10.44 บริษัทเคมีภัณฑ์ได้ทดลองวิธีกำจัดคราบน้ำมัน 4 วิธี ข้อมูลข้างล่างคือ จำนวนพื้นที่ (ตารางเมตร) ซึ่งเปื้อนคราบน้ำมัน และได้ทำความสะอาดภายใน 1 ชั่วโมง จงทดสอบว่าวิธีทำความสะอาด 4 วิธี มีประสิทธิภาพเหมือนกันที่ระดับนัยสำคัญ 5% หรือไม่?

						T_j
วิธีที่ 1 :	55	60	58	61	54	288
วิธีที่ 2 :	41	53	54	49	52	255
วิธีที่ 3 :	63	59	58	64	63	307
วิธีที่ 4 :	51	56	54	59	54	274
						1,124

1) Ho : $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4 = \mu$

(วิธีกำจัดคราบน้ำมันทั้ง 4 วิธีให้ผลไม่ต่างกัน)

2) Ha : μ_j ไม่เท่ากันทั้งหมด $j = 1, 2, 3, 4$

3) a = .05

4) จะปฏิเสธ Ho เมื่อ F > $f_{3,16;.05} = 3.24$

5) $n_j = 5$, $k = 4$, $N = 20$, $G = 1124$

CF = $(1124)^2/20 = 63168.8$

$\Sigma\Sigma X_{ij}^2 = 55^2 + 60^2 + + 59^2 + 64^2 = 63{,}594$

$\Sigma T_j^2/n_j = (288^2 + 255^2 + 307^2 + 274^2)/5 = 63{,}458.80$

SST $= \Sigma\Sigma X_{ij}^2 - CF$

$= 63{,}594 - 63{,}168.80 = 425.20$

SSA $= \Sigma T_j^2/n_j - CF$

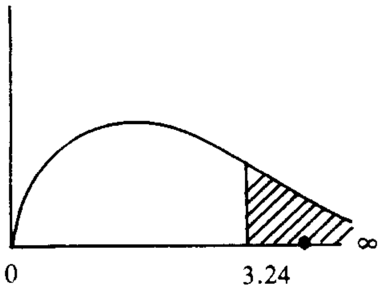
$= 63{,}458.80 - 63{,}168.80 = 290$

SSE $=$ SST $-$ SSA

$= 425.20 - 290 = 135.20$

s o v	df	ss	MS	F-ratio
ระหว่างกลุ่ม = A	3	290.00	96.61	11.44
ภายในกลุ่ม = E	16	135.20	8.45	
รวม	19	425.20		

6) F = 11.44 > 3.24 จึงตกอยู่ในเขตวิกฤต จึงปฏิเสธ Ho และยอมรับ Ha และสรุปว่า วิธีกำจัดคราบน้ำมัน 4 วิธีนั้น ให้ผลไม่เหมือนกันทั้งหมด



10.45 โรงงานต้องการทราบ "เวลามาตรฐาน" ในการผลิตสินค้า 1 ชิ้น จึงได้สังเกตการทำงานของพนักงาน 5 คน และบันทึกจำนวนสินค้าที่ผลิตได้ใน 1 ชั่วโมงของแต่ละคนไว้ เขาเลือกเวลาการผลิตแบบสุ่มของแต่ละคนมา 9 ชั่วโมงการผลิต ดังตัวเลขข้างล่าง คือ จำนวนสินค้าที่ผลิตได้ต่อ 1 ชั่วโมง ให้ทดสอบโดยใช้ระดับนัยสำคัญ 1% ว่าผลผลิตต่อชั่วโมงของพนักงาน 5 คน แตกต่างกันหรือไม่?

คนงาน	ผลผลิตต่อชัวโมง									T_j
I	24	11	19	27	15	16	22	32	17	183
2	29	35	37	26	45	26	29	35	38	301
3	30	28	29	32	22	17	23	29	11	221
4	16	14	5	19	21	17	11	26	9	138
5	21	16	19	15	16	28	23	29	17	184
									G =	1027

1) Ho : $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4 = \mu_5 = \mu$

2) Ha : μ_j ไม่เท่ากันทั้งหมด ; j = 1, 2, ..., 5

3) a = .01

4) จะปฏิเสธ Ho เมื่อ F > $f_{4,40;.01}$ = 3.83

5) $n_j = 9$, $k = 5$, $N = 45$, $G = 1027$

$CF = G^2/N = (1027)^2/45 = 23{,}438.42$

$\Sigma\Sigma X_{ij}^2 = (24^2 + 11^2 + + 29^2 + 17^2) = 26{,}628$

$\Sigma T_j^2/n_j = (183^2 + 301^2 + + 184^2)/9 = 25{,}092.33$

$SST = \Sigma\Sigma X_{ij}^2 - CF$

$= 26{,}628 \quad 23{,}438.42$

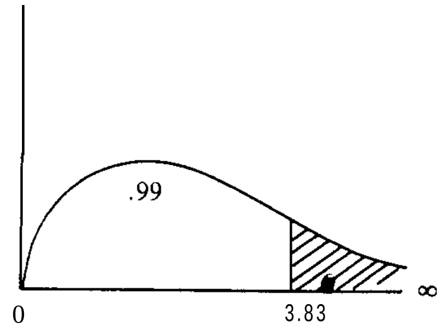
$= 3{,}189.58$

$SSA = \Sigma T_j^2/n_j - CF$

1653.91

$SSE = SST - SSA$

$= 1535.67$



SOV	df	SS	MS	F-ratio
A = ระหว่างกลุ่ม	4	1,653.91	413.48	10.77
E = ภายในกลุ่ม	40	1,535.67	38.39	
รวม	44	3,189.58		

6) F = 10.77 > 3.83 ตกอยู่ในเขตวิกฤต จึงปฏิเสธ Ho และยอมรับ Ha สรุปว่า ผลผลิตต่อชั่วโมงของพนักงาน 5 คน แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ

10.46 **"สำนักงานวิจัยตลาดต้องการทราบว่า เมื่อเขียนจดหมายเชิญชวนให้เป็นสมาชิกวารสารรายสัปดาห์ฉบับหนึ่งด้วยวิธีต่าง ๆ 3 วิธีคือ**

1. **ใช้ตัวพิมพ์ทั้งฉบับ**
2. **ใช้ตัวพิมพ์แต่มีลายเซ็นผู้ส่งจดหมาย**
3. **ใช้ตัวเขียนทั้งฉบับ**

เขาเลือกท้องที่ที่มีประชากรขนาดใกล้เคียงกันได้ 12 ท้องที่ จึงทำการส่งจดหมายเชิญชวนไปท้องที่ละ 10,000 ฉบับ โดยใช้วิธีต่าง ๆ ดังกล่าว 3 วิธี ๆ ละ 4 ท้องที่ มีจดหมายตอบรับเป็นสมาชิก ดังนี้

วิธีการ (j)

1	2	3	
606	660	671	
655	643	724	
550	595	639	
613	670	762	
2,424	2,568	2,796	7,788

$\bar{X}_1 = 606$

$\bar{X}_2 = 642$

$\bar{X}_3 = 699$

ก) ความหมายของ Ho : $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3$ คือ ไม่มีวิธีใดจาก 3 วิธีที่เหมาะสมใช่หรือไม่? จงอธิบาย

ไม่ใช่, ความหมายของ Ho คือ จำนวนเฉลี่ยจดหมายตอบรับเป็นสมาชิกของวิธีการเขียนจดหมายเชิญชวนไม่ต่างกัน

ข) จงทดสอบเปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธีทั้ง 3 โดยใช้ $\alpha = .05$

n = 4, k = 3, N = 12, G = 7,788

CF = $(7788)^2/12$ = 5,054,412

$\Sigma\Sigma X_{ij}^2$ = 5,089,886

$\Sigma T_j^2/n_j$ = 5,072,004

SST = 5,089,886 − 5,054,412 = 35,474

SSA = 5,072,004 − 5,054,412 = 17,592

SSE = 35,474 − 17,592 = 17,882

SOV	df	SS	MS	F-ratio
A	2	17,592	8796.00	4.43
E	9	17,882	1986.89	
รวม	11	35,474		

1) Ho : $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu$

2) Ha : μ_j ไม่เท่ากันทั้งหมด ; j = 1, 2, 3

3) $\alpha = .05$

4) **จะปฏิเสธ** Ho **เมื่อ** $F > f_{2,9,.05} = 4.26$

5) $F = MSA/MSE = 4.43$

6) $F = 4.43 > 4.26$ จึงปฏิเสธ Ho และยอมรับ Ha สรุปว่า การตอบรับเป็นสมาชิกของวิธีการเขียนจดหมายเชิญชวน 3 อย่างนั้น มีความแตกต่างกัน

ค) จากการทดสอบแบบ F จะสรุปว่า จดหมายแบบ 1 และ 2 มีผลต่างกันได้ไหม? จงอธิบาย

1) Ho : $\mu_1 = \mu_2$ 2) Ha : $\mu_1 \neq \mu_2$

3) $\alpha = .05$ 4) จะปฏิเสธ Ho เมื่อ $|\bar{X}_1 - \bar{X}_2| > lsd(.05)$

5) $$lsd\ (.05) = t_{.025,9}\sqrt{MSE\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}$$

$$= 2.262\sqrt{1986.89\left(\frac{2}{4}\right)}$$

$$= 2.262\sqrt{993.445}$$

$$= 2.262\ (31.52)$$

$$= 71.3$$

6) $\bar{X}_1 = 606$, $\bar{X}_2 = 642$

$|\bar{X}_1 - \bar{X}_2| = |606 - 642| = 36$

$36 < 71.3$ จึงยังไม่ปฏิเสธ Ho และสรุปว่าวิธีการเขียนจดหมาย แบบที่ 1 และแบบที่ 2 มีประสิทธิภาพไม่ต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ

10.47 จากข้อ 10.46 ถ้าข้อมูลมีดังนี้

วิธีการ (j)

1	2	3	
603	666	729	$k = 3$
634	625	687	$n_j = 4$
594	622	711	$G = 7864$
639	661	693	
2470	2574	2820	7 864

$N = 12$

ให้ใช้คำถามเหมือนข้อ 10.46

(1) $CF = (7864)^2/12 = 5{,}153{,}541.30$

(2) $\Sigma\Sigma X_{ij}^2 = 603^2 + \cdots + 693^2 = 5{,}173{,}888$

(3) $\Sigma T_j^2/n_j = (2470^2 + 2574^2 + 2820^2)/3 = 5{,}169{,}694$

SST = (2) − (1) = 20,346.70

SSA = (3) − (1) = 16.152.70

SSE = (2) − (3) หรือ SST − SSA

= 4.194

$\bar{X}_1 = 617.50,\ \bar{X}_2 = 643.5,\ \bar{X}_3 = 705$

	df	ss		F-ratio
A = ระหว่างกลุ่ม	2	16,152.70	8076.35	17.33
E = ภายในกลุ่ม	9	4,194.00	466	
	1 1	20,346.70		

ข) จงทดสอบเปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธีทั้ง 3 โดยใช้ a = .05

1) Ho : $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu$

2) Ha : μ_j ไม่เท่ากันทั้งหมด ; j = 1, 2, 3

3) a = .01

4) จะปฏิเสธ Ho เมื่อ $F > f_{2,9,.05} = 4.26$

5) $F = MSA/MSE = 17.33$

6) $F = 17.33 > 4.26$ จึงปฏิเสธ Ho และสรุปว่า ประสิทธิภาพของวิธีทั้ง 3 ไม่เท่ากันทั้งหมด

ค) จะสรุปว่า จดหมายแบบที่ 1 และ 2 ให้ผลต่างกันได้ไหม?

1) Ho : $\mu_1 = \mu_2$ 2) Ha : $\mu_1 \neq \mu_2$

3) $\alpha = .05$ 4) จะปฏิเสธ Ho เมื่อ $|\bar{X}_1 - \bar{X}_2| > lsd\ (.05)$

5) $$lsd\ (.05) = t_{.025,9}\sqrt{MSE\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\right)}$$

$$= 2.262\sqrt{466\left(\frac{2}{4}\right)}$$

$$= 2.262\ (15.27)$$

$$= 34.54$$

$\bar{X}_1 = 2470/4 = 617.5$, $\bar{X}_2 = 2574/4 = 643.5$

$|\bar{X}_1 - \bar{X}_2| = |617.5 - 643.5| = 26$

$26 < 34.54$ จึงยังไม่ปฏิเสธ Ho สรุปว่า วิธีการเขียนจดหมายแบบที่ I และ II ให้ผลไม่ต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ

10.48 จากข้อ 10.46

ก) จงสร้างช่วงเชื่อมั่น 95% ของ μ_3 และอธิบายความหมาย

95% ช่วงเชื่อมั่นของ μ_3 คือ

$$\bar{X}_3 \pm t_{\alpha/2,\nu}(S_{\bar{X}})\ ;$$

$$= \bar{X}_3 \pm t_{.025,9}\sqrt{\frac{MSE}{4}}$$

$$= 699 \pm (2.262)\sqrt{\frac{1986.89}{4}}$$

$$= 699 \pm (2.262)\sqrt{496.7}$$

$$= 699 \pm (2.262)\ (22.29)$$

$$= \mathbf{699 \pm 50.42}$$

$$= \mathbf{648.58;\ \ 749.42}$$

ν = df ของ MSE
$S_{\bar{X}} = \sqrt{\frac{MSE}{4}}$
$\bar{X}_3 = 2796/4$
$= 699$

ความหมายของช่วงเชื่อมั่นข้างบนคือ จะมีอยู่ 95 ครั้งใน 100 ครั้ง ที่ช่วงเชื่อมั่นนี้รวมค่า μ_3 ไว้ และมีอยู่ 5 ครั้งใน 100 ครั้ง ที่ μ_3 ไม่อยู่ในช่วงเชื่อมั่นนี้

ข) จงสร้างช่วงเชื่อมั่น 95% ของ $(\mu_3 - \mu_1)$ และอธิบาย

95% ช่วงเชื่อมั่นของ $(\mu_3 - \mu_1)$ คือ

$(\bar{X}_3 - \bar{X}_1) \pm t_{.025,\nu} S_{(\bar{X}_3 - \bar{X}_1)}$

$(699 - 606) \pm (2.262)(31.52)$

$= 93 \pm 71.3$

$= 21.7, 164.3$

$$\nu = 9$$

$$S_{(\bar{X}_3 - \bar{X}_1)} = \sqrt{MSE\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4}\right)} = \sqrt{1986.89\left(\frac{2}{4}\right)} = 31.52$$

นั่นคือ $21.7 < \mu_3 - \mu_1 < 164.3$

ความหมายคือ จะมีอยู่ 95 ครั้งใน 100 ครั้ง ที่รวมค่าผลต่างของ $\mu_3 - \mu_1$

จะเห็นว่าช่วงเชื่อมั่นไม่รวมค่า $(\mu_3 - \mu_1) = 0$ แสดงว่า $\mu_3 \neq \mu_1$

ค) เราจะมีความมั่นใจว่า จดหมายแบบที่ 3 ให้ผลดีกว่าแบบที่ 1 ไหม?

จากช่วงเชื่อมั่นของ $(\mu_3 - \mu_1)$ ในข้อ (ข) ไปรวม $\mu_3 - \mu_1 = 0$

แสดงว่า $\mu_3 \neq \mu_1$ หรือ $\mu_3 > \mu_1$ นั่นเอง

10.49 จงใช้ข้อมูลจากข้อ 10.47 และใช้คำถามข้อ 10.48

ก) จงสร้างช่วงเชื่อมั่น 95% ของ μ_3

ช่วงเชื่อมั่น 95% ของ μ_3 คือ

$\bar{X}_3 \pm t_{.025,9}\sqrt{\frac{MSE}{r}}$

$705 \pm (2.262)\left(\sqrt{\frac{466}{4}}\right)$

$705 \pm (2.262)(m)$

705 (2.262) (10.8)

705 ± 24.43

680.57 : 729.43

ข) จงสร้างช่วงเชื่อมั่นของ $(\mu_3 - \mu_1)$

ช่วงเชื่อมั่นของ $(\mu_3 - \mu_1)$ คือ

$$(\bar{X}_3 - \bar{X}_1) \pm t_{.025}\sqrt{\frac{2MSE}{r}}$$

$$= (705 - 617.50) \pm (2.262)\sqrt{466\left(\frac{2}{4}\right)}$$

$$= 87.5 \pm (2.262)(15.27)$$

$$= 87.5 \pm 34.54$$

$$= 52.96;\ 122.04$$

ค) จะมั่นใจว่าจดหมายแบบที่ 3 ให้ผลดีกว่าแบบที่ 1 ไหม

จากช่วงเชื่อมั่นใจข้อ (ข)

$52.96 < \mu_3 - \mu_1 < 122.04$

นั่นคือ $\mu_3 > \mu_1$ อย่างน้อยที่สุด 52.96 แสดงว่า $\mu_3 > \mu_1$ หรือจะดูจากค่า lsd (.05)

ในข้อ (10.47) ข้อ (ค)

lsd (.05) = 34.54 แต่ $|\bar{X}_3 - \bar{X}_1| = 87.5 > 34.54$ จึงสรุปว่า $\mu_3 \neq \mu_1$

10.50 โรงงานแห่งหนึ่งใช้เครื่องจักรผลิตสินค้า 3 เครื่อง และพนักงานควบคุมเครื่องจักร 3 คน เพื่อจะทดสอบอิทธิพลของเครื่องจักร อิทธิพลของคนงาน และอิทธิพลร่วมกันของเครื่องจักร และคนงาน จึงให้พนักงานทุกคนได้มีโอกาสควบคุมเครื่องๆ ละ 2 ชั่วโมง และเก็บข้อมูล คือ จำนวนผลผลิตต่อชั่วโมง ดังนี้

พนักงาน	เครื่องจักร 1	2	3	
1	$\left.\begin{matrix}22\\18\end{matrix}\right\}40$	$\left.\begin{matrix}16\\14\end{matrix}\right\}30$	$\left.\begin{matrix}13\\10\end{matrix}\right\}23$	$\left.\begin{matrix}51\\42\end{matrix}\right\}93$
2	$\left.\begin{matrix}18\\14\end{matrix}\right\}32$	$\left.\begin{matrix}21\\19\end{matrix}\right\}46$	$\left.\begin{matrix}16\\13\end{matrix}\right\}29$	$\left.\begin{matrix}61\\46\end{matrix}\right\}107$
3	$\left.\begin{matrix}17\\14\end{matrix}\right\}31$	$\left.\begin{matrix}17\\11\end{matrix}\right\}28$	$\left.\begin{matrix}14\\9\end{matrix}\right\}23$	$\left.\begin{matrix}48\\34\end{matrix}\right\}82$
	103	104	75	282

$K = 3$

$r = 3$

$n = 2$

$N = 18$

$G = 282$

จงทดสอบอิทธิพลต่าง ๆ ด้วย $\alpha = .05$ โดยสมมุติว่าผลผลิตมีการแจกแจงแบบปกติ

1) $CF = G^2/N = (282)^2/18 = 4,418$

2) $\Sigma\Sigma\Sigma X_{ijk}^2 = (22^2 + 18^2 + \ldots + 9^2) = 4736$

3) $\Sigma R_j^2/Kn = (93^2 + 107^2 + 82^2)/(3)(2) = 4,470.33$

4) $\Sigma C_k^2/rn = (103^2 + 104^2 + 75^2)/(3)(2) = 4,508.33$

5) $\Sigma(\text{cells}^2)/n = (40^2 + 32^2 + \ldots + 23^2)/2 = 4,642$

(6) SST $= (2) - (1) = 318$

(7) SSR $= (3) - (1) = 52.33$

(8) SSC $= (4) - (1) = 90.33$

(9) SSE $= (2) - (5) = 94$

(10) SSI $= (6) - (7) - (8) - 9$

$= 81.34$

SOV	df	ss	MS	F-ratio
R = พนักงาน	2	52.33	26.165	2.50
c = เครื่องจักร	2	90.33	45.165	4.32"
I = อิทธิพลร่วม	4	81.34	20.335	1.95
E = Error	9	94.00	10.444	
T = ผลรวม	17	318		

$f_{2,9,.05} = 4.26$

$f_{4,9,.05} = 3.63$

หมายเหตุ เนื่องจากอิทธิพลร่วมกันไม่มีนัยสำคัญ อาจนำ SS และ df มารวมกับ error แล้วใช้ pooled error เป็นตัวหารของการทดสอบอิทธิพลของแถว และคอลัมน์ก็ได้ pooled-error = (81.34 + 94.00)/(4 + 9) = 13.49 กรณีนี้ pooled error ใหญ่กว่า MSE จึงใช้ MSE เป็นตัวหารตามเดิม

1) Ho : ไม่มีอิทธิพลร่วมกันระหว่างพนักงานและเครื่องจักร

Ha : อิทธิพลของพนักงาน และเครื่องจักรไม่เป็นอิสระกัน

$$F = \frac{MSI}{MSE} = 1.95 < 3.63$$

จึงยอมรับ Ho และสรุปว่า อิทธิพลของพนักงานและเครื่องจักรเป็นอิสระกัน

2) Ho : ความสามารถของพนักงานทั้ง 3 ไม่ต่างกัน

Ha : ความสามารถของพนักงานทั้ง 3 ไม่เท่ากันทั้งหมด

$$F = MSR/MSE = 2.50 < 4.26$$

จึงยอมรับ Ho และสรุปว่า พนักงานทั้ง 3 มีความสามารถไม่ต่างกัน

3) Ho : การทำงานของเครื่องจักรทั้ง 3 ไม่ต่างกัน

Ha : การทำงานของเครื่องจักร 3 เครื่องนั้น มีความแตกต่างกัน

$$F = MSC/MSE = 4.32 > 4.26$$

จึงปฏิเสธ Ho และยอมรับ Ha จึงสรุปด้วยความเชื่อมั่น 95% ได้ว่า การทำงานของเครื่องจักร 3 เครื่องนั้นไม่เท่ากันทั้งหมด

10.51 การทดลองอีกอันหนึ่ง มี 2 แฟคเตอร์ แฟคเตอร์ด้านแถวมี 4 ระดับ และแฟคเตอร์ด้านคอลัมน์มี 3 ระดับ และมีข้อมูล 5 ตัว ในทุก ๆ เซลล์ ซึ่งคือส่วนผสมของแถว-j และคอลัมน์ k และคำนวณค่า SS ได้ดังนี้

SSR = 315 SSE = 960

ssc = 405 **จงทดสอบอิทธิพลต่าง ๆ ด้วย** $a = .05$

SSI = 900

r = 4, K = 3, n = 5, N = nrk = 60

sov	df	SS	MS	F-ratio
R = แถว	3	315	105	5.25*
c = คอลัมน์	2	405	202.5	10.125'
I = อิทธิพลร่วม	6	900	150	75**
E = Error	48	960	20	
T = ผลรวม	59			

$f_{3,48,.05} = 2.85$

$f_{2,48,.05} = 3.2$

$f_{6,48,.05} = 2.3$

1) Ho : ไม่มีอิทธิพลร่วมกันระหว่างแถวและคอลัมน์

Ha : แถวและคอลัมน์ไม่เป็นอิสระกัน

F = MSI/MSE = 75

75 > 2.3 จึงปฏิเสธ Ho และยอมรับ Ha สรุปว่า อิทธิพลของแถว และคอลัมน์ไม่เป็นอิสระกัน

2) Ho : อิทธิพลของแถวไม่ต่างกัน

Ha : อิทธิพลของแถวแตกต่างกัน

$F = MSR/MSE = 5.25 > 2.85$ $(f_{3,48,.05})$

จึงปฏิเสธ Ho และสรุปอิทธิพลของแถว 4 ระดับนั้นไม่เหมือนกันทั้งหมด

3) Ho : อิทธิพลของคอลัมน์ไม่ต่างกัน

Ha : อิทธิพลของคอลัมน์แตกต่างกัน

$F = MSC/MSE = 10.125 > 3.2$ $(f_{2,48,.05})$

ซึ่งปฏิเสธ Ho และสรุปว่า อิทธิพลของคอลัมน์ 3 ระดับนั้นไม่เหมือนกันทั้งหมด

10.52 **บริษัทประกันต้องการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบ 2 ทาง เพื่อศึกษาอิทธิพลของกลุ่มอายุ 3 กลุ่ม (คอลัมน์) และอิทธิพลของระดับการศึกษา 4 ระดับ (แถว) โดยแต่ละเซลล์ (jk) มีข้อมูล 5 ตัว**

ข้อมูลเบื้องต้น ดังนี้

1) $\sum_j \sum_k \sum_i X_{jki}^2 = 4{,}010,$ (2) $G^2/N = 620$

3) $\sum_j \sum_k (\sum_i^n X_{jki})^2/n = \Sigma\Sigma(\text{cells})^2/n = 3{,}050$

4) $\sum_j^r R_j^2/nK = 890,$ (5) $\sum_{k=1}^K C_k^2/nr = 980$

จงทดสอบอิทธิพลต่าง ๆ โดยใช้ $\alpha = .01$

$SST = (1) - (2) = 3{,}390$

$SSE = (1) - (3) = 960$

$SSR = (4) - (1) = 270$

$SSC = (5) - (1) = 360$

$SSI = SST - SSE - SSR - SSC$

$= 3390 - 960 \quad 270 - 360$

$= 1800$

SOV	df	SS	MS	F-ratio
R = การศึกษา	3	270	90	4.5**
C = อายุ	2	360	180	9.0**
I = อิทธิพลร่วม	6	1800	300	15.0**
E = Error	48	960	20	
รวม	59	3,390		

$r = 4, K = 3, n = 5, N = 60$

$f_{2,48,.01} = 5.10$

$f_{3,48,.01} = 4.23$

$f_{6,48,.01} = 3.22$

1) Ho : ไม่มีอิทธิพลร่วมกันระหว่างการศึกษาและอายุ

Ha : มีอิทธิพลร่วมกันระหว่างการศึกษาและอายุ

$F = MSI/MSE = 15.0 > 3.22$

จึงปฏิเสธ Ho และสรุปว่า อายุและการศึกษามีอิทธิพร่วมกัน คือไม่เป็นอิสระกัน

2) Ho : อิทธิพลของการศึกษาไม่ต่างกัน

Ha : อิทธิพลของการศึกษาแตกต่างกัน

$F = MSR/MSE = 4.5 > 4.23$

จึงปฏิเสธ Ho และสรุปว่า การศึกษา 4 ระดับนั้น มีอิทธิพลไม่เหมือนกันทั้งหมด

3) Ho : อิทธิพลของกลุ่มอายุไม่ต่างกัน

Ha : อิทธิพลของกลุ่มอายุแตกต่างกัน

$$F = MSC/MSE$$
$$= 180/20 = 9.0 > 5.10$$

จึงปฏิเสธ Ho และสรุปว่า อิทธิพลของกลุ่มอายุ 3 กลุ่มนั้น ไม่เหมือนกันทั้งหมด

10.53 ปลูกข้าว 3 พันธุ์ โดยใช้ปุ๋ย 3 ชนิด ในแปลงปลูกที่มีสภาพไม่ต่างกัน โดยใช้ส่วนผสมของปุ๋ยและพันธุ์ข้าวปลูก ชุดละ 2 แปลง ได้ผลผลิต ดังนี้

ปุ๋ย	พันธุ์ข้าว			
	1	2	3	
1	10 22 12	7 15 8	5 8 3	45
2	13 26 13	9 19 10	4 9 5	54
3	12 22 10	10 18 8	6 11 5	51
	70	52	28	150

จงทดสอบอิทธิพลของปุ๋ย, พันธุ์ข้าว และอิทธิพลร่วมกันโดยใช้ $\alpha = .05$

$r = 3$, $K = 3$, $n = 2$, $N = 18$, $G = 150$

(1) $CF = (150)^2/18 = 1250$

(2) $\Sigma\Sigma\Sigma X_{ijk}^2 = (10^2 + 12^2 + \ldots + 6^2 + 5^2) = 1420$

(3) $\sum_j \sum_k (\text{cells})^2/n = (22^2 + 26^2 + \ldots + 11^2)/2 = 1410$

(4) $\Sigma R_j^2/Kn = (45^2 + 54^2 + 51^2)/6 = 1257$

(5) $\Sigma C_k^2/rn = (70^2 + 52^2 + 28^2)/6 = 1398$

SST = (2) − (1) = 170

SSE = (2) − (3) = 10

SSR = (4) − (1) = 7

ssc = (5) − (1) = 148

SSI = SST − (SSE + SSR + SSC)

= 170 − (10 + 7 + 148)

= 5

SOV	df	SS	MS	F-ratio
R = ปุ๋ย	2	7	3.50	3.15
C = พันธุ์ข้าว	2	148	74.00	66.67’
I = อิทธิพลร่วม	4	5	1.25	1.13
E = Error	9	10	1.11	
	17	170		

$f_{2,9,.05} = 4.26$, $f_{4,9,.05} = 3.63$

1) Ho : ปุ๋ยและพันธุ์ข้าวไม่มีอิทธิพลร่วมกัน

Ha : ปุ๋ยและพันธุ์ข้าวมีอิทธิพลร่วมกัน

$F = MSI/MSE = 1.13 < 3.63$

จึงยอมรับ Ho และสรุปว่า ปุ๋ยและอิทธิพลไม่มีอิทธิพลร่วมกัน (อิสระกัน)

2) Ho : ปุ๋ย 3 ระดับ มีอิทธิพลไม่ต่างกัน

Ha : มีความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของปุ๋ย 3 ระดับ

$F = MSR/MSE = 3.15 < 4.26$

จึงยอมรับ Ho และสรุปว่า อิทธิพลของปุ๋ย 3 ระดับนั้นไม่ต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ

3) Ho : พันธุ์ข้าว 3 พันธุ์นั้นให้ผลผลิตไม่ต่างกัน

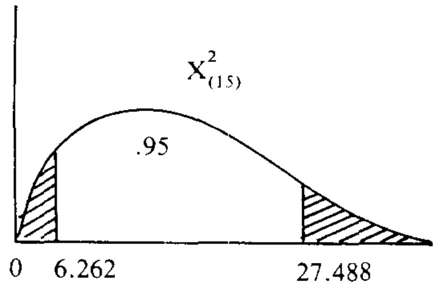
Ha : มีความแตกต่างในผลผลิตของพันธุ์ข้าว 3 พันธุ์นั้น

$F = MSC/MSE = 66.67 > 4.26$

จึงปฏิเสธ Ho ยอมรับ Ha และสรุปว่า พันธุ์ข้าว 3 พันธุ์นั้นให้ผลผลิตไม่เท่ากันทั้งหมด

10.54 กำหนดให้ $n = 16$, $\bar{X} = 32.5$, $S^2 = 16.9$ **จงหา 95% ช่วงเชื่อมั่นของความแปรปรวนของประชากร**

ช่วงเชื่อมั่น 95% ของ σ^2 คือ



$$\frac{(n-1)S^2}{X^2_{(n-1),\alpha/2}} < \sigma^2 < \frac{(n-1)S^2}{X^2_{(n-1),1-\alpha/2}}$$

$$\frac{(15)\ (16.9)}{X^2_{15,\ .025}} < \sigma^2 < \frac{(15)\ (16.9)}{X^2_{15,\ .975}}$$

$$\frac{253.5}{27.488} < \sigma^2 < \frac{253.5}{6.262}$$

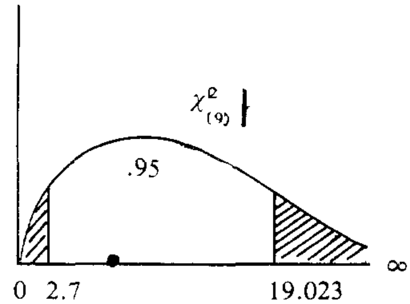
$$9.22 < \sigma^2 < 40.48$$

10.55 กำหนดให้ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของประชากรหนึ่ง = 310 ถ้าจากข้อมูลที่สุ่มมา 10 จำนวน ได้ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน = 220 และจะสรุปว่า ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของประชากรต่างไปจาก 310 ด้วย α = .05 ได้ไหม?

1) Ho : $\sigma^2 = (310)^2$

2) Ha : $\sigma^2 \neq (310)^2$

3) $\alpha = 0.05$



4) จะปฏิเสธ Ho เมื่อ $X^2 > \chi^2_{(n-1),\alpha/2}$ หรือ $X^2 < \chi^2_{(n-1),1-\alpha/2}$

$= X^2 > 19.023$ หรือ $X^2 < 2.7$

5) $X^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} = \frac{9(220)^2}{(310)^2} = 4.53$

6) $X^2 = 4.53$ ไม่อยู่ในขตวิกฤต จึงยอมรับ Ho และสรุปว่า $\sigma^2 = 310^2$ หรือ σ ไม่ต่างจาก 310 นั่นเอง

10.56 จากข้อมูลในอดีตพบว่าความแปรปรวนของประชากรหนึ่ง = 48 ถ้าสุ่มข้อมูลจากประชากรนั้นมา 15 จำนวน ได้ความแปรปรวน = 55 เราควรจะสรุปว่าความแปรปรวนของประชากรเพิ่มสูงกว่าเดิมด้วย α = .10 ได้ไหม?

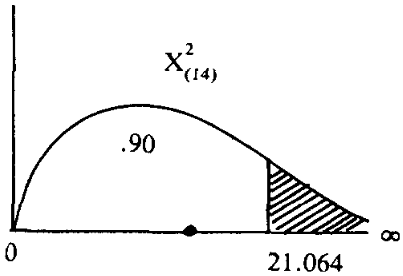
$n = 15,\ \sigma_0^2 = 48,\ S^2 = 55,\ \alpha = .10$

1) Ho : $\sigma^2 = 48$

2) Ha : $\sigma^2 > 48$

3) $\alpha = .10$

4) จะปฏิเสธ H o เมื่อ $X^2 > \chi^2_{14.10} = 21.064$



5) $X^2 = (n - 1)S^2/\sigma_0^2$

$= (14)(55)/48 = 16.04$

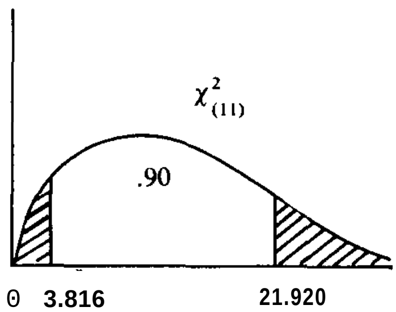
6) $X^2 = 16.04$ ไม่อยู่ในเขตวิกฤต จึงยอมรับ Ho และสรุปว่า ความแปรปรวนของประชากรยังเท่าเดิม

10.57 กำหนดให้ $n = 12$, $S^2 = 224$ จงสร้างช่วงเชื่อมั่น 90% ของความแปรปรวนของประชากร

ช่วงเชื่อมั่น 90% ของ σ^2 คือ

$$\frac{(11)\ (224)}{21.920} < \sigma^2 < \frac{(11)\ (224)}{3.816}$$

$= 112.41 < \sigma^2 < 645.70$



10.58 ผู้จัดการฝ่ายผลิตเชื่อว่า พนักงานที่มีทักษะ จะผลิตสินค้าได้มากกว่าพนักงานที่รับเข้าใหม่ แต่เชื่อว่า ความผันแปรของสินค้าที่ผลิตได้ของพนักงาน 2 กลุ่มนี้ ไม่น่าแตกต่างกัน จากผลการศึกษาในอดีต พบว่า พนักงานเข้าใหม่ ผลิตสินค้าได้ถัวเฉลี่ยชั่วโมงละ 20 หน่วย และมีความแปรปรวน 56 หน่วย ถ้าพนักงานที่เข้าทำงานมา 5 ปีแล้ว (มีทักษะ) จำนวน 20 คน มีผลผลิตเฉลี่ยชั่วโมงละ 30 หน่วย และความแปรปรวน 28 หน่วย จะสรุปว่า พนักงาน 2 กลุ่มนั้น มีความผันแปรในจำนวนผลิตต่างกันที่ $\alpha = .05$ ไหม?

$\mu_0 = 20$, $\sigma_0^2 = 56$, $n = 20$

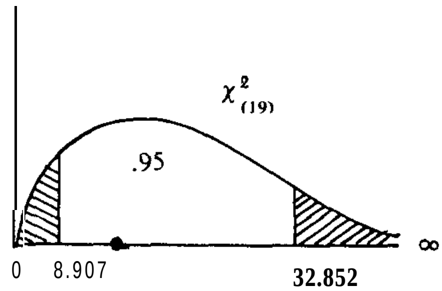
$\overline{X} = 30$, $S^2 = 28$, $a = .05$

1) **Ho** : $\sigma^2 = 56$

2) **Ha** : $\sigma^2 \neq 56$

3) **a** = .05

4) **จะปฏิเสธ Ho เมื่อ $X^2 > 32.852$**
หรือ เมื่อ $X^2 < 8.907$



5) ตัวสถิติที่ใช้ทดสอบคือ

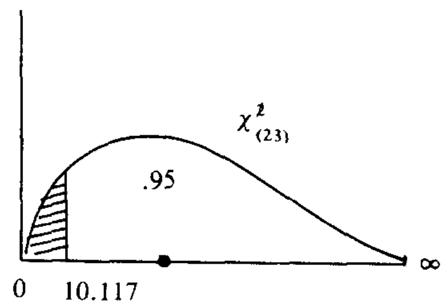
$$X^2 = \frac{(n \quad 1)S^2}{\sigma_0^2} = \frac{(19) \ (28)}{56} = 9.5$$

6) $X^2 = 9.5$ ไม่อยู่ในเขตวิกฤต จึงสรุปว่า พนักงาน 2 กลุ่มนั้น มีความผันแปรในจำนวนผลผลิตไม่ต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ

10.59 แบบสอบถามชนิดหนึ่งมีความแปรปรวนของประชากร = 45 คะแนน ถ้าลองใช้แบบสอบถามนั้นกับพนักงานบริษัทหนึ่ง จำนวน 24 คน มีความแปรปรวน 25 คะแนนถ้าใช้ α = 5% จะแสดงว่าแบบสอบถามพนักงานของบริษัทนี้ มีความแปรปรวนต่ำกว่าค่าของประชากรได้ไหม?

$\sigma_0^2 = 45$, $n = 24$, $S^2 = 25$, $\alpha = .05$

$\chi^2_{.95,23} = 10.117$



1) Ho : $\sigma^2 = 45$

2) Ha : $\sigma^2 < 45$

3) $\alpha = .05$

4) จะปฏิเสธ Ho เมื่อ $X^2 < \chi^2_{.95,23} = 10.117$

5) ตัวสถิติที่ใช้ทดสอบคือ

$$X^2 = \frac{(n \quad 1)S^2}{\sigma_0^2} = \frac{(23) \ (25)}{45} = 12.78$$

6) $X^2 = 12.78$ ไม่อยู่ในเขตวิกฤต จึงยอมรับ Ho และสรุปว่า ความแปรปรวนของคะแนนของพนักงานนี้ไม่ต่ำกว่าค่าของประชากร

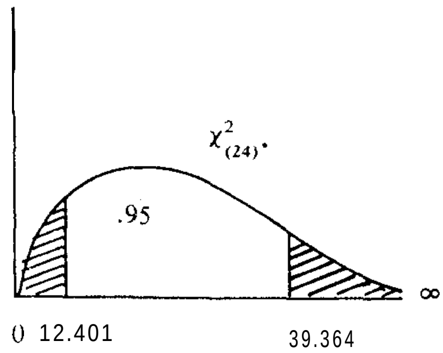
10.60 ในการตรวจสอบไอเสียของรถ 25 คัน มีความแปรปรวน = 54 จงหาช่วงเชื่อมั่น 95% ของความแปรปรวนที่แท้จริง

ช่วงเชื่อมั่น 95% ของ σ^2 คือ

$$\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{.975,24}} < \sigma^2 < \frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{.025,24}}$$

$$\frac{(24)(54)}{39.364} < \sigma^2 < \frac{(24)(54)}{12.401}$$

$$32.92 < \sigma^2 < 104.51$$



10.61 ธนาคารแห่งหนึ่งต้องการลดค่าใช้จ่ายสำหรับการฝากเงินแบบออมทรัพย์ ซึ่งพบว่าความแปรปรวนระหว่างการฝาก-ถอนเงินแต่ละครั้ง คือ 84 วัน ธนาคารต้องการลดความแปรปรวน เนื่องจากการฝากเงินในระยะสั้น จึงใช้นโยบายคิดค่าบริการจากรายการที่ถอนเกิน 1 ครั้งต่อเดือน และเมื่อสุ่มบัญชีเงินฝากออมทรัพย์มา 15 บัญชี พบว่ามีความแปรปรวน 28 วัน ธนาคารจะสรุปว่า นโยบายใหม่ทำให้ความแปรปรวนลดลงด้วย α = .05 ได้ไหม?

$\sigma_0^2 = 84$, $S^2 = 28$, $n = 15$, $\alpha = .05$

1) Ho : $\sigma^2 = 84$ (นโยบายใหม่ไม่ช่วยลดความแปรปรวน)

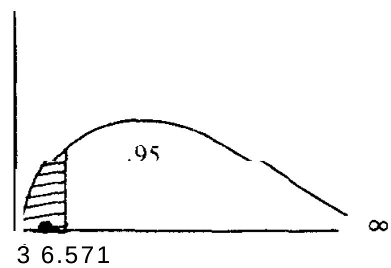
2) Ha : $\sigma^2 < 84$ (นโยบายใหม่ช่วยลดความแปรปรวน)

3) $\alpha = 0.05$

4) จะปฏิเสธ Ho เมื่อ $X^2 < \chi^2_{.95,14} = 6.571$

5) ตัวสถิติที่ใช้ทดสอบคือ

$$X^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} = \frac{(14)(28)}{84} = 4.67$$

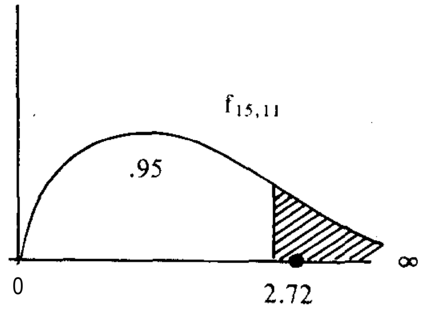


6) $X^2 = 4.67$ อยู่ในเขตวิกฤต จึงปฏิเสธ Ho, ยอมรับ Ha และสรุปว่า นโยบายใหม่ช่วยลดความแปรปรวนของการถอนเงิน

10.62 ถ้า $n_1 = 16, S_1 = 8.2$ และ $n_2 = 12, S_2 = 4.8$ ถ้าใช้ $\alpha = 5\%$ จะสรุปว่า ประชากรที่ 2 มีความแปรปรวนน้อยกว่าประชากรที่ 1 ได้ไหม?

1) $Ho : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$
2) $Ha : \sigma_1^2 > \sigma_2^2$
3) $\alpha = .05$
4) จะปฏิเสธ Ho เมื่อ $F > f_{15,11;.05} = 2.72$
5) ตัวสถิติที่ใช้ทดสอบคือ

$$F = \frac{S_1^2}{S_2^2} = \frac{(8.2)^2}{(4.8)^2} = \mathbf{2.92}$$



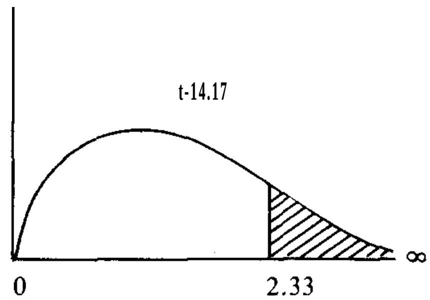
6) F = 2.92 อยู่ในเขตวิกฤต จึงปฏิเสธ Ho และยอมรับ Ha สรุปว่า ความแปรปรวนของประชากรที่ 2 ต่ำกว่า ความแปรปรวนของประชากรที่ 1

10.63 ถ้าความแปรปรวนของต้นทุนในการล้างอัดฟิล์ม A = 146 บาท จากตัวอย่าง 15 ม้วน และความแปรปรวนของการล้าง-อัดฟิล์ม B จำนวน 18 ม้วน = 124 จะสรุปด้วย $\alpha = .05$ ว่า ความแปรปรวนของฟิล์ม A สูงกว่า ฟิล์ม B ไหม?

$n_1 = 15$, $S_1^2 = 146$ และ $n_2 = 18$, $S_2^2 = 124$

1) $Ho : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$
2) $Ha : \sigma_1^2 > \sigma_2^2$
3) $\alpha = .05$
4) จะปฏิเสธ Ho เมื่อ $F > f_{14,17;.05} = 2.33$
5) ตัวสถิติที่ใช้ทดสอบคือ

$$F = \frac{S_1^2}{S_2^2} = \frac{146}{124} = \mathbf{1.18}$$



6) F = 1.18 ไม่อยู่ในเขตวิกฤต จึงยอมรับ Ho และสรุปว่า ความแปรปรวนของการล้าง-อัดของฟิล์ม A ไม่สูงกว่าของฟิล์ม B อย่างมีนัยสำคัญ

10.64 $n_1 = 12, S_1^2 = 1.96$ **และ** $n_2 = 10, S_2^2 = 3.64$

ก) จงคำนวณค่า F เพื่อทดสอบความแตกต่างของความแปรปรวน

ข) จงแสดงเขตวิกฤต เมื่อใช้ $\alpha = .10$

ค) สรุปผลการทดสอบว่าอย่างไร?

ง) จงหาช่วงเชื่อมั่น 90% ของ σ_1^2/σ_2^2

จ) ผลสรุปจากการทดสอบในข้อ (ค) สอดคล้องกับช่วงเชื่อมั่นที่หาได้ในข้อ (ง) หรือไม่ จงอธิบาย

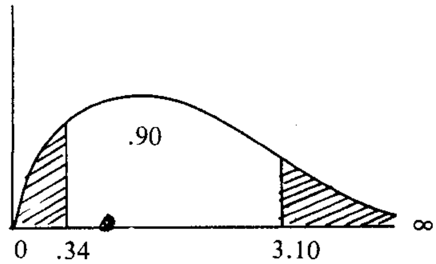
ก) ตัวสถิติที่ใช้ทดสอบความแตกต่างของความแปรปรวน

$$F = \frac{S_1^2}{S_2^2} = \frac{1.96}{3.64} = 0.54$$

ข) เขตวิกฤตเมื่อใช้ $\alpha = .10$ จะต้องดูสมมติฐานด้วย

$Ho : \sigma_1^2 \sigma_2^2$

$Ha : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$



แสดงว่า เป็นการทดสอบแบบ 2 ด้าน

จึงจะปฏิเสธ Ho เมื่อ $F > f_{\alpha/2;\gamma_1,\gamma_2} = f_{.05;11,9} = 3.10$

$\boxed{\gamma_1 = 11 \quad \gamma_2 = 9}$

หรือเมื่อ $F < f_{1-\alpha/2,\gamma_1,\gamma_2} = f_{.95,11,9}$ (ไม่มีค่าจากตาราง)

$$F < \frac{1}{f_{\alpha/2,\gamma_2,\gamma_1}} \quad \frac{1}{f_{.05;9,11}} = \frac{1}{2.90} = 0.34$$

ค) $F = 0.54$ ไม่อยู่ในเขตวิกฤต จึงยอมรับ Ho และสรุปว่าความแปรปรวนของประชากรทั้ง 2 ไม่ต่างกัน

ง) 90% ช่วงเชื่อมั่นของ σ_1^2/σ_2^2 คือ

$$\frac{S_1^2/S_2^2}{f_{.05,\gamma_1,\gamma_2}} < \sigma_1^2/\sigma_2^2 < \frac{S_1^2/S_2^2}{f_{.95,\gamma_1,\gamma_2}}$$

$$\frac{0.54}{3.10} < \sigma_1^2/\sigma_2^2 < \frac{0.54}{\frac{1}{2.90}}$$

แต่ $f_{.95,\gamma_1\gamma_2} = \dfrac{1}{f_{.05,\gamma_2,\gamma_1}}$

$= \dfrac{1}{f_{.05,9,11}} = \dfrac{1}{2.90}$

$0.17 < \sigma_1^2/\sigma_2^2 < 1.57$

จ) จากช่วงเชื่อมั่นในข้อ (ง) รวมค่า $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ (นั่นคือ $\sigma_1^2/\sigma_2^2 = 1.0$) ดังนั้น จึงสอดคล้องกับผลการทดสอบสมมติฐานในข้อ (ค) เพราะจะยอมรับว่า $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ เช่นกัน

10.65 ในการเปรียบค่าเฉลี่ยจาก 2 ประชากร ที่เป็นอิสระกัน และไม่ทราบค่า σ_1^2, σ_2^2 เรามักใช้การทดสอบแบบ t จึงจะต้องมีข้อสมมติว่า $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ ถ้านักทดลองผู้หนึ่งต้องการทดสอบอิทธิพลตอบสนองต่อตัวยาชนิดหนึ่ง เขาจึงแบ่งกลุ่มทดลองเป็น 2 กลุ่ม คือกลุ่มควบคุม (control) กับกลุ่มที่ใช้ยา (treated) เขาได้ข้อมูลดังนี้

กลุ่มควบคุม	**กลุ่มใช้ยา**
$n_1 = 32$	$n_1 = 35$
$S_1^2 = 18.6$	$S_2^2 = 27.8$

เขาอยากทราบว่า ถ้าจะมีความแตกต่างระหว่าง 2 กลุ่มนี้ ก็จะเป็นความแตกต่างเฉพาะค่าเฉลี่ยเท่านั้น แต่ประชากรทั้งสองมีความแปรปรวนไม่ต่างกัน ดังนั้นเขาจะใช้การทดสอบแบบ t ได้ไหม ถ้าใช้ $\alpha = .10$

ถ้าจะใช้ t-test ต้องมีข้อสมมุติว่า $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$ เราควรตรวจสอบข้อสมมุติข้อนี้ก่อนด้วย F-test ดังนี้

1) Ho : $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ 2) Ha : $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

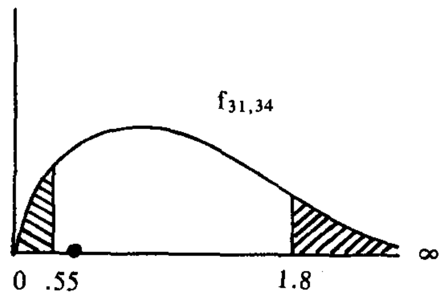
3) $a = .10$, $\nu_1 = (n_1 - 1) = 31$, $\nu_2 = (n_2 - 1) = 34$

4) จะปฏิเสธ Ho เมื่อ $F > f_{31,34;.05} = 1.80$

หรือ $F < f_{31,34;.95} = \frac{1}{f_{34,31;.05}} = \frac{1}{1.82} = .55$

5) $F = S_1^2/S_2^2 = 18.6/27.8$

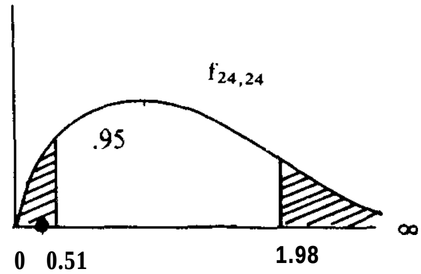
$= .67$



6) ค่า $F = .67$ ไม่อยู่ในเขตวิกฤต
ซึ่งยอมรับ Ho และสรุปว่าความแปรปรวนของ
2 ประชากรไม่ต่างกัน ดังนั้นเขาจึงใช้
t-test ทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยได้

หมายเหตุ สำหรับกรณีนี้ไม่จำเป็นต้องตรวจสอบข้อสมมุติว่า $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$ เท่าใด เพราะ $n_1 \geqslant 30$ และ $n_2 \geqslant 30$ จะใช้ S_1^2 และ S_2^2 เป็นค่าประมาณของ σ_1^2, σ_2^2 ได้ดีพอควร และใช้ Z-test ได้

10.66 ผู้จัดการฝ่ายควบคุมคุณภาพสินค้าสงสัยว่า เครื่องแก้วที่โรงงานผลิต 2 ชนิด มีความผันแปรของความทนทาน (breaking points) **ต่างกัน เมื่อใช้วัดด้วยเครื่องวัดความคงทน โดยใช้แก้วคุณภาพดี และคุณภาพรองชนิดละ 25 ชิ้น พบว่า มีความแปรปรวน เป็น 5.2 และ 12.4 ตามลำดับ ถ้าใช้** $\alpha = .10$ **จะสรุปว่า แก้ว 2 ชนิด มีความแปรปรวนแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญไหม?**



$n_1 = 25,\ S_1^2 = 5.2$ และ $n_2 = 25,\ S_2^2\ 12.4$

1) Ho : $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$

2) Ha : $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

3) $\alpha = .10$

4) จะปฏิเสธ Ho เมื่อ $F > f_{24,24;.05} = 1.98$

หรือ $F < 1/f_{24,24,.05} = 1/1.98 = 0.51$

5) ตัวสถิติที่ใช้ทดสอบคือ

$$F = S_1^2/S_2^2$$

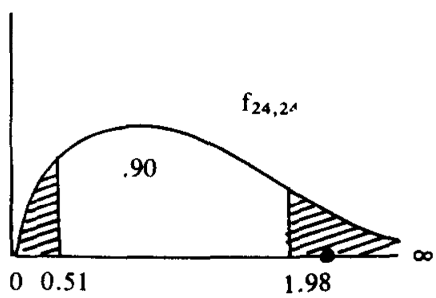
$$= 5.2/12.4 = .42$$

6) F = .42 ตกอยู่ในเขตวิกฤต จึงปฏิเสธ Ho และสรุปว่า ความแปรปรวนของความคงทนของแก้วคุณภาพดี และคุณภาพรอง มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ

หมายเหตุ สำหรับข้อนี้ ทั้ง 2 กลุ่มใช้ขนาดตัวอย่างเท่ากัน คือ $n_1 = n_2 = 25$

ดังนั้น ถ้าตั้งสมมุติฐานใหม่ว่า Ho : $\sigma_2^2 = \sigma_1^2$, Ha : $\sigma_2^2 \neq \sigma_1^2$, $\alpha = .10$

เขตวิกฤต จะอยู่ภายใต้โค้งเดิม คือ $f_{24,24}$



แต่ตัวสถิติที่ใช้ทดสอบคือ

$$F = S_2^2/S_1^2 = 12.4/5.2 = 2.38$$

ค่าสถิติ F จะตกอยู่ในเขตวิกฤตด้านมาก คือปลายหางด้านขวามือ

และข้อสรุปคือ ปฏิเสธ Ho ได้เหมือนวิธีแรก

10.67 ผู้จัดการฝ่ายขาย 2 คน มีความเห็นไม่ตรงกันในข้อที่ว่า แม่บ้านในตัวเมืองมีความผันแปรของการจับจ่ายอาหารสูงกว่าแม่บ้านนอกตัวเมืองหรือไม่ เขาสุ่มแม่บ้านทั้ง 2 ประเภทมาประเภทละ 65 คน พบว่า ความแปรปรวนของจำนวนวันที่ใช้จับจ่ายอาหารของแม่บ้านในกรุง = 9.6 และของแม่บ้านนอกกรุง = 4.2 จงสรุปผลด้วย α = .05

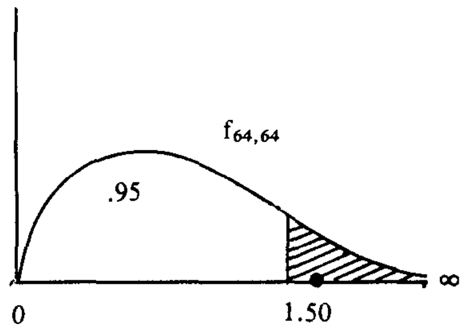
1) Ho : $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$, 2) Ha : $\sigma_1^2 > \sigma_2^2$

3) α = .05 $\boxed{\gamma_1 = 65 - 1 = 64,\ \gamma_2 = 65 - 1 = 64}$

4) จะปฏิเสธ Ho เมื่อ F > $f_{64,64,.05}$ = 1.50

5) ตัวสถิติที่ใช้ทดสอบคือ

$$F = S_1^2/S_2^2$$
$$= 9.6/4.2 = 2.29$$



6) F = 2.29 อยู่ในเขตวิกฤต จึงปฏิเสธ Ho, ยอมรับ Ha และสรุปว่า ความแปรปรวนของจำนวนวันจับจ่ายอาหารของแม่บ้านในเมืองสูงกว่าแม่บ้านชนบท

10.68 ผู้ผลิตโทรทัศน์ต้องการทราบความผันแปรของราคาขายปลีกโทรทัศน์ขาว-ดำ ขนาด 19 นิ้ว จากการสุ่มตัวอย่างร้านค้าต่าง ๆ มา 20 แห่ง พบว่า มีราคาขายเฉลี่ย 1,900 บาท และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน 160 บาท จงหา 90% ช่วงเชื่อมั่นของความแปรปรวนของประชากร

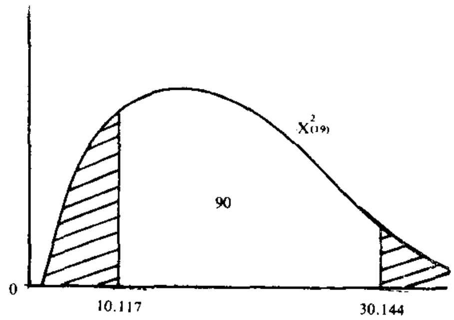
n = 20, $\bar{X}$ = **1900, s = 1.60, a =** .10

ช่วงเชื่อมั่น 90% ของ σ^2 คือ

$$\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{\gamma,.05}} < \sigma^2 < \frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{\gamma,95}} \qquad \gamma = (n-1) = 19$$

$$\frac{(19)\ (160)^2}{30.144} < \sigma^2 < \frac{(19)\ (160)^2}{10.117}$$

$16.135.88 < \sigma^2 < 48,077.49$



10.69 จงหาข้อสรุปที่เหมาะสมสำหรับข้อมูลในตารางคอนทินเจ็นซีนี้ โดยใช้ a = .05

ทัศนคติต่อกฎหมายทำแท้ง

อาชีพ	เห็นด้วย	ไม่ออกความเห็น	ไม่เห็นด้วย	
ผู้ใช้แรงงาน	18 (17.67)	12 (11.67)	36 (36.67)	66
ผู้บริหาร	11 (18.20)	15 (12.02)	42 (37.78)	68
นักวิชาชีพ	24 (17.13)	8 (11.31)	32 (35.55)	64
	53	35	110	198

1) Ho : ทัศนคติต่อการทำแท้งและอาชีพเป็นอิสระกัน

2) Ha : ทัศนคติต่อการทำแท้งและอาชีพไม่เป็นอิสระกัน

3) α = .05

4) จะปฏิเสธ Ho เมื่อ $X^2 > \chi^2_{(3-1)(3-1);.05} = \chi^2_{4;.05} = 9.488$

5) ตัวสถิติที่ใช้ทดสอบคือ $X^2 = \sum_i^3 \sum_j^3 (O_{ij} - E_{ij})^2/Eij$

$$= \frac{(18 - 17.67)^2}{17.67} + \frac{(12 - 11.67)^2}{11.67} + \dots + \frac{(32 - 35.55)^2}{35.55}$$

$= 8.16$

6) 8.16 < 9.488 จึงยอมรับ Ho และสรุปว่า ทัศนคติต่อการทำแท้ง และอาชีพเป็นอิสระกัน

หมายเหตุ ถ้าใช้ $\alpha = .10$, $\chi^2_{4,.10} = 7.779$ ค่าคำนวณ $X^2 = 8.16 > 7.779$ จึงปฏิเสธ Ho ได้ และสรุปว่า ทัศนคติต่อการทำแท้งและอาชีพไม่เป็นอิสระกัน

10.70 ธนาคารแห่งหนึ่งต้องการทราบว่า ระบบการใช้เครื่องอัตโนมัติโดยสมบูรณ์ โดยไม่ต้องสอบถามพนักงานเลย จะเป็นที่ยอมรับในกลุ่มผู้มีรายได้ต่าง ๆ อย่างไร ธนาคารได้ทดลองใช้ระบบอัตโนมัติแบบสมบูรณ์ในสาขาต่าง ๆ 3 แห่ง และได้แบ่งลูกค้าตามระดับรายได้เป็น 3 กลุ่ม ได้ผลการสำรวจในตารางข้างล่าง จงสรุปผลด้วย α = .05

จำนวนการตอบรับของผู้มีรายได้

ทัศนคติ	ต่ำ	ปานกลาง	สูง	รวม
ชอบ	30 (30.95)	45 (41.26)	23 (25.79)	98
ไม่ชอบ	30 (29.05)	35 (38.74)	27 (24.21)	92
	60	80	50	190

1) Ho : รายได้และทัศนคติต่อระบบอัตโนมัติเป็นอิสระกัน

2) Ha : รายได้และทัศนคติต่อระบบอัตโนมัติไม่เป็นอิสระกัน

3) α = .05

4) จะปฏิเสธ Ho เมื่อ $X^2 > \chi^2_{(1)(2)=2;.05} = 5.991$

5) $X^2 = \frac{(30 - 30.95)'}{30.95} + \frac{(45 \quad 41.26)'}{41.26} + \ldots + \frac{(27 - 24.21)^2}{24.21} = 1\ 38$

6) $X^2 = 1.38 < 5.991$ จึงยอมรับ Ho และสรุปว่า รายได้และทัศนคติเป็นอิสระกัน นั่นคือ ลูกค้าที่มีรายได้ระดับต่าง ๆ จะมีทัศนคติต่อระบบอัตโนมัติไม่แตกต่างกัน

10.71 เราจะใช้การแจกแจงความน่าจะเป็นแบบใดสำหรับการทดสอบต่อไปนี้

ก) เปรียบเทียบสัดส่วนของ 2 ประชากร

ข) เปรียบเทียบความแปรปรวนของ 1 ประชากร

ค) เปรียบเทียบค่าเฉลี่ยระหว่าง 3 ประชากรขึ้นไป

ง) เปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของ 2 ประชากร จากตัวอย่างที่ไม่เป็นอิสระกัน

ก) เมื่อต้องการเปรียบเทียบสัดส่วนของ 2 ประชากร มีกรณีดังนี้

1. ถ้า Ho : $\pi_1 - \pi_2 = d_0$ และ $d_0 \neq 0, n_1, n_2 \geqslant 30$

Ha : $\pi_1 - \pi_2 > d_0$ หรือ $\pi_1 - \pi_2 < d_0$ หรือ $\pi_1 - \pi_2 \neq d_0$

จะใช้ Z-test โดยตัวสถิติ

$$Z = \frac{(p_1 - p_2) - d_0}{\sqrt{\frac{p_1q_1}{n_1} + \frac{p_2q_2}{n_2}}}$$ และ Z จะมีการแจกแจงแบบปกติ

2) ถ้า $d_0 = 0$ ตัวสถิติที่ใช้คือ Z-test ดังนี้

$$Z = \frac{(p_1 - p_2)}{\sqrt{\hat{\pi}(1 - \hat{\pi})\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} \ ; \ \hat{\pi} = \frac{X_1 + X_2}{n_1 + n_2}$$

และจะใช้ χ^2-test ด้วยสูตร $X^2 = \Sigma\Sigma(O_{ij} - E_{ij})^2/E_{ij}$ ก็ได้ ถ้าใช้

Ha : $\pi_1 - \pi_2 \neq 0$

และ X^2 จะมีการแจกแจงแบบ $\chi^2_{(1),\alpha}$

ข) เมื่อต้องการเปรียบความแปรปรวนของ 1 ประชากร

ใช้ χ^2-test ด้วยตัวสถิติ $X^2 = (n - 1)S^2/\sigma_0^2$ และ X^2 จะมีการแจกแจงแบบ χ^2 ด้วย-df = (n − 1)

ค) เมื่อต้องการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยระหว่าง 3 ประชากร ต้องใช้ F-test ด้วยสูตร

F = MSA/MSE และ F จะมีการแจกแจงแบบ $f_{\gamma_1,\gamma_2,\alpha}$; $\gamma_1 = k - 1, \gamma_2 = N - k$

ง) เมื่อต้องการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของ 2 ประชากร จากตัวอย่างที่ไม่เป็นอิสระกัน

จะใช้ t-test **ด้วยสูตร** $T = \frac{\bar{d} - d_0}{S_d/\sqrt{n}}$ และ T จะมีการแจกแจงแบบ $t_{(n-1)}$

10.72 เราจะใช้การแจกแจงความน่าจะเป็นแบบใด สำหรับการทดสอบต่อไปนี้

ก) เปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของตัวอย่างขนาดเล็ก 2 กลุ่ม ซึ่งมาจากประชากร ซึ่งไม่ทราบค่าความแปรปรวน

ข) เปรียบเทียบความแปรปรวนของ 2 ประชากร

ค) ความแปรปรวนของประชากร 1 ประชากร โดยใช้ข้อมูลจากตัวอย่างขนาดใหญ่

ง) เปรียบเทียบสัดส่วนของ 3 ประชากรขึ้นไป

ก) เมื่อต้องการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของตัวอย่างขนาดเล็ก 2 กลุ่ม และไม่ทราบความแปรปรวนของประชากร จะต้องมีข้อสมมุติเพิ่มเติมว่า

1) ตัวอย่าง 2 กลุ่มนั้นเป็นอิสระกัน

2) $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$ 3) ข้อมูลมีการแจกแบบปกติ

ตัวสถิติที่ใช้ทดสอบคือ t-test ซึ่งจะมีการแจกแจงแบบ t ด้วย df $= n_1 + n_2 - 2$

เมื่อใช้ *t-test* จะมีสมมติฐานรองได้ 3 อย่างคือ Ha : $\mu_1 > \mu_2$, Ha $\mu_1 < \mu_2$ หรือ $\mu_1 \neq \mu_2$ ถ้าต้องการทดสอบ Ha : $\mu_1 \neq \mu_2$ จะใช้ F-test ก็ได้ ด้วยสูตร MSA/MSE และจะมีการแจกแจงแบบ f ด้วย $\gamma_1 = (k - 1) = 1$

และ $\gamma_2 = N - k = n_1 + n_2 - 2$

ข) เมื่อต้องการเปรียบเทียบความแปรปรวนของ 2 ประชากร (Ho : $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$)

จะใช้ตัวสถิติ $F = S_1^2/S_2^2$ และ F จะมีการแจกแจงแบบ f

$\gamma_1 = n_1 - 1$ และ $\gamma_2 = n_2 - 1$

ค) เมื่อต้องการเปรียบเทียบความแปรปรวนของ 1 ประชากร โดยใช้ตัวอย่างขนาดใหญ่

(Ho : $\sigma^2 = \sigma_0^2$) จะใช้ตัวสถิติ $X^2 = \dfrac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}$ และจะมีการแจกแจงแบบ

$\chi^2_\gamma, \gamma = n - 1$

ง) เมื่อต้องการเปรียบเทียบสัดส่วนของ 3 ประชากรขึ้นไป

Ho : $\pi_1 = \pi_2 = \ldots = \pi_k = \pi$

จะใช้ χ^2-test ด้วยสูตร $X^2 = \sum_{j=1}^{k} \sum_{i=1}^{2} (O_{ij} - E_{ij})^2/E_{ij}$

และ χ^2 จะมีการแจกแจงแบบ $\chi^2_{\gamma;\gamma=k-1}$

10.7ธ ผู้จัดการฝ่ายผลิตทดลองผลิตสินค้าด้วยวิธีการผลิต 3 วิธี เพื่อต้องการเปรียบเทียบต้นทุนการผลิต ได้ข้อมูลดังนี้

วิธีการผลิต	ต้นทุนการผลิตต่อหน่วย						T_j
วิธีที่ 1	6.5	7.2	6.8	6.9	6.4	7.3	41.1
วิธีที่ 2	4.9	5.3	4.8	4.6	5.9	5.0	30.5
วิธีที่ 3	6.1	5.9	5.8	6.1	6.0	5.7	35.6

จงใช้ระดับนัยสำคัญ 1% ตรวจสอบว่า ต้นทุนการผลิตต่อหน่วยของวิธีต่าง ๆ มีความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญหรือไม่?

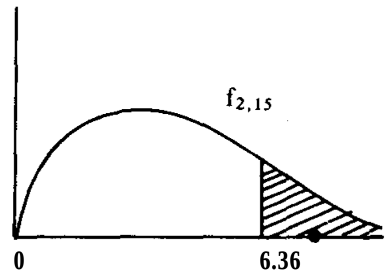
$k = 3, n = 6, N = 18, \gamma_1 = (k - 1) = 2, \gamma_2 = N - k = 15$

1) Ho : $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu$

2) Ha : μ_j ไม่เท่ากันทั้งหมด

3) $\alpha = .01$

4) จะปฏิเสธ Ho ถ้า $F > f_{2,15} = 6.36$



5) 1) $CF = (G)^2/N = 638.44$

2) $\Sigma T_j^2/n_j = (41.1^2 + 30.5^2 + 35.6^2)/6 = 647.8$

3) $\Sigma\Sigma X_{ij}^2 = 6.5^2 + 7.2^2 + \ldots + 5.7^2 = 649.66$

$SST = (\Sigma\Sigma X_{ij}^2 - CF) = 11.22$

$SSA = (\Sigma T_j^2/n_j - CF) = 9.36$

$SSE = SST - SSA = 1.86$

sov	df	SS	MS	F-ratio
A = ระหว่างกลุ่ม	2	9.36	4.68	31.14
E = error	15	1.86	0.124	
รวม	17	11.22		

6) F = 37.74 > 6.36 จึงอยู่ในเขตวิกฤต จึงปฏิเสธ Ho และยอมรับ Ha สรุปผลการทดสอบว่า วิธีการผลิต 3 วิธี ให้ต้นทุนการผลิตโดยเฉลี่ยต่อหน่วยไม่เท่ากันทั้งหมด

10.74 **บริษัทผลิตแผ่นป้ายโฆษณาต้องการทราบว่า มีความแตกต่างในขนาดของการจราจรซึ่งผ่านจุดที่ติดตั้งป้ายโฆษณา 3 จุดหรือไม่ เพราะบริษัทจะคิดค่าบริการตามขนาดของการจราจรที่ผ่านจุดโฆษณา บริษัทได้สำรวจขนาดของจราจรโดยเลือกเวลาต่าง ๆ แบบสุ่มและนับจำนวนรถที่ผ่านไป-มา ในช่วง 5 นาทีได้ข้อมูลดังนี้**

จุดโฆษณา	ขนาดของการจราจร									T_i
จุดที่ 1	30	45	26	44	18	38	42	29		272
จุดที่ 2	24	33	31	16	31	13	12	25	27	212
จุดที่ 3	35	47	43	46	27	31	21			250
										734

ขนาดของการจราจรที่ผ่านจุดต่าง ๆ เหมือนกันหรือไม่? $\alpha = .05$

1) Ho : $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu$

2) Ha : μ_j ไม่เท่ากันทั้งหมด ;j = 1, 2, 3

3) α : .05

4) จะปฏิเสธ Ho ถ้า F > $f_{2,21;.05} = 3.47$

$n_1 = 8,\ n_2 = 9,\ n_3 = 7,\ N = 24,\ k = 3,\ \gamma_1 = (k - 1) = 2,\ \gamma_2 = N - k = 21$

5) 1) CF = $(734)^2/24 = 22{,}448.17$

2) $\Sigma\Sigma X_{ij}^2 = 24950$

3) $\Sigma T_j^2/n_j = \frac{(272)^2}{8} + \frac{(212)^2}{9} + \frac{(250)^2}{7} = 23{,}170.35$

SST = (2) − (1) = 2,501.83

SSA = (3) − (1) = 722.18

SSE = SST − SSA = 1,779.65

sov	df	SS	MS	F
A = ระหว่างกลุ่ม	2	722.18	361.09	4.26
E = ภายในกลุ่ม	21	1,779.65	84.75	
	23	2,501.83		

6) F = 4.26 > 3.47 จึงปฏิเสธ Ho และยอมรับ Ha สรุปว่าจำนวนการจราจรที่ผ่านจุดต่าง ๆ 3 จุดนั้น ไม่เท่ากันทั้งหมด

10.75 บริษัทโฆษณาอีกแห่งหนึ่ง กำลังพิจารณาเลือกซื้อเวลาสำหรับโฆษณาทางโทรทัศน์ระหว่างรายการทางโทรทัศน์ 3 โปรแกรม จากการสุ่มมา 6 สัปดาห์ เพื่อดูว่า แต่ละโปรแกรมมีสัดส่วนของผู้ชมที่ตกอยู่ใน "ตลาดเป้าหมาย" กี่เปอร์เซนต์ ได้ข้อมูลดังนี้

โปรแกรม	เปอร์เซนต์						T_j
1	85	71	78	89	74	95	492
2	65	77	84	75	71	96	468
3	76	86	77	76	84	85	484
						G =	1,444

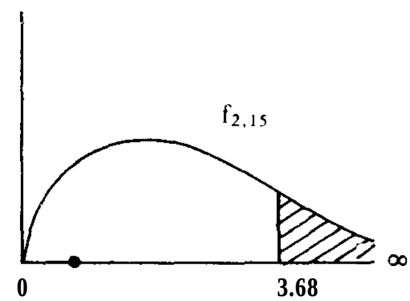
$n = 6$, $k = 3$, $N = 18$, $\gamma_1 = (k - 1) = 2$, $\gamma_2 = (N - k) = 15$

1) $Ho : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu$

2) $Ha : \mu_j$ ไม่เท่ากันทั้งหมด $j = 1, 2, 3$

3) $\alpha = .05$

4) จะปฏิเสธ Ho เมื่อ $F > f_{2,15;\ .05} = 3.68$



5) 1) $CF = (1444)^2/18 = 115{,}840.88$

2) $\Sigma\Sigma X_{ij}^2 = (85^2 + 71^2 + \ldots + 85^2) = 117{,}022$

3) $\Sigma T_j^2/n_j = (492^2 + 468^2 + 484^2)/6 = 115{,}890.66$

SST = (2) − (1) = 1,181.12

SSA = (3) − (1) = 49.78

SSE = SST − SSA = 1,131.34

SOV	df	SS	MS	F-ratio
A = ระหว่างกลุ่ม	2	49.78	24.89	.33
E = ภายในกลุ่ม	15	1,131.34	75.42	
รวม	17	1,181.12		

6) F = .33 ไม่อยู่ในเขตวิกฤต จึงยอมรับ Ho และสรุปว่า สัดส่วนผู้ชมที่ตกอยู่ในตลาดเป้าหมายของแต่ละโปรแกรมไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ

10.76 ท่านจะมีข้อสรุปจากตารางคอนทินเจ็นซีข้างล่างว่าอย่างไร เมื่อใช้ α = .05

การฟังเทศน์	ระดับรายได้						
	ต่ำ		ปานกลาง		สูง		
ไม่เคย	28	(22.72)	52	(61.12)	16	(12.16)	96
บางโอกาส	25	(24.85)	66	(66.85)	14	(13.3)	105
เป็นประจำ	18	(23.43)	73	(63.03)	8	(12.54)	99
	71		191		38		300

1) Ho : การฟังเทศน์ และระดับรายได้เป็นอิสระกัน

2) Ha : การฟังเทศน์ และระดับรายได้ไม่เป็นอิสระกัน

3) a = .05

4) จะปฏิเสธ Ho เมื่อ $X^2 > \chi^2_{(3-1)(3-1);.05} = \chi^2_{4;.05} = 9.488$

5) $X^2 = \sum_{i=1}^{3} \sum_{j=1}^{3} (O_{ij} - E_{ij})^2/E_{ij}$

$$\boxed{\frac{(28-22.72)^2}{22.72}} + \frac{(52-61.12)^2}{61.12} + \ldots + \frac{(8-12.54)^2}{12.54}$$

= 8.33

6) X^2 = 8.33 < 9.488 จึงไม่อยู่ในเขตวิกฤต จึงยอมรับ Ho ว่าการฟังเทศน์และระดับรายได้ไม่มีความสัมพันธ์กัน

10.77 **ท่านจะสรุปผลว่าอย่างไรสำหรับข้อมูลในตารางข้างล่าง โดยใช้** α = .01

ประเภทของรถ	กลุ่มอายุ 16-21		22-30		31-45		46+		
สปอร์ท	10	(7.57)	15	(10.38)	12	(12.76)	8	(14.29)	45
ขนาดเล็ก	5	(4.37)	7	(6)	6	(7.38)	8	(8.25)	26
ขนาดกลาง	12	(11.95)	14	(16.39)	20	(20.14)	25	(22.52)	71
ขนาดใหญ่	8	(11.11)	12	(15.23)	21	(18.72)	25	(20.94)	66
	55		48		59		66		208

1) Ho : ประเภทของรถที่ขับขี่และกลุ่มอายุเป็นอิสระกัน

2) Ha : ประเภทของรถที่ขับขี่และกลุ่มอายุไม่เป็นอิสระกัน

3) α = .01 $\boxed{E_{ij} = \frac{R_iC_j}{n}}$

4) จะปฏิเสธ Ho เมื่อ $X^2 > \chi^2_{(4-1)(4-1)} = \chi^2_{9;.01} = 21.666$

5) ตัวสถิติที่ใช้ทดสอบคือ $X^2 = \sum_{i=1}^{4} \sum_{j=1}^{4} (O_{ij} - E_{ij})^2/E_{ij}$

$$= \frac{(10 \quad 7.57)'}{7.51} + \frac{(5 - 4.37)'}{4.37} + \cdots + \frac{(25 - 20.94)'}{20.94}$$

$$= 9.42$$

6) $X^2 = 9.42 < 21.666$ จึงไม่มีนัยสำคัญ จึงยอมรับ Ho และสรุปว่า รสนิยมของรถที่ใช้ขับขี่ และกลุ่มอายุไม่มีความสัมพันธ์กัน

10.78 **จำนวนเรือบินที่แวะลง ณ ท่าอากาศยานแห่งหนึ่งในช่วงเวลา 30 นาที ในวันเวลาที่สุ่มมา 250 คาบเวลา (30 นาที) มีดังนี้**

จำนวนเรือบิน (ต่อ 3 0 นาที)	0	1	2	3	4 ขึ้นไป	รวม
จำนวนคาบเวลา	47	56	71	44	32	250

ให้ทดสอบว่า ข้อมูลมีการแจกแจงแบบปัวซองที่มี $\mu = 2$ หรือไม่ เมื่อใช้ $\alpha = .05$?

1) Ho : ข้อมูลมีการแจกแจงแบบปัวซองที่มีพารามิเตอร์ $\mu = 2$

2) Ha : ข้อมูลมีการแจกแจงแบบปัวซองที่มีพารามิเตอร์ $\mu \neq 2$

3) $\alpha = .05$

4) จะปฏิเสธ Ho เมื่อ $X^2 > \chi^2_{(k-1)} = \chi^2_{(5-1)} = \chi^2_{4;.05} = 9.488$

5) $X^2 = \sum_{i=1}^{5} (O_i - E_i)^2/E_i$

$E_i = n\pi_i$, π_i ได้จากตารางการแจกแจงแบบปัวซอง ที่มี $\mu = 2.0$ ดังนี้

X	0	1	2	3	4 ขึ้นไป	รวม
π_i	.1353	.2707	.2707	.1804	.1429	1.0
$E_i = n\pi_i$	33.825	67.675	67.675	45.1	35.725	250
O_i	47	56	71	44	32	250

$$X^2 = \frac{(47 - 33.825)^2}{33.825} + \frac{(56 - 67.675)^2}{67.675} + \cdots + \frac{(32 - 35.725)^2}{35.725}$$

$$= 7.72$$

6) $X^2 = 7.72 < 9.488$ จึงไม่อยู่ในเขตวิกฤต จึงยอมรับ Ho และสรุปว่า จำนวนเรือบินที่แวะ ณ ท่าอากาศยานนั้น ในช่วงเวลา 30 นาที มีการแจกแจงแบบปัวซองที่มี $\mu = 2$ นั่นคือ มีเรือบินแวะลงโดยเฉลี่ย 2 ลำ ในคาบเวลา 30 นาที

10.79 มีหลักฐานทางสังคมวิทยาที่แสดงว่า ทัศนคติจากกลุ่มหญิง จะมีความผันแปรสูงกว่าทัศนคติจากกลุ่มชาย จากการสำรวจทัศนคติโดยสำนักงานวิจัยขนาดใหญ่ พบว่า กลุ่มชายมีค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของทัศนคติ 15 คะแนน และถ้านักสังคมวิทยาได้ลองสำรวจทัศนคติจากหญิง 30 คน พบว่า มีความแปรปรวน 360 คะแนน ถ้าใช้ $\alpha = .05$ จะมีเหตุผลเพียงพอที่จะเชื่อว่าทัศนคติของหญิงมีความผันแปรสูงกว่าชายได้ไหม?

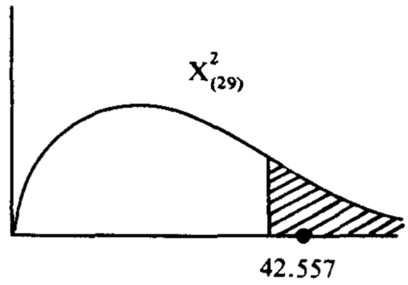
$\sigma_0 = 15$, $n = 30$, $S^2 = 360$, $\alpha = .05$

ให้ σ^2 คือความแปรปรวนของทัศนคติของกลุ่มหญิง

1) Ho : $\sigma^2 = (15)^2 = 225$

2) Ha : $\sigma^2 > (15)^2 = 225$

3) a = .05



4) จะปฏิเสธ Ho เมื่อ $X^2 > \chi^2_{(n-1),\alpha} = \chi^2_{(29);(.05)} = 42.557$

5) ตัวสถิติที่ใช้ทดสอบคือ $X^2 = (n - 1)S^2/\sigma_0^2$

$= (29)(360)/225$

$= 46.4$

6) $X^2 = 46.4$ อยู่ในเขตวิกฤต จึงปฏิเสธ Ho, ยอมรับ Ha และสรุปว่า ความแปรปรวนในทัศนคติของกลุ่มหญิงสูงกว่ากลุ่มชาย

10.80 นักจิตวิทยาสังคมได้สัมภาษณ์ 150 คน เพื่อวัดทัศนคติต่อ "สิทธิสตรี" โดยใช้คำตอบเพียง 2 อย่างคือ "เห็นด้วย" และ "ไม่เห็นด้วย" ข้อมูลข้างล่าง คือ จำนวนคำตอบที่ "เห็นด้วย" จำแนกตามกลุ่มอายุ และเธอใช้ค่าเฉลี่ย ($\bar{X}$) และความแปรปรวน (S^2) จากตัวอย่าง เป็นค่าประมาณของ μ และ σ^2 ทำให้เธอทราบจำนวนคาดหมาย ถ้าข้อมูลมีการแจกแจงแบบปกติ ให้ทดสอบว่า ข้อมูลมีการแจกแจงแบบปกติหรือไม่ ด้วย $\alpha = .025$

	จำนวนรายการที่เห็นด้วย						
	10 หรือน้อยกว่า	11-12	13-14	15-16	17-18	19 ขึ้นไป	รวม
จำนวนบุคคลในแต่ละกลุ่ม (O_i)	8	27	53	32	26	4	150
จำนวนบุคคลจากการแจกแจงแบบปกติ (E_i)	14	26	41	36	22	11	150

1) Ha : จำนวนรายการที่เห็นด้วยมีการแจกแจงแบบปกติ

2) Ha : จำนวนรายการที่เห็นด้วยไม่มีการแจกแจงแบบปกติ

3) a = .025

4) จะปฏิเสธ Ho เมื่อ $X^2 > \chi^2_{6-2-1} = \chi^2_{3;.025} = 9.348$

5) ตัวสถิติที่ใช้ทดสอบคือ $X^2 = \sum_{i=1}^{6} (O_i - E_i)^2/E_i$

$$= \frac{(8 - 14)^2}{14} + \frac{(27 - 26)^2}{26} + \ldots + \frac{(4 - 11)^2}{11}$$

$$= 11.75$$

6) $X^2 = 11.75 > 9.348$ จึงอยู่ในเขตวิกฤต จึงปฏิเสธ Ho, ยอมรับ Ha และสรุปว่าข้อมูลไม่มีการแจกแจงแบบโค้งปกติ

10.81 นักจิตวิทยาเชื่อว่าความเครียด และความกังวล มีอิทธิพลต่อผลการสอบของบุคคล เขาจึงแบ่งบุคคลเป็น 2 กลุ่ม ๆ ละ 18 คน ให้กลุ่มหนึ่งทำแบบทดสอบในภาวะไม่ตึงเครียด และอีกกลุ่มหนึ่งทำการสอบข้อสอบชุดเดียวกันกับกลุ่มแรก แต่ให้มีภาวะตึงเครียด และผู้ทดลองค่อนข้างมั่นใจว่า ภาวะตึงเครียดจะมีอิทธิพลในการเพิ่มความผันแปรของคะแนนสอบ เพราะเชื่อว่า นักเรียนบางคนสามารถทำสอบได้ดีแม้จะมีภาวะตึงเครียด ในขณะที่จะมีนักเรียนบางกลุ่มที่ทำสอบได้ไม่ดีนักในภาวะตึงเครียด ถ้าผลการทดลองได้ความแปรปรวนของคะแนนของกลุ่มในภาวะไม่ตึงเครียด คือ $S_1^2 = 22.8$ และของกลุ่มมีภาวะตึงเครียดได้ $S_2^2 = 78.5$ ข้อมูลนี้ จะสนับสนุนความเชื่อของนักจิตวิทยาไหม เมื่อใช้ a = .05?

1) Ho : $\sigma_2^2 = \sigma_1^2 = \sigma^2$

2) Ha : $\sigma_2^2 > \sigma_1^2$

3) a = .05

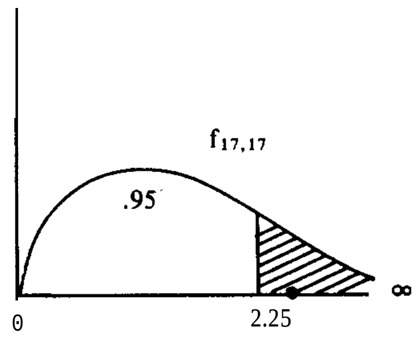
4) จะปฏิเสธ Ho เมื่อ $F > f_{17,17;.05} = 2.25$

5) ตัวสถิติที่ใช้ทดสอบคือ

$$F = S_2^2/S_1^2$$

$$= 78.5/22.8$$

$$= 3.44$$



6) F = 3.44 > 2.25 จึงปฏิเสธ Ho, ยอมรับ Ha และสรุปว่า ความตึงเครียดมีอิทธิพลเพิ่มความแปรปรวนของคะแนนให้สูงขึ้น

10.82 ในการพัฒนายากลุ่มประสาท จะต้องตรวจสอบอิทธิพลของยาต่อการใช้เครื่องจักรและการขับขี่รถ โรงงานผลิตยาได้ทดลองยาดังกล่าว 4 ชนิด โดยศึกษาผลกระทบต่อการขับขี่รถ โดยให้ผู้เข้ารับการทดลองขับรถในบริเวณทดลอง คะแนนที่ได้คือ จำนวนความผิดพลาดในระหว่างการขับขี่รถ ถ้าผิดมากจะมีคะแนนสูง ดังนี้

ยา	คะแนน					T_j	n_j	$\bar{X}_j$
1	230	258	239	241		968	4	242
2	285	276	263	274		1098	4	274.5
3	215	232	204	247	226	1124	5	224.8
4	241	253	237	246	210	1187	5	237.4

G = 4377 18 = N

จงใช้ α = .05 ทดสอบอิทธิพลของยาทั้ง 4

K = 4, N = 18
$\gamma_1 = (k - 1) = 3$
$\gamma_2 = (N - k) = 14$

1) Ho : $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4 = \mu$ 4,N = 18

2) Ha : μ_j ไม่เท่ากันทั้งหมด ; j = 1, 2, 3, 4 $\gamma_1 = (k - 1) = 3$

3) a = .05 γ_2 = (N - k) = 14

4) จะปฏิเสธ Ho เมื่อ F > $f_{3,14;.05} = 3.34$

5) ตัวสถิติที่ใช้ทดสอบคือ F = MSA/MSE

(1) CF = $(4377)^2/18 = 1{,}064{,}340.50$

(2) $\Sigma\Sigma X_{ij}^2 = 230^2 + 258^2 + \quad + 210^2 = 1{,}072{,}937$

(3) $\Sigma T_j^2/n_j = \dfrac{968^2}{4} + \dfrac{1098^2}{4} + \dfrac{1124^2}{5} + \dfrac{1187^2}{5} = 1{,}070{,}126$

SST = (2) - (1) = 8,596.50

SSA = (3) (1) = 5,785.50

SSE = SST - SSA = 2811

SOV	df	SS	MS	F-ratio
A = ระหว่างยา	3	5785.50	1928.50	9.6
E = error	14	2811	200.78	
รวม	17	8596.50		

6) F = 9.6 > 3.34 อยู่ในเขตวิกฤต จึงปฏิเสธ Ho, ยอมรับ Ha และสรุปว่า อิทธิพลของยา 4 ชนิดนั้น มีความแตกต่างกัน ซึ่งถ้าตรวจสอบค่าเฉลี่ยของกลุ่มต่าง ๆ จะเห็นว่า ยาชนิดที่ 2 ให้ความผิดพลาดสูงที่สุด และยาชนิดที่ 3 ให้ความผิดพลาดต่ำสุด