

ตัวอย่างข้อสอบ

ภาค 2/2528

1. จงเดิมข้อความลงในช่องว่างให้ถูกต้องและได้ความ

1.1 ตัวสถิติ \hat{H} จะเป็นตัวประมาณค่าที่ไม่เอียง霓 (unbiased estimator) ของค่าวารามิเตอร์ θ ถ้า

$$E(\hat{H}) = \underline{\hspace{5cm}}$$

ถ้า X มีการแจกแจงเป็น Binomial (n, p) แล้ว $E(X) = np$ จงแสดงว่า $\hat{P} = X/n$ เป็น unbiased estimator ของ p

1.2 ถ้า $Z_i \sim NID(0, 1)$, $i = 1, 2, \dots, n$ แล้ว $Y = \sum_{i=1}^n Z_i^2$ จะมีการแจกแจงเป็น _____ distribution ที่มี degree of freedom = _____ (ถ้ามี)

[NID = normally independently distributed]

1.3 ถ้า $X \sim t_n$ แล้ว X^2 จะมีการแจกแจงเป็น _____ distribution ที่มี df. = _____ (ถ้ามี)

1.4 ใน การทดสอบ $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ โดยที่ σ_1^2, σ_2^2 เป็น variances ของ 2 normal populations ถ้า H_0 เป็นจริง เราใช้ตัวสถิติในการทดสอบคือ S_1^2/S_2^2 ถ้า n_1 และ n_2 เป็นขนาดของตัวอย่างสุ่ม 2 ตัวอย่างที่เป็นอิสระต่อกันจาก 2 populations ข้างต้น S_1^2/S_2^2 จะมีการแจกแจงเป็น _____ distribution ที่มี df. = _____ (ถ้ามี)

1.5 เราใช้ χ^2 - test ในการทดสอบสมมติฐานเช่น

$$1) \underline{\hspace{5cm}} \quad 2) \underline{\hspace{5cm}}$$

1.6 ในตัวแบบของการ回帰 (Regression model) $Y = \beta_0 + \beta_1 x + E$ ตัวแปรเชิงสุ่มคือ _____ ตัวพารามิเตอร์คือ _____

1.7 วิธีวิเคราะห์ทางสถิติวิธีหนึ่งซึ่งรวมวิธีวิเคราะห์ความแปรปรวนและวิธีวิเคราะห์การทดสอบ เชื่อมโยงกัน วิธีดังกล่าวเรียกว่า _____

1.8 r (sample correlation coefficient) จะเป็นตัวประมาณค่าดีกรีของความสัมพันธ์ของตัวแปรเชิงสุ่ม 2 ตัว เช่นของ X และ Y ก็ต่อเมื่อ X และ Y มีความสัมพันธ์กันในรูป

และการทดสอบสมมติฐาน $H_0 : \rho = 0$ (โดยที่ ρ คือ population correlation coefficient) เราใช้ตัวสถิติในการทดสอบคือ $T = \frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}}$ ซึ่งถ้า H_0 จริง

นั้นจะมี การแจกแจงเป็น t-distribution ที่มี $df. = \underline{\hspace{2cm}}$

- 1.9 ถ้า t เป็นจำนวนวิธีการมีค่า = 5 $n_1 = n_2 = \dots = n_5$ และ $\mu_i, i = 1, \dots, 5$ เป็น population mean ของวิธีการที่ i

$L_1 = 4\mu_1 - \mu_2 - \mu_3 - \mu_4 - \mu_5$ เป็น contrast หนึ่ง จงเขียน contrast L_2 และ L_3 ซึ่งจะทำให้ทั้ง 3 contrast นั้น orthogonal กัน

$$L_2 = \underline{\hspace{2cm}}, \quad L_3 = \underline{\hspace{2cm}}$$

- 1.10 ถ้า $L = \sum_{i=1}^t c_i \mu_i$ เป็น contrast และ unbiased estimator ของ L คือ $\hat{L} = \underline{\hspace{2cm}}$

2. 2.1 โดยเห็นว่าหนึ่งอันจนกว่าจะได้หัว จดจำนวนครั้งที่ต้องโยนจนได้หัว 1 ครั้ง (ค่าของ X ไว้) หลังจากทำการทดลอง 256 ครั้ง ผลปรากฏดังนี้

		4	5	6	7	8	รวม
x	I	2	3	12	9	1	3
จำนวนครั้ง	136	I	60	34			256

จงทดสอบสมมติฐานที่ $\alpha = .05$ ว่าการแจกแจงของ X เป็น Geometric distribution ที่มี $p = \frac{1}{2}$ หรือไม่

ถ้า $X \sim \text{Geometric}(p) : \Pr[X = x] = p^x, x = 1, 2, \dots$

6 ขั้นของการทดสอบสมมติฐานคือ

1) $H_0 : \underline{\hspace{2cm}}$

2) $H_1 : \underline{\hspace{2cm}}$

3) $\alpha = .05$

4) CR : $\underline{\hspace{2cm}}$

5) คำนวณค่าตัวสถิติที่ใช้ทดสอบ $\underline{\hspace{2cm}}$

6) สรุป $\underline{\hspace{2cm}}$

2.2 จากการสุ่มตัวอย่างชายสูงอายุ 200 คน จัดจำแนกตามระดับความรู้และจำนวนลูกที่เข้ามีผลปรากฏดังนี้

การศึกษา	จำนวนลูก (คน)		
	0 - 1	2 - 3	มากกว่า 3
จบประถม	14	37	32
จบมัธยม	19	42	17
จบปริญญา	12	17	10

จงทดสอบที่ $\alpha = .05$ ว่าจำนวนลูกที่มีกับระดับการศึกษาของบิดาเป็นอิสระต่อกันหรือไม่

6 ขั้นตอนการทดสอบคือ

- 1) $H_0:$ _____
- 2) $H_1:$ _____
- 3) $\alpha = .05$
- 4) CR: _____

5) e_{ij} (e_{ij}) [($e_{ij} - e_{ij}$) $^2/e_{ij}$]	14(18.675) [1.1703]	37(39.84) [0.2024]	32(24.485) [2.3065]	83
	19(17.55) [0.0393]	42(37.44) [0.5554]	17(23.01) [1.5698]	78
	12(8.775) [1.1853]	17(18.72) [0.1580]	10(11.505) [0.1969]	39
	45	96	59	200

$$e_{11} = \text{_____} = 18.675$$

$$e_{23} = \text{_____} = 23.01$$

$$e_{32} = \text{_____} = 18.72$$

ค่าของตัวสถิติที่ใช้ในการทดสอบคือ _____

6) สรุป _____

3. ในการศึกษาว่าวิธีสอนที่ต่างกันทำให้ผลการเรียนวิชาสถิติเบื้องต้นต่างกันหรือไม่ ได้แบ่งนักศึกษาที่เรียนวิชาสถิติเบื้องต้นออกเป็น 3 กลุ่ม ใช้วิธีสอนต่างกัน ในการสอบใช้ข้อสอบเดียวกัน สุ่มนักศึกษาจาก 3 กลุ่ม ๆ ละ 5 คน ปรากฏว่าได้คะแนน (จากคะแนนเต็ม 15 คะแนน) ดังนี้

กลุ่ม		
1	2	3
8	7	12
10	5	9
7	10	13
14	9	12
11	9	14
T_i	50	40
	60	$G = 150$
x_i	10	8
	12	$\bar{x} = 10$

$$\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^5 x_{ij}^2 = 1600$$

สมมุติว่า population ของคะแนนของแต่ละกลุ่มต่างมีการแจกแจงเป็น normal ที่มี population variance เท่ากันหมด จงทดสอบที่ $\alpha = .05$ ว่า population mean ของคะแนนของทั้ง 3 กลุ่มเท่ากันหมด จากผลการทดสอบจะสรุปได้ว่า วิธีสอนทั้ง 3 วิธีให้ผลดีเท่า ๆ กัน ถ้าสรุปไม่ได้จะใช้ Duncan's method เพื่อตรวจสอบความแตกต่างของ population mean

ตัวแปร : $x_{ij} = \mu_i + E_{ij}$, $i = 1, \dots, 3$ และ $j = 1, \dots, n_i$

6 ขั้นของการทดสอบคีด

1) $H_0:$ _____ (ให้ตั้งในรูปของตัวพารามิเตอร์ที่จะทดสอบ)

2) $H_1:$ _____

3) $\alpha = .05$

4) CR: _____

5) $C_i F. =$ _____

$SST =$ _____

$$SSTr = (50^2 + 40^2 + 60^2)/5 - C.F. = 1540 - C.F. = \text{_____}$$

$$SSE = \text{_____}$$

ANOVA

S.V.	df.	ss.	MS.	f
Treatments				
Error				
Total	1	—	—	X X X X

6) สรุป _____

Duncan's method (ถ้าต้องทำ ให้แสดงเป็นขั้นๆ)

กำหนด $R_p = r_p \sqrt{MSE/n}$ โดยที่ $n_1 = n_2 = n_3 = n$

จากตาราง Least Significant Studentized Ranges $r_p (\alpha = .05)$

p	2	2	3
r_p	3.082	3.082	3.225

4. ปริมาณสารเคมี y (กรัม) ซึ่งละลายในน้ำ 100 กรัม ณ อุณหภูมิต่าง ๆ กัน (x) เป็นดังนี้

$x(^{\circ}\text{C})$	y (กรัม)
0	1, 6, 8
15	12, 10, 14
30	25, 21, 24
45	31, 33, 28
60	44, 39, 42
75	48, 51, 44

Assumed model : $\mu_{y|x} = \beta_0 + \beta_1 x$

กำหนด $b_0 = \hat{\beta}_0 = 5.8261$, $b_1 = \hat{\beta}_1 = .5676$

- 1) Prediction equation หรือ Sample regression equation คือ _____
- 2) จงประมาณปริมาณของสารเคมีที่จะละลายในน้ำ 100 กรัม ที่อุณหภูมิ 50°C _____
- 3) ทดสอบ
 - 1) $H_0 : \beta_0 = 6$
 - 2) $H_1 : \beta_0 \neq 6$
 - 3) $\alpha = .05$
 - 4) CR : _____
 - 5) กำหนดค่าของตัวสถิติที่ใช้ทดสอบ = -0.1617
 - 6) สรุป _____
- ถ้ายอมรับ H_0 และคงว่า $\beta_0 = 6$ นั้นหมายความว่า _____

4) จงเติมตารางให้สมบูรณ์

ANOVA

S.V.	df.	SS.	MS.	f
Regression		3805.7580		$f_1 = 574.35$
Error			6.6262	
Lack of fit				$f_2 = 1.5874$
Pure error		69.3333		
Total		3911.7788		X X X X

5) ใช้ค่าจากตาราง ANOVA ในข้อ 4)

ก) ทดสอบ $H_0: \beta_1 = 0$ ที่ $\alpha = .05$

1. $H_0: \beta_1 = 0$
2. $H_1: \underline{\hspace{2cm}}$
3. $\alpha = .05$
4. CR:
5.
6.

ข) ทดสอบ $H_0: \text{There is no lack of fit}$ ที่ $\alpha = .05$

1. $H_0: \text{There is no lack of fit}$
2. $H_1: \underline{\hspace{2cm}}$
3. $\alpha = .05$
4. CR:
5.
6.

ก) จากผลการทดสอบข้างต้น เราต้องปรับปรุง model หรือไม่

5. 5.1 ปุ่ย 4 ชนิด คือ f_1, f_2, f_3 และ f_4 ถูกใช้เพื่อคุณภาพผลผลิตของถั่ว ที่ดินได้ถูกแบ่งเป็น 3 แปลง (ซึ่งต่างกันในคุณภาพของดิน) โดยที่แต่ละแปลงประกอบด้วย 4 หลุม (plots) ซึ่งมีสภาพดินเหมือนกัน ผลผลิตต่อ 1 เอเคอร์ได้ถูกบันทึกไว้ดังนี้

แปลง	ปุ่ย			
	f_1	f_2	f_3	f_4
1	42.7	39.3	48.5	32.8
2	50.0	38.0	50.9	40.2
3	51.9	46.3	53.5	51.1

ตัวแบบ : $x_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + E_{ij}$, $i = 1, \dots, 3$ และ $j = 1, \dots, 4$

จงเดิมตารางให้สมบูรณ์แล้วทดสอบที่ $\alpha = .05$ ว่าปุ่ยทั้ง 4 ชนิดมีอิทธิพลต่อผลผลิตเท่ากันหรือไม่

ANOVA

S.V.	df.	ss.	MS.	f
ปุ่ย		218.2		$f_1 = 6.11$
แปลง				$f_2 = 8.3$
Error		71.39		
Total		478.23		

6 ขั้นของการทดสอบสมมติฐาน คือ

- 1) $H_0:$ _____ (ให้ค้างในรูปของตัวพารามิเตอร์)
- 2) $H_1:$ _____
- 3) $\alpha = .05$
- 4) CR : _____
- 5) _____
- 6) _____

5.2 ในการทดสอบเพื่อเปรียบเทียบอิทธิพลของปริมาณปัจจัย 3 ระดับต่อผลผลิต (Y) ของพืชชนิดหนึ่ง ซึ่งจดบันทึกจำนวนต้นพืชในแปลงหนึ่ง ๆ (X) ไว้ด้วย

ปัจจัย

ระดับที่ 1		ระดับที่ 2		ระดับที่ 3	
x	y	x	y	x	y
65	30	34	46	26	52
61	27	31	52	23	59
47	43	30	48	48	46
52	27	35	45	32	45
49	51	49	51	25	44

$$\begin{aligned} \text{ตัวแบบ : } Y_{ij} &= \mu_i + \gamma(x_{ij} - \bar{x}) + E_{ij} \\ &= \mu + a_i + \gamma(x_{ij} - \bar{x}) + E_{ij} \end{aligned}$$

$$i = 1, \dots, 3 \text{ และ } j = 1, \dots, 5$$

จงคิดตารางให้สมบูรณ์แล้วทดสอบที่ $\alpha = .05$ ว่าปัจจัย 3 ระดับมีอิทธิพลต่อผลผลิตเท่ากันหมดหรือไม่

ANOCOV

S.V.	df.	ss. และ SP.			df. (adj.)	Y adj. for X		f
		X	Y	XY		adj. SS.	adj. MS.	
Treatments		1603.33	582.4	-956.0			21.49	.4315
Error			661.2	-326.8		541.19	49.80	
Total		2491.13	1249.6			590.77		

6 ขั้นของการทดสอบสมมติฐาน คือ

1) H_0 : _____ (ให้ตั้งในรูปของตัวพารามิเตอร์)

2) H_1 : _____

3) $\alpha = .05$

4) CR : _____

5) _____

6) _____

เฉลยข้อสอบ ภาค 2/2528

1. 1.1 $E(\hat{H}) = \theta$

$$E(P) = E(X/n) = \frac{1}{n} E(X) = \frac{1}{n} (np) = p$$

1.2 Chi-square distribution ที่มี df. = n

1.3 F-distribution ที่มี df. = (1, v)

1.4 F-distribution ที่มี df. = (n₁ - 1), (n₂ - 1)

1.5 1) Goodness of fit test 2) ทดสอบความเป็นอิสระต่อกันของลักษณะ 2 ลักษณะ

1.6 ตัวแปรเชิงสุ่มคือ Y, E ตัวพารามิเตอร์คือ β_0, β_1

1.7 การวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม (Analysis of Covariance)

1.8 ในรูปเชิงเส้นตรง, df. = n - 2

$$L_2 = \mu_2 + \mu_3 - \mu_4 - \mu_5$$

$$L_3 = \mu_2 - \mu_3$$

1.10 $\hat{L} = \sum_{i=1}^t c_i \bar{X}_i$ โดยที่ \bar{X}_i เป็นค่าเฉลี่ยของตัวอย่างที่ i

2. 2.i 6 ขั้นของการทดสอบสมมติฐานคือ

1) $H_0: X \sim \text{Geometric} \left(\frac{1}{2} \right)$

2) $H_1: X$ ไม่มีการแจกแจง เป็น Geometric

3) $\alpha = .05$

4) CR : $X^2 > \chi^2_{0.05} = 11.97$

x	1	2	3	4	5	6	7	8	รวม
$p_i = \Pr[X = x]$	1/2	1/4	1/8	1/16	1/32	1/64	1/128	1/256	1
$e_i = np_i$	128	64	32	16	8	4	2	1	256
o_i	136	60	34	12	9	1	3	1	256

$$\begin{aligned}
 \chi_c^2 &= \frac{(136 - 128)^2}{128} + \frac{(60 - 64)^2}{64} + \dots + \frac{(7 - 5)^2}{S} \\
 &= .5 + .25 + .125 + 1 + .125 + .5714 \\
 &= 2.5714
 \end{aligned}$$

6) สรุป $\chi_c^2 < 11.07$ เราไม่ปฏิเสธ H_0 ที่ $\alpha = .05$ นั้นคือ $X \sim \text{Geometric}(\frac{1}{2})$

2.2 6 ขั้นของการทดสอบคือ

- 1) H_0 : จำนวนลูกและระดับการศึกษาของบิดาเป็นอิสระกัน
- 2) H_1 : จำนวนลูกและระดับการศึกษาของบิดาไม่เป็นอิสระต่อกัน
- 3) $\alpha = .05$
- 4) CR : $X^2 > \chi_{4,.05}^2 = 9.488$, df. = $(3 - 1)(3 - 1) = 4$
- 5) $e_{11} = 83(45)/200 = 18.675$
 $e_{23} = 78(59)/200 = 23.01$
 $e_{32} = 39(96)/200 = 18.72$

ค่าของตัวสถิติที่ใช้ในการทดสอบคือ $\chi_c^2 = 1.1703 + \dots + 0.1969$
 $= 7.3839$

6) $\chi_c^2 < 9.488$ เราไม่ปฏิเสธ H_0 ที่ $\alpha = .05$ นั้นคือจำนวนลูกที่มีและระดับการศึกษาของบิดาเป็นอิสระกัน

3. 1) $H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$
- 2) H_1 : มี mean อย่างน้อย 1 คู่ไม่เท่ากัน
- 3) $\alpha = .05$
- 4) CR : $F > f_{(2,12),.05} = 3.89$
- 5) C.F. = $(150)^2/15 = 1500$
 $SST = 1600 - 1500 = 100$
 $SStr = 1540 - 1500 = 40$
 $SSE = SST - SStr = 100 - 40 = 60$

ANOVA

S.V.	df.	ss.	MS.,	f
Treatments	2	40	20	$f_c = 4$
Error	12	60	5	
Total	14	100		

6) $f_c > 3.89$ เราไม่ยอมรับ H_0 ที่ $\alpha = .05$ นั้นคือ ไม่ยอมรับว่าวิธีสอนทั้ง 3 วิธีให้ผลดีเท่า ๆ กัน

Duncan's method $n = 5$, $MSE = 5$, $R_p = r_p$

1) $\bar{x}_2 \bar{x}_1 \bar{x}_3$

$$8 \quad 10 \quad 12$$

2) $\bar{x}_3 - \bar{x}_2 = 12 - 8 = 4 > R_3 = 3.225$

$\bar{x}_3 - \bar{x}_1 = 2 < R_2 = 3.082$

$\bar{x}_1 - \bar{x}_2 = 2 < R_2 = 3.082$

3) สรุป $\underline{\bar{x}_2} \underline{\bar{x}_1} \underline{\bar{x}_3}$

4. 1) $\hat{y} = 5.8261 + .5676x$

2) $x = 50, \hat{y} = 5.8261 + .5676(50) = 32.2061$

3) CR : $|T| > t_{16,.025} = 2.12$

สรุป $t_c = -0.1617 > -2.12$ เราไม่ปฏิเสธ H_0 นั้นคือ น้ำ 100 กรัม ที่อุณหภูมิ 0°C สารเคมีจำนวน 6 กรัมจะละลายน้ำได้

4)

ANOVA

S.V.	df.	SS.	MS.	f
Regression	1	3805.7580	3805.7580	$f_1 = 574.35$
Error	16	106.0208	6.6262	
Lack of fit	4	36.6875	9.1718	$f_2 = 1.5874$
Pure error	12	69.3333	5.7778	
Total	17	3911.7788		X X X X

5) ໜ) 1. $H_0: \beta_1 = 0$ 2. $H_1: \beta_1 \neq 0$ 3. $\alpha = .05$ 4. CR: $F > f_{(1,16),.05} = 4.49$ 5. $f_c = f_1 = 574.35$ 6. $f_c > 4.49$ ເຮັດວຽກ H_0 ທີ່ $\alpha = .05$ ນັ້ນຄວບ Y ຂຶ້ນອູ້ກັບ Xໜ) 1. $H_0:$ There is no lack of fit2. $H_1:$ There is a lack of fit3. $\alpha = .05$ 4. CR : $F > f_{(4,12),.05} = 3.26$ 5. $f_c = f_2 = 1.5874$ 6. $f_c < 3.26$ ເຮັດວຽກ H_0 ທີ່ $\alpha = .05$

ຄ) ໄນຕ້ອງປະບຸ model

5. 5.1

ANOVA

S.V.	df.	SS.	MS.	f
ปุ๋ย	3	218.2	72.73	$f_1 = 6.61$
แมลง	2	188.64	94.32	$f_2 = 8.3$
Error	6	71.39	11.898	
Total	11	478.23		

6 ขั้นของการทดสอบสมมติฐาน

- 1) $H_0: \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_4 = 0$
- 2) $H_1: \text{มี } \beta_j \text{ อย่างน้อย } 1 \text{ ตัว } \neq 0, j = 1, \dots, 4$
- 3) $\alpha = .05$
- 4) CR : $F > f_{(3,6),.05} = 4.76$
- 5) $f_c = f_1 = 6.61$
- 6) $f_c > 4.76$ เราปฏิเสธ H_0 ที่ $\alpha = .05$ นั่นคือ ปุ๋ยทั้ง 4 ชนิดมีอิทธิพลต่อผลผลิตไม่เท่ากัน
หมาย

5. 2

ANOCOV

S.V.	df.	SS. และ SP.			df. (adj.)	Y adj. for X		f
		X	Y	XY		adj. SS.	adj. MS.	
Treatments	2	1603.33	582.4	- 956.0	2	42.9799	21.49	.4315
Error	12	894.4	667.2	- 326.8	11	547.79	49.80	
Total	14	2497.73	1249.6	- 1282.8	13	590.77		

6 ขั้นของการทดสอบสมมติฐานคือ

- 1) $H_0: \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0$
- 2) $H_1: \alpha_i$ อายุang น้อย 1 ตัว $\neq 0$
- 3) $\alpha = .05$
- 4) CR : $F > f_{(2,11),.05} = 3.98$
- 5) $f_c = .4315$
- 6) $f_c < 3.98$ เราไม่ปฏิเสธ H_0 ที่ $\alpha = .05$ นั้นคือปีกหง 3 ระดับมีอิทธิพลไม่ต่างกัน