

ตัวอย่างข้อสอบ

ภาค 1/2528

1. จงเดินข้อความให้ถูกต้องและได้ความ

- 1.1 ถ้าเราใช้ $\bar{X}_1 - \bar{X}_2$ เป็นค่าวัตถุประสงค์ (estimator) ของ $\mu_1 - \mu_2$ ในการประมาณค่า $\mu_1 - \mu_2$ เป็นช่วง (interval estimation) ซึ่งอยู่ในรูป $a < \mu_1 - \mu_2 < b$ การหาค่า a และ b เราต้องทราบ
ก) _____ ของ $\mu_1 - \mu_2$ และ
ข) _____ ของ $\bar{X}_1 - \bar{X}_2$
- 1.2 ถ้า $Z_i \sim NID(0, 1)$, $i = 1, \dots, n$ แล้ว $Y = \sum_{i=1}^n Z_i^2$ จะมี การแจกแจง เป็น _____
distribution ที่มี df. = _____ (ถ้ามี)
- 1.3 ถ้า $z \sim N(0, 1)$ ให้ $X^2 \sim \chi^2$ และ $Z/\sqrt{X^2/n}$ จะมี การแจกแจง เป็น _____
distribution ที่มี df. = _____ (ถ้ามี)
- 1.4 ความสัมพันธ์ระหว่าง $t_{v, \alpha/2}$ กับ $f_{(1, v), \alpha}$ คือ _____
- 1.5 ถ้า p , เป็น Binomial proportion ของ Binomial population ที่ i , $i = 1, \dots, k$, $k > 2$
ในการทดสอบ $H_0: p_1 = p_2 = \dots = p_k = p$ เราใช้ตัวสถิติในการทดสอบที่มีการแจกแจง
เป็น _____ distribution ที่มี df. = _____ (ถ้ามี)
- 1.6 วิธีการแบ่งความแปรปรวนทั้งหมด (Total variation) ของตัวแปรที่สนใจออกเป็นส่วน ๆ
ตามที่นาของมัน เพื่อคุณวิธีพิสูจน์ที่มากยังส่วนที่สนใจ เราเรียกวิธีการนี้ว่า _____
- 1.7 ในตัวแบบการ回帰 (regression model) $Y = \beta_0 + \beta_1 x + E$
ตัวแปรอิสระคือ _____ ตัวแปรตามคือ _____
ตัวแปรเชิงสุ่มคือ _____ ตัวพารามิเตอร์คือ _____
- 1.8 ในตัวแบบของการทดสอบ ซึ่งมีค่าสังเกต (x_i, y_i) , $i = 1, \dots, n$ การทดสอบ $H_0: \beta_1 = \beta'_1$,
 $H_1: \beta_1 \neq \beta'_1$ เราใช้ตัวสถิติในการทดสอบคือ $\frac{B_1 - \beta'_1}{s(B_1)} = \frac{B_1 - \beta'_1}{s/\sqrt{S_{xx}}}$ โดยที่ $S_{xx} =$
 $\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$

ถ้า H_0 จริง ตัวสถิตินี้จะมีการแจกแจง เป็น _____ distribution ที่มี df. = _____ (ถ้ามี)

1.9 ถ้า ρ_1 คือ population serial correlation เมื่อตัวอย่างมีขนาดใหญ่ การทดสอบ $H_0: \rho_1 = 0$ เราใช้ตัวสถิติในการทดสอบคือ $\sqrt{n} R_1$ ซึ่งถ้า H_0 จริง เราประมาณการแจกแจง ของมันด้วย _____ distribution ที่มี df. = _____ (ถ้ามี) และถ้าเราไม่ปฏิเสธ H_0 เราสรุปผลการทดสอบว่า _____

1.10 ถ้า $t = \text{จำนวนวิธีการ} = 5, n_1 = n_2 = \dots = n_5 = n$ และ

$$L_1 = \mu_2 + \mu_3 - \mu_4 - \mu_5 = \sum_{i=1}^5 c_i \mu_i$$

$$L_2 = 4\mu_1 - \mu_2 - \mu_3 - \mu_4 - \mu_5 = \sum_{i=1}^5 b_i \mu_i$$

L_1 เป็น contrast หรือไม่ _____ พระ _____

L_2 เป็น contrast หรือไม่ _____ พระ _____

L_1 และ L_2 orthogonal กันหรือไม่ _____ พระ _____

$$\hat{L}_1 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\hat{L}_2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

2. 2.ก) ในการตรวจสอบเพื่อคุ้ว่าเครื่องมือตรวจปริมาณ pH ในเลือด ที่ใช้งานอยู่ทุกวันสามารถทำงานได้อย่างถูกต้องและเชื่อถือได้ ผู้ใช้เครื่องมือนี้ตั้งมาตรฐานไว้ว่า ถ้าเครื่องวัดปริมาณ pH หลาย ๆ หน่วยเดียวกันนิดเดียวกัน แล้วให้ความแปรปรวน (variance) ของค่าที่วัดได้ไม่เกิน 0.00013 จะถือว่าเครื่องมือทำงานได้ถูกต้องและเชื่อถือได้ ผู้ทำการทดลองจึงสุ่มเลือดตัวอย่างมา 6 หลอด จากหน่วยทดลอง (experimental unit) เดียวกัน แล้วใช้เครื่องมือนี้ ตรวจปริมาณ pH ในเลือดแต่ละหลอด ปรากฏว่า ได้ความแปรปรวนเป็น 0.00019 จากข้อมูลนี้จะทำให้เราสรุปได้หรือไม่ว่าเครื่องมือทำงานไม่ถูกต้องเม่นยำ (ใช้ $\alpha = .05$)

$$n = \underline{\hspace{2cm}}, s^2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

ตัวกำหนดค่าของตัวสถิติที่ใช้ทดสอบ = 7.3077 จงแสดง 6 ขั้นของการทดสอบ

- 2.๗) ในการทดสอบเพื่อเปรียบเทียบความเร็วของการตัดโดยใช้เครื่องมือ 4 ชนิด วัสดุ 5 ชนิด ซึ่งมีความแข็งต่างกัน จะทำหน้าที่เป็นกลุ่ม (block) ที่จะใช้ในการทดสอบนี้ ตัวเลขในตารางข้างล่างคือเวลาที่ใช้ตัด (วินาที)

วัสดุ (กลุ่ม)	เครื่องมือ (วิธีการ)			
	1	2	3	4
1	12	20	13	11
2	2	14	7	5
3	8	17	13	10
4	1	12	8	3
5	7	17	14	6

$$\text{ตัวแบบ : } x_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \varepsilon_{ij}, i = 1, \dots, 5; j = 1, \dots, 4$$

จงศึกษาทางให้สมบูรณ์ แล้วทำการทดสอบที่ $\alpha = .05$ ว่าเครื่องมือที่ใช้ในการตัดห้อง 4 ชนิด มีประสิทธิภาพในการตัดแตกต่างกันหรือไม่

ANOVA

ที่มา (S.V.)	df.	SS.	MS.	f
เครื่องมือ	—	—	103.3	$f_1 = 51.65$
วัสดุ	—	184	—	$f_2 = —$
Error	—	24	—	
Total		518	X	X

จงแสดง 6 ขั้นของการทดสอบ

3. กำหนดข้อมูลให้ดังต่อไปนี้

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
x_i	2.1	2.6	2.1	2.7	2.1	3.0	3.0	3.0	3.1	3.1	3.2	3.3	3.6	3.8
y_i	2.6	2.8	2.9	3.6	3.6	3.1	3.4	3.1	3.9	3.1	4.1	3.6	4.0	3.6

1

$$\sum x_i = 41.9$$

$$\sum y_i = 47.4$$

$$S_{xx} = \sum (x_i - \bar{x})^2 = 2.3893$$

$$\sum x_i^2 = 127.79$$

$$\sum y_i^2 = 163.26$$

$$S_{yy} = \sum (y_i - \bar{y})^2 = 2.7771$$

$$\sum x_i y_i = 143.59$$

$$S_{xy} = \sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = 1.7286$$

$$(\Sigma \text{ คือ } \sum_{i=1}^{14})$$

ตัวแบบของการ hồi quy : $Y = \beta_0 + \beta_1 x + \varepsilon$

กำหนด $b_0 = \hat{\beta}_0 = 1.2203$ และ $b_1 = \hat{\beta}_1 = 0.7235$

1) Prediction equation หรือ Sample regression equation คือ _____

2) เมื่อ $x_{12} = 3.3$, $\hat{y}_{12} =$ _____ และค่าของ residual $e_{12} =$ _____

3) จงเติมตารางให้สมบูรณ์

ANOVA

S.V.	df.	ss.	MS.	f
Regression	—		1.2506	$f_1 = 9.8318$
Error			.1272	
Lack of fit	—		.1171	$f_2 = .8287$
Pure error	—	0.7066	.1413	
Total				

- 4) ใช้ค่าจากตาราง ANOVA ในข้อ 3
- ทดสอบ $H_0: \beta_1 = 0$ ที่ $\alpha = .05$
 - ทดสอบ $H_0: \text{There is no lack of fit}$ ที่ $\alpha = .05$
 - จากผลการทดสอบข้างต้น เรายังคงปรับปรุง model หรือไม่
- 5) $100r^2 = 36.01\% = (\text{_____}/SST)100\%$ เป็นค่าที่ใช้อธิบายอะไร
4. โรงงานผลิตสินค้าชนิดหนึ่ง เช่น เครื่องขัดรีบในเมือง 4 เครื่องจากโรงงานผลิตเครื่องขัด 4 โรงงาน เพื่อทดสอบว่าเครื่องขัดทั้ง 4 จะผลิตสินค้าได้เร็วเท่า ๆ กันหรือไม่ ทางโรงงานจึงทำการ บันทึกเวลา (ชั่วโมง) ที่เครื่องขัดแต่ละเครื่องผลิตสินค้าได้ครบ 100 ชิ้น ให้ x_{ij} เป็นเวลา (ชั่วโมง) ที่เครื่องขัดที่ i ; ผลิตสินค้าได้ครบ 100 ชิ้น ในการสังเกตครั้งที่ j , $i = 1, \dots, 4; j = 1, \dots, n_i$

เครื่องขัด					
1	2	3	4		
8	7	12	10		
10	5	9	9		
7	10	13	8		
14	9	12	12		
	9	14	6		$\sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^{n_i} x_{ij}^2 = 2250$
	11		12		
			9		
n_i	4	6	5	7	$N = 22$
T_i	39	51	60	60	$G = 216$
\bar{x}_i	9.75	8.5	12	9.4286	$\bar{x} = 9.8182$
s_i^2	9.5833	4.7	3.5	4.619	$\sum s_i^2 = 22.4023$

ANOVA

S.V.	df.	ss.	MS.	f
เกรองชักร		35.3085		$f_c = 2.2546$
Error			5.2202	
Total		- - -	s	X

SST = _____ (แสดงวิธีหาค่า)

SSE = _____ (แสดงวิธีหาค่า)

Model : $x_{ij} = \mu + \alpha_i + E_{ij}$, $i = 1, \dots, 4$; $j = 1, \dots, n_i$

- 1) ทดสอบ $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \dots = \sigma_4^2$ โดยใช้ Bartlette's test โดยกำหนดค่าของตัวสถิติที่ใช้ทดสอบ คือ $b_c = 0.9421$
- 2) ทดสอบทาง ANOVA ให้สมมุติเพื่อการทดสอบที่ $\alpha = .05$ ว่าเกรองชักรทั้ง 4 มีความเร็วเฉลี่ยในการผลิตเท่ากันหมดหรือไม่
จะแสดง 6 ขั้นของการทดสอบ

5. 5.ก จำนวนรถบรรทุกน้ำมันที่เข้ามาซั่งโรงกลั่นในแต่ละวันได้ถูกบันทึกไว้รวม 1,000 วัน ผลปรากฏดังนี้

จำนวนรถบรรทุก/วัน	0	1	2	3	4	5	6	7	รวม
จำนวนวัน	372	380	191	57	16	2	1	1	1000

ทดสอบที่ $\alpha = .05$ ว่า X (จำนวนรถบรรทุกน้ำมันที่เข้ามาซั่งโรงกลั่น/วัน) มีการแจกแจงเป็นแบบปัวซอง (Poisson) หรือไม่
6 ขั้นของการทดสอบคือ

1. _____
2. _____
3. _____
4. _____

5. แจกโจทย์

X	0	1	2	3	4	5	6	7	รวม
o_i	372	360	191	57	16	2	1	1	1000

$$m = \frac{(0 \times 372) + (1 \times 360) + \dots + (7 \times 1)}{1000} = \underline{\underline{1000}},$$

จงเติมตารางในการหา e_i ให้สมบูรณ์

r	แจกตาราง Poisson		
r	$\Pr[X \leq r \mu = 1]$	$\Pr[X = r] = p_i$	$e_i = \underline{\underline{\quad}}$
0	.3679	.3679	<u> </u>
1	.7358	.3679	<u> </u>
2	.9197	<u> </u>	<u> </u>
3	.9810	<u> </u>	<u> </u>
4	.9963	.0153	<u> </u>
5	.9994	.0031	<u> </u>
6	.9999	.0005	<u> </u>
7	1.0000	.0001	<u> </u>

กำหนดค่าของตัวสถิติที่ใช้ทดสอบ = .8436. =

6. _____

- 5.๗) ในการทดสอบเพื่อถือความแตกต่างของอาหาร 4 ชนิดต่อน้ำหนักเพิ่มขึ้น น้ำหนักเริ่มต้น (X) และน้ำหนักที่เพิ่มขึ้นเมื่อหมดระยะเวลาของการทดสอบ (Y) เป็นดังนี้

อาหาร

A		B		C		D	
x	y	x	y	x	y	x	y
38	9.52	39	8.51	48	9.11	48	9.75
35	8.21	38	9.95	37	8.5	28	8.66
41	9.32	46	8.43	42	8.9	33	7.63
48	4.52	40	8.86	42	9.51	50	9.31

จงเติมตาราง ANOCOV ให้สมบูรณ์เพื่อทดสอบที่ $\alpha = .05$ ว่า อิทธิพลของอาหารทั้ง 4 ชนิดต่อน้ำหนักที่เพิ่มขึ้นเท่ากันหมดหรือไม่

ANOCOV

S.V.	df.	SS. และ SP.			df. (adj.)	Y adj. for X		f _c
		X	Y	XY		adj. SS.	adj. MS.	
Treatments		13.1875	—	2.0431	—	3.5167	1.1722	.7025
Error		549.25	20.5009	-34.34	—	—	1.6685	
Total		562.4375	23.7252	-39.2969	—	21.8706		

$$\text{Model : } Y_{ij} = \mu_i + \gamma(x_{ij} - \bar{x}) + E_{ij} = \mu + \alpha_i + \gamma(x_{ij} - \bar{x}) + E_{ij}$$

$$i = 1, \dots, 4; j = 1, \dots, 4$$

จงแสดง 6 ขั้นของการทดสอบ

เกณฑ์ทดสอบ ภาค 1/2528

1. 1 .1 ก) Point estimate

ก) Sampling distribution

1.2 Chi-square distribution ที่มี df. = n

1.3 t-distribution ที่มี df. = n

$$1.4 \quad t_{v,\alpha/2}^2 = f_{(1,v),\alpha}$$

1.5 Chi-square distribution ที่มี df. = k - 1

1.6 การวิเคราะห์ความแปรปรวน

1.7 ตัวแปรอิสระคือ x ตัวแปรตามคือ Y

ตัวแปรเชิงสุ่มคือ Y , E ตัวพารามิเตอร์คือ β_0, β_1

1.8 t-distribution ที่มี df. = n - 2

1.9 Z-distribution, ข้อมูลนี้คุณสมบัติของการสุ่ม

1.10 L_1 เป็น contrast เพราะ $\sum_{i=1}^5 c_i = 0$

L_2 เป็น contrast เพราะ $\sum_{i=1}^5 b_i = 0$

L_1 และ L_2 orthogonal กัน เพราะ $\sum_{i=1}^5 b_i c_i = 0$

$$\hat{L}_1 = \bar{X}_1 + \bar{X}_2 - \bar{X}_3 - \bar{X}_4 - \bar{X}_5$$

$$\hat{L}_2 = 4\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - \bar{X}_3 - \bar{X}_4 - \bar{X}_5$$

2. 2. ก) $n = 6, s^2 = .00019$

6 ขั้นของการทดสอบคือ

1) $H_0: \sigma^2 = .00013$

2) $H_1: \sigma^2 > .00013$

3) $\alpha = .05$

4) CR : $X^2 > \chi^2_{5,.05} = 11.07$

5) $\chi^2_c = 7.3077$

6) สรุป $7.3077 < 11.07$ เรากล่าวปฏิเสธ H_0 ที่ $\alpha = .05$ สรุปได้ว่า เครื่องมือทำงานได้ถูกต้องแม่นยำ

2.u)

ANOVA

S.V.	df.	ss.	MS.	f.
เครื่องมือ	3	310	103.3	$f_1 = 51.65$
วัดถุ	4	184	46	$f_2 = 46/2 = 23$
Error	12	24	2	
Total	19	518		

6 ขั้นของการทดสอบคือ

1) $H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \beta_4 = 0$

2) $H_1 : \beta_i$ อย่างน้อยหนึ่งตัว $\neq 0$

3) $\alpha = .05$

4) CR : $F > f_{(3,12),.05} = 3.49$

5) $f_c = f_1 = 51.65$

6) $f_1 > 3.49$ เราปฏิเสธ H_0 ที่ $\alpha = .05$ นั่นคือ เครื่องมือที่ใช้ตัดทั้ง 4 ชนิดแตกต่างกัน

3. 1) $\hat{y} = 1.2203 + 0.7235x$

2) $\hat{y}_{12} = 3.6079, e_{12} = y_{12} - \hat{y}_{12} = 3.6 - 3.6079 \approx -.0079$

3)

ANOVA

S.V.	df.	SS.	MS.	f
Regression	1	1.2506	1.2506	$f_1 = 9.8318$
Error	12	1.5265	.1272	
Lack of fit	7	0.8199	.1171	$f_2 = .8287$
Pure error	5	0.7066	.1413	
Total	13	2.7771		

4) ก) 6 ขั้นของการทดสอบคือ

- 1) $H_0 : \beta_1 = 0$
- 2) $H_1 : \beta_1 \neq 0$
- 3) $\alpha = .05$
- 4) CR : $F > f_{(1,12), .05} = 4.75$
- 5) $f_c = f_1 = 9.8318$
- 6) $f_1 > 4.75$ เราปฏิเสธ H_0 ที่ $\alpha = .05$ นั้นคือ Y ขึ้นอยู่กับ X

ก) 6 ขั้นของการทดสอบคือ

- 1) H_0 : There is no lack of fit
 - 2) H_1 : There is a lack of fit
 - 3) $\alpha = .05$
 - 4) CR : $F > f_{(7,5), .05} = 4.88$
 - 5) $f_c = f_2 = .8287$
 - 6) $f_2 < 4.88$ เราไม่ปฏิเสธ H_0 ที่ $\alpha = .05$ นั้นคือ Model เส้นตรงเข้ากันได้กับข้อมูล
- ก) ไม่ต้อง
- 5) $100r^2 = 36.01\% = (SSR/SST)100\%$ เป็นค่าที่ใช้อธิบายว่า ความแปรปรวนของ Y ซึ่งเนื่องจากมีความสัมพันธ์เชิงเส้นตรงกับ X นั้นมี 36.01%

4. 1) 6 ขั้นของการทดสอบคือ

- 1) $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma_3^2 = \sigma_4^2$
- 2) $H_1 : \sigma_i^2$ อย่างน้อย 1 คูณไม่เท่ากัน
- 3) $\alpha = .05$
- 4) CR : $B > \chi_{3,.05}^2 = 7.815$
- 5) $b_c = 0.9421$
- 6) $b_c < 7.815$ เราไม่ปฏิเสธ H_0 ที่ $\alpha = .05$ นั่นคือ ยอมรับว่าความแปรปรวนทั้ง 4 เท่ากันหมด

2)

ANOVA

S.V.	df.	ss.	MS.	f
เครื่องจักร	3	35.3085	11.7695	$f_c = 2.2546$
Error	18	93.9642	5.2202	
Total	21	129.2727		

$$SST = \sum_i \sum_j x_{ij}^2 \quad CF. = 2250 \quad 2120.7273 = 129.2727$$

$$SSE = SST - SSR = 129.2727 - 35.3085 = 93.9642$$

6 ขั้นของการทดสอบคือ

- 1) $H_0 : a_1 = a_2 = a_3 = a_4 = 0$
- 2) $H_1 : \text{มี } a_i \text{ อย่างน้อย 1 ตัว} \neq 0$
- 3) $\alpha = .05$
- 4) CR: $F > f_{(3,18),.05} = 3.16$
- 5) $f_c = 2.2546$
- 6) $f_c < 3.16$ เราไม่ปฏิเสธ H_0 ที่ $\alpha = .05$ นั่นคือ เครื่องจักรทั้ง 4 มีความเร็วโดยเฉลี่ยเท่ากันหมด

5. 5.ก) 6 ขั้นของการทดสอบคือ

1) $H_0: X \sim \text{Poisson}$

2) $H_1: X$ ไม่มีการแจกแจง เป็นแบบ Poisson

3) $\alpha = .05$

4) CR : $X^2 > \chi^2_{0.05} = 7.815$ (df. = 5 - 1 - 1 = 3)

5) $\Pr[X = 2] = p_3 = .9197 - .7358 = .1839$

$\Pr[X = 3] = p_4 = .9810 - .9197 = .0613$

$$e_i = np_i = 1000p_i$$

$$e_i: 367.9, 367.9, 183.9, 61.3, \underline{\overline{15.3, 3.1, .5, .1}}$$

19.0 (รวม e_i 's เพื่อทำให้มีค่าอย่างน้อย 5)

$$\chi^2_c = .8436 = \sum_{i=1}^5 \frac{(o_i - e_i)^2}{e_i}$$

6) $\chi^2_c < 7.815$ เราไม่ปฏิเสธ H_0 ที่ $\alpha = .05$ นั้นคือ $X \sim \text{Poisson}$

5.ก)

ANOCOV

S.V.	df.	SS. และ SP.			df. (adj.)	Y adj. for X		f _c
		X	Y	XY		adj. SS.	adj. MS.	
Treatments	3	13.1875	3.2243	2.0431	3	3.5167	1.1722	.7025
Error	12	549.25	20.5009	-34.34	11	18.3539	1.6685	XX
Total	15	562.4375	23.7252	-39.2969	14	21.8706	XX	XX

6 ขั้นของการทดสอบคือ

1) $H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4 = \mu$ หรือ $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 = 0$

2) $H_1: \mu$ อย่างน้อย 1 คู่ไม่เท่ากัน หรือ α_i อย่างน้อย 1 ตัว $\neq 0$

3) $\alpha = .05$

4) CR: $F > f_{(3,11),.05} = 3.59$

5) $f_c = .7025$

6) $f_c = < 3.59$ เราไม่ปฏิเสธ H_0 ที่ $\alpha = .05$ นั้นคือ อิทธิพลของอาหารทั้ง 4 ชนิด
เหมือนกันหมด