื้นเมืองมีอยู่ 20% ที่เรียนจบระดับมหาวิทยาลัย (G) อีก 50% จบวิทยาลัย (C) และที่เหลือ 30% จบมัธยมปลาย (H) ส่วนพนักงานที่มาจากท้องถิ่นอื่นนั้น มี 30% จบมหาวิทยาลัย 50% จบระดับวิทยาลัย และที่เหลือ 20% จบมัธยมปลาย

ถ้าเลือกพนักงานแบบสุ่มมา 1 คน จงหาโอกาสที่จะเป็น

(ก) พนักงานต่างถิ่นและจบระดับมหาวิทยาลัย

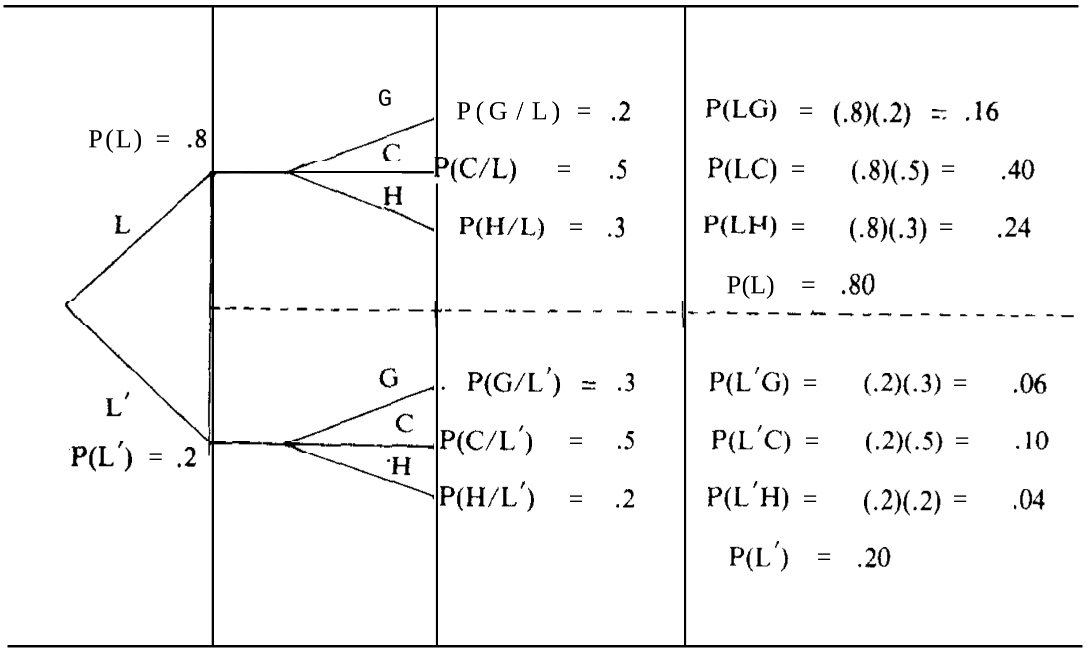
(ข) จบระดับมัธยมปลาย

(จงแสดงด้วยแผนภาพพฤกษา)

โจทย์ในลักษณะนี้คือบอก prior prob และ conditional prob จะต้องสร้างแผนภาพพฤกษา เพื่อจะได้เข้าใจเหตุการณ์ แล้วหา joint prob เพื่อนำไปสร้างตาราง joint prob อีกที

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ คือ

$$P(L) = .8, \quad P(L') = .2$$



prior prob conditional prob joint prob

และนำมาสร้างตาราง joint prob ได้ ดังนี้

	G	C	H	
L	.16	.40	.24	P(L) = .8
L′	.06	.10	.04	P(L′) = .2
	P(G) = .22	P(C) = .50	P(H) = .28	1.00

(ก) P(พนักงานต่างถิ่นและจบมหาวิทยาลัย) = P(L′G)

$$= P(L')\cdot P(G/L')$$

$= .2(.3) = .06$

(ดูจากตาราง joint prob ก็ได้)

(ข) P(จบระดับมัธยมปลาย) $= P(H)$

$= P(HL) + P(HL')$

$= P(L) \cdot P(H/L) + P(L') \cdot P(H/L')$

$= (.8)(.3) + (.2)(.2)$

$= .24 + .04$

$= .28$ (ดูจากตาราง joint prob ก็ได้)

5.86 ในห้องเก็บของมีหีบสีขาว 6 กล่อง แต่ละกล่องบรรจุลูกบอลสีเขียว 3 ลูก และสีเหลือง 5 ลูก และยังมีกล่องสีดำอีก 2 กล่อง แต่ละกล่องมีลูกบอลสีเขียว 2 ลูก และสีเหลือง 4 ลูก ถ้าท่านวานคนไปหยิบลูกบอลมา 1 ใบ จากกล่องใบไหนก็ได้ จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้ลูกบอลสีเขียว (จงเขียนแผนภาพพฤกษา)

ให้ W = กล่องสีขาว, $P(W) = 6/8 = 3/4$

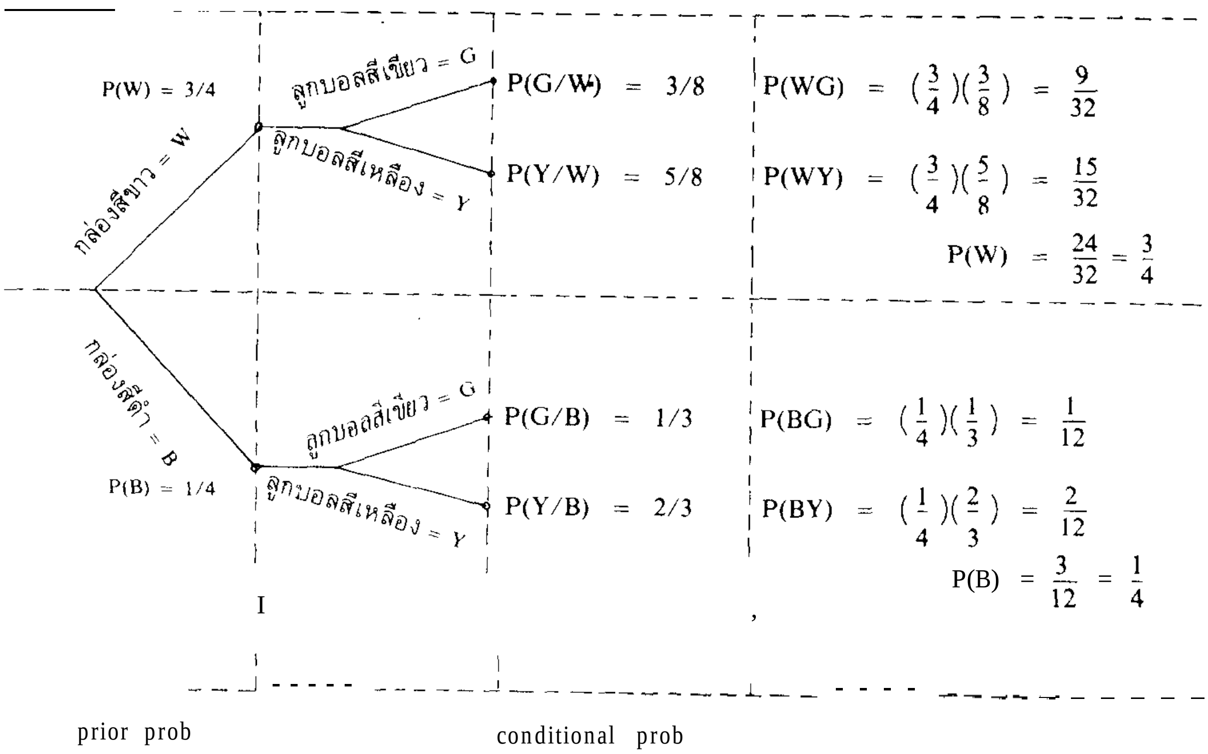
B = กล่องสีดำ, $P(B) = 2/8 = 1/4$

G = หยิบได้ลูกบอลสีเขียว

Y = หยิบได้ลูกบอลสีเหลือง

$P(G/W) = 3/8$; $P(Y/W) = 5/8$

$P(G/B) = 2/6 = 1/3$; $P(Y/B) = 4/6 = 2/3$



กล่อง

	ขาว = W	ดำ = B	
เขียว = G	9/32	1/12	$P(G) = \boxed{\frac{35}{96}}$
ขาว = Y	15/32	2/12	$P(Y) = \frac{61}{96}$
	$P(W) = \frac{3}{4}$	$P(B) = \frac{1}{4}$	1.00

P(ลูกบอลล์สีเขียว) = P(G)

$= P(GW) + P(GB)$

$= P(W)\cdot P(G/W) + P(B)\cdot P(G/B)$

$= (\frac{3}{4})(\frac{3}{8})+(\frac{1}{4})(\frac{1}{3})$

$= \frac{9}{32}+\frac{1}{12}$

$= \frac{35}{96}$ (โปรดตรวจจากตาราง jointprob ด้วย)

5.87 จากข้อ 5.78 สมมุติว่า ความน่าจะเป็นแบบเชิงเดี่ยว (marginal prob) คงเดิม แต่ความน่าจะเป็นร่วมกันเปลี่ยนแปลง ดังนี้

สถานภาพสมรส	หญิง = F	ชาย = F'	รวม
แต่งงาน = M	.40	.20	.60
ไม่แต่งงาน = M'	.30	.10	.40
รวม	.70	.30	1.00

(ก) เพศและสถานภาพสมรสเป็นอิสระกันหรือไม่? เพราะเหตุใด?

(91) **จงหา** P(M/F); P(M/F'), P(M'/F) **และ** P(M'/F')

(ก) เพศและสถานภาพสมรสไม่เป็นอิสระกัน เพราะ joint prob $\neq$ ผลคูณของ marginal prob เช่น

$P(M)\cdot P(F) = (.6)(.7) = .42$

แต่ $P(MF) = .40 \neq P(M)\cdot P(F)$

แสดงว่า M และ F ไม่เป็นอิสระกัน

(ข) $P(M/F) = P(MF)/P(F)$

$= .40/.70$

$= 4/7$

$P(M/F') = P(MF')/P(F')$

$\approx .20/.30$

$= 2/3$

$P(M'/F) = P(M'F)/P(F)$

$= .30/.70$

$= 3/7$

$P(M'/F') = P(M'F')/P(F')$

$= .10/.30$

$= 1/3$

โปรดสังเกตว่า $P(M/F) + P(M'/F) = 1.0$

$P(M/F') + P(M'/F') = 1.0$

5.88 **บริษัทประกันภัยแห่งหนึ่งมีนโยบายให้พนักงานขายประกันไปหาลูกค้าถึงบ้าน โดยมีโอกาสที่จะขายประกันได้ (S) = .2 ดังนั้นโอกาสที่จะขายประกันไม่ได้ (S') = .8 ในบรรดาลูกค้าที่ซื้อประกันพบว่า 30% อาศัยอยู่บ้านจัดสรร (A) ส่วนลูกค้าที่ไม่ซื้อประกัน จะมี 60% ที่อาศัยอยู่บ้านจัดสรร**

(ก) จงหาความน่าจะเป็นที่พนักงานผู้หนึ่งจะขายประกันได้ ถ้าครอบครัวนั้นอยู่บ้านจัดสรร นั่นคือหา $P(S/A)$

(ข) จงหาความน่าจะเป็นที่พนักงานผู้หนึ่งจะขายประกันไม่ได้ ถ้าครอบครัวนั้นไม่อยู่บ้านจัดสรร นั่นคือหา $P(S'/A')$

S = ลูกค้าซื้อประกัน $\qquad S'$ = ลูกค้าไม่ซื้อประกัน

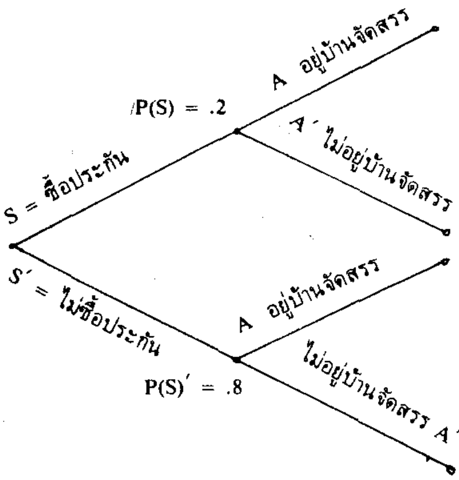
$P(S) = .2, \qquad P(S') = .8$

A = ลูกค้าอยู่บ้านจัดสรร

$P(A/S) = .3, \qquad P(A'/S) = .7$

A' = ลูกค้าไม่อยู่บ้านจัดสรร

$P(A/S') = .6, \qquad P(A'/S') = .4$



$P(A/S) = .3$	$P(AS) = .06$	$P(S) = .20$
$P(A'/S) = .7$	$P(A'S) = .14$	
$P(A/S') = .6$	$P(AS') = .48$	$P(S') = .80$
$P(A'/S') = .4$	$P(A'S') = .32$	

prior prob conditional prob joint prob

หาจากตาราง jointprob

(fl) $P(S/A) = \frac{P(SA)}{P(A)} = \frac{06}{.54} = \frac{1}{9}$

(1 1) $P(S'/A') = \frac{P(S'A')}{P(A')} = \frac{.32}{.46}$

	A	A'	
S	.06	.14	.20 = P(S)
S'	.48	.32	.80 = P(S')
	.54	.46	1.00
	P(A)	P(A')	

ถ้าไม่ใช้ตาราง joint prob

(n) $P(S/A) = \frac{P(SA)}{P(A)} = \frac{P(SA)}{P(SA) + P(S'A)}$

$$= \frac{P(S)\cdot P(A/S)}{P(S)\cdot P(A/S) + P(S')\cdot P(A/S')}$$

$$= \frac{(.2)(.3)}{(.2)(.3) + (.8)(.6)}$$

$$= \frac{.06}{.06 + .48} = \frac{.06}{.54} = \frac{1}{9}$$

(ข) $$P(S'/A') = \frac{P(S'A')}{P(A')}$$

$$= \frac{P(S'A')}{P(S'A') + P(SA')}$$

$$= \frac{P(S')(P(A'/S')}{P(S')P(A'/S') + P(S)\cdot P(A'/S)}$$

$$= \frac{(.8)(.4)}{(.8)(.4) + (.2)(.7)} = \frac{.32}{.32 + .14} = \frac{32}{46}$$

5.89 ถ้า 40% ของนักเรียนที่จบประโยคมัธยมปลายต้องการศึกษาต่อสายอาชีพ (T) และสัดส่วนของนักเรียนที่ได้เกรด A, B, C มีดังนี้

นักเรียน	**เกรด** A	B	C	**รวม**
สายอาชีพ (T)	.10	.30	.60	1.00
ไม่ใช่สายอาชีพ (T′)	.05	.40	.55	1.00

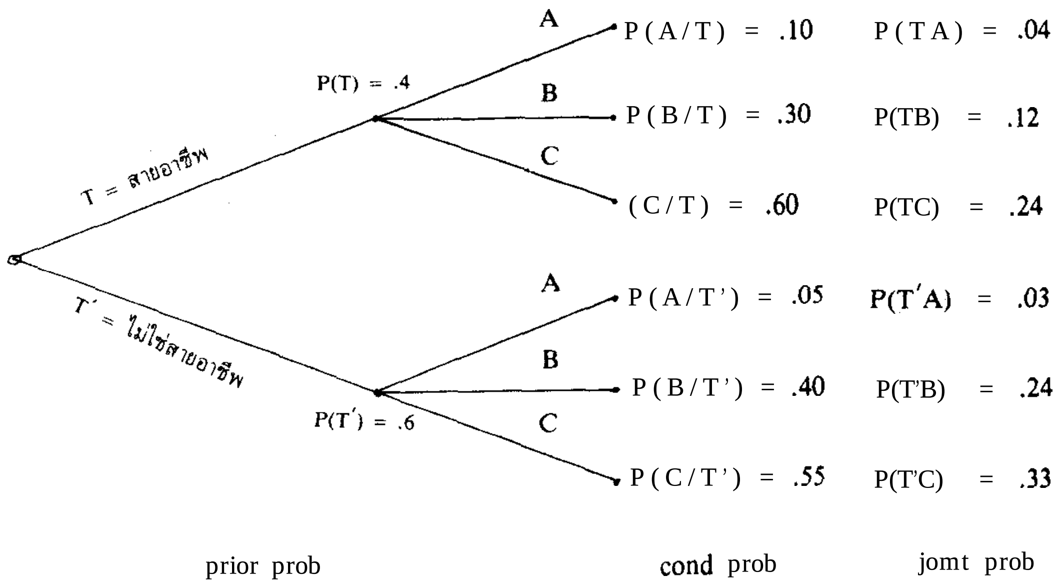
(ก) ถ้าสุ่มนักเรียนมา 1 คน และทราบว่าได้เกรด A จงหาความน่าจะเป็นที่เขาจะศึกษาต่อสายอาชีพ

(ข) จงหาความน่าจะเป็นที่เขาจะไม่ศึกษาสายอาชีพถ้าเขาได้เกรด B

วิธีทำ ต้องการทราบ P(ศึกษาต่อสายอาชีพ/ได้เกรด A) = P(T/A)

$$P(T/A) = \frac{P(TA)}{P(A)}$$

ควรสร้างแผนภาพพฤกษาและตาราง joint prob เพื่อจะได้เข้าใจง่ายขึ้น ดังนี้



รวบรวมใส่ตาราง joint prob

	A	B	C	
T	.04	.12	.24	.40
T′	.03	.24	.33	.60
	.07	.36	.57	1.00

(ก) $P(T/A) = P(TA)/P(A)$

$= .04/.07$

$= 4/7$

(ข) $P(T'/B) = P(T'B)/P(B)$

$= .24/.36$

$= 24/36$

$= 2/3$

5.90 **ร้านขายส่งยืมเครื่องคิดเลขจากโรงงานมา 40 เครื่อง จากประสบการณ์ พบว่า เครื่องคิดเลขจากโรงงานนี้มี 10% ที่ชำรุด ดังนั้น เขาจึงสุ่มมาตรวจคุณภาพ 4 เครื่อง จงหาโอกาสที่จะเป็นเครื่องชำรุดทั้งหมด**

ให้ A = เครื่องชำรุด มีชำรุด 10% ของ 40 เครื่อง = 4 เครื่อง

$$
\begin{aligned}
P(\text{ชำรุดทั้ง 4 เครื่อง}) &= P(A_1A_2A_3A_4) \\
&= P(A_1)\cdot P(A_2/A_1)\cdot P(A_3/A_1A_2)\cdot P(A_4/A_1A_2A_3) \\
&= \left(\frac{4}{40}\right)\left(\frac{3}{39}\right)\left(\frac{2}{38}\right)\left(\frac{1}{37}\right) \\
&= \frac{1}{91390}
\end{aligned}
$$

5.91 **โรงงานซื้อชิ้นส่วนมาประกอบสินค้าจากผู้ผลิต 3 ราย คือ A, B, C, โดยซื้อจาก A และ B ด้วยจำนวนเท่ากัน แต่ซื้อจาก C เป็นครึ่งหนึ่งของ A (หรือ B) เปอร์เซ็นต์สินค้าที่ได้มาตรฐานของ A, B, C คือ 90%, 95% และ 80% ตามลำดับ ถ้าสุ่มมา 1 ชิ้น**

(ก) เขาพบว่าเป็นชิ้นส่วนชำรุด จงหาความน่าจะเป็นที่จะผลิตจาก A

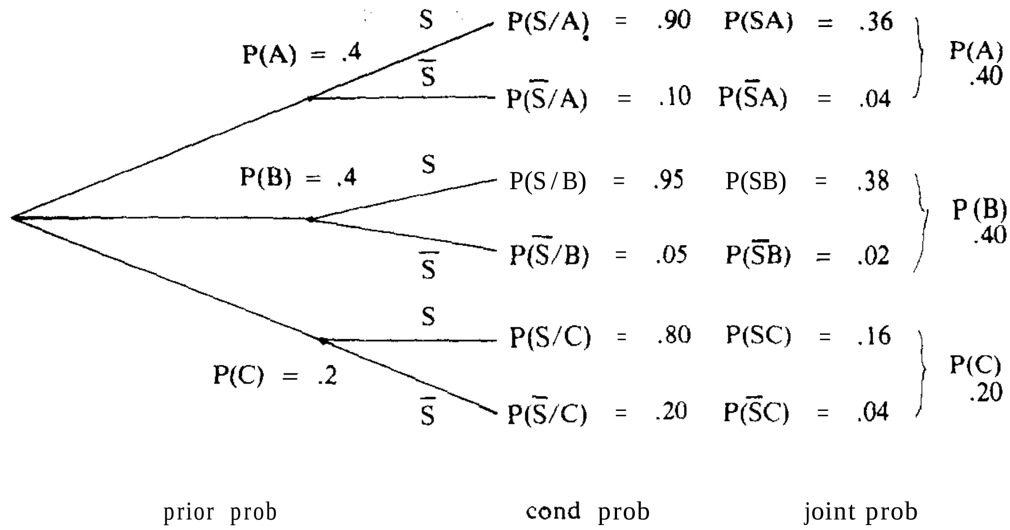
(ข) ถ้าพบว่าเป็นสินค้าที่ได้มาตรฐาน จงหาความน่าจะเป็นที่จะผลิตจาก C

A, B, C ผลิตในอัตราส่วน 2 : 2 : 1 นั่นคือ

$P(A) = 2/5, \ P(B) = 2/5, \ P(C) = 2/5$

S = สินค้าได้มาตรฐาน

$\bar{S}$ = สินค้าชำรุด



	A	B	C	
S	.36	.38	.16	.90
$\bar{S}$	.04	.02	.04	.10
	.40	.40	.20	1.00

(ก) P(สินค้าผลิตจาก A/สินค้าชำรุด) $= P(A/\bar{S})$

$= P(A\bar{S})/P(\bar{S})$

$= .04/.10$

$= .4$

(ข) P(สินค้าผลิตจาก C/สินค้าได้มาตรฐาน) $= P(C/S)$

$= P(CS)/P(S)$

$= .16/.90$

$= 8/45$

5.92 ความน่าจะเป็นที่สุมาลีจะขยันทำแบบฝึกหัด ST.206 = .75 ถ้าเธอทำแบบฝึกหัด เธอจะมีโอกาสสอบผ่าน 80% แต่ถ้าเธอไม่ขยันทำแบบฝึกหัด จะมีโอกาสสอบผ่าน 30% ถ้าสุมาลีสอบผ่านวิชานี้ จงหาความน่าจะเป็นที่เธอจะไม่ขยันทำแบบฝึกหัด

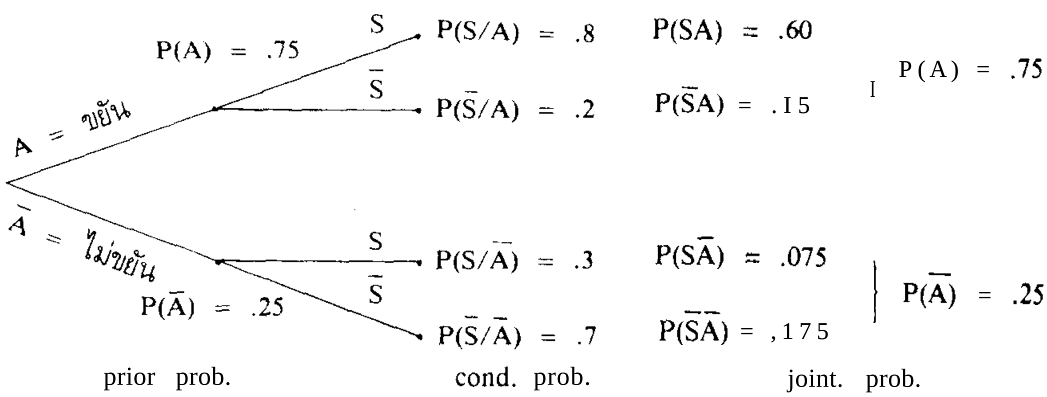
ให้ A = ขยันทำแบบฝึกหัด

$P(A) = .75, \quad P(\bar{A}) = .25 = P$ (ไม่ขยันทำแบบฝึกหัด)

ให้ S = สอบผ่านวิชานี้, $\bar{S}$ = สอบไม่ผ่าน

$P(S/A) = .8$ ดังนั้น $P(\bar{S}/A) = .2$

$P(S/\bar{A}) = .3$ ดังนั้น $P(\bar{S}/\bar{A}) = .7$



	A	$\bar{A}$	
S	.600	.075	.675
$\bar{S}$	.150	.175	.325
	.750	.250	1.000

$$P(\bar{A}/S) = P(\bar{A}S)/P(S)$$

$$= .075/.675$$

$$= .11$$

5.93 จากข้อ 5.92 ถ้าสุมาลีสอบไม่ผ่าน จงหาความน่าจะเป็นที่เธอจะไม่ขยันทำแบบฝึกหัด

$$
\begin{aligned}
P(\text{ไม่ขยัน}/\text{สอบไม่ผ่าน}) &= P(\bar{A}/\bar{S}) \\
&= P(\bar{A}\bar{S})/P(\bar{S}) \\
&= .175/.325 \\
&= .54
\end{aligned}
$$

5.94 วิชัยเป็นอาจารย์สอนเคมีในโรงเรียนแห่งหนึ่ง เขาทราบว่านักเรียนที่ขยันทำการบ้านจะมีโอกาสสอบผ่าน 0.80 และนักเรียนที่ไม่ขยันทำการบ้านจะมีโอกาสสอบผ่านเพียง 20% และทราบว่ามีนักเรียนที่ขยันทำการบ้านอยู่ 60% ถ้านักเรียนคนหนึ่งสอบผ่านวิชาเคมี จงหาความน่าจะเป็นที่เขาจะทำการบ้านโดยสม่ำเสมอ

ให้ A = นักเรียนขยันทำการบ้านวิชาเคมีโดยสม่ำเสมอ

$P(A) = .6,\ P(\bar{A}) = .4$

S = สอบผ่านวิชาเคมี, $\bar{S}$ = สอบไม่ผ่าน

$P(S/A) = .8,\ P(\bar{S}/A) = .2,\ P(S/\bar{A}) = .2$ และ $P(\bar{S}/\bar{A}) = .8$

อยากทราบ $P(A/S) = P(AS)/P(S)$

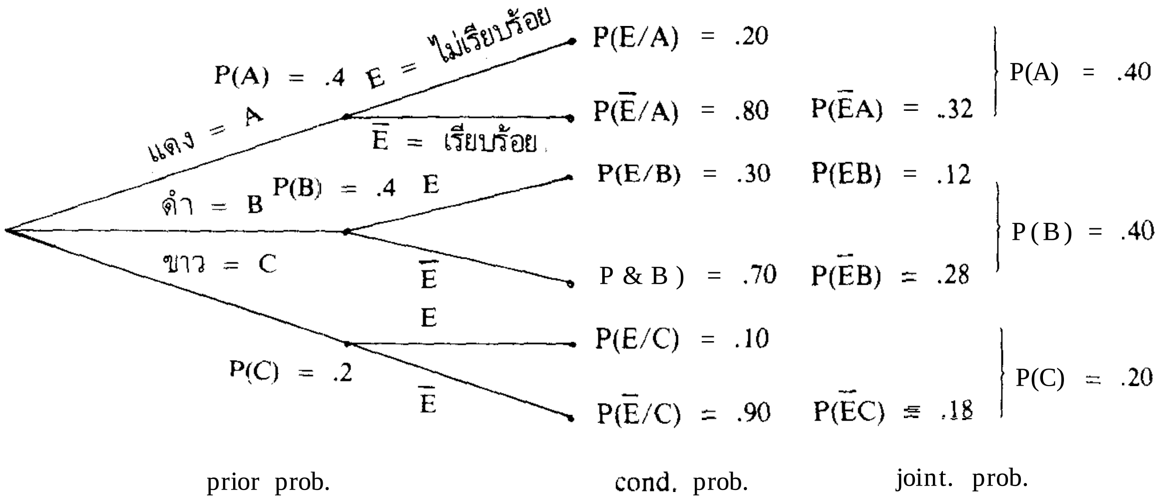
แต่

$$
\begin{aligned}
P(S) &= P(AS) + P(\bar{A}S) \\
&= P(A).\ P(S/A) + P(\bar{A}) \cdot P(S/\bar{A}) \\
&= .6(.8) + (.4)(.2) \\
&= .48 + .08 = .56
\end{aligned}
$$

แทนค่าใน $P(A/S)$

$$
\begin{aligned}
P(A/S) &= P(SA)/P(S) \\
&= \frac{P(A) \cdot P(S/A)}{P(S)} \\
&= \frac{.6(.8)}{.56} \\
&= \frac{.48}{.56} = \frac{24}{28} = \frac{6}{7}
\end{aligned}
$$

5.95 แดง, ดำ และขาว เป็นพนักงานร้านซักแห้งเสื้อผ้า ในแต่ละวันแดงจะรีดเสื้อได้ 20 ตัว แต่จะรีดไม่เรียบทุก ๆ 1 ตัวใน 5 ตัว ดำจะรีดเสื้อได้วันละ 20 ตัว แต่จะรีดไม่เรียบทุก ๆ 3 ตัวใน 10 ตัว ส่วนขาวจะรีดได้วันละ 10 ตัว และจะรีดไม่เรียบ 1 ตัวใน 10 ตัว ถ้าผู้จัดการมาตรวจสอบผลงานและพบเสื้อตัวหนึ่งรีดไม่เรียบ จงหาความน่าจะเป็นที่แดงจะเป็นผู้รีดเสื้อตัวนั้น



	A	B	C	
E	.22) ε ←	ตาราง 2j	o .02	n t . p r o b
$\bar{E}$	.7832	.28	.18	
	.40	.40	.20	1 .00

ให้ A = เสื้อที่แดงรีด; P(A) = 20/50 = .4

B = ใส้อีทีดำรีด ; P(B) = 20/50 = .4

c = ้เสือทีขาวรีด ; P(C) = 10/50 = .2

E = เสื้อรีดไม่เรียบ

$\bar{E}$ = เสื้อรีดเรียบ

$P(E/A) = 1/5 = .20$

$P(E/B) = 3/10 = .30$

$P(E/C) = 1/10 = .10$

P (แดงรีด/เสื้อไม่เรียบ) $= P(A/E)$

$= P(AE)/P(E)$

(ได้จากตาราง joint prob.) $= .08/.22$

$= 4/11$

5.96 จากข้อ 5.95 จงหาความน่าจะเป็นที่ดำเป็นผู้รีดเสื้อตัวนั้น

P (ดำรีด/เสื้อไม่เรียบ) $= P(B/E) = P(BE)/P(E)$

(ได้จากตาราง joint prob.) $= .12/.22$

$= 6/11$

5.97 **จากข้อ** 5.95 **จงหาความน่าจะเป็นที่ขาวเป็นผู้รีดเสื้อตัวนั้น**

P (ขาว/เสื้อไม่เรียบ) $= P(C/E)$

$= P(CE)/P(E)$

(แทนค่าจากตาราง joint prob.) $= .02/.22$

$= 1/11$

5.98 จากข้อ 5.95 ถ้าเสื้อที่ผู้จัดการสุ่มมา 1 ตัว มีสภาพเรียบร้อยดี จงหาความน่าจะเป็นที่แดงจะเป็นผู้รีดเสื้อตัวนั้น

P (แดงรีด/เสื้อไม่เรียบร้อย) $= P(A/\bar{E})$

$= P(A\bar{E})/P(\bar{E})$

(แทนค่าจากตาราง joint prob.) $= .32/.78$

$= 16/39$

5.99 จากข้อ 5.98 จงหาความน่าจะเป็นที่ดำจะเป็นผู้รีดเสื้อตัวนั้น

P (ดำรีด/เสื้อไม่เรียบร้อย) = $P(B/\bar{E})$

= $P(B\bar{E})/P(\bar{E})$

(แทนค่าจากตาราง joint prob.) = .28/.78

= 14/39

5.100 จากข้อ 5.98 จงหาความน่าจะเป็นที่ขาวเป็นผู้รีดเสื้อตัวนั้น

P (ขาวรีด/เสื้อไม่เรียบร้อย) = $P(C/\bar{E})$

= $P(C\bar{E})/P(\bar{E})$

(แทนค่าจากตาราง joint prob.) = .18/.78

= 9/39