

บทที่ 2

เทคนิคเกี่ยวกับการนับ (Counting Techniques)

เทคนิคเกี่ยวกับการนับที่เราจะศึกษานั้นมี 3 วิธี คือ

1. การนับมูลฐาน (Basic Counting)
2. การจัดลำดับ (Permutation)
3. การจัดหมู่ (Combination)

1. การนับมูลฐาน (Basic Counting) มีทฤษฎีดังนี้

ทฤษฎีที่ 1

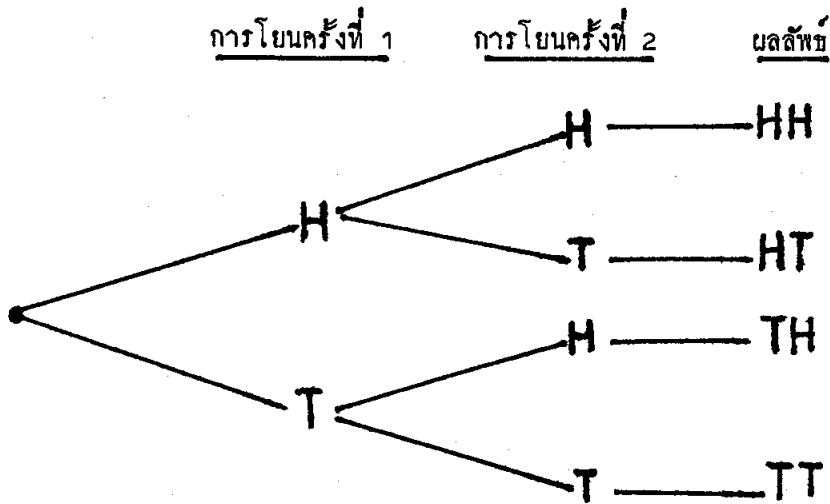
ถ้าการทดลองใด ๆ สามารถแยกการกระทำออกได้เป็น 2 ขั้นตอนในขั้นแรกมีหนทางที่จะเกิดขึ้นได้ n_1 วิธีที่แตกต่างกันและในขั้นที่สองมีหนทางที่จะเกิดขึ้นได้ n_2 วิธีที่แตกต่างกัน จำนวนหนทางทั้งหมดที่จะทำการทดลองนี้จะเท่ากับ $n_1 \times n_2$ วิธี

ตัวอย่างเช่น โยนเหรียญ 2 เหรียญ จะเห็นได้ว่า การโยนเหรียญ 2 เหรียญ เป็นการทดลองที่ประกอบไปด้วย 2 ขั้นตอนคือ ขั้นแรกเป็นการโยนเหรียญที่ 1 และขั้นที่ 2 เป็นการโยนเหรียญที่ 2 ซึ่งการโยนเหรียญแต่ละเหรียญ จะได้ผลลัพธ์ออกมา 2 อย่างคือ ใต้น้าหัวหรือใต้น้าก้อย

ถ้าให้ $n_1 =$ จำนวนวิธีที่ได้จากการโยนเหรียญที่ 1 $= 2$ วิธี

$n_2 =$ จำนวนวิธีที่ได้จากการโยนเหรียญที่ 2 $= 2$ วิธี

จำนวนวิธีทั้งหมดที่ได้ในการโยนเหรียญ 2 เหรียญ $= 2 \times 2 = 4$ วิธี



บทแทรกของทฤษฎีที่ 1

ถ้าในการทดลองใด ๆ สามารถแยกการกระทำออกได้เป็น k ขั้นตอน
 ขั้นตอนแรกมีหนทางที่จะเกิดขึ้นได้ n_1 หนทางที่แตกต่างกัน ขั้นตอนที่สองมีหนทางที่จะเกิดขึ้น
 ได้ n_2 หนทางที่แตกต่างกันไปจนถึงขั้นที่ k มีหนทางที่จะเกิดขึ้นได้ n_k หนทางที่แตกต่าง
 กัน จำนวนหนทางทั้งหมดที่จะทำการทดลองนี้จะเท่ากับ

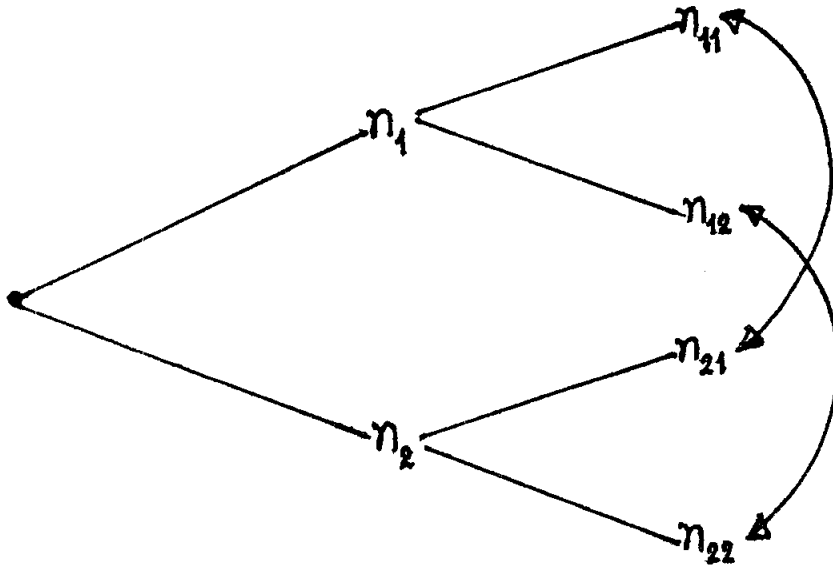
$$n_1 \times n_2 \times n_3 \times \dots \times n_k \quad \text{หนทางหรือเขียนแทนด้วย} \quad \prod_{i=1}^{i=k} n_i \quad \text{หนทาง}$$

ตัวอย่างเช่น การโยนลูกเต๋า 4 ครั้ง จำนวนผลการทดลองทั้งหมดจะ
 เท่ากับ $6 \times 6 \times 6 \times 6$ หนทาง $= (6^4)$ หนทาง

ทฤษฎีที่ 2

ถ้าในการทดลองใด ๆ สามารถแยกการกระทำออกได้เป็น 2 ขั้นตอน
 ในขั้นแรกเลือกทำได้ n_1 หนทางและในบรรดา n_1 หนทางนี้ยังแยกการกระทำออกเป็น 2
 แบบ โดยที่แบบแรกเลือกทำได้ n_{11} หนทาง แบบหลังทำได้ n_{12} หนทาง ในขั้นที่สองเลือก
 ไปได้ n_2 หนทางและในบรรดา n_2 หนทางนี้ยังแยกการกระทำออกเป็น 2 แบบ แต่ต้อง

อยู่ภายใต้เงื่อนไขของชั้นแรก ทั้งนี้คือ ถ้าชั้นแรกเป็นแบบแรก ชั้นที่ 2 จะเลือกทำได้ n_{21} หนทาง ถ้าชั้นแรกเป็นแบบหลังชั้นที่ 2 จะเลือกทำได้ n_{22} หนทาง จำนวนหนทางที่จะทำการทดลองนี้จะเท่ากับ $(n_{11} \times n_{21}) + (n_{12} \times n_{22})$ หนทาง
 (โดยที่ $n_{11} + n_{12} = n_1$ และ $n_{21} + n_{22} = n_2$)



\therefore จำนวนหนทางทั้งหมด = $(n_{11} \times n_{21}) + (n_{12} \times n_{22})$ หนทาง

ตัวอย่างเช่น มีเลขโดดอยู่ 10 ตัวคือ 1, 2, 3, ..., 10 โยนเหรียญ 2 เหรียญ ถ้าโยนแล้วได้หน้าหัว 1 หัว จะหยิบเลขที่ 1 ตัว แต่ถ้าโยนแล้วได้หน้าเหมือนกันหมด จะหยิบเลขที่ 1 ตัว จงหาจำนวนหนทางทั้งหมด

\therefore ชั้นแรก เป็นการโยนเหรียญซึ่งแบ่งเป็น 2 แบบคือ

1. โยนแล้วได้หน้าหัว 1 หัว ซึ่งได้แก่

(H, T) กับ (T, H)

$\therefore n_{11} = 2$ หนทาง

2. โยนแล้วได้หน้าเหมือนกัน ซึ่งได้แก่

(H, H) กับ (T, H)

∴ $n_{12} = 2$ หนทาง

ชั้นที่สอง หยิบเลขโดด 1 ตัวในบรรดา 10 ตัว แบ่งเป็น 2

แบบคือ

1. ถ้าชั้นแรกเป็นแบบแรกจะหยิบเลขที่ 1 ตัวซึ่งได้แก่เลข 1,3,5,7,9

∴ $n_{21} = 5$ หนทาง

2. ถ้า ชั้นแรกเป็นแบบที่ 2 จะหยิบเลขคู่ 1 ตัวซึ่งได้แก่เลข 2,4,6,

8,10

∴ $n_{22} = 5$ หนทาง

∴ จำนวนหนทางทั้งหมด = $(n_{11} \times n_{21}) + (n_{12} \times n_{22})$

= $(2 \times 5) + (2 \times 5) = 10 + 10 = 20$ หนทาง

บทแทรกทฤษฎีที่ 2

ถ้าในการทดลองใด ๆ สามารถแยกการกระทำออกได้เป็น 2

ขั้นตอน ขั้นตอนแรกเลือกทำได้ n_1 หนทาง โดยแยกเป็น k แบบ แต่ละแบบเลือกทำได้

$n_{11}, n_{12}, \dots, n_{1k}$ ตามลำดับโดยที่ $n_{11} + n_{12} + \dots + n_{1k} = n$

และภายใต้เงื่อนไขของการกระทำแบบต่าง ๆ ในขั้นแรกสามารถแยกออกเป็นการกระทำในชั้น

ที่ 2 ได้ $n_{21}, n_{22}, \dots, n_{2k}$ ตามลำดับ จำนวนหนทางที่เป็นไปได้จากการทดลองนี้

จะเท่ากับ

$(n_{11} \times n_{21}) + (n_{12} \times n_{22}) + \dots + (n_{1k} \times n_{2k})$ หนทาง

ตัวอย่างเช่น มีอักษรอยู่ 10 ตัวคือ A, B, . . . , J โยนลูกเต๋า

1 ลูก ถ้าโยนแล้วได้เลขที่ปรากฏบนหน้าของลูกเต๋าคือ 1 หรือ 3 จะหยิบอักษร A

หรือ E หรือ E ถ้าโยนแล้วได้เลขที่ปรากฏบนหน้าของลูกเต๋าเป็น 2 หรือ 4 หรือ 6 จะหยิบอักษร C หรือ G หรือ H หรือ J แต่ถ้าโยนแล้วได้เลขที่ปรากฏบนหน้าของลูกเต๋าเป็น 5 จะหยิบอักษรตัวใดก็ได้ ในอักษร 10 ตัว จงหาจำนวนหนทางทั้งหมด จะเห็นได้ว่า การทดลองนี้แบ่งเป็น 2 ขั้นตอน คือ

ขั้นแรก เป็นการโยนลูกเต๋า ซึ่งแบ่งเป็น 3 แบบ ดังนี้

1. โยนแล้วได้เลข 1 หรือ 3

$$\therefore \text{จำนวนหนทาง} = 2 \text{ หนทาง } (n_{11})$$

2. โยนแล้วได้เลข 2 หรือ 4 หรือ 6

$$\therefore \text{จำนวนหนทาง} = 3 \text{ หนทาง } (n_{12})$$

3. โยนแล้วได้เลข 5

$$\therefore \text{จำนวนหนทาง} = 1 \text{ หนทาง } (n_{13})$$

ขั้นที่ 2 เป็นการหยิบอักษร A , B , . . . , J โดยขึ้นอยู่กับขั้นแรก

1. ถ้าขั้นแรกเป็นแบบแรกจะหยิบอักษร A หรือ B หรือ E

$$\therefore \text{จำนวนหนทาง} = 3 \text{ หนทาง } (n_{21})$$

2. ถ้าขั้นแรกเป็นแบบที่ 2 จะหยิบอักษร C หรือ G หรือ H หรือ J

$$\therefore \text{จำนวนหนทาง} = 4 \text{ หนทาง } (n_{22})$$

3. ถ้าขั้นแรกเป็นแบบที่ 3 จะหยิบอักษรตัวใดก็ได้ใน 10 ตัว

$$\therefore \text{จำนวนหนทาง} = 10 \text{ หนทาง } (n_{23})$$

$$\therefore \text{จำนวนหนทางทั้งหมด} = (n_{11} \times n_{21}) + (n_{12} \times n_{22}) + (n_{13} \times n_{23})$$

$$= (2 \times 3) + (3 \times 4) + (1 \times 10)$$

หนทาง

$$= 6 + 2 + 10 = 28 \text{ หนทาง}$$

2. การจัดลำดับ (Permutation)

นิยาม การจัดลำดับของสิ่งของต่าง ๆ คือการนำสิ่งของที่มีลักษณะแตกต่างกันมาจัดเรียง โดยถือลำดับที่เป็นสิ่งสำคัญและการเรียงลำดับ ในแต่ละแบบที่จัดได้ เราเรียกว่า "หนึ่งลำดับ"

ในการจัดเรียงลำดับสิ่งของต่าง ๆ นี้อาจจะเอาสิ่งของทั้งหมดมาจัดเรียงกัน หรืออาจจะนำมาเพียงส่วนที่ต้องการมาจัดเรียงกันก็ได้ ซึ่งวิธีการจัดเรียงสิ่งของต่าง ๆ เราได้มาจากทฤษฎีที่ว่าด้วยการจัดลำดับ (Permutation Theorem) ดังนี้

ทฤษฎีที่ 1 (การนำสิ่งของ n สิ่งมาจัดเรียงลำดับทีละ n สิ่ง)

ถ้ามีของอยู่ n สิ่งที่มีลักษณะแตกต่างกัน จำนวนหนทางที่จะนำสิ่งของเหล่านี้ มาจัดเรียงลำดับครั้งละ n สิ่งจะเท่ากับ $n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 2 \times 1$ หนทางและเขียนสัญลักษณ์แทนด้วย ${}^n P_n$

$$\therefore {}^n P_n = n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 2 \times 1 = n!$$

ทฤษฎีที่ 2 (การนำสิ่งของ n สิ่งมาจัดเรียงลำดับคราวละ r สิ่งโดยที่ $r < n$)

ถ้ามีของอยู่ n สิ่งที่มีลักษณะแตกต่างกัน จำนวนหนทางที่จะนำสิ่งของเหล่านี้มาจัดเรียงลำดับคราวละ r สิ่งจะเท่ากับ $n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times (n-r+1)$ หนทางและเขียนสัญลักษณ์แทนด้วย ${}^n P_r$

$$\therefore {}^n P_r = n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times (n-r+1) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

ตัวอย่างเช่น จงหาจำนวนวิธีเรียงลำดับของหนังสือ 7 เล่มไม่ซ้ำกัน
เลย โดยนำมาเรียงทั้ง 7 เล่ม

$$\begin{aligned}\therefore \text{จำนวนวิธีเรียงลำดับ} &= {}^7P_7 = 7! \quad \text{วิธี} \\ &= 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \quad \text{วิธี} \\ &= 5,040 \quad \text{วิธี}\end{aligned}$$

แต่ถ้านำมาเรียงคราวละ 3 เล่ม

$$\begin{aligned}\therefore \text{จำนวนวิธีเรียงลำดับ} &= {}^7P_3 = \frac{7!}{(7-3)!} \quad \text{วิธี} \\ &= \frac{7!}{4!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{4 \times 3 \times 2 \times 1} \quad \text{วิธี} \\ &= 210 \quad \text{วิธี}\end{aligned}$$

ข้อสังเกต

1. $0! = 1$
2. $n! = n \times (n-1)!$
3. ${}^nP_0 = 1$
4. ${}^nP_1 = n$

การจัดลำดับเป็นวงกลม เราอาศัยทฤษฎีดังนี้

ทฤษฎีที่ 1 นำของ n สิ่งที่มีลักษณะแตกต่างกัน มาจัดลำดับเป็นวงกลมจำนวน
ลำดับที่จัดได้จะเท่ากับ $(n-1)!$

ทฤษฎีที่ 2 นำของ r สิ่งจากสิ่งของที่มีลักษณะแตกต่างกัน n สิ่ง ($r < n$)
มาจัดลำดับเป็นวงกลม จำนวนหนทางที่จะจัดลำดับได้จะเท่ากับ $\frac{n!}{(n-r)!r}$

ตัวอย่างเช่น จงหาจำนวนวิธีที่จะจัดคน 4 คน นั่งล้อมวงเล่นไพ่กัน

$$\therefore \text{จำนวนวิธีที่จะจัดได้} = (4-1)! = 3! = 3 \times 2 = 6 \quad \text{วิธี}$$

แต่ถ้าจะจัดโดยนำคนมาเพียง 3 คน จากคน 4 คน มั่งล้อมวงกัน

$$\begin{aligned} \therefore \text{จำนวนวิธีที่จะจัดได้} &= \frac{4!}{(4-3)! \times 3} \text{ วิธี} \\ &= \frac{4!}{1! \times 3} = \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{3} = 8 \text{ วิธี} \end{aligned}$$

การจัดลำดับในกรณีที่มีลักษณะเหมือนกัน

ทฤษฎี มีของอยู่ n สิ่งซึ่งแบ่งออกเป็นสองพวก แต่ละพวกมีลักษณะเหมือนกันทุกประการ พวกแรกมีจำนวน n_1 สิ่งและพวกที่สองมีจำนวน n_2 สิ่ง ($n_1 + n_2 = n$) ถ้าเอาของ n สิ่งนี้มาจัดลำดับจะมีหนทางจัดได้เท่ากับ $\frac{n!}{n_1! \times n_2!}$ วิธี

$$\therefore \text{บทแทรก } {}^n P_{(n_1, n_2)} = \frac{n!}{n_1! \times n_2!}$$

มีของอยู่ n สิ่งซึ่งแบ่งออกเป็น k พวก ($k \geq 2$) แต่ละพวกมีลักษณะเหมือนกันและมีจำนวน n_1, n_2, \dots, n_k ตามลำดับ ($n_1 + n_2 + \dots + n_k = n$) นำของ n สิ่งนี้มาจัดลำดับจะมีหนทางจัดได้เท่ากับ $\frac{n!}{n_1! \times n_2! \times \dots \times n_k!}$

$$\therefore {}^n P_{(n_1, n_2, \dots, n_k)} = \frac{n!}{n_1! \times n_2! \times \dots \times n_k!}$$

ตัวอย่างเช่น นำอักษรในคำ "ASSESS" มาจัดลำดับจะมีหนทางจัดได้

กี่แบบ

$$\therefore n=6, n_1=1, n_2=4, n_3=1$$

$$\therefore \text{จำนวนลำดับที่จัดได้} = \frac{6!}{1! \times 4! \times 1!} = 6 \times 5 = 30 \text{ หนทาง}$$

3. การจัดกลุ่ม (Combination)

นิยาม การจัดกลุ่มหมายถึง การนำสิ่งของที่มีลักษณะแตกต่างกันทั้งหมดหรือเพียงบางส่วนมาจัดกลุ่ม โดยไม่คำนึงถึงลำดับการเลือกก่อนหรือ

หลัง แต่ละแบบที่เลือกได้เราเรียกว่า "หนึ่งกลุ่ม"

และเราได้ความสัมพันธ์ของจำนวนลำดับของการจัดลำดับกับจำนวนกลุ่มของการจัดกลุ่มดังนี้

$r!$ \times จำนวนกลุ่มของการจัดกลุ่ม = จำนวนลำดับของการจัดลำดับหรือเขียนอีกแบบได้ว่า

$$r! \times \text{Combination} = \text{Permutation}$$

การหาจำนวนกลุ่มของการจัดกลุ่มนั้นหาได้จากทฤษฎีต่อไปนี้

ทฤษฎี หากมีสิ่งของอยู่ n สิ่งที่มีลักษณะแตกต่างกัน นำมาจัดกลุ่มที่มีจำนวน r สิ่ง จำนวนหนทางที่จะจัดได้จะเท่ากับ $\frac{n!}{(n-r)!r!}$ ซึ่งเขียนสัญลักษณ์แทนด้วย ${}^n C_r$ หรือ $\binom{n}{r}$

$${}^n C_r = \frac{n!}{(n-r)!r!}$$

ข้อสังเกต

${}^n C_r = 1$ นำของ n สิ่งมาจัดกลุ่มคราวละ n สิ่ง มีได้วิธีเดียวเท่านั้น

ตัวอย่างเช่น มีคนอยู่ 4 คนต้องการจะสร้างทีมเล่นบิงปอง ซึ่งมีทีมละ 2 คน จงหาจำนวนหนทางที่เลือกทีมบิงปอง

ในที่นี้ $n = 4, r = 2$

$$\begin{aligned} \therefore \text{จำนวนหนทางที่จะเลือกทีมได้} &= {}^4 C_2 = \frac{4!}{2! 2!} \text{หนทาง} \\ &= 6 \text{ หนทาง} \end{aligned}$$

การจัดหมู่กรณีที่มีสิ่งของ n สิ่งแยกได้เป็นหลาย ๆ ประเภท

จำนวนหมู่ที่จะจัดได้เราอาศัยทฤษฎีดังนี้

ทฤษฎี (การจัดหมู่ในกรณีที่มีสิ่งของ n สิ่งแบ่งได้เป็น 2 ประเภท)

ถ้ามีของอยู่ n สิ่ง ซึ่งแบ่งได้เป็น 2 ประเภท แต่ละประเภท

มีสิ่งของที่แตกต่างกันและมีจำนวนเท่ากับ n_1, n_2 ตามลำดับเลือกของมา r สิ่ง ให้เป็นประเภทที่หนึ่ง r_1 สิ่งและประเภทที่สอง r_2 สิ่ง มาจัดเป็นหมู่จำนวนหมู่จะจัดได้จะเท่ากับ

$${}^{n_1}C_{r_1} \times {}^{n_2}C_{r_2} \quad \text{หรือ} \quad \binom{n_1}{r_1} \cdot \binom{n_2}{r_2}$$

บทแทรก ถ้ามีของอยู่ n สิ่ง ซึ่งแบ่งออกได้เป็น k ประเภทแต่ละประเภท

มีขนาด n_1, n_2, \dots, n_k ตามลำดับ และมีลักษณะแตกต่างกัน ถ้าเลือกของมา r สิ่งของของแต่ละประเภทเท่ากับ r_1, r_2, \dots, r_k ตามลำดับโดยที่ $r = r_1 + r_2 + \dots + r_k$ มาจัดเป็นหมู่จำนวนหนทางที่จะจัดหมู่ได้จะเท่ากับ

$${}^{n_1}C_{r_1} \times {}^{n_2}C_{r_2} \times {}^{n_3}C_{r_3} \times \dots \times {}^{n_k}C_{r_k} \quad \text{หรือ}$$

$$\binom{n_1}{r_1} \cdot \binom{n_2}{r_2} \cdot \binom{n_3}{r_3} \cdot \dots \cdot \binom{n_k}{r_k}$$

ตัวอย่างเช่น ในสำนักงานแห่งหนึ่งมีพนักงานเป็นชาย 3 คนและหญิง 3

คน ต้องการเลือกพนักงานเหล่านี้มา 3 คนโดย

ก) ให้เป็นชาย 2 คน หญิง 1 คน

ข) ให้เป็นชาย 1 คน หญิง 2 คน

จะมีหนทางเลือกได้กี่หนทาง

ก) จากโจทย์ $n = 6, n_1 = 3, n_2 = 3, r_1 = 2, r_2 = 1$

$$\begin{aligned}
 \therefore \text{จำนวนหนทางที่จะเลือกได้} &= \binom{3}{2} \times \binom{3}{11} \quad \text{หนทาง} \\
 &= \frac{3!}{(3-2)!2!} \times \frac{3!}{(3-1)!1!} \quad \text{หนทาง} \\
 &= \frac{3!}{1!2!} \times \frac{3!}{2!1!} = 3 \times 3 = 9 \quad \text{หนทาง}
 \end{aligned}$$

ข) $r_1 = 1, r_2 = 2$

$$\begin{aligned}
 \therefore \text{จำนวนหนทางที่จะเลือกได้} &= \binom{3}{1} \times \binom{3}{2} \quad \text{หนทาง} \\
 &= \frac{3!}{2!1!} \times \frac{3!}{1!2!} = 3 \times 3 = 9 \quad \text{หนทาง}
 \end{aligned}$$

แบบฝึกหัด

1. มีเลขโดดอยู่ 2 ตัวคือ 1, 2 และ 3 และตัวอักษร a, b เอาเลขและตัวอักษรเหล่านี้มาสร้างรหัสโดยให้ขึ้นต้นด้วยตัวเลขแล้วตามด้วย ตัวอักษร จะสร้างได้กี่จำนวน การสร้างรหัสนี้ประกอบไปด้วย 2 ขั้นตอนคือ ขั้นแรกเลือกตัวเลขและขั้นที่สองเลือกตัวอักษร

ขั้นที่ 1 เลือกตัวเลข 1 ตัวจากตัวเลข 3 ตัวคือ 1, 2 และ 3-

∴ จำนวนวิธีที่จะเลือกได้ทั้งหมด = 3 วิธี

ขั้นที่ 2 เลือกตัวอักษร 1 ตัวจากตัวอักษร 2 ตัวคือ a และ b

∴ จำนวนวิธีที่จะเลือกได้ทั้งหมด = 2 วิธี

∴ สามารถสร้างรหัสได้ทั้งหมด = 3×2 จำนวน
= 6 จำนวน

ตอบ

2. ชายผู้หนึ่งต้องการเดินทางจากกรุงเทพฯ ไปยังสวรคโลก ถ้าการเดินทางมีสองขั้นตอนคือ เดินทางโดยทางรถไฟแล้วต่อด้วยรถยนต์ ถ้าในวันหนึ่ง ๆ มีรถไฟวิ่ง 3 ขบวน วิ่งจากกรุงเทพฯ ถึงพิษณุโลก เมื่อเดินทางไปถึงพิษณุโลกต้องต่อด้วยรถยนต์ ซึ่งมีสองประเภทคือ รถแท็กซี่กับรถเมล์ เขาจะเดินทางได้ กี่แบบ การเดินทางของชายผู้นี้จากกรุงเทพฯ ไปยังพิษณุโลกแบ่งเป็น 2 ขั้นตอนคือ

ขั้นแรก เดินทางโดยทางรถไฟ ซึ่งมี 3 ขบวน

∴ มีวิธีเลือกเดินทางได้ = 3 วิธี

ขั้นที่สอง เดินทางโดยทางรถยนต์ ซึ่งมี 2 ประเภท

∴ มีวิธีเลือกเดินทางได้ = 2 วิธี

∴ เขาจะเลือกเดินทางได้ = $3 \times 2 = 6$ วิธี

ตอบ

3. โยนเหรียญ 10 ครั้ง จะมีหนทางเกิดขึ้นได้กี่หนทาง
 \therefore หนทางที่จะเกิดขึ้นได้ = $(2)^{10}$ หนทาง

ตอบ

4. โยนลูกเต๋า 6 ครั้งจะมีหนทางเกิดขึ้นได้กี่หนทาง
 \therefore หนทางที่จะเกิดขึ้นได้ = $(6)^6$ หนทาง

ตอบ

5. ในการผลิตอาหารสำเร็จรูปชนิดหนึ่งมีขั้นตอนในการผลิต 3 ขั้นตอนคือขั้นแรกเป็นการประกอบส่วนผสม ขั้นที่ 2 เป็นการหุงต้มและขั้นที่ 3 เป็นการบรรจุกระป๋อง ถ้าโรงงานแห่งนี้มีเครื่องจักรที่ใช้ในการประกอบส่วนผสมอยู่ 6 เครื่อง ใช้ในการหุงต้มอยู่ 5 เครื่องและใช้ในการบรรจุกระป๋องอยู่ 3 เครื่อง อยากรวมว่าในการผลิตแต่ละครั้งจะจัดให้เครื่องจักรต่าง ๆ ทำงานได้กี่แบบ

การผลิตอาหารสำเร็จรูปชนิดนี้ประกอบด้วย 3 ขั้นตอนคือ

ขั้นแรก ประกอบส่วนผสม ซึ่งทางโรงงานมีเครื่องจักรที่ใช้ในการประกอบส่วนผสมอยู่ 6 เครื่อง

\therefore หนทางที่จะเลือกได้ = 6 หนทาง

ขั้นที่สอง การหุงต้ม ทางโรงงานมีเครื่องจักรที่ใช้ในการหุงต้มอยู่ 5 เครื่อง

\therefore หนทางที่จะเลือกได้ = 5 หนทาง

ขั้นที่สาม บรรจุกระป๋อง ทางโรงงานมีเครื่องจักรที่ใช้ในการบรรจุกระป๋อง 3 เครื่อง

\therefore หนทางที่จะเลือกได้ = 3 หนทาง

\therefore ในการผลิตแต่ละครั้งจะจัดให้เครื่องจักรต่าง ๆ ทำงานได้

$$= 6 \times 5 \times 3 = 90 \text{ แบบ}$$

ตอบ

6. นายแสงชัยต้องเดินทางจากบ้านซึ่งอยู่ฝั่งชนบทริมคลองที่สนามหลวงเพื่อเดินทางต่อไปยังมหาวิทยาลัยรามคำแหง ถ้าจากบ้านของเขาไปยังสนามหลวงมีรถเมล์สาย 2, 3 และ 5 และจากสนามหลวงมายังมหาวิทยาลัยรามคำแหงมีรถเมล์สาย 1, 12, 60 และ 58 จงหาวิธีการเดินทางจากบ้านของเขาไปยังมหาวิทยาลัยรามคำแหงพร้อมทั้งเขียนแผนภาพประกอบ

การเดินทางจากบ้านมาสนามหลวงมีรถเมล์ 3 สายคือ 2, 3 และ 5

∴ จำนวนหนทางที่จะเลือกได้ = 3 หนทาง

การเดินทางจากสนามหลวงมายังมหาวิทยาลัยรามคำแหงมีรถเมล์ 4 สาย คือ 1, 12, 20 และ 58

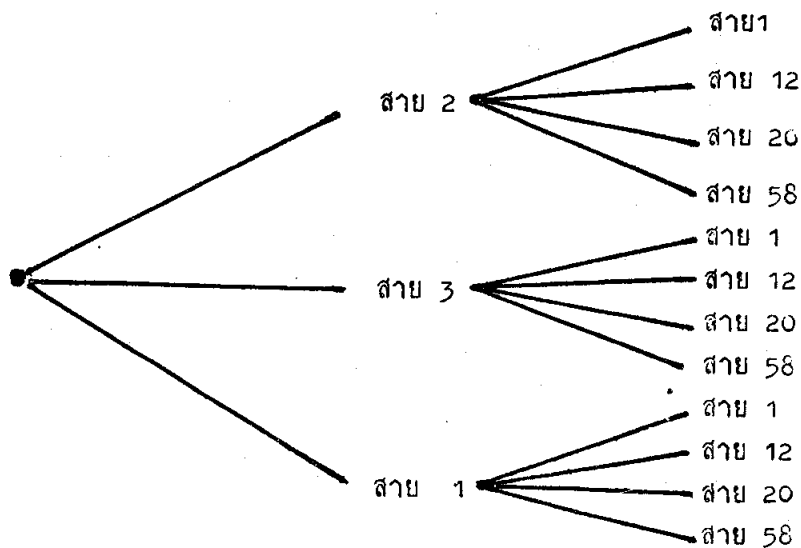
∴ จำนวนหนทางที่จะเลือกได้ = 4 หนทาง

∴ วิธีการที่นายแสงชัยจะเดินทางจากบ้านมายังมหาวิทยาลัยรามคำแหง

$$= 3 \times 4 = 12 \text{ วิธี}$$

ตอบ

แผนภาพประกอบวิธีเดินทางของนายแสงชัย



7. ในร้านอาหารแห่งหนึ่ง ลูกค้าแต่ละคนมีสิทธิ์จะเลือกรับประทานอาหารควาได้ 1 ชนิดใน 4 ชนิดคือข้าวราดแกง ก๋วยเตี๋ยวลูกชิ้น ก๋วยเตี๋ยวหมู ขนมจีนน้ำยา และมีสิทธิเลือกขนมได้ 1 ชนิดใน 3 ชนิดคือ ขนมกล้วยขาวชชี ข้าวเหนียวถั่วดำ สังขยาผักทองและมีสิทธิเลือกเครื่องดื่มได้ 1 ชนิดใน 2 ชนิดคือโอเลี้ยง น้ำส้มคั้น

จงหาจำนวนรายการอาหารที่ลูกค้าจะเลือกได้

การเลือกรับประทานอาหารของลูกค้าแต่ละคนประกอบไปด้วย 3 ขั้นตอน

คือ ขั้นแรก เลือกอาหารควา 1 ชนิดใน 4 ชนิด

$$\therefore \text{มีวิธีเลือกได้} = 4 \text{ วิธี}$$

ขั้นที่สอง เลือกขนมได้ 1 ชนิดใน 3 ชนิด

$$\therefore \text{มีวิธีเลือกได้} = 3 \text{ วิธี}$$

ขั้นที่สาม เลือกเครื่องดื่มได้ 1 ชนิดใน 2 ชนิด

$$\therefore \text{มีวิธีเลือกได้} = 2 \text{ วิธี}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{จำนวนรายการอาหารที่ลูกค้าจะเลือกได้} &= 4 \times 3 \times 2 \quad \text{แบบ} \\ &= 24 \quad \text{แบบ} \end{aligned}$$

ตอบ

8. ถ้าต้องการเดินทางจากจุด A ไปยังจุด B และจากจุด B เดินทางต่อไปยังจุด C และเป็นที่ยอมรับกันว่าจากจุด A ไปยังจุด B มีรถผ่านอยู่ 2 สายคือสาย 10 และสาย 15 และจากจุด B ไปยังจุด C มีรถผ่านอยู่ 3 สายคือ สาย 20, สาย 25 และสาย 30 จงหาจำนวนหนทางทั้งหมดที่จะเดินทางโดยรถจากจุด A ไปยังจุด C (นั่งรถ 2 ครั้ง)

การเดินทางจากจุด A ไปยังจุด B มีรถผ่านอยู่ 2 สาย

$$\therefore \text{มีวิธีเลือกเดินทางได้} = 2 \text{ วิธี}$$

การเดินทางจากจุด B ไปยังจุด C มีรถเมล์ผ่าน 3 สาย

∴ มีวิธีเลือกเส้นทางได้ 3 วิธี

∴ จำนวนหนทางทั้งหมดที่จะเดินทางโดยรถเมล์จากจุด A ไปยังจุด C

$$= 2 \times 3 = 6 \text{ วิธี}$$

ตอบ

9. ในการเดินทางระหว่างกรุงเทพฯ - แปกีวั้นนั้นมีรถประจำทางที่วิ่งติดต่อกันอยู่ 3 สาย คือสาย 1 สาย 2 และสาย 3 ถ้ามีนายวิชิตต้องการเดินทางด้วยรถประจำทางดังกล่าวจากกรุงเทพฯ เพื่อไปเยี่ยมญาติที่อยู่แปกีวั้น และเมื่อเยี่ยมญาติเสร็จแล้วก็จะเดินทางกลับกรุงเทพฯ ด้วยรถประจำทางเช่นเดิม

ก) อยากทราบว่านายวิชิตสามารถเลือกรถเมล์ เพื่อเดินทางไปกลับได้กี่วิธี

ข) ถ้านายวิชิตไม่เดินทางกลับด้วยรถเมล์สายเดิม อยากทราบว่านายวิชิต จะเลือกรถเมล์เพื่อเดินทางไปกลับได้กี่วิธี

ก. การเดินทางจากกรุงเทพฯ ไปแปกีวั้นนั้นมีรถประจำทางวิ่งอยู่ 3 สาย

∴ จำนวนวิธีที่จะเลือกเส้นทาง = 3 วิธี

การเดินทางจากแปกีวั้นมายังกรุงเทพฯ มีรถประจำทางสายเดิมวิ่งอยู่ 3 สาย

∴ จำนวนวิธีที่จะเลือกเส้นทาง = 3 วิธี

∴ นายวิชิตสามารถเลือกรถเมล์เพื่อเดินทางไปกลับได้ = 3×3 วิธี
= 9 วิธี

ตอบ

ข. ถ้าไม่เดินทางกลับสายเดิม

จากกลับจะมีรถเมล์ให้เลือกเพียง 2 สายเท่านั้น

∴ จำนวนวิธีที่จะเลือกเดินทางกลับ = 2 วิธี

นั่นคือนายวิชิที่จะเลือกรถเมล์เพื่อเดินทางไปกลับได้

$$= 3 \times 2 = 6 \text{ วิธี}$$

ตอบ

10. นักศึกษาที่ลงทะเบียนวิชาใดที่หนึ่ง จะต้องลงทะเบียนเรียนวิชาบังคับ 3 วิชาคือ EN 101 ซึ่งมีอยู่ 4 section วิชา TH 101 ซึ่งมีอยู่ 3 section และวิชา SO 103 ซึ่งมีอยู่ 5 section

จงหาจำนวนหนทางที่จะเลือกเรียนวิชาบังคับทั้ง 3 วิชานี้

∴ จำนวนหนทางที่จะเลือกเรียนวิชา EN 101 4 หนทาง

∴ จำนวนหนทางที่จะเลือกเรียนวิชา TH 101 3 หนทาง

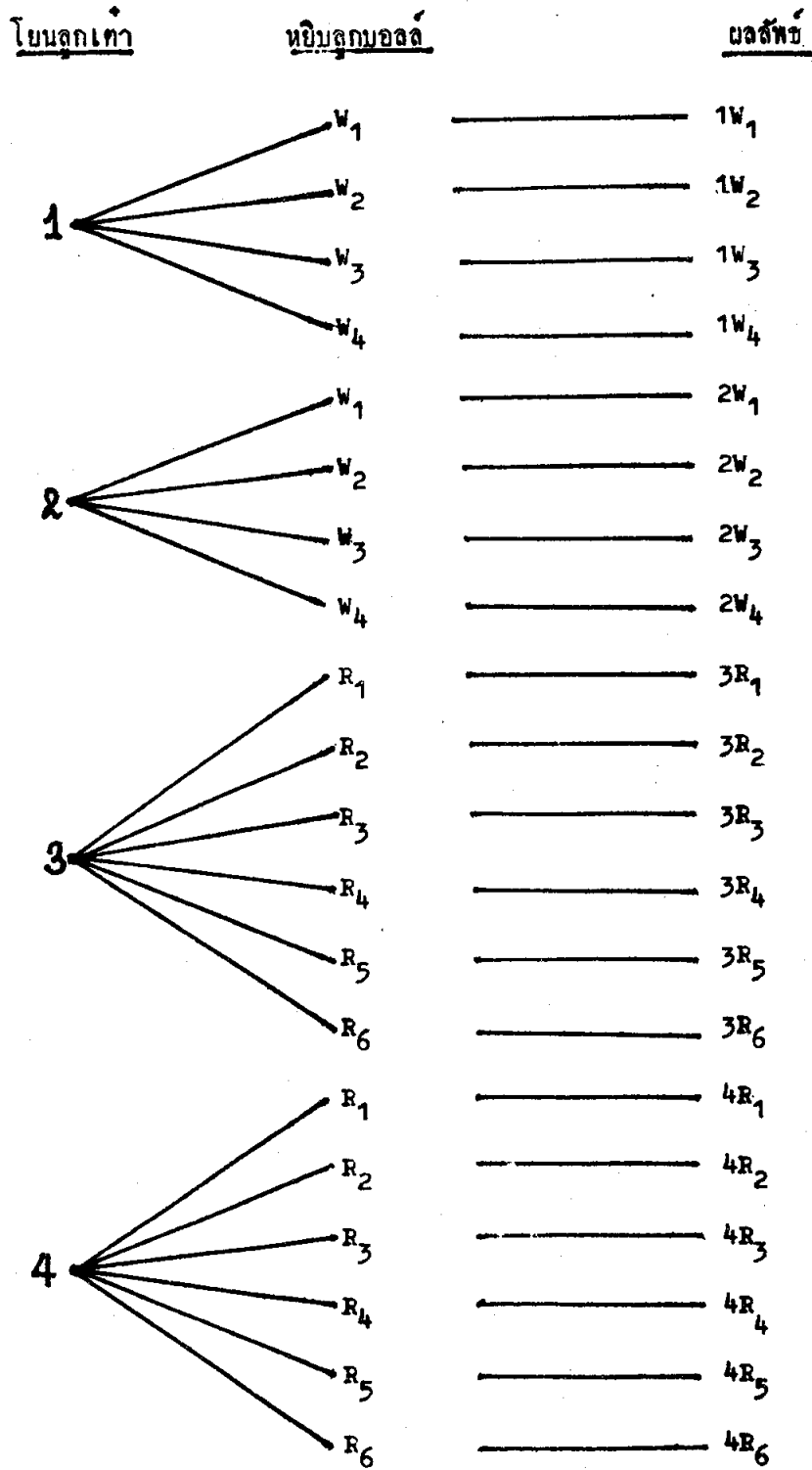
∴ จำนวนหนทางที่จะเลือกเรียนวิชา SO 103 5 หนทาง

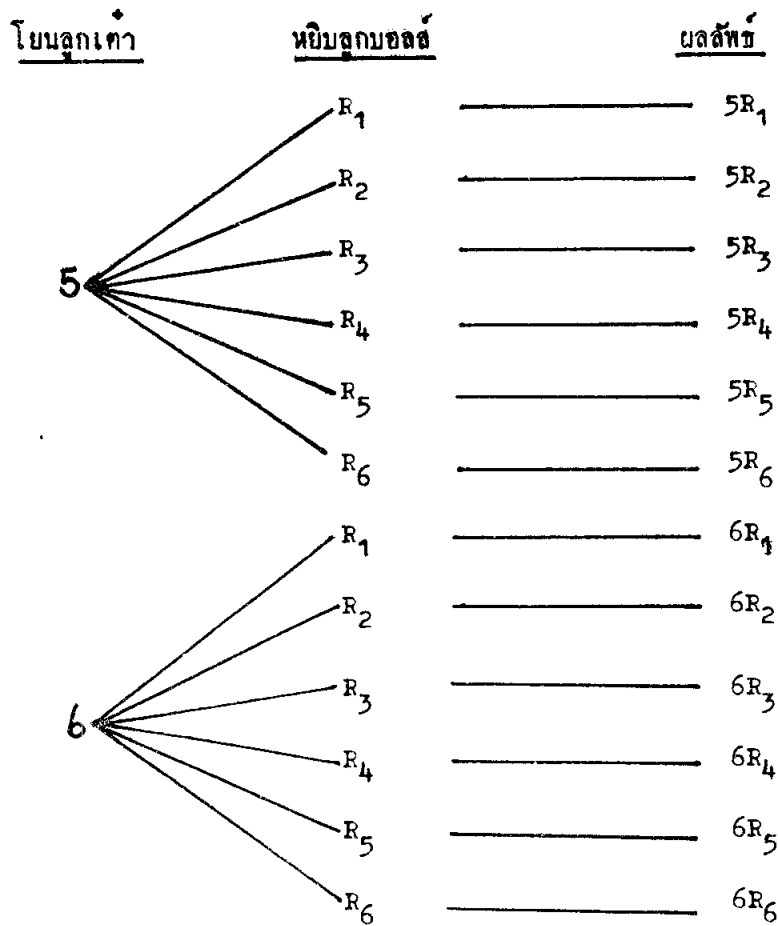
∴ จำนวนหนทางที่จะเลือกเรียนวิชาบังคับทั้ง 3 วิชานี้ = $4 \times 3 \times 5$ หนทาง
= 60 หนทาง

ตอบ

11. มีลูกบอลอยู่ 10 ลูกเป็นสีขาว 4 ลูกนอกนั้นเป็นสีแดงโยนลูกเท่า 1 ลูก ถ้าได้แต้มหมายเลข 1 หรือ 2 ให้หยิบลูกบอลสีขาว 1 ลูก แต่ถ้าโยนแล้วได้หมายเลขอื่น ๆ ให้หยิบลูกบอลสีแดงมา 1 ลูก จงคำนวณผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ทั้งหมด พร้อมทั้งเขียนภาพประกอบ

การทดลองนี้มี 2 ขั้นตอนคือขั้นแรกโยนลูกเท่า ขั้นที่สองหยิบลูกบอล





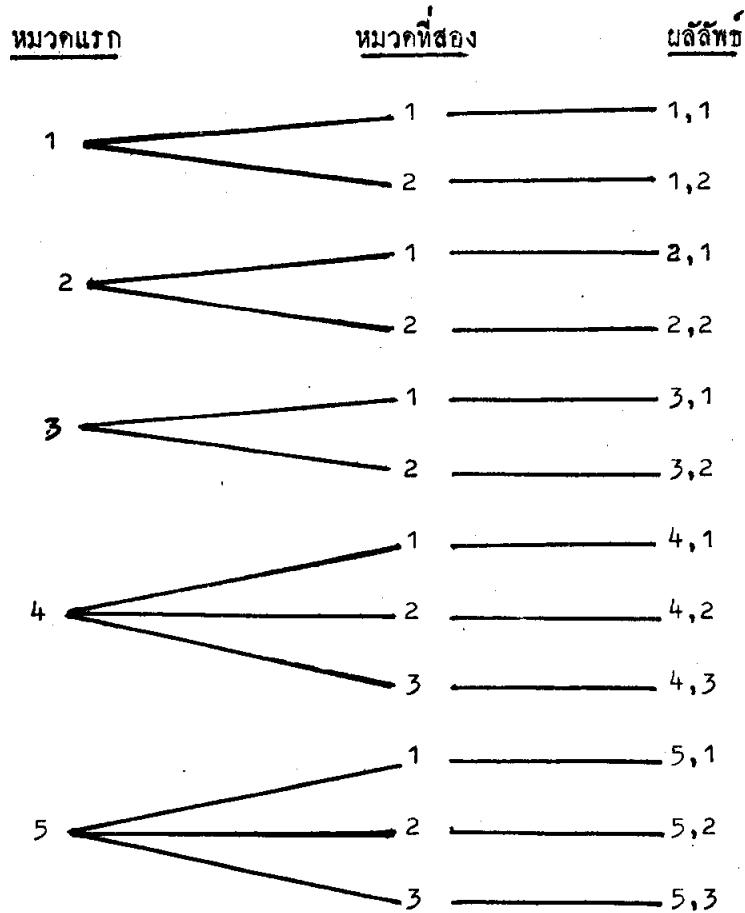
∴ ผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ทั้งหมด = $(n_{11} \times n_{21}) + (n_{12} \times n_{22})$ วิธี

= $(2 \times 4) + (4 \times 6)$ วิธี

= $8 + 24 = 32$ วิธี

ตอบ

12. ในการทำรายงานวิชา สถิติแยกคำสั่งออกเป็นสองหมวด หมวดแรกมีปัญหายุ่ง 5 ข้อ ให้เลือกทำ 1 ข้อ หมวดที่สองมีปัญหายุ่ง 3 ข้อ ให้เลือกทำ 1 ข้อ เช่นเดียวกัน แต่มีเงื่อนไขว่า ถ้าทำปัญหาในหมวดแรกข้อ 1 หรือข้อ 2 หรือ ข้อ 3 ให้เลือกปัญหาในหมวดที่สองเฉพาะข้อ 1 หรือข้อ 2 แต่ถ้าหมวดแรกทำข้อ 4 หรือข้อ 5 จะเลือกปัญหาในหมวดที่สองข้อใดก็ได้ จะมีวิธีทำรายงานได้กี่แบบ

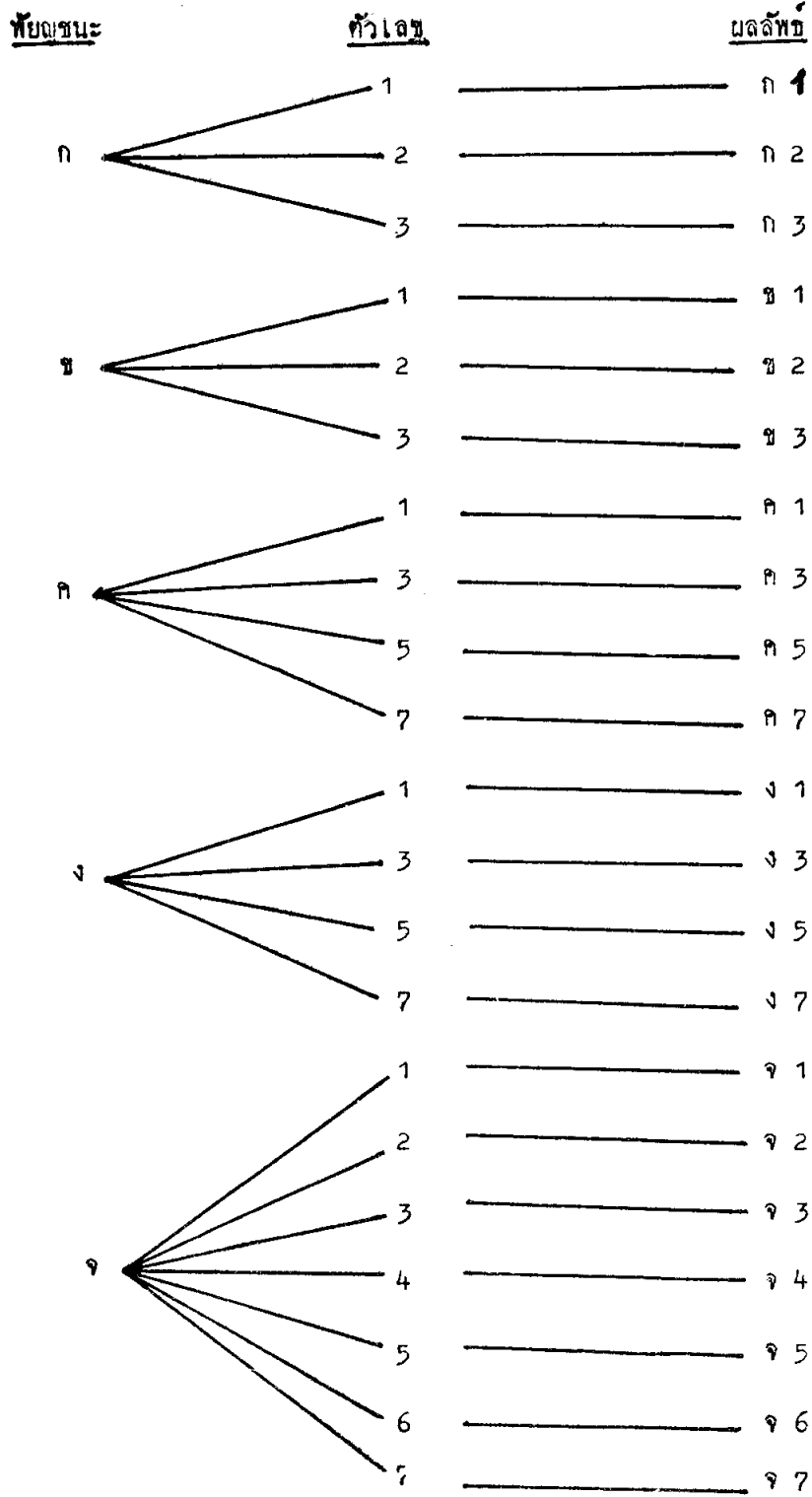


$$\begin{aligned}
 \therefore \text{จำนวนวิธีที่จะทำรายงาน} &= (n_{11} \times n_{21}) + (n_{12} \times n_{22}) \\
 &= (3 \times 2) + (2 \times 3) \\
 &= 6 \times 6 = 12 \quad \text{วิธี}
 \end{aligned}$$

ตอบ

13. ในการเขียนหมวดรายการสินค้าโดยใช้พยัญชนะเป็นตัวแรกตามด้วย ตัวเลขหนึ่งตัว ถ้าพยัญชนะที่ให้มี ก, ข, ค, ง และ จ ตัวเลขมี 1, 2, 3, 4, 5, 6 และ 7 การเขียนหมวดรายการสินค้าแยกเป็น 3 กลุ่มดังนี้ กลุ่มแรกใช้พยัญชนะ ก หรือ ข แล้วตามด้วยเลข 1 หรือ 2 หรือ 3 กลุ่มที่สองใช้พยัญชนะ ค หรือ ง แล้วตามด้วยเลข 1 หรือ 3 หรือ 5 หรือ 7 ส่วนกลุ่มที่ 3 ใช้พยัญชนะ จ ตามด้วยเลขตัวใดก็ได้ใน

7 ทัวนี้จะมีหางเขียนหมวดรายการสินค้าได้กี่รายการ



$$\begin{aligned} \therefore \text{จำนวนหนทางที่จะเขียนแบบรายการสินค้า} &= (n_{11} \times n_{21}) + (n_{12} \times n_{22}) + (n_{13} \times n_{23}) \\ &= (2 \times 3) + (2 \times 4) + (1 \times 7) \\ &= 6 + 8 + 7 = 21 \text{ รายการ} \end{aligned}$$

ตอบ

14. เอาพยัญชนะ ก, ข, ค และ ง มาใช้ในการเขียนรหัสจะมีจำนวนรหัสเท่าใดถ้า

- ก) ใช้พยัญชนะทั้ง 4 ตัว
ข) ใช้พยัญชนะเพียง 2 ตัว
ค) ใช้พยัญชนะ 1 ตัว, 2 ตัว, 3 ตัวหรือ 4 ตัว

ก. \therefore จำนวนรหัสที่ประกอบด้วยพยัญชนะ 4 ตัว $= 4 \times 4 \times 4 \times 4 = 256$ รหัส

ตอบ

ข. \therefore จำนวนรหัสที่ประกอบด้วยพยัญชนะ 2 ตัว $= 4 \times 4 = 16$ รหัส

ตอบ

ค. แบบใช้พยัญชนะ 1 ตัว จำนวนรหัสที่ได้ $= 4$
 แบบใช้พยัญชนะ 2 ตัว จำนวนรหัสที่ได้ $= 4 \times 4 = 16$ ง
 แบบใช้พยัญชนะ 3 ตัว จำนวนรหัสที่ได้ $= 4 \times 4 \times 4 = 64$
 แบบใช้พยัญชนะ 4 ตัว จำนวนรหัสที่ได้ $= 4 \times 4 \times 4 \times 4 = 256$
 \therefore จำนวนรหัสที่ได้ $= 4 + 16 + 64 + 256 = 340$ รหัส

ตอบ

15. ในปัญหาโจทย์ประเภท ถูก - ผิด ซึ่งมีอยู่ 10 ข้อ

- ก. จะมีหนทางตอบปัญหานี้ได้กี่หนทาง
ข. จำนวนหนทางที่จะตอบว่าถูกใน 3 ข้อแรกมีกี่หนทาง
ค. จำนวนหนทางที่จะตอบถูกและผิดสลับกันได้กี่หนทาง

ก. \therefore จะมีหนทางตอบปัญหานี้ได้ = 2^{10} หนทาง

ตอบ

ข. \therefore จำนวนหนทางที่จะตอบว่าถูกใน 3 ข้อแรก = 2^7 หนทาง

ตอบ

ค. \therefore จำนวนหนทางที่ตอบและถูกสลับกัน = 2 หนทาง

ตอบ

16. มีเด็กชาย 5 คนและเด็กหญิง 5 คน หากจัดให้นั่งสลับกันเป็นแถวโดยให้เด็กชายนั่งต้นแถวเสมอ จะมีทางจัดได้กี่หนทางและถ้าหากจัดให้เด็กชายหนึ่งนั่งติดกับเด็กหญิงสี่เสมอจะมีหนทางจัดได้กี่หนทาง

\therefore จำนวนหนทางที่จัดให้นั่งสลับกันเป็นแถวโดยให้เด็กชายต้นแถวเสมอจะเท่ากับ

$$5 \times 5 \times 4 \times 4 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2 \times 1 \times 1 \quad \text{หนทาง}$$

$$= 14,400 \quad \text{หนทาง}$$

ถ้าหากจัดให้เด็กชายหนึ่งนั่งติดกับเด็กหญิง 4 เสมอ

ก. ถ้าเด็กชายอยู่ในตำแหน่งที่ 1 จะจัดได้ = $4 \times 4 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2 \times 1 \times 1$ หนทาง
= 576 หนทาง

ข. ถ้าเด็กชายอยู่ในตำแหน่งที่ 3 จะจัดได้ = $4 \times 4 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2 \times 1 \times 1$ หนทาง
= 576 หนทาง

ค. ถ้าเด็กชายอยู่ในตำแหน่งที่ 5, 7 หรือ 9 จะจัดได้ = 3×576 หนทาง
= 1,728 หนทาง

\therefore จำนวนหนทางที่จัดให้เด็กชายหนึ่งนั่งติดกับเด็กหญิง 4 เสมอ

$$= 576 + 576 + 1,728 \quad \text{หนทาง}$$

$$= 2,880 \quad \text{หนทาง}$$

ตอบ

17. เอาตัวเลข 1, 2, 3, 4 มาสร้างตัวเลข 4 หลักโดยแต่ละหลักจะต้องไม่มีตัวเลขซ้ำกันเลย จะสร้างได้กี่จำนวน

$$\therefore \text{จำนวนเลขที่จะสร้างได้} = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24 \text{ จำนวน}$$

ตอบ

18. นำอักษรที่มี 4 ยี่ห้อยคือ ก, ข, ค และ ง หากจะจัดลำดับนำอักษรตามความนิยมของผู้บริโภค จะจัดได้กี่แบบและถ้ายี่ห้อย ข. มีผู้นิยมสูงสุดจะจัดลำดับนำอักษรตามความนิยมของผู้บริโภคได้กี่แบบ

$$\begin{aligned} \therefore \text{จะจัดลำดับนำอักษรตามความนิยมของผู้บริโภคได้} &= 4 ; \text{ แบบ} \\ &= 4 \times 3 \times 2 = 24 \text{ แบบ} \end{aligned}$$

ตอบ

- ถ้ายี่ห้อย ข. มีผู้นิยมสูงสุด จะเหลือนำอักษรเพียง 3 ยี่ห้อยที่เราจะนำมาจัดเรียง

$$\begin{aligned} \therefore \text{จะจัดลำดับนำอักษรได้} &= 3 ; \text{ แบบ} \\ &= 3 \times 2 \times 1 = 6 \text{ แบบ} \end{aligned}$$

ตอบ

19. ในการทำข้อสอบแบบจับคู่มีคำถามและคำตอบอย่างละ 20 ข้อ จะมีทางทำข้อสอบได้กี่หนทางถ้า

- ไม่รู้คำตอบที่แท้จริงเลย
- รู้คำตอบที่แท้จริง 5 ข้อคือข้อ 2, 3, 5, 7 และ 15
- รู้คำตอบที่แท้จริง 10 ข้อคือข้อ 1 ถึงข้อ 10

$$\text{ก. } \therefore \text{จะมีทางทำข้อสอบได้} = 20 ; \text{ หนทาง}$$

ตอบ

ข. ∴ จะมีทางทำข้อสอบได้ = 15 ! หนทาง

ตอบ

ค. ∴ จะมีทางทำข้อสอบได้ = 10 ! หนทาง

ตอบ

20. มีหัวเทียนรถยนต์ 4 หัวท่านจะสามารถจัดหัวเทียนเหล่านี้เสลงในที่ใส่หัวเทียนในเสื้อสูบ 4 แห่งได้กี่วิธี

$$\begin{aligned} \therefore \text{สามารถจัดหัวเทียนทั้ง 4 หัว} &= {}^4P_4 = 4! \text{ วิธี} \\ &= 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24 \text{ วิธี} \end{aligned}$$

ตอบ

21. มีเลขอยู่ 4 ตัวคือ 9, 5, 3 และ 1 จะนำมาสร้างเป็นเลขหลัก 10 ได้กี่วิธี

$$\begin{aligned} \therefore \text{นำตัวเลข 4 ตัวมาสร้างเป็นเลขหลัก 10 ได้} &= {}^4P_2 \text{ วิธี} \\ &= \frac{4!}{(4-2)!} \text{ วิธี} \\ &= \frac{4!}{2!} = 4 \times 3 = 12 \text{ วิธี} \end{aligned}$$

ตอบ

22. มีเก้าอี้รับแขกอยู่ 7 ตัวและมีแขกมาเยี่ยมชม 7 คนจะจัดที่ให้แขกนั่งเก้าอี้ที่มีอยู่ได้กี่วิธี

$$\begin{aligned} \therefore \text{จะจัดเก้าอี้ให้แขกนั่งได้} &= {}^7P_7 = 7! \text{ วิธี} \\ &= 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \text{ วิธี} \\ &= 5040 \text{ วิธี} \end{aligned}$$

ตอบ

23. มีหนังสืออยู่ 3 เล่มจะจัดหนังสือเข้าชั้นได้กี่วิธี

$$\begin{aligned} \therefore \text{จะจัดหนังสือเข้าชั้นได้} &= {}^3P_3 && \text{วิธี} \\ &= 3! = 3 \times 2 = 6 && \text{วิธี} \end{aligned}$$

ตอบ

24. จงแก้สมการหาค่า n ของสมการต่อไปนี้

ก. ${}^nP_5 = 20 \cdot {}^nP_3$

ข. ${}^nP_2 = 72$

ค. $2 \cdot {}^nP_2 + 50 = {}^{2n}P_2$

ก. ${}^nP_5 = 20 \cdot {}^nP_3$

$$\frac{n!}{(n-5)!} = 20 \times \frac{n!}{(n-3)!}$$

$$\frac{(n-3)!}{(n-5)!} = 20$$

$$(n-5)!$$

$$\frac{(n-3)(n-4)(n-5)!}{(n-5)!} = 20$$

$$(n-3)(n-4) = 20$$

$$n^2 - 7n + 12 - 20 = 0$$

$$n^2 - 7n - 8 = 0$$

$$n = 8, -1$$

$$\therefore n = 8 \text{ (ค่า -1 ไม่ใช้)}$$

ตอบ

$$1. \quad {}^n P_2 = 72$$

$$\frac{n!}{(n-2)!} = 72$$

$$\frac{n \times (n-1) \times (n-2)!}{(n-2)!} = 72$$

$$n(n-1) = 72$$

$$n^2 - n - 72 = 0$$

$$(n-9)(n+8) = 0$$

$$n = 9, -8$$

$$\therefore n = 9 \quad (\text{ค่า } -8 \text{ ไม่ใช้})$$

$$ก. \quad 2 {}^{2n} P_2 + 50 = {}^{2n} P_2 \quad \underline{\underline{\text{ข้อ 1}}}$$

$$\left[2 \times \frac{n!}{(n-2)!} \right] + 50 = \frac{(2n)!}{(2n-2)!}$$

$$\left[2 \times n \times (n-1) \right] + 50 = \frac{2n(2n-1)(2n-2)!}{(2n-2)!}$$

$$2n(n-1) + 50 = 2n(2n-1)$$

$$2n^2 - 2n + 50 = 4n^2 - 2n$$

$$4n^2 - 2n^2 = 50$$

$$2n^2 = 50$$

$$\therefore n = 5$$

ข้อ 1

25. จงหาค่าของ ${}^4P_1 + {}^4P_2 + {}^4P_3 + {}^4P_4$

$$\begin{aligned} {}^4P_1 + {}^4P_2 + {}^4P_3 + {}^4P_4 &= \frac{4!}{3!} + \frac{4!}{2!} + \frac{4!}{1!} + \frac{4!}{0!} \\ &= 4 + (4 \times 3) + (4 \times 3 \times 2) + (4 \times 3 \times 2) \\ &= 4 + 12 + 24 + 24 \\ &= 64 \end{aligned}$$

ตอบ

26. บริษัทสหไทย ได้จัดส่งรถยนต์รุ่นล่าสุด ให้ตัวแทนฝ่ายขาย 10 คันสีแตกต่างกัน
เขาจะจัดลำดับรถที่โชว์ได้กี่แบบ

$$\begin{aligned} \therefore \text{จะจัดรถโชว์ได้} &= {}^{10}P_6 \quad \text{แบบ} \\ &= \frac{10!}{(10-6)!} = \frac{10!}{4!} \quad \text{แบบ} \\ &= 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \quad \text{แบบ} \\ &= 15,120 \quad \text{แบบ} \end{aligned}$$

ตอบ

27. ผู้รับเหมาก่อสร้างต้องการสร้างบ้าน 5 หลัง ในแบบต่าง ๆ กันบนที่ดิน 3
แปลงริมถนน และบนที่ดินอีก 2 แปลงริมถนนด้านตรงข้าม เขาจะมีทางจัดได้กี่แบบ

$$\begin{aligned} \therefore \text{เขาจะมีทางจัดได้} &= 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \quad \text{หนทาง} \\ &= 120 \quad \text{หนทาง} \end{aligned}$$

ตอบ

28. นายชนิศจีมีรายการที่จะต้องทำ 5 ชิ้นและเขามีช่วงเวลาที่จะใช้ทำงานนี้ 10 ช่วง
ด้วยกัน เขาจะใช้ช่วงเวลาเหล่านี้จัดโปรแกรมในการเขียนรายงานได้กี่หนทาง

$$\begin{aligned}
 \therefore \text{เขาจะจัดโปรแกรมในการเขียนรายงานได้} &= {}^{10}P_5 \quad \text{หนทาง} \\
 &= \frac{10!}{(10-5)!} \quad \text{หนทาง} \\
 &= \frac{10!}{5!} = 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \\
 &= 30,240 \quad \text{หนทาง}
 \end{aligned}$$

ตอบ

ในการแข่งขันเดินมาราธอนรอบสนามรูปวงกลม มีผู้เข้าแข่งขัน 10 คน
จะมีลำดับการเดินที่หนทาง

$$\begin{aligned}
 \therefore \text{จะมีลำดับการเดิน} &= (10 - 1)! \quad \text{หนทาง} \\
 &= 9! = 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \quad \text{หนทาง} \\
 &= 362,880 \quad \text{หนทาง}
 \end{aligned}$$

ตอบ

ในการตั้งค่ายพักแรมกลางป่าได้จัดตั้งแคมป์เป็นรูปวงกลมและจัดให้มีเวรยามโดยรอบ

- ก. ถ้าจัดให้มีเวรยามเพียง 8 คน จะมีจำนวนหนทางที่จะจัดได้เท่าใด
ข. ถ้าจัดให้มีเวรยามเพียง 5 คน เลือกมาจาก 8 คนจะมีจำนวนหนทางที่จะจัดได้เท่าใด

$$\begin{aligned}
 \text{ก. } \therefore \text{จำนวนหนทางที่จะจัดได้} &= (8 - 1)! = 7! \quad \text{หนทาง} \\
 &= 5,040 \quad \text{หนทาง}
 \end{aligned}$$

ตอบ

$$\begin{aligned}
 \text{ข. } \therefore \text{จำนวนหนทางที่จะจัดได้} &= \frac{8!}{(8-5)!5} = \frac{8!}{3! \times 5} \quad \text{หนทาง} \\
 &= 8 \times 7 \times 6 \times 4 \\
 &= 1,344 \quad \text{หนทาง}
 \end{aligned}$$

ตอบ

31. ชาย 4 คน นั่งล้อมวงสนทนากัน คือ นาย ก, ข, ค และ ง จะจัดที่นั่งให้คนทั้ง 4 โค้ววิธี และถ้าหากว่า นาย ก และ นาย ข จะต้องนั่งติดกันเสมอจะจัดโค้ววิธี

$$\begin{aligned} \therefore \text{จะจัดที่นั่งให้คนทั้ง 4 โค้ว} &= (4 - 1)! \quad \text{วิธี} \\ &= 3! = 3 \times 2 \times 1 = 6 \quad \text{วิธี} \end{aligned}$$

ตอบ

ถ้า นาย ก และ นาย ข จะต้องนั่งติดกันเสมอ

$$\begin{aligned} \therefore \text{จะจัดโค้ว} &= 2! \times (4 - 2)! \quad \text{วิธี} \\ &= 2! \times 2! = 4 \quad \text{วิธี} \end{aligned}$$

ตอบ

32. มีดอกไม้สีอยู่ 20 ดอก กุหลาบสีแดง 9 ดอก อยากทราบว่า จะนำมาร้อยเป็นมาลัยสลับสีโค้ววิธี

$$\begin{aligned} n &= 29, \quad n_1 = 20, \quad n_2 = 9 \\ \therefore \text{จะนำมาร้อยเป็นมาลัยสลับสีโค้ว} &= {}^{29}P_{(20,9)} \quad \text{วิธี} \\ &= \frac{29!}{20! 9!} \quad \text{วิธี} \\ &= \frac{29 \times 28 \times 27 \times 26 \times 25 \times 24 \times 23 \times 22 \times 21}{9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} \quad \text{วิธี} \\ &= 29 \times 7 \times 3 \times 13 \times 5 \times 23 \times 11 \quad \text{วิธี} \end{aligned}$$

ตอบ

33. มีลูกบ๊วย 7 ลูก 7 สี จะนำมาร้อยเป็นสร้อยข้อมือโค้ววิธีต่าง ๆ กัน วิธี

$$\begin{aligned} \therefore \text{จะนำมาร้อยเป็นสร้อยข้อมือโค้ว} &= (7 - 1)! \quad \text{วิธี} \\ &= 6! \quad \text{วิธี} \end{aligned}$$

$$= 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \quad \text{วิธี}$$

$$= 720 \quad \text{วิธี}$$

ตอบ

34. ถ้านำอักษรของคำว่า "digit" มาจัดเรียงลำดับอักษรใหม่จะจัดได้กี่วิธี

$$\therefore \text{จะจัดเรียงลำดับอักษรใหม่ได้} = \frac{5!}{1! \times 2! \times 1! \times 1!} \quad \text{วิธี}$$

$$= \frac{5!}{2!} = 5 \times 4 \times 3 = 60 \quad \text{วิธี}$$

ตอบ

35. คำว่า "probability" ถ้านำมาเรียงกันเป็นคำใหม่จะได้ทั้งหมดกี่คำ

$$\therefore \text{นำมาเรียงเป็นคำใหม่ได้} = \frac{11!}{1! \times 1! \times 1! \times 2! \times 1! \times 2! \times 1! \times 1! \times 1!} \quad \text{คำ}$$

$$= \frac{11!}{2! \times 2!} \quad \text{คำ}$$

$$= 11 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 3 \times 2 \times 1 \quad \text{คำ}$$

$$= 9,979,200 \quad \text{คำ}$$

ตอบ

36. โยนลูกเต๋า 10 ครั้ง รู้ว่า

ก) ออกหมายเลข 2 สี่ครั้ง หมายเลข 5 สามครั้ง และ หมายเลข 6 สามครั้ง

ข) ออกหมายเลข 1 สามครั้ง หมายเลข 3 สองครั้ง หมายเลข 4 หนึ่งครั้ง

หมายเลข 5 สองครั้ง และ หมายเลข 6 สองครั้ง

อยากทราบว่า ลำดับ การออกหมายเลขเหล่านี้จะมีกี่แบบ

$$\text{ก) } \therefore \text{ลำดับการออกหมายเลขเหล่านี้} = {}_{10}P_{(4,3,3)} \quad \text{แบบ}$$

$$= \frac{10!}{4! \times 3! \times 3!} \quad \text{แบบ}$$

$$= \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 3 \times 2 \times 1 \times 3 \times 2 \times 1} \quad \text{แบบ}$$

$$= 10 \times 3 \times 4 \times 7 \times 5 \quad \text{แบบ}$$

$$= 4200 \quad \text{แบบ}$$

ตอบ

ข) ∴ ลำดับการออกหมายเลขเหล่านี้ = ${}^{10}P_{(3,2,1,2,2)}$ แบบ

$$= \frac{10!}{3! \times 2! \times 1! \times 2! \times 2!} \quad \text{แบบ}$$

$$= \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{3 \times 2 \times 1 \times 2 \times 2 \times 2} \quad \text{แบบ}$$

$$= 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 3 \times 5 \quad \text{แบบ}$$

$$= 75,600 \quad \text{แบบ}$$

ตอบ

37. มีอักษร A 2 ตัว และ B 2 ตัว นำอักษรเหล่านี้มาเรียงลำดับ ในแนวตรง จะมีหนทางที่จะเรียงลำดับได้เท่าใด และ ถ้ากำหนดว่าในการเรียงลำดับทุกครั้งให้ขึ้นต้นด้วยอักษร A เสมอจะจัดลำดับได้กี่ลำดับ

$$\therefore \text{หนทางที่จะเรียงลำดับได้} = \frac{4!}{2! \times 2!} = \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{2 \times 2} \quad \text{หนทาง}$$

$$= 6 \quad \text{หนทาง}$$

คือ AABE ABAB ABBA BABA BAAB

ตอบ

ถ้ากำหนดว่าในการเรียงลำดับทุกครั้งให้ขึ้นต้นด้วยอักษร A เสมอจำนวนลำดับที่ได้

$$= 3 \text{ ลำดับ คือ}$$

AABB ABAB ABBA

ตอบ

38. ข้อสอบวิชา ST 205 มีทั้งหมด 15 ข้อให้เลือกทำ 10 ข้อจะมีทางเลือกทำได้กี่แบบ

$$\begin{aligned}
 \therefore \text{จะมีทางเลือก} &= {}^{15}C_{10} \quad \text{แบบ} \\
 &= \frac{15!}{(15-10)! 10!} = \frac{15!}{5! 10!} \quad \text{แบบ} \\
 &= \frac{15 \times 14 \times 13 \times 12 \times 11}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 7 \times 13 \times 3 \times 11 \quad \text{แบบ} \\
 &= 3,003 \quad \text{แบบ}
 \end{aligned}$$

ตอบ

39. เด็กหญิงแสงจันทร์มีรุ่นพี่อยู่ 3 คู่เก็บไว้ในลิ้นชักเดียวกัน ถ้าเด็กหญิงแสงจันทร์หยิบถุงเท้าเพื่อใส่ไปโรงเรียนโดยไม่รู้ว่าจะข้างไหนคู่กันบ้าง จะมีทางเลือกได้กี่แบบ

$$\begin{aligned}
 \therefore \text{จำนวนหนทางที่จะเลือกได้} &= {}^6C_2 = \frac{6!}{(6-2)! 2!} \quad \text{แบบ} \\
 &= \frac{6!}{4! 2!} \quad \text{แบบ} \\
 &= \frac{6 \times 5}{2} = 3 \times 5 = 15 \quad \text{แบบ}
 \end{aligned}$$

ตอบ

40. กำหนดจุด 10 จุดบนเส้นรอบวงของวงกลมวงหนึ่ง

- ก. จงหาจำนวนคอร์ดที่เชื่อมระหว่างจุดเหล่านี้
- ข. จงหาจำนวนสามเหลี่ยมที่มีจุดเหล่านี้เป็นจุดยอดมุม
- ค. จงหาจำนวนหกเหลี่ยมที่มีจุดเหล่านี้เป็นจุดยอดมุม

$$\begin{aligned} \text{ก. } \therefore \text{จำนวนคอร์ส} &= {}^{10}C_2 = \frac{10!}{(10-2)!2!} \quad \text{คอร์ส} \\ &= \frac{10!}{8!2!} = \frac{10 \times 9}{2} = 45 \quad \text{คอร์ส} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ข. } \therefore \text{จำนวนสามเหลี่ยม} &= {}^{10}C_3 = \frac{10!}{(10-3)!3!} \quad \text{รูป} \\ &= \frac{10!}{7!3!} = \frac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2 \times 1} \quad \text{รูป} \\ &= 10 \times 3 \times 4 = 120 \quad \text{รูป} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ค. } \therefore \text{จำนวนหกเหลี่ยม} &= {}^{10}C_6 = \frac{10!}{(10-6)!6!} \quad \text{รูป} \\ &= \frac{10!}{4!6!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 10 \times 3 \times 7 \\ &= 210 \quad \text{รูป} \end{aligned}$$

41. นักศึกษาวิชาเอกสถิติคนหนึ่งได้เลือกเรียนวิชา คอมพิวเตอร์ เป็นวิชาโท โดยทางภาคกำหนดไว้ว่าจะต้องเรียนวิชาโท 18 หน่วยกิตหรือเท่ากับ 6 วิชานั้นเอง
- ก. ถ้ามีวิชา คอมพิวเตอร์ เปิดสอน 13 วิชา จำนวนหนทางที่นักศึกษาคนนี้จะเลือกเรียนได้จะเท่ากับเท่าใด
- ข. ถ้ากำหนดว่า ผู้ที่เรียนวิชาคอมพิวเตอร์ต้องเรียนวิชา CS 200 เป็นวิชาแรก แล้วเลือกที่เหลืออีก 5 วิชาจากวิชาคอมพิวเตอร์ที่เปิดสอน 12 วิชา จงหาจำนวนหนทางที่นักศึกษาคนนี้จะเลือกเรียนได้

ก. ∴ นักศึกษาคนนี้จะเลือกเรียนได้ = ${}_{13}C_6 = \frac{13!}{(13-6)!6!}$ วิธี

= $\frac{13!}{7!6!}$ วิธี

= $\frac{13 \times 12 \times 11 \times 10 \times 9 \times 8}{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}$ วิธี

= $13 \times 12 \times 11 = 1,716$ วิธี

ข. ∴ จำนวนวิธีที่นักศึกษาคนนี้จะเลือกเรียนได้ = ${}_{12}C_5$ วิธี

= $\frac{12!}{(12-5)!5!}$ วิธี

= $\frac{12!}{7!5!}$ วิธี

= $\frac{12 \times 11 \times 10 \times 9 \times 8}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}$ วิธี

= $11 \times 9 \times 8 = 72$ วิธี

ส่วนี. งานแห่งหนึ่ง เปิดรับสมัครพนักงานเข้าบรรจุทำงานตำแหน่งธุรการตัว ก. ใน 5 ตำแหน่ง มากกว่ามีผู้มาสมัคร 20 คน เขาจะจัดพนักงานที่จะเลือกได้ทั้งหมด และเขาจะมีหนทางที่จะเลือกได้ = ${}_{20}C_5$ หนทาง

= $\frac{20!}{(20-5)!5!}$ หนทาง

= $\frac{20!}{15!5!}$ หนทาง

$$= \frac{20 \times 19 \times 18 \times 17 \times 16}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} \quad \text{หนทาง}$$

$$= 19 \times 3 \times 17 \times 16 \quad \text{หนทาง}$$

$$= 15,504 \quad \text{หนทาง}$$

ตอบ

43. มีหลอดไฟอยู่ 10 หลอด เป็นหลอดที่ชำรุด 2 หลอด ถ้าหยิบหลอดไฟมาทดสอบ 4 หลอด ว่าเป็นหลอดที่ 3 หลอด และ หลอดเสีย 1 หลอด จะมีทางหยิบมาทดสอบได้กี่หนทาง

∴ หลอดชำรุดมี 2 หลอด

∴ หลอดที่ มี 8 หลอด

หยิบหลอดไฟมาทดสอบ 4 หลอด ว่าเป็นหลอด ที่ 3 หลอด และ หลอดเสีย 1 หลอด

ในที่นี้ $n = 10$, $n_1 = 2$, $n_2 = 8$, $r_1 = 1$ และ $r_2 = 3$

∴ จำนวนหนทางที่จะหยิบหลอดไฟมาทดสอบ

$$= {}^2 C_1 \times {}^8 C_3 = \frac{2!}{1!1!1!} \times \frac{8!}{5!3!} \quad \text{หนทาง}$$

$$= \frac{2 \times 8 \times 7 \times 6}{3 \times 2 \times 1} = 2 \times 8 \times 7 = 112 \quad \text{หนทาง}$$

ตอบ

44. เลือกโทรทัศน์มา 3 เครื่อง จากโทรทัศน์ 10 เครื่อง ซึ่งมีเครื่องเสีย อยู่ 2 เครื่อง ให้เป็นเครื่องดี 2 เครื่อง และ เครื่องเสีย 1 เครื่อง จะมีหนทางที่จะเลือกมาได้กี่หนทาง

ในที่นี้ $n = 10$, $n_1 = 2$, $n_2 = 8$, $r_1 = 1$, $r_2 = 2$

$$\therefore \text{หนทางที่จะเลือกได้} = {}^2 C_1 \times {}^8 C_2 \quad \text{หนทาง}$$

$$= \frac{2!}{1!1!1!} \times \frac{8!}{(8-2)!2!} \quad \text{หนทาง}$$

$$= \frac{2 \times 6 \times 7}{2} = 8 \times 7 = 56 \quad \text{หนทาง}$$

ตอบ

45. หัวหน้าหน่วยอุปกรณ์การถ่ายภาพได้รับใบสั่งของลูกค้า ให้ส่งอุปกรณ์ การถ่ายภาพ ไปให้ดังนี้ คือ อุปกรณ์ประเภท ก จำนวน 20 ชิ้น ประเภท ข จำนวน 12 ชิ้น และ ประเภท ค จำนวน 10 ชิ้น ถ้าทางหัวหน้าหน่วยอุปกรณ์เหล่านี้ มีอุปกรณ์ ประเภท ก , ข และ ค เท่ากับ 20 , 15 , 12 ชิ้น ตามลำดับ และ อุปกรณ์เหล่านี้แต่ละชิ้นแตกต่างกัน เขามีทางเลือกอุปกรณ์การถ่ายภาพเหล่านี้ จัดส่งให้แก่ลูกค้าได้กี่ทาง

ในที่นี้ $n = 20$, $n_1 = 15$, $n_2 = 12$, $n_3 = 20$, $r_1 = 12$
และ $r_2 = 10$

∴ เขามีหนทางเลือกส่งอุปกรณ์ถ่ายภาพเหล่านี้ จัดส่งให้แก่ลูกค้าได้

$$= \frac{{}^{20}C_{20} \times {}^{15}C_{12} \times {}^{12}C_{10}}{1} \quad \text{หนทาง}$$

$$= \frac{20!}{0!20!} \times \frac{15!}{3!12!} \times \frac{12!}{2!10!} \quad \text{หนทาง}$$

$$= \frac{15 \times 14 \times 13 \times 12 \times 11}{3 \times 2 \times 1} \times 2 \quad \text{หนทาง}$$

$$= 5 \times 7 \times 11 \times 6 \times 11 = 30,030 \quad \text{หนทาง}$$

ตอบ

46. ในการลงทะเบียนเรียนภาคฤดูร้อน กำหนดว่า นักศึกษาจะลงทะเบียนเรียนได้ไม่เกิน 12 หน่วยกิต นักศึกษาสถิติคนหนึ่งต้องการลงทะเบียนเรียน 4 วิชา

(วิชาละ 3 หน่วยกิต) โดยคิดว่า จะเรียนวิชาสถิติ 3 วิชา และ วิชาพื้นฐาน
 อีก 1 วิชา ถ้าในภาคฤดูร้อนนี้มีวิชาสถิติเปิดสอน 10 วิชา และ วิชาพื้นฐาน
 เปิดสอน 4 วิชา เขจะมีทางเลือกลงทะเบียนเรียนได้กี่หนทาง

$$\text{ในที่นี้ } n_1 = 10, n_2 = 4, r_1 = 3, r_2 = 1$$

$$\therefore \text{ เขจะมีทางเลือกลงทะเบียนได้ } = {}^{10}C_3 \times {}^4C_1 \quad \text{หนทาง}$$

$$= \frac{10!}{7! 3!} \times \frac{4!}{3! 1!} \quad \text{หนทาง}$$

$$= \frac{10 \times 9 \times 8 \times 4}{3 \times 2 \times 1} \quad \text{หนทาง}$$

$$= 10 \times 3 \times 8 \times 2 = 480 \quad \text{หนทาง}$$

ตอบ

47. ในหมู่บ้านแห่งหนึ่งมีครอบครัวที่มีระดับรายได้ ต่อเดือนต่าง ๆ กัน 200 ครอบครัว
 ซึ่งได้แยกได้เป็นระดับต่าง ๆ ดังนี้

ระดับรายได้สูงกว่า 5000 จำนวน 10 ครอบครัว

ระดับรายได้ 4000- 5000 จำนวน 20 ครอบครัว

ระดับรายได้ 3000- 3999 จำนวน 30 ครอบครัว

ระดับรายได้ 2000 - 2999 จำนวน 60 ครอบครัว

ระดับรายได้ต่ำกว่า 2000 จำนวน 80 ครอบครัว

ผู้ทำการศึกษาค้นคว้าเกี่ยวกับจำนวนของครอบครัวที่มีรายได้ต่าง ๆ ได้ทำการเลือก

สัมภาษณ์ครอบครัวที่มีระดับรายได้ต่าง ๆ ที่แบ่งไว้ 5 ระดับ จำนวน 100

ครอบครัวดังนี้คือ 5 , 10 , 15 , 30 , 40 ครอบครัว ตามลำดับ อยากร

ทราบว่า จะมีทางเลือกครอบครัวต่าง ๆ มาสัมภาษณ์ได้กี่หนทาง

ในที่นี้ $n_1 = 10$, $n_2 = 20$, $n_3 = 30$, $n_4 = 60$, $n_5 = 80$

$r_1 = 5$, $r_2 = 10$, $r_3 = 15$, $r_4 = 30$ และ $r_5 = 40$

∴ จะมีทางเลือกครบคร่าวต่าง ๆ มาสัมพันธ์ได้ = ${}^{10}C_5 \times {}^{20}C_{10} \times {}^{30}C_{15} \times {}^{60}C_{30} \times {}^{80}C_{40}$ หนทาง

ตอบ

48. ในสำนักงานแห่งหนึ่งมีพนักงานประจำสำนักงานเป็นชาย 6 คน และ หญิง 4 คน

เลือกพนักงานเหล่านี้มา 3 คน จงหาจำนวนทางที่จะเลือกพนักงานได้ถ้า

ก. ไม่จำกัดเพศ

ข. เป็นชาย 2 คน และ หญิง 1 คน

ค. เป็นชาย 1 คน และ หญิง 2 คน

ก. ∴ จำนวนหนทางที่จะเลือกพนักงานได้ = ${}^{12}C_3$ หนทาง

$$= \frac{12!}{(12-3)! 3!} = \frac{12!}{9! 3!} \quad \text{หนทาง}$$

$$= \frac{12 \times 11 \times 10}{3 \times 2 \times 1} = 2 \times 11 \times 10 \quad \text{หนทาง}$$

$$= 220 \quad \text{หนทาง}$$

ตอบ

ข. ∴ จำนวนหนทางที่จะเลือกพนักงานได้ = ${}^8C_2 \times {}^4C_1$ หนทาง

$$= \frac{8!}{6! 2!} \times \frac{4!}{3! 1!} \quad \text{หนทาง}$$

$$= \frac{8 \times 7 \times 4}{2} = 8 \times 7 \times 2 \quad \text{หนทาง}$$

$$= 112 \quad \text{หนทาง}$$

ตอบ

49. เลือกอักษร 3 ตัว จากคำว่า "STATISTICS" มาจัดเป็นหมู่ จะมีหนทางจัดได้กี่หนทางถ้า

ก. อักษรทั้ง 3 ตัวเหมือนกัน

ข. อักษรแต่ละตัวไม่เหมือนกัน

ก. มีอักษรที่เหมือนกัน 3 ตัวคือตัว S และ T

∴ มีหนทางจัดได้ 2 หนทาง คือ

SSS TTT

ตอบ

ข. อักษรแต่ละตัวไม่เหมือนกัน ซึ่งมี 5 ตัว

เลือกมา 3 ตัวจะมีหนทางจัดได้ = 5C_3 หนทาง

$$= \frac{5!}{2!3!} = \frac{5 \times 4}{2} \text{ หนทาง}$$

$$= 5 \times 2 = 10 \text{ หนทาง}$$

ตอบ

50. โรงแรมแห่งหนึ่งได้จัดห้องสำรองซึ่งอยู่ในแถวเดียวกันไว้ 10 ห้อง สำหรับแขกที่มาพัก 10 คน ถ้ามี 2 คนต้องการอยู่ห้องติดกัน จะมีหนทางจัดห้องได้เท่าใด

∴ หนทางที่จะจัดห้องพักได้ = $2! \times 9!$ วิธี

$$= 2 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \text{ วิธี}$$

$$= 125,760 \text{ วิธี}$$

ตอบ

51. จงหาจำนวนวิธีที่จะตั้งจดหมาย 4 ฉบับในตู้ไปรษณีย์ 10 ตู้

ก. จดหมายแต่ละฉบับตั้งในตู้ที่ต่างกัน

ข. ไม่จำกัดการตั้ง

ก. ∴ จำนวนวิธีที่จะตั้งจดหมาย = $10 \times 9 \times 8 \times 7$ วิธี

$$= 5,040 \quad \text{วิธี}$$

ตอบ

$$\begin{aligned} \text{ข. } \therefore \text{จำนวนวิธีที่จะตั้งจดหมาย} &= 10 \times 10 \times 10 \times 10 \quad \text{วิธี} \\ &= 10,000 \quad \text{วิธี} \end{aligned}$$

ตอบ

52. จงหาจำนวนหนทางที่จะเลือกคณะกรรมการ 3 คนจาก **สามี** ภรรยา 4 คู่

ก. ทุกคนมีสิทธิ ได้รับเลือกเท่ากัน

ข. คณะกรรมการจะต้องประกอบด้วยหญิง 2 ชาย 1

ค. สามี ภรรยาจะต้องไม่รวมอยู่ในคณะกรรมการเดียวกัน

$$\begin{aligned} \text{ก. } \therefore \text{จำนวนหนทางที่จะเลือกคณะกรรมการ} &= {}^8C_3 \quad \text{หนทาง} \\ &= \frac{8!}{5! \cdot 3!} = 56 \quad \text{หนทาง} \end{aligned}$$

ตอบ

$$\begin{aligned} \text{ข. } \therefore \text{จำนวนหนทางที่จะเลือกคณะกรรมการ} &= {}^4C_2 \times {}^4C_1 \quad \text{หนทาง} \\ &= \frac{4!}{2! \cdot 2!} \times \frac{4!}{3! \cdot 1!} \quad \text{หนทาง} \\ &= \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 4}{2 \times 2} \quad \text{หนทาง} \\ &= 4 \times 3 \times 2 = 24 \quad \text{หนทาง} \end{aligned}$$

ตอบ

ค. \therefore จำนวนหนทางที่จะเลือกคณะกรรมการ ถ้าสาม ภรรยาไม่รวมอยู่ในคณะกรรมการเดียวกัน

1. เป็นชายทั้ง 3 คน มีทางเลือก = $\binom{4}{3} = 4$ วิธี
 2. เป็นหญิงทั้ง 3 คน มีทางเลือก = $\binom{4}{3} = 4$ วิธี
 3. เป็นชาย 2 คน หญิง 1 คน = $\binom{4}{2}\binom{3}{1} = 12$ วิธี
 4. เป็นชาย 1 คน หญิง 2 คน = $\binom{4}{1}\binom{3}{2} = 12$ วิธี
- ∴ จำนวนวิธีทั้งหมด = $4 + 4 + 12 + 12 = 32$ วิธี

ตอบ

53. ชาย 6 คนคือ ก, ข, ค, ง, จ และ ฉ เข้าคิวซื้อตั๋วหนัง
- ก. จะมีทางจัดคิวการซื้อได้กี่หนทาง
 - ข. หากให้นาย ก. กับนาย ข. ยืนติดกันจะมีหนทางจัดได้กี่หนทาง
 - ค. ∴ จะมีทางจัดคิวการซื้อได้ = 6! = $6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$ วิธี = 720 วิธี

ตอบ

- ข. ∴ จะมีทางจัดได้ = $2! \times 5!$ วิธี = $2 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$ วิธี = 240 วิธี

ตอบ

54. องค์การแห่งหนึ่งมีพนักงาน 15 คนต้องการแยกเป็น 3 แผนกให้ แผนกที่หนึ่งมีพนักงาน 3 คนแผนกที่สองมีพนักงาน 4 คนส่วนที่เหลือให้อยู่แผนกที่สามจะมีหนทางจัดได้กี่หนทาง

$$\begin{aligned}
 \therefore \text{หนทางที่จะจัดได้} &= \frac{15!}{3! 4! 8!} \quad \text{หนทาง} \\
 &= 15 \times 14 \times 13 \times 12 \times 11 \times 10 \times 9 \quad \text{หนทาง} \\
 &= 15 \times 7 \times 13 \times 11 \times 5 \times 3 \quad \text{หนทาง}
 \end{aligned}$$

ตอบ

55. จัดคน 7 คนให้นั่งเป็นวงกลม จงหาจำนวนวิธีการจัดต่อไปนี้

ก. จัดให้คนอายุต่ำสุดกับสูงสุดนั่งต่อกัน

ข. แยกคนอายุต่ำสุดกับสูงสุดจากกัน

$$\text{ก. } \therefore \text{จำนวนวิธีการจัด} = 2 \times 5! = 240 \quad \text{วิธี}$$

ตอบ

$$\begin{aligned}
 \text{ข. } \therefore \text{จำนวนวิธีการจัด ถ้าจัดโดยไม่มีเงื่อนไข} &= (7 - 1)! \quad \text{วิธี} \\
 &= 6! \quad \text{วิธี}
 \end{aligned}$$

แต่ถ้ามีเงื่อนไขโดยแยกคนอายุต่ำสุดกับสูงสุดจากกัน

$$\begin{aligned}
 \therefore \text{จำนวนวิธีการจัด} &= 6! - (2 \times 5!) \quad \text{วิธี} \\
 &= 720 - 240 = 480 \quad \text{วิธี}
 \end{aligned}$$

ตอบ

56. แบ่งของเล่น 9 ชิ้น ให้เด็ก 4 คนโดยให้เด็กที่มีอายุน้อยที่สุด 3 ชิ้นและคนอื่น ๆ ให้ 2 ชิ้นเท่ากันจะแบ่งได้กี่วิธี

$$\begin{aligned}
 \therefore \text{จะแบ่งได้} &= \frac{9!}{3! 2! 2! 2!} \quad \text{วิธี} \\
 &= \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4}{2 \times 2 \times 2} \quad \text{วิธี} \\
 &= 9 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 = 7,560 \quad \text{วิธี}
 \end{aligned}$$

ตอบ