เฉลยแบบฝึกหัดหลังบทที่ 1

1. $$\sum_{i=1}^{n}(X_i + Y_i + Z_i) = \sum_{i=1}^{n} X_i + \sum_{i=1}^{n} Y_i + \sum_{i=1}^{n} Z_i$$

ด้านซ้ายมือ

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^{n}(X_i + Y_i + Z_i) &= (X_1 + Y_1 + Z_1) + (X_2 + Y_2 + Z_2) + \ldots + (X_n + Y_n + Z_n) \\ &= (X_1 + X_2 + \ldots + X_n) + (Y_1 + Y_2 + \ldots + Y_n) + (Z_1 + \ldots Z_n) \\ &= \sum_{i=1}^{n} X_i + \sum_{i=1}^{n} Y_i + \sum_{i=1}^{n} Z_i\end{aligned}$$

ซ.ต.พ.

2. ก. $\sum_{i=1}^{8} X_i = X_1 + X_2 + \ldots + X_8$

ข. $\sum_{i=1}^{4} X_i^2 = X_1^2 + X_2^2 + \ldots + X_4^2$

ค. $\sum_{j=1}^{3}(X_j + Y_j) = (X_1 + Y_1) + (X_2 + Y_2) + (X_3 + Y_3)$

ง. $\sum_{j=1}^{5}(X_j - a) = (X_1 - a) + (X_2 - a) + \ldots + (X_5 - a)$

จ. $\sum_{i=2}^{6} X_iY_i = X_2Y_2 + X_3Y_3 + \ldots + X_6Y_6$

ฉ. $\sum_{i=1}^{5} X_i^2 f_i = X_1^2 f_1 + X_2^2 f_2 + \ldots + X_5^2 f_5$

3. ก. $Z_1 + Z_2 + Z_3 + \ldots + Z_{20} = \sum_{i=1}^{20} Z_i$

ข. $X_1f_1 + X_2f_2 + \ldots + X_6f_6 = \sum_{i=1}^{6} X_if_i$

ค. $X_2^3Y_2 + X_3^3Y_3 + \ldots + X_7^3Y_7 = \sum_{i=2}^{7} X_i^3Y_i$

ง. $(X_1 - Y_1) + (X_2 - Y_2) + \ldots + (X_m - Y_m) = \sum_{i=1}^{m}(X_i - Y_i)$

4. $X_1 = 3$, $X_2 = -2$, $X_3 = 1$, $X_4 = 0$, $X_5 = 2$

$f_1 = 2$, $f_2 = 8$, $f_3 = 20$, $f_4 = 12$, $f_5 = 3$

$Y_1 = 7$, $Y_2 = -4$, $Y_3 = 8$, $Y_4 = 5$, $Y_5 = -3$

ก. $$\begin{aligned}\sum_{i=1}^{5} X_i &= X_1 + X_2 + \ldots + X_5 \\ &= 3 - 2 + 1 + 0 + 2 = 4\end{aligned}$$

ข. $\sum_{i=2}^{4} Y_i = Y_2 + Y_3 + Y_4$

$= -4 + 8 + 5 = 9$

ค. $\sum_{i=1}^{5} X_i f_i = X_1 f_1 + X_2 f_2 + \ldots + X_5 f_5$

$= (3)(2) + (-2)(8) + (1)(20) + \ldots + (2)(3)$

$= 6 + (-16) + 20 + 0 + 6$

$= 16$

ง. $\sum_{i=1}^{5} X_i^2 = X_1^2 + X_2^2 + \ldots + X_5^2$

$= (3)^2 + (-2)^2 + \ldots + (2)^2$

$= 18$

จ. $\sum_{i=1}^{4} (X_i Y_i) = X_1 Y_1 + X_2 Y_2 + \ldots + X_4 Y_4$

$= (3)(7) + (-2)(-4) + \ldots + (0)(5)$

$= 37$

ฉ. $\sum_{i=1}^{5} X_i^2 Y_i = X_1^2 Y_1 + X_2^2 Y_2 + \ldots + X_5^2 Y_5$

$= (3)^2(7) + (-2)^2(-4) + \ldots + (2)^2(-3)$

$= 75$

5. $\sum_{i=1}^{n} (X_1 - k) = \sum_{i=1}^{n} X_i - nk$

ด้านซ้ายมือ

$\sum_{i=1}^{n} (X_i - k) = (X_1 - k) + (X_2 - k) + \ldots + (X_n - k)$

$= (X_1 + X_2 + \ldots + X_n) - (k + k + \ldots + k)$

$= \sum_{i=1}^{n} X_i - nk$

6. $(\sum_{i=1}^{n} X_i)^2 = \sum_{i=1}^{n} X_i^2$ ไม่เป็นจริงเพราะ

$(\sum_{i=1}^{n} X_i)^2 = (X_1 + X_2 + \ldots + X_n)^2$

$= X_1^2 + X_2^2 + \ldots + X_n^2 + 2X_1X_2 + 2X_1X_3 + \ldots + 2X_{n-1}X_n$

$= \sum_{i=1}^{n} X_i^2 + 2 \sum_{i<j} X_i X_j$

เทอม $2\sum_{i<j} X_iX_j$ เป็นเทอมของความแตกต่าง นอกจากว่า $\sum_{i<j} X_iX_j = 0$

7. $$\sum_{i=1}^{n} (X_i - k)^2 = \sum_{i=1}^{n} X_i^2 - 2k\sum_{i=1}^{n} X_i + nk^2$$

ด้านซ้ายมือ

$$\begin{aligned}
\sum_{i=1}^{n} (X_i - k)^2 &= \sum_{i=1}^{n} (X_i^2 - 2kX_i + k^2) \\
&= (X_1^2 - 2kX_1 + k^2) + (X_2^2 - 2kX_2 + k^2) \\
&\quad + \ldots + (X_n^2 - 2kX_n + k^2) \\
&= (X_1^2 + X_2^2 + \ldots + X_n^2) - 2k(X_1 + X_2 + \ldots + X_n) \\
&\quad + (k^2 + k^2 + \ldots + k^2) \\
&= \sum_{i=1}^{n} X_i^2 - 2k\sum_{i=1}^{n} X_i + nk^2
\end{aligned}$$

ซ.ต.พ.