เฉลยแบบฝึกหัดที่ 6.1

1. หนทางของหน้าลูกเต๋าสีเขียว

หนทางของหน้าลูกเต๋าสีแดง (r) \ (α)	1	2	3	4	5	6
1	1, 1	1, 2	1,3	1,4	1,5	1,6
2	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6
3	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6
4	4,1	4,2	4,3	4,4	4,5	4,6
5	5,1	5,2	5,3	5,4	5,5	5,6
6	6,1	6,2	6,3	6,4	6,5	6,6

หนทางของหน้าลูกเต๋าสีแดงเป็นสองเท่าของหน้าลูกเต๋าสีเขียว (2,1), (4,2), (6,3) มีอยู่สามหนทาง

หนทางของหน้าลูกเต๋าสีเขียวเป็นสองเท่าของหน้าลูกเต๋าสีแดง (1,2), (2,4), (3,6) มีอยู่สามหนทางเหมือนกัน

$\therefore$ หนทางที่ลูกเต๋าลูกหนึ่งปรากฏหน้าเป็นสองเท่าของหน้าลูกเต๋าอีกลูกหนึ่งมีหกหนทาง เป็น (2,1), (4,2), (6,3), (1,2), (2,4), (3,6)

แต่หนทางที่อาจเป็นไปได้ทั้งหมดสามสิบหกหนทาง

$$\therefore \quad P(r = 2g \text{ หรือ } g = 2r) = \frac{6}{36} = 1/6$$

2. จำนวนหนทางที่ลูกเต๋าสีเขียวปรากฏหน้าน้อยกว่า 3 และลูกเต๋าสีแดงปรากฏหน้ามากกว่า 3 มีหกหนทางเป็น (4,1), (4,2), (5,1), (5,2), (6,1), (6,2)

$$\therefore \quad P(g < 3 \text{ และ } r > 3) = \frac{6}{36} = 1/6$$

3. ก) จำนวนหนทางที่ $r + g = 6$ มี (5,1), (4,2), (3,3), (2,4), (1,5) รวมหกหนทาง

$$P(r + g = 6) = \frac{5}{36}$$

ข) จำนวนหนทางที่ $r + g = 8$ มี (6,2), (5,3), (4,4), (3,5), (2,6) รวมห้าหนทาง

$$P(r + g = 8) = \frac{5}{36}$$

ค) จำนวนหนทางที่ $r + g < 5$ มี (1,1), (2,1), (1,2), (3,1), (2,2), (1,3) รวมหกหนทาง

$$P(r + g < 5) = \frac{6}{36} = 1/6$$

ง) จำนวนหนทางที่ $r + g > 9$ มี (6,4), (5,5), (4,6), (6,5), (5,6), (6,6) รวมหกหนทาง

$$P(r + g > 9) = \frac{6}{36} = 1/6$$

จ) จำนวนหนทางที่ $r > g + 4$ มี (6,1) รวมหนึ่งหนทาง

$$P(r > g + 4) = \frac{1}{36}$$

ฉ) จำนวนหนทางที่ $r > g$ มี (2,1), (3,1), (3,2), (4,1), (4,2), (4,3), (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5) รวมสิบห้าหนทาง

$$P(r > g) = \frac{15}{36} = \frac{5}{12}$$

ช) จำนวนหนทางที่ $r \neq g$ มี (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (2,1), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6), (3,1), (3,2), (3,4), (3,5), (3,6), (4,1), (4,2), (4,3), (4,5), (4,6), (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,6), (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), รวมสามสิบหนทาง

$$P(r \neq g) \quad \frac{30}{36} = \frac{5}{6}$$

หมายเหตุ สำหรับข้อ ช. นี้ เราสามารถคำนวณหาได้อีกวิธีหนึ่ง โดยการหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เป็น Complement กันกับเหตุการณ์ $r \neq g$ เหตุการณ์นั่นคือ $r = g$ ซึ่งมี (1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (6,6) รวมหกหนทางแล้วเอาไปลบออกจากหนึ่งได้ค่าที่ต้องการ

$$\begin{aligned} P(r \neq g) &= 1 - P(r = g) \\ &= 1 - \frac{6}{36} = 1 - 1/6 \\ &= \frac{5}{6} \end{aligned}$$

ญ. จำนวนหนทางที่ $r = g^2$ มี (1,1), (4,2) รวมสองหนทาง

$$P(r = g^2) = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$$

4.

จำนวนครั้งที่เสีย	0	1	2	3	4	5	6
A	0.1	0.2	0.3	0.2	0.09	0.07	0.04
B	0.3	0.1	0.1	0.1	0.1	0.15	0.15

ให้ X เป็นจำนวนครั้งของเครื่องจักรเสีย

X_A เป็นจำนวนครั้งของเครื่องจักร A เสีย

X_B เป็นจำนวนครั้งของเครื่องจักร B เสีย

ก) $P(X_A = X_B)$ = ความน่าจะเป็นที่เครื่องจักร A และเครื่องจักร B เสียเท่ากัน

$\therefore P(X_A = X_B = x) = P(X_A = X_B = 0) + P(X_A = X_B = 1) + \ldots + P(X_A = X_B = 6)$ แต่เครื่องจักร A และ B ทำงานอิสระกัน

$$
\begin{aligned}
P(X_A = X_B = x) &= P(X_A = 0)\,P(X_B = 0) + P(X_A = 1)\,P(X_B = 1) + \ldots + P(X_A = 6)\,P(X_B = 6) \\
&= (0.1)(0.3) + (0.2)(0.1) + \ldots + (0.04)(0.15) \\
&= (0.03) + (0.02) + \ldots + (0.006) \\
&= 0.1255
\end{aligned}
$$

A

B	0	1	2	3	4	5	6
0	0 (0.03)	1 (0.06)	2 (0.09)	3 (0.06)	4 (0.027)	5 (0.021)	6 (0.012)
1	1 (0.01)	2 (0.02)	3 (0.03)	4 (0.02)	5 (0.009)	6 (0.007)	7 (.004)
2	2 (0.01)	3 (0.02)	4 (0.03)	5 (0.02)	6 (0.009)	7 (0.007)	8 (0.004)
3	3 (0.01)	4 (0.02)	5 (0.03)	6 (0.02)	7 (0.009)	8 (0.007)	9 (0.004)
4	4 (0.01)	5 (0.02)	6 (0.03)	7 (0.02)	8 (0.009)	9 (0.007)	10 (0.004)
5	5 (0.015)	6 (0.03)	7 (0.045)	8 (0.03)	9 (0.0135)	10 (0.0105)	11 (0.006)
6	6 (0.015)	7 (0.03)	8 (0.045)	9 (0.03)	10 (0.0135)	11 (0.0105)	12 (0.006)

ข)
$$
\begin{aligned}
P(X_A + X_B < 4) &= P(X_A = 0, X_B = 0) + P(X_A = 0, X_B = 1) + \ldots \\
&\quad P(X_A = 0, X_B = 2) + \ldots \\
&\quad P(X_A = 0, X_B = 3) + P(X_A = 1, X_B = 0) + \ldots \\
&\quad P(X_A = 1, X_B = 1) + \ldots \\
&\quad P(X_A = 1, X_B = 2) + P(X_A = 2, X_B = 0) + \ldots \\
&\quad P(X_A = 2, X_B = 1) + P(X_A = 3, X_B = 0) \\
&= P(X_A = 0)\,P(X_B = 0) + P(X_A = 0, X_B = 1) + \ldots \\
&\quad + P(X_A = 3)\,P(X_B = 0) \\
&= (0.1)(0.3) + (0.2)(0.1) + \ldots + (0.2)(0.3) \\
&= (0.03) + (0.01) + (0.01) + (0.01) + (0.06) + (0.02) + \ldots \\
&\quad (0.02) + (0.09) + (0.03) + (0.03) \\
&= 0.34
\end{aligned}
$$

$$P(X_A + X_B < 5) = P(X_A = 0, X_B = 0) + \ldots + P(X_A = 4, X_B = 0)$$
$$= P(X_A = 0)\,P(X_B = 0) + \ldots + P(X_A = 4)\,P(X_B = 0)$$
$$= (0{,}1)(0.3) + (0.2)(0.1) + \ldots + (0.027)$$
$$= 0.447$$

ค) $P(X_A > X_B) = P(X_A = 1, X_B = 0) + P(X_A = 2, X_B = 0) + \ldots + P(X_A = 6, X_B = 5)$

$$= P(X_A = 1)\,P(X_B = 0) + P(X_A = 2)\,P(X_B = 0) + \ldots + P(X_A = 6)\,P(X_B = 5)$$
$$= (0.2)(0.3) + (0.3)(0.3) + \ldots + (0.04)(0.15)$$
$$= (0.06) + (0.09) + (0.06) + (0.027) + (0.021) + (0.012) + (0.03) + (0.02) + (0.009) + (0.007) + (0.004) + (0.02) + (0.009) + (0.007) + (0.004) + (0.009) + (0.007) + (0.004) + (0.007) + (0.004) + (0.006)$$
$$= 0.417$$

ง) $P(X_B = 2X_A) = P(X_B = 2, X_A = 1) + P(X_B = 4, X_A = 2) + P(X_B = 6, X_A = 3)$

$$= P(X_B = 2)\,P(X_A = 1) + P(X_B = 4)\,P(X_A = 2) + P(X_B = 6)\,P(X_A = 3)$$
$$= (0.1)(0.2) + (0.1)(0.3) + (0.15)(0.2)$$
$$= (0.02) + (0.03) + (0.03)$$
$$= (0.08)$$

จ) $P(X_B = 4, X_A \geqslant 0) = P(X_B = 4)\,P(X_A = 0) + P(X_B = 4)\,P(X_A = 1) + P(X_B = 4)\,P(X_A = 2) + P(X_B = 4)\,P(X_A = 3) + P(X_B = 4)\,P(X_A = 4) + P(X_A = 4)\,P(X_A = 5) + P(X_B = 4)\,P(X_A = 6)$

$$= (0.1)(0.1) + (0.1)(0.2) + (0.1)(0.3) + (0.1)(0.2) + (0.1)(0.09) + (0.1)(0.07) + (0.1)(0.04)$$
$$= (0.01) + (0.02) + (0.03) + (0.02) + (0.009) + (0.007) + (0.004)$$
$$= 0.1$$

ฉ) $P(X_A + X_B \geq 3)$ $= 1 - P(X_A + X_B \leq 2)$

$= 1 - \{ P(X_A = 0, X_B = 0) + P(X_A = 0, X_B = 1) + P(X_A = 0, X_B = 2) + P(X_A = 1, X_B = 0) + P(X_A = 1, X_B = 1) + P(X_A = 2, X_B = 0) \}$

$= 1 - \{ P(X_A = 0) P(X_B = 0) + P(X_A = 0) P(X_B = 1) + P(X_A = 0) P(X_B = 2) + P(X_A = 1) P(X_B = 0) + P(X_A = 1) P(X_B = 1) + P(X_A = 2, X_B = 0) \}$

$= 1 - \{ (0.1)(0.3) + (0.1)(0.1) + (0.1)(0.1) + (0.2)(0.3) + (0.2)(0.1) + (0.3)(0.3) \}$

$= 1 - \{ (0.03) + 0.01 + 0.01 + 0.06 + 0.02 + 0.09 \}$

$= 1 - 0.22$

$= 0.78$

$P(X_A + X_B > 3)$ $= 1 - P(X_A + X_B \leq 3)$

$= 1 - [P(X_A = 0, X_B = 0) + P(X_A = 0, X_B = 1) + \ldots P(X_A = 0, X_B = 3) + P(X_A = 1, X_B = 0) + \ldots P(X_A = 1, X_B = 2) + P(X_A = 2, X_B = 0) + P(X_A = 2, X_B = 1) + P(X_A = 3, X_B = 0)]$

$= 1 - [(0.1)(0.3) + (0.1)(0.1) + (0.1)(0.1) + (0.1)(0.1) + (0.2)(0.3) + (0.2)(0.1) + (0.2)(0.1) + (0.3)(0.3) + (0.3)(0.1)]$

$= 1 - [(0.03) + (0.01) + (0.01) + (0.01) + (0.06) + (0.02) + (0.02) + (0.09) + (0.03) + 0.06]$

$= 1 - (0.28) - (.06)$

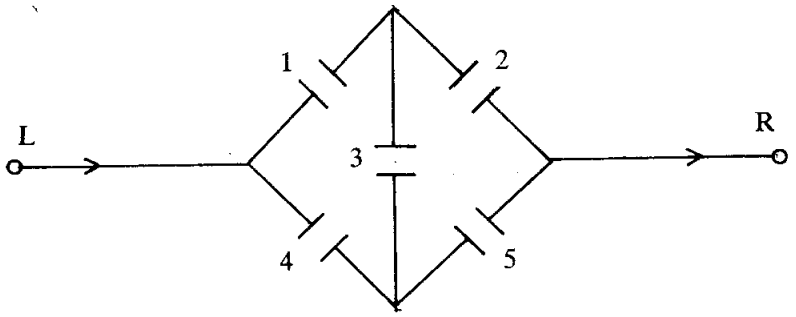
$= .66$

ช) $P(X_A + X_B \leq 3)$ $= 0.28$ (ใช้คำตอบของข้อ ฉ. ในส่วนของ Complement)

$P(X_A + X_B \geq 4)$ $= 0.72$ (มีคำตอบเหมือนกับ ข้อ ฉ)

5. ก. ให้ A_i แทนเหตุการณ์ (relay i ปิด) i = 1, 2, 3, 4 และ 5

E แทนเหตุการณ์ (กระแสไหลจาก L ไป R)

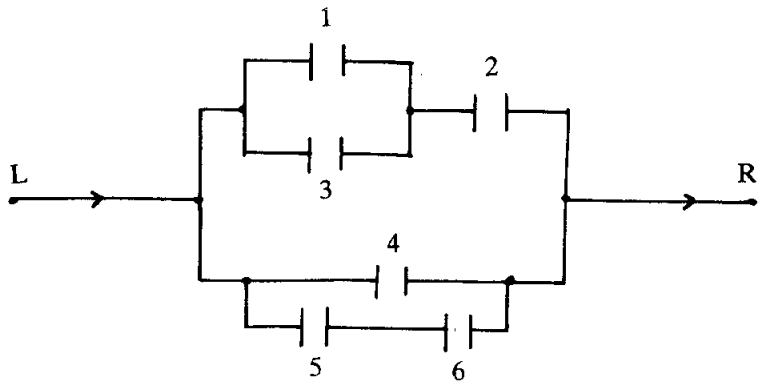


ดังนั้น $E = (A_1 \cap A_2) \cup (A_1 \cap A_3 \cap A_5) \cup (A_4 \cap A_5) \quad (A_4 \cap A_3 \cap A_2)$

และ $(A_1 \cap A_2)$, $(A_1 \cap A_3 \cap A_5)$, $(A_4 \cap A_5)$ และ $(A_4 \cap A_3 \cap A_2)$ ไม่เป็น mutually exclusive กัน

$$
\begin{aligned}
P(E) &= P(A_1 \cap A_2) + P(A_1 \cap A_3 \cap A_5) + P(A_4 \cap A_5) + P(A_4 \cap A_3 \cap A_2) \\
&\quad - P(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_5) - P(A_1 \cap A_2 \cap A_4 \cap A_5) - P(A_1 \cap A_2 \cap A_4 \cap A_3) \\
&\quad - P(A_1 \cap A_3 \cap A_5 \cap A_4) - P(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4 \cap A_5) - P(A_4 \cap A_5 \cap A_3 \cap A_2) \\
&\quad + P(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4 \cap A_5) + P(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4 \cap A_5) \\
&\quad + P(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4 \cap A_5) + P(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4 \cap A_5) \\
&\quad - P(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4 \cap A_5) \\
&= P(A_1)P(A_2) + P(A_1)P(A_3)P(A_5) + P(A_4)P(A_5) + P(A_4)P(A_3)P(A_2) \\
&\quad - P(A_1)P(A_2)P(A_3)P(A_5) - P(A_1)P(A_2)P(A_4)p(A_5) \\
&\quad - P(A_1)P(A_2)P(A_4)P(A_3) - P(A_1)P(A_3)P(A_5)P(A_4) \\
&\quad - P(A_4)P(A_5)P(A_3)P(A_2) + P(A_1)P(A_2)P(A_3)P(A_4)P(A_5) \\
&\quad + P(A_1)P(A_2)P(A_3)P(A_4)P(A_5) \\
&= p \times p + p \times p \times p + p \times p + p \times p \times p - p \times p \times p \times p - p \times p \times p \times p \\
&\quad - p \times p \times p \times p - p \times p \times p \times p - p \times p \times p \times p + p \times p \times p \times p \times p + p \times p \times p \times p \times p \\
&= 2p^2 + 2p^3 - 5p^4 + 2p^5
\end{aligned}
$$

ข.



$$E = (A_1 \cap A_2) \cup (A_3 \cap A_2) \cup (A_4) \cup (A_5 \cap A_6)$$

$$\begin{aligned}
P(E) &= P(A_1 \cap A_2) + P(A_3 \cap A_2) + P(A_4) + P(A_5 \cap A_6) - P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) \\
&\quad - P(A_1 \cap A_2 \cap A_4) - P(A_1 \cap A_2 \cap A_5 \cap A_6) - P(A_3 \cap A_2 \cap A_4) \\
&\quad - P(A_3 \cap A_2 \cap A_5 \cap A_6) - P(A_4 \cap A_5 \cap A_6) + P(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4) \\
&\quad + P(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_5 \cap A_6) + P(A_1 \cap A_2 \cap A_4 \cap A_5 \cap A_6) \\
&\quad + P(A_3 \cap A_2 \cap A_4 \cap A_5 \cap A_6) - P(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4 \cap A_5 \cap A_6) \\
&= p \times p + p \times p + p + p \times p - p \times p \times p - p \times p \times p - p \times p \times p \times p - p \times p \times p \\
&\quad - p \times p \times p \times p - p \times p \times p + p \times p \times p \times p + p \times p \times p \times p \times p + p \times p \times p \times p \times p \\
&\quad + p \times p \times p \times p \times p - p \times p \times p \times p \times p \times p \\
&= p^2 + p^2 + p + p^2 - p^3 - p^3 - p^4 - p^3 - p^4 - p^3 + p^4 + p^5 + p^5 + p^5 - p^6 \\
&= p + 3p^2 - 4p^3 - p^4 + 3p^5 - p^6
\end{aligned}$$

6. ให้ A_i เป็นเหตุการณ์ของคนที่ i เกิดวันศุกร์ (i = 1, 2, 3) และ A_1, A_2 และ A_3 มีความอิสระกัน $P(A_i) = \frac{1}{7}$

ก. $P(A_1 \cap A_2 \cap A_3)$ = ความน่าจะเป็นที่ทั้งสามคนเกิดวันศุกร์

$$\begin{aligned}
&= P(A_1)\, P(A_2)\, P(A_3) \\
&= \left(\tfrac{1}{7}\right)\left(\tfrac{1}{7}\right)\left(\tfrac{1}{7}\right) \\
&= \frac{1}{343}
\end{aligned}$$

ข. ให้ A_{iF} เป็นเหตุการณ์ของคนที่ i เกิดวันศุกร์ $(i = 1, 2, 3)$, $P(A_{iF}) = \frac{1}{7}$

A_{iT} เป็นเหตุการณ์ของคนที่ i เกิดวันอังคาร $(i = 1, 2, 3)$, $P(A_{iT}) = \frac{1}{7}$

P (สองคนเกิดวันศุกร์และอีกหนึ่งเกิดวันอังคาร)

$$= P(A_{1F} \cap A_{2F} \cap A_{3T}) + P(A_{1F} \cap A_{2T} \cap A_{3F}) + P(A_{1T} \cap A_{2F} \cap A_{3F})$$

$$= P(A_{1F})\,P(A_{2F})\,P(A_{3T}) + P(A_{1F})\,P(A_{2T})\,P(A_{3F}) + P(A_{1T})\,P(A_{2F})\,P(A_{3F})$$

$$= \left(\tfrac{1}{7}\right)\left(\tfrac{1}{7}\right)\left(\tfrac{1}{7}\right) + \left(\tfrac{1}{7}\right)\left(\tfrac{1}{7}\right)\left(\tfrac{1}{7}\right) + \left(\tfrac{1}{7}\right)\left(\tfrac{1}{7}\right)\left(\tfrac{1}{7}\right)$$

$$= \frac{1}{343} + \frac{1}{343} + \frac{1}{343}$$

$$= \frac{3}{343}$$

ค. ให้ A_i เป็นเหตุการณ์ของคนที่ i ไม่ได้เกิดวันจันทร์ $(i = 1, 2, 3)$ $P(A_i) = \frac{6}{7}$

(แสดงว่าเกิดวันอังคารหรือพุธ หรือพฤหัส หรือศุกร์ หรือเสาร์ หรืออาทิตย์วันใดวันหนึ่ง)

P(ทั้งสามคนไม่ได้เกิดวันจันทร์) $= P(A_1 \cap A_2 \cap A_3)$

$$= P(A_1)\,P(A_2)\,P(A_3)$$

$$= (6/7)\,(6/7)\,(6/7) = \frac{216}{343}$$

7. ให้ A_i เป็นเหตุการณ์ที่ i ของเหตุการณ์หนึ่งจะเกิดขึ้นในการทดลองหนึ่ง $P(A_i) = p$

$$P(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap \ldots \cap A_n) = P(A_1)\,P(A_2)\,P(A_3) \ldots\ldots P(A_n)$$

$$= p \times p \times p \times \ldots\ldots \times p$$

$$= p^n$$

8. p เป็นความน่าจะเป็นที่เหตุการณ์หนึ่งจะเกิดในการทดลองหนึ่ง 1−p เป็นความน่าจะเป็นที่เหตุการณ์นั้นจะไม่เกิดขึ้นในการทดลองนั้น ความน่าจะเป็นรวมทั้งหมดจากเหตุการณ์ไม่เกิดขึ้นเลยจนถึงเหตุการณ์นั้นเกิดขึ้นทั้งหมด n ครั้งที่อิสระกันมีค่าเท่ากับ 1

∴ ความน่าจะเป็นที่จะเกิดขึ้นอย่างน้อยหนึ่งครั้ง = 1 − ความน่าจะเป็นที่ไม่เกิดขึ้นเลย n ครั้ง

$$= 1 - (1-p)\,(1-p) \ldots (1-p)$$

$$= 1 - (1-p)^n$$

9. ให้ $D_{ก}$ เป็นเหตุการณ์ที่นาย ก. จะตายภายใน 20 ปีข้างหน้า

$D_{ข}$ เป็นเหตุการณ์ที่นาย ข. จะตายภายใน 20 ปีข้างหน้า

$P(D_{ก}) = 0.025$; $P(\bar{D}_{ก})$ คือความน่าจะเป็นที่นาย ก. จะไม่ตายภายใน 20 ปีข้างหน้า

$P(D_{ข}) = 0.030$; $P(\bar{D}_{ข})$ คือความน่าจะเป็นที่นาย ข. จะไม่ตายภายใน 20 ปีข้างหน้า

ก. $P(D_{ก}$ และ $D_{ข})$ = ความน่าจะเป็นที่ทั้ง นาย ก. และนาย ข. จะตายภายใน 20 ปีข้างหน้า

$= P(D_{ก})\,P(D_{ข})$

$= (0.025).(0.030)$

$= 0.00075$

ข. $P(D_{ก}$ และ $\bar{D}_{ข})$ = ความน่าจะเป็นที่ นาย ก. จะตายและ นาย ข. จะไม่ตาย

$= P(D_{ก})\,P(\bar{D}_{ข})$

$= (0.025)\,(0.97)$

$= 0.02425$

ค. $P(\bar{D}_{ก}$ และ $\bar{D}_{ข})$ = ความน่าจะเป็นที่นาย ก. และนาย ข. จะไม่ตาย

$= P(\bar{D}_{ก})\,P(\bar{D}_{ข})$

$= (0.975)\,(0.97)$

$= 0.94575$

เฉลยแบบฝึกหัดที่ 6.2

1. ให้ A เป็นเหตุการณ์ที่บุคคลหนึ่งอายุ 20 ปี จะมีอายุถึง 70 ปี มี 47773 คน

   $\bar{A}$ เป็นเหตุการณ์ที่บุคคลหนึ่งอายุ 20 ปี จะตายก่อนที่มีอายุ 70 ปี ซึ่งเป็น Complement ของเหตุการณ์ A

$$P(A) = \frac{47773}{100,000} = 0.4777$$
$$= 0.48$$
$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$
$$= 1 - 0.48$$
$$= 0.52$$

2.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

การเลือกเลขสองจำนวนนี้เป็นการเลือกแบบหยิบแล้วไม่ใส่คืนหรือเป็นการเลือกแบบไม่มีตัวเลขเกิดซ้ำกันได้ เพราะฉะนั้นจำนวนหนทางที่อาจเป็นไปได้ทั้งหมดเป็น $10 \times 9 = 90$ หนทาง ให้ A เป็นเหตุการณ์ที่ผลบวกของเลขสองจำนวนเป็นเลขคู่ ซึ่งมี 40 หนทาง

$$P(A) = \frac{40}{90} = \frac{4}{9}$$

3. ความน่าจะเป็นของการเลือกคณะกรรมการคนแรกเป็น $\frac{10}{10}$ เมื่อเลือกไปหนึ่งคนแล้ว สามีหรือภรรยาคู่นี้จะไม่มีโอกาสได้รับเลือกอีก ความน่าจะเป็นของการเลือกคณะกรรมการคนที่สองเป็น $\frac{8}{9}$ เมื่อเลือกคนที่สองไปแล้ว สามีหรือภรรยาของคนที่สองก็ไม่มีโอกาสได้รับเลือกอีก

   ความน่าจะเป็นของการเลือกคณะกรรมการคนที่สามเป็น $\frac{6}{8}$ จากเหตุผลเดียวกันกับคนที่หนึ่งหรือที่สอง ความน่าจะเป็นของการเลือกคณะกรรมการคนที่สี่เป็น $\frac{4}{7}$ เพราะฉะนั้นเลือกคณะกรรมการชุดหนึ่ง 4 คน โดยสุ่มจาก 5 คู่สมรส ความน่าจะเป็นที่คณะกรรมการชุดนั้นจะไม่ประกอบด้วยสามีและภรรยา

   คือ $\left(\frac{10}{10}\right)\left(\frac{8}{9}\right)\left(\frac{6}{8}\right)\left(\frac{4}{7}\right) = \frac{8}{21}$

4.ในกรณีนี้โจทย์ไม่ได้กำหนดว่าหยิบบอลล์ใบแรกจากกล่องที่หนึ่งนั้นเป็นสีอะไร แต่กำหนดให้เฉพาะกล่องที่สองเท่านั้นที่เป็นสีขาว โจทย์ข้อนี้จึงเป็นได้สองกรณี

กรณีที่หนึ่ง หยิบบอลล์ลูกแรกได้สีขาวจากกล่องที่หนึ่งไปใส่กล่องที่สอง จะมีความน่าจะเป็น $\frac{x}{x+y}$ กล่องใบที่สองก็จะมีบอลล์ขาวเป็น z+1 ลูกและบอลล์แดง u ลูก ความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้บอลล์ขาวจากกล่องที่สองเป็น $\frac{z+1}{z+u+1}$ เพราะฉะนั้นความน่าจะเป็นที่หยิบบอลล์ลูกแรกเป็นสีขาวและลูกที่สองเป็นสีขาวเท่ากับ

$$\left(\frac{x}{x+y}\right)\left(\frac{z+1}{z+u+1}\right)$$

กรณีที่สอง หยิบบอลล์ลูกแรกได้สีแดงจากกล่องที่หนึ่งไปใส่กล่องที่สอง จะมีความน่าจะเป็น $\frac{y}{x+y}$ กล่องใบที่สองก็จะมีบอลล์แดงเป็น u+1 ลูกบอลล์ขาว Z ลูก

ความน่าจะเป็นที่จะหยิบบอลล์ขาวจากกล่องที่สองเป็น $\frac{z}{z+u+1}$ เพราะฉะนั้นความน่าจะเป็นที่หยิบบอลล์ลูกแรกเป็นสีแดงจากกล่องที่หนึ่งและลูกที่สองเป็นสีขาวจากกล่องที่สองเป็น $\left(\frac{y}{x+y}\right)\left(\frac{z}{z+u+1}\right)$

ด้วยเหตุนี้ ความน่าจะเป็นที่หยิบลูกบอลล์หนึ่งลูกจากกล่องที่สองเป็นขาวจึงเป็น

$$\left(\frac{x}{x+y}\right)\left(\frac{z+1}{z+u+1}\right)+\left(\frac{y}{x+y}\right)\left(\frac{z}{z+u+1}\right)$$

5. หยิบหลอดไฟสองหลอดโดยหยิบครั้งละหนึ่งหลอดขึ้นมาทดสอบจากกล่องใบหนึ่งบรรจุหลอดไฟเสีย 4 หลอดและดี 6 หลอด เมื่อหยิบหลอดไฟแรกไปหนึ่งหลอดปรากฏว่าเป็นหลอดดี ในกล่องยังคงเหลือหลอดดี 5 หลอดจากทั้งหมด 9 หลอด ความน่าจะเป็นที่จะหยิบหลอดไฟดีหลอดที่สองเป็น $\frac{5}{9}$

6. ก) ความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้หลอดไฟเสียหลอดแรกเป็น $\frac{4}{10}$
ความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้หลอดไฟเสียหลอดที่สองเป็น $\frac{3}{9}$
ความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้หลอดไฟเสียหลอดที่สามเป็น $\frac{2}{8}$
ความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้หลอดไฟดีหลอดที่สี่ เป็น $\frac{6}{7}$
ความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้หลอดไฟเสียหลอดที่ห้าเป็น $\frac{1}{6}$

แต่ละจำนวนหนทางของความน่าจะเป็นที่จะได้หลอดไฟเสียหลอดที่สี่ในการทดสอบ

ครั้งที่ห้าเป็น $\binom{5-1}{4-1} = \binom{4}{3} = 4$ หนทาง

เพราะฉะนั้นความน่าจะเป็นที่จะได้หลอดไฟเสียหลอดที่สี่ในการทดสอบครั้งที่ห้าเป็น

$$4\left(\frac{4}{10}\right)\left(\frac{3}{9}\right)\left(\frac{2}{8}\right)\left(\frac{6}{7}\right)\left(\frac{1}{6}\right) = \frac{2}{105}$$

ข) ความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้หลอดไฟเสียหลอดแรกเป็น $\frac{4}{10}$
ความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้หลอดไฟเสียหลอดสองเป็น $\frac{3}{9}$
ความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้หลอดไฟเสียหลอดสามเป็น $\frac{2}{8}$
ความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้หลอดไฟดีหลอดที่สี่เป็น $\frac{6}{7}$
ความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้หลอดไฟดีหลอดที่ห้าเป็น $\frac{5}{6}$
ความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้หลอดไฟดีหลอดที่หกเป็น $\frac{4}{5}$
ความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้หลอดไฟดีหลอดที่เจ็ดเป็น $\frac{3}{4}$
ความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้หลอดไฟดีหลอดที่แปดเป็น $\frac{2}{3}$
ความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้หลอดไฟดีหลอดที่เก้าเป็น $\frac{1}{2}$
ความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้หลอดไฟเสียหลอดที่สิบเป็น $\frac{1}{1}$
และจำนวนหนทางของความน่าจะเป็นที่จะได้หลอดไฟเสียหลอดที่สี่ในการทดสอบครั้งที่สิบเป็น

$$\binom{10-1}{4-1} = \binom{9}{3} = \frac{9!}{3!\,6!} = \frac{(9)(8)(7)}{(3)(2)(1)} \text{ หนทาง}$$

เพราะฉะนั้นความน่าจะเป็นที่จะได้หลอดไฟเสียหลอดที่สี่ในการทดสอบครั้งที่สิบเป็น

$$\frac{(9)(8)(7)}{(3)(2)(1)}\left(\frac{4}{10}\right)\left(\frac{3}{9}\right)\left(\frac{2}{8}\right)\left(\frac{6}{7}\right)\left(\frac{5}{6}\right)\left(\frac{4}{5}\right)\left(\frac{3}{4}\right)\left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{1}\right) = \frac{2}{5}$$

7. $P(A) = 0.4$ $P(A \cup B) = 0.7$ และ $P(B) = p$

ก) หาค่า p ที่จะทำให้ A และ B เป็น mutually exclusive

$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= P(A) + P(B) \\ 0.7 &= 0.4 + p \\ p &= 0.3 \end{aligned}$$

ข) หาค่า p ที่ทำให้ A และ B มีความอิสระกัน

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A)\,P(B)$$

$$0.7 = 0.4 + p - (0.4)(p)$$

$$= 0.4 + 0.6\,p$$

$$p = \frac{0.3}{0.6} = 0.5$$

เฉลยแบบฝึกหัดที่ 6.3

1. ให้ A_i เป็นเหตุการณ์ของหลอดไฟเสียหลอดที่ i (i = 1, 2)

B_j เป็นเหตุการณ์ของหลอดไฟดีหลอดที่ j (j = 1, 2)

ก). $P(A_1)$ = ความน่าจะเป็นที่การทดสอบครั้งที่หนึ่งเป็นหลอดไฟเสียหลอดที่หนึ่งเท่ากับ $\frac{2}{4}$

$P(A_2/A_1)$ = ความน่าจะเป็นที่การทดสอบครั้งที่สองเป็นหลอดไฟเสียหลอดที่สองเท่ากับ $\frac{1}{3}$ (โดยที่หลอดที่หนึ่งเสียไปแล้ว)

$P(A_1 \cap A_2) = P(A_1)\,P(A_2/A_1)$

$= (\frac{2}{4})(\frac{1}{3}) = 1/6$

= ความน่าจะเป็นที่การทดสอบครั้งที่สองเป็นหลอดไฟเสียสุดท้าย

ข). P(การทดสอบครั้งที่สามเป็นหลอดไฟเสียสุดท้าย)

$= P(A_1)\,P(B_1/A_1)\,P(A_2/A_1 \cap B_1) + P(B_1)\,P(A_1/B_1)\,P(A_2/A_1 \cap B_1)$

$= (\frac{2}{4})(\frac{2}{3})(\frac{1}{2}) + (\frac{2}{4})(\frac{2}{3})(\frac{1}{2})$

$= \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$

ค). P(การทดสอบครั้งที่สี่เป็นหลอดไฟเสียสุดท้าย)

$= P(A_1)\,P(B_1/A_1)\,P(B_2/A_1 \cap B_1)\,P(A_2/A_1 \cap B_1 \cap B_2) +$
$P(B_1)\,P(A_1/B_1)\,P(B_2/A_1 \cap B_1)\,P(A_2/A_1 \cap B_1 \cap B_2) +$
$P(B_1)\,P(B_2/B_1)\,P(A_1/B_1 \cap B_2)\,P(A_2/A_1 \cap B_1 \cap B_2)$

$= (\frac{2}{4})(\frac{2}{3})(\frac{1}{2})(\frac{1}{1}) + (\frac{2}{4})(\frac{2}{3})(\frac{1}{2})(\frac{1}{1}) + (\frac{2}{4})(\frac{1}{3})(\frac{2}{2})(\frac{1}{1})$

$= \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6}$

$= 1/2$

ง). รวมค่าที่คำนวณได้จาก (ก), (ข) และ (ค) ได้

$= (1/6) + (1/3) + 1/2$

$= \frac{1 + 2 + 3}{6}$

$= 1$

2. ให้ D = สกรูเสีย

E_1 = สกรูที่ผลิตจากเครื่องจักร A , $P(E_1) = 0.25$

E_2 = สกรูที่ผลิตจากเครื่องจักร B , $P(E_2) = 0.35$

E_3 = สกรูที่ผลิตจากเครื่องจักร C , $P(E_3) = 0.40$

และ $P(D/E_1) = 0.05$, $P(D/E_2) = 0.04$, $P(D/E_3) = 0.02$ สิ่งที่ต้องการหาคือ $P(E_1/D)$, $P(E_2/D)$ และ $P(E_3/D)$ เท่ากับเท่าไร

จากสูตร

$$P(E_1/D) = \frac{P(E_1 \cap D)}{P(D)}$$

$$= \frac{P(E_1)\,P(D/E_1)}{P(E_1)\,P(D/E_1) + P(E_2)\,P(D/E_2) + P(E_3)\,P(D/E_3)}$$

$$= \frac{(0.25)(0.05)}{(0.25)(0.05) + (0.35)(0.04) + (0.40)(0.02)}$$

$$= \frac{0.0125}{0.0125 + 0.014 + 0.008}$$

$$= \frac{0.0125}{0.0345}$$

$$= 0.36$$

$$P(E_2/D) = \frac{P(E_2)\,P(D/E_2)}{P(E_1)\,P(D/E_1) + P(E_2)\,P(D/E_2) + P(E_3)\,P(D/E_3)}$$

$$= \frac{(0.35)(0.04)}{0.0125 + 0.014 + 0.008}$$

$$= \frac{0.014}{0.0345}$$

$$= 0.41$$

$$P(E_3/D) = \frac{P(E_3)\,P(D/E_3)}{P(E_1)\,P(D/E_1) + P(E_2)\,P(D/E_2) + P(E_3)\,P(D/E_3)}$$

$$= \frac{(0.4)(.02)}{(0.25)(0.05) + (0.35)(0.04) + (0.4)(0.02)}$$

$$= \frac{0.008}{0.0125 + 0.014 + 0.008}$$

$$= \frac{0.008}{0.0345}$$

$$= 0.23$$

3.

	A	$\bar{A}$	
B	0.15	0.15	0.3
$\bar{B}$	0.05	0.65	0.7
	0.20	.80	

ก). P(A เสีย / B ได้เสียแล้ว) $= \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)}$

$= \dfrac{0.15}{0.30} = 0.50$

A เสียอย่างเดียวหมายถึง B ไม่ได้เสีย นั่นคือ

P(A เสียอย่างเดียว) $= P(A \cap \bar{B})$ นั่นเอง

$= 0.20 - 0.15$

$= 0.05$

4. ถ้าหากว่า $P(A/B) > P(A)$ แล้ว $P(B/A) > P(B)$

พิสูจน์

$P(A/B) > P(A)$

เอา P(B) คูณตลอด

$P(B)\,P(A/B) > P(B)\,P(A)$

$P(A \cap B) > P(B)\,P(A)$

เอา P(A) หารตลอด

$\dfrac{P(A \cap B)}{P(A)} > P(B)$

$P(B/A) > P(B)$

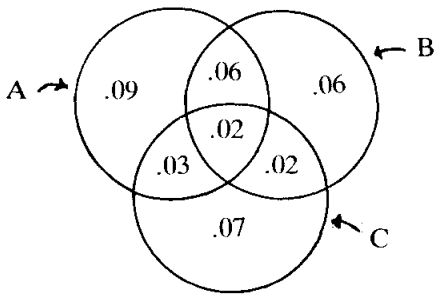
5. A เป็นจำนวนหนังสือพิมพ์ฉบับ A , $P(A) = 0.20$

B เป็นจำนวนหนังสือพิมพ์ฉบับ B , $P(B) = 0.16$

C เป็นจำนวนหนังสือพิมพ์ฉบับ C , $P(C) = 0.14$

$P(A \cap B) = 0.08$, $P(A \cap C) = 0.05$, $P(A \cap B \cap C) = 0.02$

$P(B \cap C) = 0.04$



$A\bar{B}\bar{C}$ = อ่านฉบับ A เท่านั้นไม่ได้อ่านฉบับ B และ C ; $P(A\bar{B}\bar{C}) = 0.09$

$B\bar{A}\bar{C}$ = อ่านฉบับ B เท่านั้นไม่ได้อ่านฉบับ A และ C ; $P(B\bar{A}\bar{C}) = 0.06$

$C\bar{A}\bar{B}$ = อ่านฉบับ C เท่านั้นไม่ได้อ่านฉบับ A และ B ; $P(C\bar{A}\bar{B}) = 0.07$

ก) $P(\overline{A \cup B \cup C})$ = 1 − P(A U B U C) = คือความน่าจะเป็นที่ไม่ได้อ่านทั้งสาม

$= 1 - P(A \cup B \cup C)$

ในเมื่อ

$$P(A \cup B \cup C) = P(A)+P(B)+P(C)-P(AB)-P(AC)-P(BC)+P(ABC)$$
$$= 0.20 + 0.16 + 0.14 - 0.08 - 0.05 - .04 + 0.02$$
$$= 0.52 - 0.17 = 0.35$$
$$\therefore P(A \cup B \cup C) = 1 - 0.35 = .65$$

ข) $P(A\bar{B}\bar{C} + B\bar{A}\bar{C} + C\bar{A}\bar{B})$ = คือความน่าจะเป็นที่เขาอ่านหนึ่งฉบับเท่านั้น

$$= P(A\bar{B}\bar{C}) + P(B\bar{A}\bar{C}) + P(C\bar{A}\bar{B})$$
$$= 0.09 + 0.06 + 0.07$$
$$= 0.22$$

เพราะว่า $A\bar{B}\bar{C}$, $B\bar{A}\bar{C}$ และ $C\bar{A}\bar{B}$ เป็น mutually exclusive กัน

ค) $$P(AB/A \cup B \cup C) = \frac{P(AB)}{P(A \cup B \cup C)}$$
$$= \frac{0.08}{0.35}$$
$$= \frac{8}{35}$$

6. ก) พิสูจน์ $P(F/F) = 1$

จาก $$P(F/F) = \frac{P(F \cap F)}{P(F)}$$
$$= \frac{P(F)}{P(F)}$$
$$= 1$$

ข) พิสูจน์ $P(\varnothing/F) = 0$

จาก $$P(\varnothing/F) = \frac{P(\varnothing \cap F)}{P(F)}$$
$$= \frac{P(\varnothing)}{P(F)}$$

เนื่องจากว่า $P(\varnothing) = 0$

$$P(\varnothing/F) = \frac{0}{P(F)} = 0$$

ค) ถ้า $E_1 \subseteq E_2$ แล้ว $P(E_1/F) \leq P(E_2/F)$

ถ้า $E_1 \subseteq E_2$ แล้ว

$$E_1 \cap F \subseteq E_2 \cap F$$

$$P(E_1 \cap F) \leq P(E_2 \cap F)$$

เอา P(F) หารตลอด

$$\frac{P(E_1 \cap F)}{P(F)} \leq \frac{P(E_2 \cap F)}{P(F)}$$

แต่ $P(E_1/F) = \dfrac{P(E_1 \cap F)}{P(F)}$ และ $P(E_2/F) = \dfrac{P(E_2 \cap F)}{P(F)}$

$$P(E_1/F) \leq P(E_2/F)$$

ง) ให้ F เป็นเซทย่อยของ sample space S

E และ $\bar{E}$ เป็น complementary กัน

$$E \cup \bar{E} = S$$

$$F \cap (E \cup \bar{E}) = S \cap F$$

$$(F \cap E) \cup (F \cap \bar{E}) = F$$

เนื่องจากว่า $(F \cap E)$ และ $(F \cap \bar{E})$ เป็น mutually exclusive

$$P(F \cap E) + P(F \cap \bar{E}) = P(F)$$

เอา P(F) หารตลอด

$$\frac{P(F \cap E)}{P(F)} + \frac{P(F \cap \bar{E})}{P(F)} = 1$$

$$P(E/F) + P(\bar{E}/F) = 1$$

$$P(\bar{E}/F) = 1 - P(E/F)$$

จ)

$$(E_1 \cup E_2) = E_1 + E_2 - (E_1 \cap E_2)$$

$$(E_1 \cup E_2) \cap F = (E_1 \cap F) + (E_2 \cap F) - (E_1 \cap E_2) \cap F$$

$$P[(E_1 \cup E_2) \cap F] = P(E_1 \cap F) + P(E_1 \cap F) - P[(E_1 \cap E_2) \cap F]$$

เอา P(F) หารตลอด

$$\frac{P[(E_1 \cup E_2) \cap F]}{P(F)} = \frac{P(E_1 \cap F)}{P(F)} + \frac{P(E_2 \cap F)}{P(F)} - \frac{P[(E_1 \cap E_2) \cap F]}{P(F)}$$

$$P[(E_1 \cup E_2)/F] = P(E_1/F) + P(E_2/F) - P[(E_1 \cap E_2)/F]$$

ฉ) $$E = (E \cap F') \cup (E \cap F)$$

เนื่องจากว่า $(E \cap F')$ กับ $(E \cap F)$ เป็น mutually exclusive

$$P(E) = P(E \cap F') + P(E \cap F)$$

$$P(E \cap F') = P(E) - P(E \cap F)$$

เอา P(F′) หารตลอด

$$\frac{P(E \cap F')}{P(F')} = \frac{P(E) - P(E \cap F)}{P(F')}$$

แต่เนื่องจาก F กับ F′ เป็น complementary กัน และ $P(E/F') = \frac{P(E \cap F')}{P(F')}$

เพราะฉะนั้น

$$P(E/F') = \frac{P(E) - P(E \cap F)}{1 - P(F)}$$

ช) ถ้าหากว่า P(F) = 1 แล้ว P(E/F) = P(E)

เนื่องจากว่า P(F) = 1 แล้วแสดงว่า F คือ sample space

$$P(E/F) = \frac{P(E \cap F)}{P(F)} = \frac{P(E)}{P(F)}$$

$$= P(E)$$

ซ) ถ้าหากว่า $P(F) > 0$ และ E กับ F เป็น mutually exclusive แล้ว P(E/F)=0

จาก $$P(E/F) = \frac{P(E \cap F)}{P(F)}$$

เนื่องจากว่า E กับ F เป็น mutually exclusive $P(E \cap F) = 0$
เพราะฉะนั้น

$$P(E/F) = \frac{0}{P(F)} = 0$$

เฉลยแบบฝึกหัด บทที่ 6.4

1. ให้ A = นายเขียวจะเดินจากที่ทำงานไปบ้าน $P(A) = 0.15$

   B = นายเขียวนั่งรถเมล์ $P(B) = 0.62$

   C = นายเขียวขับรถส่วนตัว $P(C) = 0.23$

   ความน่าจะเป็นที่เขาไม่ได้ขับรถส่วนตัว หมายถึง เขานั่งรถเมล์หรือเดินจากที่ทำงานไปบ้าน มีค่าเท่ากับ $P(A) + P(B) = 0.15 + 0.62 = 0.77$ เราสามารถคำนวณได้อีกแบบหนึ่ง คือ ความน่าจะเป็นที่นายเขียวไม่ได้ขับรถส่วนตัวเป็นความน่าจะเป็นที่ complementary ของเหตุการณ์ที่นายเขียวขับรถส่วนตัว

   $P(\bar{C}) = 1 - P(C) = 1 - 0.23 = 0.77$

2. ให้ A = จับเอชจากไพ่สำรับหนึ่ง $P(A) = \frac{1}{13}$

   B = จับได้ควีนแดง $P(B) = \frac{1}{26}$

   C = จับได้เจ็ดข้าวหลามตัด $P(C) = \frac{1}{52}$

   เนื่องจากว่า A , B และ C เป็น mutually exclusive

   $P(A + B + C) = P(A) + P(B) + P(C) = \frac{1}{13} + \frac{1}{26} + \frac{1}{52} = \frac{7}{52}$

3. ให้ A = ฝนตกในเดือนกันยายน $P(A) = 0.35$

   B = ฝนตกในเดือนกันยายนถ้าฝนตกก่อน $P(B/A) = .70$

   $P(A \cap B) = P(A)P(B/A) = (0.35)(0.70) = 0.245$

4. ให้ A = ชายที่สมรสแล้วจะออกเสียงเลือกตั้ง $P(A) = .50$

   B = สตรีจะออกเสียงเลือกสามีของตน $P(B/A) = .90$

   $P(A \cap B) = P(A)P(B/A) = (.50)(.90) = 0.45$

5. ให้ A = สมาชิกที่เป็นนายธนาคาร $P(A) = 0.10$

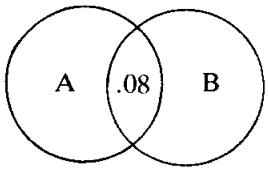
   B = บุคคลที่มีรายได้มากกว่า 10,000 บาทต่อปี $P(B) = .20$

   $P(B/A) = 0.80$ = ความน่าจะเป็นที่บุคคลมีรายได้มากกว่าหนึ่งหมื่นถ้าเป็นนายธนาคาร

   สิ่งที่ต้องการหา $P(A \cap B) = P(A)P(B/A)$

   $= (0.10)(.80)$

   $= 0.08$ หรือ 8%



จำนวนสมาชิกที่เป็นนายธนาคารหรือบุคคลที่มีรายได้มากกว่า 10,000 บาท ต่อปี นั่นคือ

$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$= (.10) + (.20) - (0.08)$

$= 0.22$ หรือ 22%

6. $S = \{ (H1), (H2), (H3), (H4), (H5), (H6), (T1), (T2), (T3), (T4), (T5), (T6) \}$

$E_1 = \{ (H1), (H2), (H3), (H4), (H5), (H6) \}$

$E_2 = \{ (H3), (H6), (T3), (T6) \}$

$P(E_1) = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$; $P(E_2) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$

$E_1 \cap E_2 = \{ (H3), (H6) \}$

$P(E_1 \cap E_2) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$

$$P(E_1/E_2) = \frac{P(E_1 \cap E_2)}{P(E_2)} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{3}} = \frac{1}{2}$$

$P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cap E_2)$

$= \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{2}{3}$

7. ก. W_1 = ลูกบอลสีขาวจากกล่องที่ 1 $P(W_1) = \frac{4}{4+2} = \frac{2}{3}$

W_2 = ลูกบอลสีขาวจากกล่องที่ 2 $P(W_2) = \frac{3}{3+5} = \frac{3}{8}$

เนื่องจากว่า W_1 กับ W_2 มีความอิสระกัน

$P(W_1 \cap W_2) = P(W_1)P(W_2)$

$= (\frac{2}{3})(\frac{3}{8}) = 1/4$

ข.

B_1 = ลูกบอลสีดำจากกล่องที่ 1 $P(B_1) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

B_2 = ลูกบอลสีดำจากกล่องที่ 2 $P(B_2) = \frac{5}{8}$

B_1 กับ B_2 มีความอิสระกัน

$P(B_1 \cap B_2) = P(B_1)P(B_2) = (\frac{1}{3})(\frac{5}{8}) = \frac{5}{24}$

ค. $P(W \cap B) = P(W_1 \cap B_2) + P(B_1 \cap W_2)$

$= P(W_1)P(B_2) + P(B_1)P(W_2)$

$= (\frac{2}{5})(\frac{5}{8}) + (\frac{1}{3})(\frac{3}{8})$

$= (\frac{5}{12}) + (\frac{1}{8}) = \frac{10 + 3}{24}$

$= \frac{13}{24}$

8. $W_{ก}$ = นาย ก. ชนะ $W_{ข}$ = นาย ข. ชนะ

T = นาย ก. กับ นาย ข. เสมอกัน

$P(W_{ก}) = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$; $P(W_{ข}) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$; $P(T) = \frac{2}{12}$

1) $P(W_{ก1}, W_{ก2}, W_{ก3}) = P(W_{ก1})P(W_{ก2})P(W_{ก3})$

$= (1/2)(1/2)(1/2) = 1/8$

2) P (ก. และ ข. ชนะสลับกัน)

$= P(W_{ก1}\ W_{ข2}\ W_{ก3}) + P(W_{ข1}\ W_{ก2}\ W_{ข3})$

$= P(W_{ก1})P(W_{ข2})P(W_{ก3}) + P(W_{ข1})P(W_{ก2})P(W_{ข3})$

$= (1/2)(1/3)(1/2) + (1/3)(1/2)(1/3)$

$= (\frac{1}{12}) + (\frac{1}{18}) = \frac{5}{36}$

3) P (ข. ชนะอย่างน้อย 1 เกม)

$$= 1 - P(\text{ข. ไม่ชนะเลย})$$
$$= 1 - P(\bar{W}_{ข1}\ \bar{W}_{ข2}\ \bar{W}_{ข3})$$
$$= 1 - P(\bar{W}_{ข1})P(\bar{W}_{ข2})P(\bar{W}_{ข3})$$
$$= 1 - (\tfrac{2}{3})(\tfrac{2}{3})(\tfrac{2}{3})$$
$$= 1 - \frac{8}{27}$$
$$= \frac{19}{27}$$

4) P (เสมอกันสองเกม)

$$= P(T_1T_2\bar{T}_3) + P(T_1\bar{T}_2T_3) + P(\bar{T}_1T_2T_3)$$
$$= P(T_1)P(T_2)P(\bar{T}_3) + P(T_1)P(\bar{T}_2)P(T_3)$$
$$+ P(\bar{T}_1)P(T_2)P(T_3)$$
$$= (1/6)(1/6)(5/6) + (1/6)(5/6)(1/6)$$
$$+ (5/6)(1/6)(1/6)$$
$$= \frac{5}{72}$$

9.

X	P(X)	XP(X)
5000	.001	5
2000	.003	6
		11

$E(X) = \Sigma XP(X)$

$= (5000)(.001) + (2000)(.003)$

$= 5 + 6 = 11$ บาท

10. ลูกบอลทั้งหมดมี 8 + 3 + 9 = 20

หยิบบอล 3 ลูกโดยสุ่ม

จำนวนหนทางที่เป็นไปได้ทั้งหมด C_3^{20}

ก. จำนวนหนทางที่จะได้บอลแดง $= C_3^8$

จำนวนหนทางที่จะได้บอลขาว $= C_0^3$

จำนวนหนทางที่จะได้บอลน้ำเงิน $= C_0^9$

$\therefore$ จำนวนหนทางที่จะได้บอลแดงทั้งสามลูก $C_3^8 \times C_0^3 \times C_0^9$

P (ทั้งสามลูกเป็นสีแดง) $= \dfrac{C_3^8 \times C_0^3 \times C_0^9}{C_3^{20}}$

$$= \frac{(\frac{8!}{3!\,5!})(\frac{3!}{0!\,3!})(\frac{9!}{0!\,9!})}{\frac{20!}{3!\,17!}}$$

$$= \frac{14}{285}$$

ข. P (ทั้งสามลูกเป็นสีขาว) $= \dfrac{C_0^8 \times C_3^3 \times C_0^9}{C_3^{20}}$

$$= \frac{1}{1140}$$

ค. P (2 ลูกเป็นสีแดง 1 ลูกเป็นสีขาว) $= \dfrac{C_2^8 \times C_1^3 \times C_0^9}{C_3^{20}}$

$$= \frac{7}{95}$$

ง. P (อย่างน้อย 1 ลูกเป็นสีขาว) = 1 − P (ไม่มีสีขาวเลย)

$$= 1 - \frac{C_3^{17}}{C_3^{20}}$$

$$= 1 - \frac{34}{57}$$

$$= \frac{23}{57}$$

จ. P (ทั้งสามลูกมีสีต่าง ๆ กัน) $= \dfrac{C_1^8 \times C_1^3 \times C_1^9}{C_3^{20}}$

$$= \frac{18}{95}$$

ฉ. P (สีแดงสีขาวสีน้ำเงิน) $= (\frac{8}{20})(\frac{3}{19})(\frac{9}{18})$

$$= \frac{3}{95}$$

หรือ

$$= \frac{C_1^8 \times C_1^3 \times C_1^9}{3!\, C_3^{20}}$$

$$= \frac{3}{95}$$

r

g	1	2	3	4	5	6
1	11	12	13	14	15	16
2	21	22	23	24	25	26
3	31	32	33	34	35	36
4	41	42	43	44	45	46
5	51	52	53	54	55	56
6	61	62	63	64	65	66

A = ผลบวกมากกว่า 10 เซทของ A เขียนได้ = {(56),(65),(66)}

B = ลูกเต๋าสีแดงปรากฏหน้า 5 เซทของ B เขียนได้

B = {(15),(25),(35),(45),(55),(65)}

$A \cap B = \{(65)\}$

$P(A) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$; $P(B) = \frac{1}{6}$

$P(A \cap B) = \frac{1}{36}$

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{36}}{1/6} = 1/6$$

ข. C = ผลบวกน้อยกว่า 6

C = { (11), (12), (13), (14), (21), (22), (23), (31), (32), (41) }

D = ลูกเต๋าสีแดงปรากฏหน้า 2

= { (12), (22), (32), (42), (52), (62) }

$P(C) = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$; $P(D) = \frac{1}{6}$

$$P(C/D) = \frac{P(C \cap D)}{P(D)}$$

$C \cap D = \{ (12), (22), (32) \}$

$P(C \cap D) = \frac{3}{36}$

$$= \frac{1}{12}$$

$$P(C/D) = \frac{\frac{1}{12}}{1/6} = 1/2$$

ค. A = ผลบวกเท่ากับ 7 = { (16), (25), (34), (43), (52), (61) }

B = ลูกเต๋าสีแดงปรากฏหน้าต่ำกว่า 4

= { (11), (12), (13), (21), (22), (23), (31), (32), (33), (41), (42), (43), (51), (52), (53), (61), (62), (63) }

$$P(A) = \frac{6}{36} = 1/6 \; ; \quad P(B) = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$$

$$A \cap B = \{ (43), (52), (61) \} ; \quad P(A \cap B) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$$

$$P(A/B) = \frac{\frac{1}{12}}{1/2}$$

$$= 1/6$$

12.

X	P (X)	XP (X)
2 − C	1/6	(2 − C) 1/6
− C	5/6	$-\frac{5C}{6}$

ให้ C เป็นจำนวนเงินที่จะต้องจ่าย

$$E(X) = 0$$

$$= (2 - C)\,1/6 - \frac{5C}{6} = 0$$

$$= \frac{1}{3} - \frac{C}{6} - \frac{5C}{6} = 0$$

$$C = 1/3$$

13.

X	P (X)	XP (X)
5	$\frac{4}{52}$	$5 \times \frac{4}{52}$
8	$\frac{4}{52}$	$8 \times \frac{4}{52}$
− 1.17	$\frac{44}{52}$	$(-1.17)\frac{44}{52}$

$$E(X) = \Sigma X P(X)$$

$$= 5 \times \frac{4}{52} + 8 \times \frac{4}{52} - 1.17\frac{44}{52}$$

$$= \frac{20}{52} + \frac{32}{52} - \frac{51.48}{52}$$

$$= \frac{.52}{52} = .01 \text{ บาท}$$

14. จำนวนหนทางที่เป็นไปได้ทั้งหมด $= C_5^{52}$

A : จำนวนหนทางที่ไพ่ทั้ง 5 เป็นโพดำ $= C_5^{13}$

B : ไพ่ทั้ง 5 ใบเป็น เอช, คิง, ควีน, แจ็ก, และสิบ เป็นดอกเดียวกันหมด (มี 4 ชุดด้วยกัน แต่ละชุด C_5^5 หนทาง) $4C_5^5$

$A \cap B$: ไพ่ทั้ง 5 ใบเป็น เอช, คิง, ควีน, แจ็ก และสิบโพดำเท่านั้น C_5^5

ก. $$P(A) = \frac{C_5^{13}}{C_5^{52}} = \frac{\frac{13!}{5!\ 8!}}{\frac{52!}{5!\ 47!}}$$

$$= (13!\ 47!) / (8!\ 52!)$$

ข. $$P(B) = \frac{4C_5^5}{C_5^{52}} = \frac{4\left(\frac{5!}{5!\ 0!}\right)}{\frac{52!}{5!\ 47!}} = \frac{4\,(5!\ 47!)}{52!}$$

ค. $$P(A \cap B) = \frac{C_5^5}{C_5^{52}} = \frac{\frac{5!}{5!\ 0!}}{\frac{52!}{5!\ 47!}} = \frac{5!\ 47!}{52!}$$

ง. $$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{13!\ 47!}{8!\ 52!} + \frac{4\,(5!\ 47!)}{52!} - \frac{5!\ 47!}{52!}$$

$$= \frac{47!}{52!}\left(\frac{13! + 4\,(5!)\,(8!) - (5!)\,(8!)}{8!}\right)$$

15. โอกาสที่ชายคนหนึ่งเลือกเครื่องยนต์ได้ $C_1^3 = 3$ ชนิด

โอกาสที่ชายคนหนึ่งเลือกตัวถังรถ $C_1^7 = 7$ ชนิด

และโอกาสที่เขาจะเลือกสี $C_1^{14} = 14$ ชนิด

$\therefore$ โอกาสที่เขาจะเลือกรถชนิดต่าง ๆ คือ $3 \times 7 \times 14 = 294$ ชนิด

เฉลยแบบฝึกหัดที่ 6.5

1. ก. $\mu = np = 400\,(1/2) = 200$

$\sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{400\,(1/2)\,(1/2)} = 10$

ข. $\mu = 32\,(1/9) = \frac{32}{9}$

$\sigma = \sqrt{32\,(1/9)\,(8/9)} = \frac{16}{9}$

ค. $\mu = 100\,(1/5) = 20$

$\sigma = \sqrt{100\,(1/5)\,(4/5)} = 4$

ง. $\mu = 900\,(1/3) = 300$

$\sigma = \sqrt{900\,(1/3)\,(2/3)} = 14.14$

2. $n = 6,\ X = 0, 1, \ldots, 6\ ;\ p = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$

การแจกแจงทวินาม

X	0	1	2	3	4	5	6
P(X)	$\binom{6}{0}(1/3)^0(2/3)^6$ (.0878)	$\binom{6}{1}(1/3)^1(2/3)^5$ (.2634)	$\binom{6}{2}(1/3)^2(2/3)^4$ (.3292)	$\binom{6}{3}(1/3)^3(2/3)^3$ (.2195)	$\binom{6}{4}(1/3)^4(2/3)^2$ (.0823)	$\binom{6}{5}(1/3)^5(2/3)$ (.0165)	$\binom{6}{6}(1/3)^6(2/3)^0$ (.0014)

3.

X	0	1	2	3	4	5	6
P(X)	$\binom{6}{0}(1/4)^0(3/4)^6$ (.1780)	$\binom{6}{1}(1/4)\ (3/4)^5$ (.3560)	$\binom{6}{2}(1/4)^2(3/4)^4$ (.2966)	$\binom{6}{3}(1/4)^3(3/4)^3$ (.1318)	$\binom{6}{4}(1/4)^4(3/4)^2$ (.0330)	$\binom{6}{5}(1/4)^5(3/4)$ (.0044)	$\binom{6}{6}(1/4)^6(3/4)^0$ (.0002)

4. $n = 5 ; x = 3 ; p = 1/6$

$$p(X) = \binom{n}{x} p^X q^{n-X}$$

$$= \binom{5}{3} (1/6)^3 (5/6)^2$$

$$= 0.03215$$

5. $n = 6, p = 1/3$

$$\mu = np = 6(1/3) = 2$$

$$\sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{6\,(1/3)\,(2/3)} = 1.1547$$

6. $n = 10 ; x = 7 ; p = 1/2$

$$p(X) = \binom{10}{7} (1/2)^7 (1/2)^3$$

$$= 0.1172$$

7. $n = 8 ; x = 3 ; p = 1/2$

$$p(X) = \binom{8}{3} (1/2)^3 (1/2)^5$$

$$= 0.21875$$

8. ก. $n = 10 ; x = 3 ; p = 1/4$

$$p(X) = \binom{10}{3} (1/4)^3 (3/4)^7$$

$$= 0.2503$$

ข. $P(X \leqslant 8) = \sum_{X=0}^{8} \binom{10}{x} (1/4)^X (3/4)^{10-X}$

$$= 1 - P(X \geqslant 9)$$

$$= 1 - (.0000)$$

= 1 โดยประมาณ

9. $n = 10 ; p = 1/4$

$$\mu = np = 10\,(1/4) = 2.5$$

$$\sigma^2 = npq = 10\,(1/4)\,(3/4) = 1.875$$

10. $n = 4$; $x = 0, 1, 2, \ldots, 4$; $p = .90$

X	0	1	2	3	4
P (X)	.0001	.0036	.0486	.2916	.6561

11. X เป็นจำนวนลูกค้า ; Y = จำนวนเงินที่ขายได้

X	P (X)	XP (X)
1	1/3	1/3
2	2/3	4/3
		5/3

Y	P (Y)	YP (Y)
0	9/10	0
50,000	1/10	5,000
		5,000

X และ Y มีความอิสระกัน

$$E(XY) = E(X)\,E(Y)$$
$$= (5/3)(5000)$$
$$= 8{,}333 \text{ บาท}$$

เฉลยแบบฝึกหัดที่ 6.6

1. ก. $\mu = 45.2$; $\sigma = 2.6$; $X = 49.1$

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} = \frac{49.1 - 45.2}{2.6} = 1.5$$

ข. $\mu = 45.2$; $\sigma = 2.6$; $X = 40.0$

$$Z = \frac{40 - 45.2}{2.6} = -2.0$$

ค. $X = 90.18$

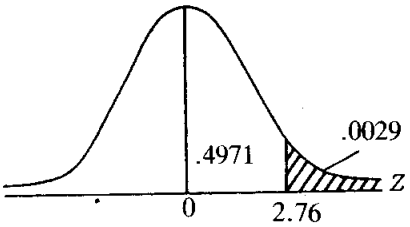
$$Z = \frac{90.18 - 45.2}{2.6} = 17.3$$

ง. $X = 39.22$

$$Z = \frac{39.22 - 45.2}{2.6} = -2.3$$

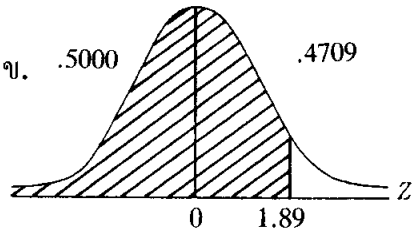
2.

ก.



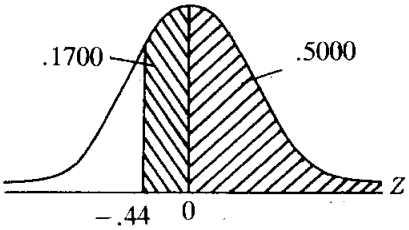
.5000 − .4971 = .0029

ข.



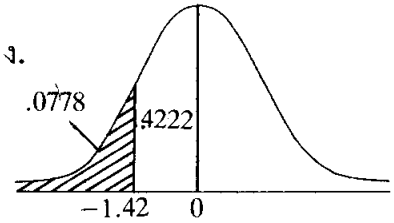
.5000 + .4709 = .9709

ค.



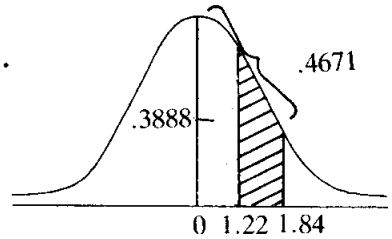
.5000 + .1700 = .6700

ง.



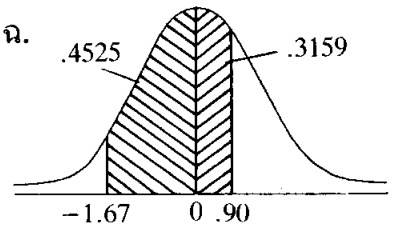
.5000 − .4222 = 0.0778

จ.



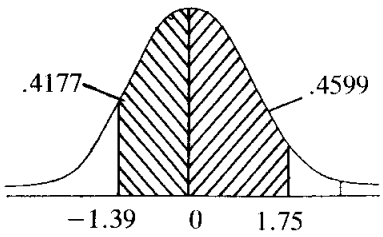
.4671 − .3888 = 0.0783

ฉ.



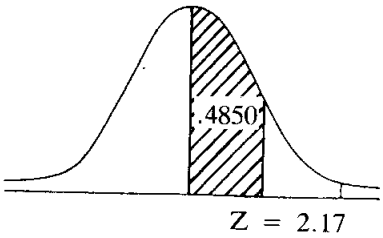
.4525 + .3159 = .7684

ช.



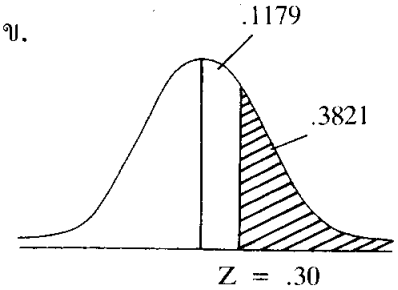
.4177 + .4599 = .9776

3. ก.



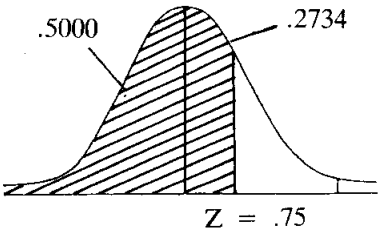
ดูพื้นที่ .4850 ในตารางหาค่า Z = 2.17

ข.



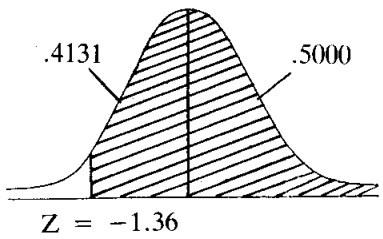
ดูพื้นที่ .1179 ในตารางหาค่า Z = .30

ค.

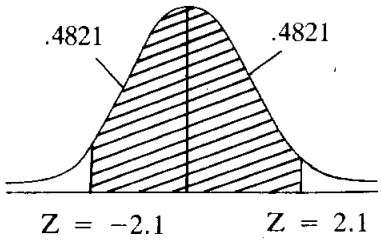


ดูพื้นที่ .2734 ในตารางหาค่า Z = .75

ง.

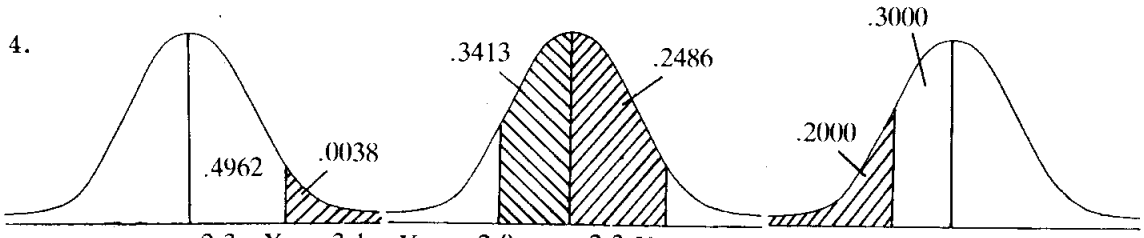


ดูพื้นที่ .4131 ในตารางหาค่า Z = −1.36



ดูพื้นที่ .4821 ในตารางหาค่า Z = 2.1 กับ Z = −2.1

4.



$\mu = 2.3$ $X = 3.1$ $\sigma = .3$

$X_1 = 2.0$ $\mu = 2.3$ $X_2 = 2.5$ $\sigma = .3$

$-.84$ $\mu = 2.3$ $X = 2.048$ $\sigma = .3$

$$Z = \frac{3.1 - 2.3}{.3}$$

$= 2.67$

$P(0 < Z < 2.67) = .4962$

$P(X \geqslant 3.1) = P(Z \geqslant 2.67)$

$= .5000 - .4962$

$= .0038$ หรือ $.38\%$

$$Z_1 = \frac{2.0 - 2.3}{.3} = -1$$

$P(-1 < Z_1 < 0) = .3413$

$$Z_2 = \frac{2.5 - 2.3}{.3} = .67$$

$P(0 < Z_2 < .67) = .2486$

$\therefore P(-1 < Z < .67)$

$= .3413 + .2486$

$= .5899$

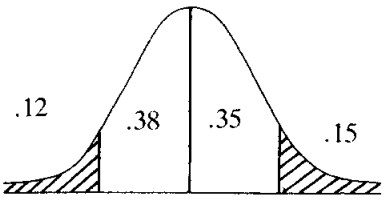
หรือ 58.99%

$$-.84 = \frac{X - 2.3}{.3}$$

$X = -.84 \times .3 + 2.3$

$= 2.048$

5.



$Z = -1.175$ $\mu = 70$ $Z = 1.04$

$\sigma = 6.3$

$$Z_F = \frac{X - 70}{6.3}$$

$$-1.175 = \frac{X - 70}{6.3}$$

$X = -1.175 \times 6.3 + 70 = 62.6$

$\therefore$ คะแนนสูงสุดของเกรด F = 62 คะแนน

$$Z_A = \frac{X - 70}{6.3}$$

$$1.04 = \frac{X - 70}{6.3}$$

$X = 1.04 \times 6.3 + 70 = 76.552$

$\therefore$ คะแนนต่ำสุดของเกรด A = 77 คะแนน

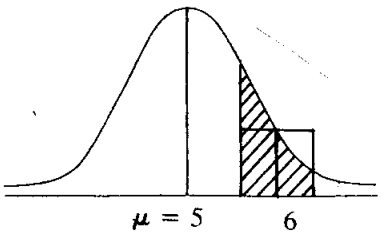
เฉลยแบบฝึกหัดที่ 6.7

1. ก. $n = 10 ; X = 6 ; p = 1/2$

$$p(X) = \binom{10}{6}(1/2)^6(1/2)^4$$

$$= 0.2051$$

ข.



$$\mu = np = 10(1/2) = 5$$

$$\sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{10(1/2)(1/2)} = 1.58$$

$$Z_1 = \frac{5.5 - 5}{1.58} = 0.32$$

$$P(O < Z < .32) = 0.1255$$

$$Z_2 = \frac{6.5 - 5}{1.58} = 0.95$$

$$P(O < Z < .95) = 0.3289$$

$$\therefore \quad P(.32 < Z < .95) = .3289 - .1255 = 0.2034$$

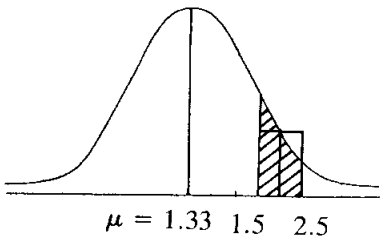
2. ก. $n = 8 ; X = 2 ; p = 1/6$

$$p(X) = \binom{8}{2}(1/6)^2(5/6)^6$$

$$= \frac{437500}{1679616}$$

$$= 0.2605$$

ข.



$$\mu = 8(1/6) = 1.33$$

$$\sigma = \sqrt{8(1/6)(5/6)} = 1.05$$

$$Z_1 = \frac{1.5 - 1.33}{1.05}$$

$$= 0.16$$

$$P(O < Z < .16) = 0.0636$$

$$Z_2 = \frac{2.5 - 1.33}{1.05}$$

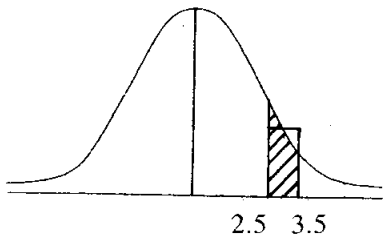
$$= 1.11$$

$P(O < Z < 1.11) = 0.3665$

$P(.16 < Z < 1.11) = .3665 - .0636 = 0.3029$

หมายเหตุ.– เนื่องจากว่า np = 1.33 และ nq = 6.67 การประมาณค่าด้วยการแจกแจงปกติไม่ค่อยดีนัก ($np \geq 5$; $nq \geq 5$)

3. $n = 100$; $X = 3$; $p = .02$ ($np = 2$: $nq = 100(.98) = 98$)



$\mu = 100(.02) = 2$

$\sigma = \sqrt{100(.02)(.98)}$

$= 1.4$

เนื่องจากว่า $np < 5$ การประมาณค่าไม่ค่อยถูกต้องนัก

$$Z_1 = \frac{2.5 - 2}{1.4} = 0.36$$

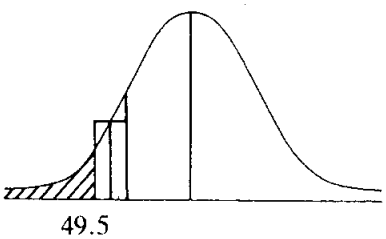
$P(O < Z < .36) = 0.1406$

$$Z_2 = \frac{3.5 - 2}{1.4} = 1.07$$

$P(O < Z < 1.07) = .3577$

$P(.36 < Z < 1.07) = .3577 - .1406 = .2171$

4. $n = 100$; $X < 50$; $p = .60$ ($np = 60$; $nq = 100(.40) = 40$)



$\mu = np = 100(.60) = 60$

$\sigma = \sqrt{100(.60)(.40)} = 4.9$

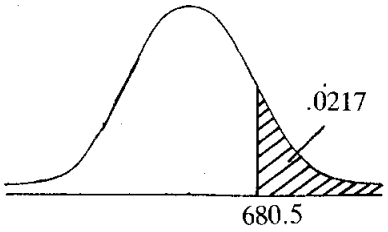
$$Z = \frac{49.5 - 60}{4.9}$$

$= -2.14$

$P(-2.14 < Z < O) = .4838$

$P(X < 50) = P(Z < -2.14) = .5000 - .4838 = 0.0162$

5. $n = 1000$; $X > 680$; $p = .65$ ($np = 650$; $nq = 350$)



$\mu = np = 650$

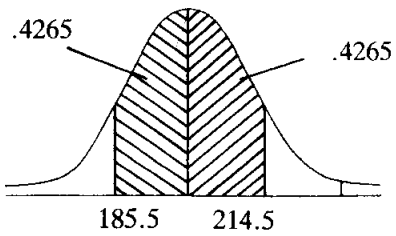
$\sigma \quad \sqrt{1000(.65)(.35)} = 15.08$

$Z = \dfrac{680.5 - 650}{15.08} = 2.02$

$P(O < Z < 2.02) = .4783$

$\therefore P(X > 680) = P(Z > 2.02) = .5000 - .4783 = .0217$

6. $n = 400$; $p = 1/2$ ($np = 200$; $nq = 200$)



$\mu = 400(1/2) = 200$

$\sigma = \sqrt{400(1/2)(1/2)} = 10$

$Z_1 = \dfrac{185.5 - 200}{10} = -1.45$

$P(-1.45 < Z < O) = .4265$

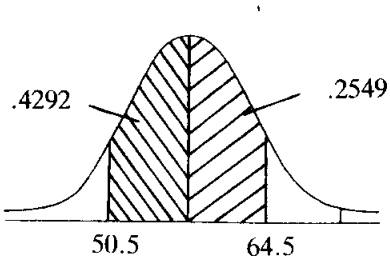
$Z_2 = \dfrac{214.5 - 200}{10} = 1.45$

$P(O < Z < 1.45) = .4265$

$P(185 < X < 215) = P(-1.45 < Z < 1.45) = .4265 + .4265 = .8530$

(ในกรณีที่ไม่รวมค่า 185 กับ 215 เข้าอยู่ด้วย)

7. $n = 200$; $p = .30$ ($np = 60$; $nq = 140$)



$\mu = np = 200(.30) = 60$

$\sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{200(.30)(.70)}$

$= 6.48$

ไม่รวมค่า 50 กับ 65

$Z_1 = \dfrac{50.5 - 60}{6.48} = -1.47$

$P(-1.47 < Z < O) = .4292$

$Z_2 = \dfrac{64.5 - 60}{6.48} = .69$

$P(O < Z < .69) = .2549$

$\therefore \quad P(50 < X < 65) = P(-1.47 < Z < .69) = .6841$

เฉลยแบบฝึกหัดที่ 6.8

1. $n = 300 ; p = \frac{1}{100} ; x = 0 ; \mu = np = 300(\frac{1}{100}) = 3$

$$p(X) = \frac{e^{-\mu}\mu^X}{x!} = \frac{e^{-3}(3)^0}{0!}$$

$= 0.0498$ หรือ 4.98%

2. $n = 10{,}000 ; p = \frac{1}{1000} : \mu = 10{,}000(\frac{1}{1000}) = 10 ; x = 8$

$$p(X) = \frac{e^{-10}(10)^8}{8!} = \frac{(.000045)(10)^8}{8!}$$

$= 0.1116$

3. $\mu = 2 ; x = 1$

$$p(X) = \frac{e^{-2}(2)}{1!} = \frac{2(.135)}{1!}$$

$= 0.27$

4. $\mu = 4 ; x < 4$

$$p(X < 4) = \sum_{X=0}^{3} \frac{e^{-4}(4)^X}{x!}$$

$$= \frac{e^{-4}(4)^0}{0!} + \frac{e^{-4}(4)}{1!} + \frac{e^{-4}(4)^2}{2!} + \frac{e^{-4}(4)^3}{3!}$$