

บทที่ 5

ทฤษฎีการตัดสินใจ (Decision Theory)

การตัดสินใจ หมายถึง การเลือกแนวทางกระทำของผู้ตัดสินใจโดยเลือกแนวทางกระทำที่ดีที่สุด จากทางเลือกแนวทางกระทำที่เป็นไปได้ทั้งหมด

ชนิดของการตัดสินใจ แบ่งได้เป็น 4 ประเภทคือ

1. การตัดสินใจภายใต้ความแน่นอน (Decision under certainty)
2. การตัดสินใจภายใต้ความเสี่ยง (Decision under risk)
3. การตัดสินใจภายใต้ความไม่แน่นอน (Decision under uncertainty)
4. การตัดสินใจภายใต้การแข่งขันหรือการขัดแย้ง (Decision under competitive conditions or conflict)

ซึ่งในที่นี้จะพูดถึงการตัดสินใจประเภทที่ 2 และ 3 เท่านั้น

การตัดสินใจภายใต้ความเสี่ยง (Decision under risk)

การตัดสินใจแบบนี้ใช้เมื่อปัญหาการตัดสินใจนั้น มีจำนวนสภาวะการณ์มาก ๆ และผู้ตัดสินใจทราบความน่าจะเป็นที่สภาวะการณ์ แต่ละอย่างจะเกิดขึ้น คือไม่สามารถระบุสภาวะการณ์ ด้วยความแน่ใจได้ แต่สามารถระบุได้ด้วยความน่าจะเป็นที่ทราบค่า

สำหรับเกณฑ์ที่ใช้ในการตัดสินใจภายใต้ความเสี่ยงนี้ ใช้เกณฑ์การตัดสินใจที่ใช้ค่าคาดหวังของผลตอบแทน (Expected Value of the payoff, EF) หรือเรียกอีกอย่างว่า เกณฑ์การตัดสินใจแบบเบย์ส์ (Bayesian decision criterion) ของกิลบายแต่ละอย่าง ผลตอบแทนคาดหวังของกิลบายนั้น จะเป็นผลรวมของผลตอบแทนที่

เลือกกลยุทธ์ที่ให้ผลกำไรสูงสุด (Maximize minimum payoff)

ข. เกณฑ์เพิ่มค่าที่มากที่สุด (Maximax Criterion)

เกณฑ์นี้ผู้ตัดสินใจจะนำผลกำไรสูงสุดของแต่ละกลยุทธ์มาเปรียบเทียบกันแล้ว

เลือกกลยุทธ์ที่ให้ผลกำไรสูงสุด (Maximize maximum payoff)

ค. เกณฑ์เฮอริวิตซ์ (Hurwicz Criterion)

เกณฑ์นี้นำเอาส่วนเฉลี่ยแบบถ่วงน้ำหนักของผลตอบแทนที่มากที่สุดกับน้อยที่สุดในแต่ละกลยุทธ์เป็นเกณฑ์ตัดสินใจ โดยใช้

$$H = \alpha (\max) + (1 - \alpha) (\min)$$

แล้วเลือกกลยุทธ์ที่มี H สูงสุดเป็นกลยุทธ์ที่ดีที่สุด

ง. เกณฑ์ลดความมากที่สุด (Minimax or regret criterion)

เกณฑ์นี้ผู้ตัดสินใจจะคำนวณการสูญเสียที่มากที่สุด ที่เขาจะได้รับตามสถานการณ์ต่าง ๆ ทั้งหมดที่อาจจะเกิดขึ้นของแต่ละทางเลือก a_i แล้วจึงเลือกทางเลือกที่มีการสูญเสียน้อยที่สุด ในจำนวนพวกที่มากที่สุด

จ. เกณฑ์ของลาปลาซ (Laplace Criterion)

เกณฑ์นี้จะกำหนดความน่าจะเป็นให้แก่สถานการณ์ต่าง ๆ เท่า ๆ กัน ค่าคาดหวังของผลตอบแทนของแต่ละกลยุทธ์ a_i จะเป็น

$$E P (a_i) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n X_{ij}$$

แล้วเลือกกลยุทธ์ที่ให้ผลตอบแทนคาดหวังสูงสุด สำหรับแบบที่ 2 คือการตัดสินใจแบบสุ่มตัวอย่าง นั้นต้องมีข้อมูล ข่าวสารเพิ่มเติม เกี่ยวกับ ความน่าจะเป็นของสถานการณ์นอกบังคับ ซึ่งข้อมูลที่ได้นี้ จะนำไปขยายและปรับปรุงความน่าจะเป็นก่อนสุ่มตัวอย่าง ที่เรียกว่า Prior Probability ซึ่งจะให้เป็นความน่าจะเป็นใหม่ที่เรียกว่า ความน่าจะเป็นหลังการสุ่มตัวอย่าง (Posterior probability) ซึ่งเป็นความน่าจะเป็นเกี่ยวกับสถานการณ์

เป็นไปได้ในสภาวะการณ์ต่าง ๆ คุณค่าความน่าจะเป็นที่สอดคล้องกัน

∴ ความเกณฑ์ที่ผู้ตัดสินใจจะคำนวณผลตอบแทนคาดหวังของแต่ละทางเลือกแล้ว
เลือกทางเลือกที่มีผลตอบแทนคาดหวังที่ดีที่สุด

นั่นคือ เกณฑ์ตัดสินใจแบบนี้จะเลือกนโยบายที่มี

$$E P (a) = E [X (a , e)] = \sum_j x_{ij} f (e_j) \quad \text{มากที่สุด}$$

ซึ่งถ้าเป็น ค่าเสียโอกาส (opportunity loss) ก็ จะเลือกนโยบายที่มี

$$E L (a) = E [L (a , e)] = \sum_j L (a_i , e_j) \cdot f (e_j)$$

ที่ต่ำที่สุด เมื่อ $L (a_i , e_j)$ คือค่าเสียโอกาสสำหรับนโยบาย a_i เมื่อสภาวะการณ์
นอกบังคับ เป็น e_j โดยที่

$$L (a_i , e_j) = | X (a_i , e_j) - X (a^* , e_j) |$$

เมื่อ a^* คือ นโยบายที่ดีที่สุด สำหรับสภาวะการณ์ e_j

การตัดสินใจภายใต้ความไม่แน่นอน (Decision under uncertainty)

การตัดสินใจแบบนี้ใช้เมื่อไม่ทราบความน่าจะเป็นที่สภาวะการณ์นอกบังคับต่าง ๆ จะ
เกิดขึ้น

สำหรับเกณฑ์ที่จะหาทางเลือกที่ดีที่สุดมีอยู่ 2 แบบด้วยกันคือ

1. เกณฑ์ตัดสินใจแบบไม่สุ่มตัวอย่างหรือแบบที่ไม่ได้รวบรวมข้อมูลข่าวสารจากตัวอย่าง
2. เกณฑ์ตัดสินใจแบบสุ่มตัวอย่างหรือแบบรวบรวมข้อมูลข่าวสารจากตัวอย่าง

สำหรับแบบที่ 1 เป็นการตัดสินใจที่ไม่อาศัยการรวบรวมข้อมูลจากตัวอย่างที่เกี่ยวข้องกับ
สภาวะการณ์ แต่อาศัยข้อมูลที่มีอยู่มาช่วยในการพิจารณาตัดสินใจ ซึ่งเกณฑ์ในการเลือกนโยบาย
ที่ดีที่สุดมีดังนี้

ก. เกณฑ์เพิ่มค่าที่น้อยที่สุด (Maximin Criterion)

เกณฑ์ที่ผู้ตัดสินใจนำเอากรณีที่ค่าต่ำสุดของทุก ๆ นโยบายมาเปรียบเทียบกันแล้ว

และหาได้จากทฤษฎีของเบย์ส์ การหา Posterior probability มีประโยชน์
 ในการหา Bayes' strategy โดยการหา Posterior expected Loss
 ซึ่งหาได้จาก (กรณีมี data)

$$E [L(\theta, a)] = \sum L(\theta, a) f(\theta | z)$$

แล้วเลือก action a ที่ Minimize posterior expected loss
 ซึ่ง action นี้ได้ เรียกว่า Bayes' action หรือ Bayes' strategy
