

บทที่ 4

มาตราวัดการกระจาย

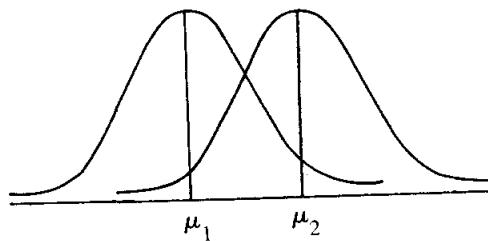
วัตถุประสงค์

เพื่อให้ศึกษามีความรู้ และรู้จักการคำนวณหาค่าพิสัย, ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนควอไทล์, ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน สัมประสิทธิ์ของความผันแปร ข้อมูลและการวัดการกระจายอะไรที่มีผลต่อการเปลี่ยนแปลงของข้อมูลมากที่สุด เปรียบเทียบการกระจายระหว่างกลุ่ม

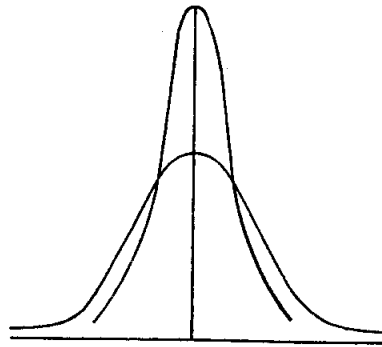
มาตราวัดการกระจายเป็นค่าที่แสดงถึงข้อมูลหรือค่าสังเกตในกลุ่มหรือชุด ว่ามีการกระจายหรือจับกันเป็นกลุ่ม

มาตราวัดการกระจายช่วยให้เราสามารถ

1. เปรียบเทียบกับการกระจายมาตรฐานที่ทราบ
2. สร้างหลักมาตรฐานที่เราไม่ทราบมาก่อน
3. เปรียบเทียบข้อมูลระหว่างกลุ่มสองกลุ่มหรือมากกว่า ภายใต้ง่าเงื่อนใจที่ต่างกัน



การกระจายเท่ากัน มัชฌิมเลขคณิตไม่เท่ากัน



มัธยฐานเลขคณิตเท่ากัน การกระจายไม่เท่ากัน

มาตรวัดการกระจายที่สำคัญและนิยมใช้กันมี 5 วิธีด้วยกัน

พิสัย

พิสัยเป็นมาตรวัดการกระจายที่ง่ายกว่า และคำนวณได้จากผลต่างระหว่างข้อมูลตัวที่มีค่าสูงสุด กับข้อมูลตัวที่มีค่าต่ำสุด นั่นคือ

$$R = X_N - X_1$$

ในเมื่อ X_N เป็นข้อมูลตัวที่มีค่าสูงสุด X_1 เป็นข้อมูลตัวที่มีค่าต่ำสุด

ตัวอย่าง หาพิสัยของสมการแจกแจงซึ่งมีพิสัยเหมือนกัน

ก) 3, 5, 5, 8, 13, 14, 18, 23

$$R = 23 - 3 = 20$$

ข) 37, 42, 48, 53, 57

$$R = 57 - 37 = 20$$

ค) 131, 140, 144, 147, 150, 151

$$R = 151 - 131 = 20$$

การวัดการกระจายแบบนี้ใช้ข้อมูลเพียงสองตัว ใช้เปรียบเทียบการแจกแจงของข้อมูลที่มีหน่วยเหมือนกัน

Semiinterquartile Range (Q)

semiinterquartile range คำนวณหาได้จากครึ่งหนึ่งของระยะทางระหว่างควอไทล์ที่ 1 กับควอไทล์ที่ 3

$$Q = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

หรือ

$$Q = \frac{P_{75} - P_{25}}{2}$$

ตัวอย่าง ใช้โจทย์ข้อก่อนของบทที่ 3

$$Q_1 = 66.64 ; Q_3 = 82.94$$

$$\begin{aligned} Q &= \frac{Q_3 - Q_1}{2} \\ &= \frac{82.94 - 66.64}{2} \\ &= \frac{16.30}{2} = 8.15 \end{aligned}$$

ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย

ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย เป็นค่าเฉลี่ยของส่วนเบี่ยงเบนไปจากมัธยฐานเลขคณิตโดยไม่คิดเครื่องหมาย

$$MD = \frac{\sum |X - \mu|}{N} ; \text{ให้ } x = (X - \mu) ; MD = \frac{\sum |x|}{N}$$

หรือ

$$MD = \frac{A - B - (a-b) \mu}{N}$$

ในเมื่อ

A = ผลรวมของค่าของข้อมูลที่สูงกว่า μ

B = ผลรวมของค่าของข้อมูลที่ต่ำกว่า μ

a = จำนวนข้อมูลที่สูงกว่า μ

b = จำนวนข้อมูลที่ต่ำกว่า μ

ตัวอย่าง จงคำนวณหาส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยของเลขจำนวน 2, 3, 6, 8, 11

วิธีทำ

$$\mu = \frac{2 + 3 + 6 + 8 + 11}{5} = 6$$

$$MD = \frac{|2 - 6| + |3 - 6| + |6 - 6| + |8 - 6| + |11 - 6|}{5}$$

$$= \frac{4 + 3 + 0 + 2 + 5}{5} = 2.8$$

ใช้สูตรที่สอง

$$A = 8 + 11 = 19 ; B = 2 + 3 = 5$$

$$a = 2, b = 2$$

$$MD = \frac{19 - 5 - (2 - 2) 6}{5}$$

$$= \frac{14}{5}$$

$$= 2.8$$

ในกรณีข้อมูลจัดเป็นกลุ่ม

$$MD = \frac{\sum_{i=1}^k f_i |X_i - \mu|}{N}$$

ตัวอย่าง คำนวณหาส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยจากตาราง

คะแนน	f	X	X-μ	f X-μ
30-39	4	34.5	30.6	122.4
40-49	6	44.5	20.6	123.6
50-59	8	54.5	10.6	84.8
60-69	12	64.5	.6	7.2
70-79	9	74.5	9.4	84.6
80-89	7	84.5	19.4	135.8
90-99	4	94.5	29.4	117.6
	50			676.0

$$MD = \frac{676}{50}$$

$$= 13.52$$

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็นมาตรวัดการกระจายที่ดีที่สุด และใช้มากที่สุดในทางสถิติ มีประโยชน์ในการอนุมานข้อมูลประชากรจากตัวอย่าง วัดส่วนเบี่ยงเบนของข้อมูลแต่ละตัว จากมัชฌิมเลขคณิต

ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน หมายถึงค่าของรูทสองของมัชฌิมเลขคณิตของกำลังสองของผลต่างระหว่างค่าของข้อมูลแต่ละค่ากับค่ามัชฌิมเลขคณิต นั่นคือ

$$\text{ประชากร } \sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (X_i - \mu)^2}{N}} = \frac{1}{N} \sqrt{N \sum_{i=1}^N X_i^2 - \left(\sum_{i=1}^N X_i\right)^2}$$

$$\text{ให้ } x = (X - \mu) ; \sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N x_i^2}{N}}$$

$$\text{ตัวอย่าง } s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{n \sum_{i=1}^n X_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n X_i\right)^2}{n(n-1)}}$$

$$\text{ค่าความแปรปรวน } \sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (X_i - \mu)^2}{N} = \frac{1}{N^2} \left[N \sum_{i=1}^N X_i^2 - \left(\sum_{i=1}^N X_i\right)^2 \right]$$

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n-1} = \frac{n \sum_{i=1}^n X_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n X_i\right)^2}{n(n-1)}$$

ตัวอย่าง จงหาค่าความแปรปรวนและค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของเลขต่อไปนี้.-

12, 6, 7, 3, 15, 10, 18, 5

วิธีทำ หาค่า μ ได้

$$\mu = \frac{12 + 6 + 7 + 3 + 15 + 10 + 18 + 5}{8}$$

$$= 9.5$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (X_i - \mu)^2}{N}$$

$$= \frac{(12-9.5)^2 + (6-9.5)^2 + \dots + (5-9.5)^2}{8}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{190}{8} \\
&= 23.75 \\
s^2 &= \frac{\sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2}{n-1} \\
&= \frac{(12-9.5)^2 + (6-9.5)^2 + \dots + (5-9.5)^2}{1} \\
&= \frac{190}{7} = 27.14
\end{aligned}$$

ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน $\sigma = \sqrt{23.75} = 4.87$

กรณีข้อมูลจัดเป็นกลุ่ม

$$\text{ประชากร } \sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^k f_i (X_i - \mu)^2}{N} = \frac{1}{N^2} \left[N \sum_{i=1}^k X_i^2 f_i - \left(\sum_{i=1}^k f_i X_i \right)^2 \right]$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k f_i (X_i - \mu)^2}{N}}$$

$$\text{ตัวอย่าง } s^2 = \frac{\sum_{i=1}^k f_i (X_i - \bar{X})^2}{n-1} = \frac{n \sum_{i=1}^k f_i X_i^2 - \left(\sum_{i=1}^k f_i X_i \right)^2}{n(n-1)}$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k f_i (X_i - \bar{X})^2}{n-1}}$$

ตัวอย่าง หาค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของนักศึกษา 50 คน
($\mu = 65.1$)

คะแนน	f	จุดกลาง x	(X- μ)	(X- μ) ²	f(X- μ) ²
30-39	4	34.5	-30.6	936.36	3,745.44
40-49	6	44.5	-20.6	424.36	2,546.16
50-59	8	54.5	-10.6	112.36	898.88
60-69	12	64.5	.6	.36	4.32
70-79	9	74.5	9.4	88.36	715.24
80-89	7	84.5	19.4	376.36	2,634.52
90-99	4	94.5	29.4	864.36	3,457.44
	<u>50</u>				<u>14,082.00</u>

$$\text{ประชากร } \sigma = \sqrt{\frac{14082}{50}} = 16.78$$

$$\text{ตัวอย่าง } s = \sqrt{\frac{14082}{49}} = 16.95$$

ตาราง

ประชากรที่มีค่ามัธยฐานเลขคณิตเท่ากันแต่ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานต่างกัน

ประชากร	ก	ข	ค	ง
ค่าสังเกต	4 4 4	2 3 7	1 2 9	0 1 11
ผลรวม	12	12	12	12
μ	4	4	4	4
σ^2	0	$\frac{14}{3}$	$\frac{38}{3}$	$\frac{74}{3}$
0	0	2.16	3.55	4.96

$$\text{ก) } \sigma^2 = \frac{(4-4)^2 + (4-4)^2 + (4-4)^2}{3}$$

$$= 0$$

$$\text{ข) } \sigma^2 = \frac{(2-4)^2 + (3-4)^2 + (7-4)^2}{3}$$

$$= \frac{14}{3}$$

$$\text{ค) } \sigma^2 = \frac{(1-4)^2 + (2-4)^2 + (9-4)^2}{3}$$

$$= \frac{38}{3}$$

$$\text{ง) } \sigma^2 = \frac{(0-4)^2 + (1-4)^2 + (11-4)^2}{3}$$

$$= \frac{74}{3}$$

- ก. ไม่มีค่าความแปรปรวนหรือค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
- ข. มีค่าความแปรปรวนมากขึ้น
- ค. มีค่าความแปรปรวนมาก
- ง. มีค่าความแปรปรวนมากที่สุด

ความแปรปรวนผสม

ในกรณีที่เรารู้ค่าความแปรปรวนของข้อมูลในกลุ่มผสมกันโดยทราบแต่ค่าของความแปรปรวนของข้อมูลในกลุ่มย่อย ๆ (ค่ามัธยฐานเลขคณิตของกลุ่มย่อย ๆ จะต้องเท่ากัน) กำหนดได้

$$\sigma_{12}^2 = \frac{N_1\sigma_1^2 + N_2\sigma_2^2}{N_1 + N_2}$$

ในเมื่อ σ_1^2 ความแปรปรวนของกลุ่มแรก $N_1 =$ จำนวนข้อมูลกลุ่มแรก

σ_2^2 ความแปรปรวนของกลุ่มที่สอง $N_2 =$ จำนวนข้อมูลกลุ่มที่สอง

ตัวอย่าง ผลการสอบวิชาหลักสถิติของนักศึกษา ปรากฏว่าคะแนนเฉลี่ยของนักศึกษาหญิง 400 คน เท่ากับคะแนนเฉลี่ยของนักศึกษาชาย 600 คน แต่ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของนักศึกษาหญิงและชายมีค่าเท่ากับ 10 และ 15 ตามลำดับ จงคำนวณหาค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของนักศึกษา

วิธีทำ $N_1 = 400$ $\sigma_1 = 10$

$N_2 = 600$ $\sigma_2 = 15$

$$\begin{aligned}\sigma_{12}^2 &= \frac{N_1\sigma_1^2 + N_2\sigma_2^2}{N_1 + N_2} \\ &= \frac{400(10)^2 + 600(15)^2}{400 + 600} \\ &= \frac{40000 + 135000}{1000} \\ &= \frac{175000}{1000} = 175\end{aligned}$$

$$12 = \sqrt{175} = 13.23$$

คุณสมบัติของมาตรวัดการกระจาย

ความแปรปรวน (ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน)

1. เป็นค่าเฉลี่ยกำลังสองของส่วนเบี่ยงเบนของข้อมูลไปจากค่ามัธยฐานเลขคณิต
2. เป็นค่าแสดงออกในหน่วยของข้อมูลกำลังสอง
3. ใช้ในระดับสถิติเชิงพรรณาน้อยมาก
4. มีความสำคัญมากในสถิติเชิงอนุมาน
5. กำหนดให้ข้อมูลกลุ่มหนึ่ง X_1, X_2, \dots, X_N มีค่ามัธยฐานเลขคณิต μ_x ค่าความแปรปรวน σ_x^2

5.1 เมื่อเอาค่าคงที่ k บวกหรือลบเข้ากับข้อมูลทุกๆ ตัว ค่าความแปรปรวนหรือค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานจะไม่เปลี่ยนแปลง

$$\sigma_{(x \pm k)}^2 = \sigma_x^2$$

$$\sigma_{(x \pm k)} = \sigma_x$$

พิสูจน์

$$\begin{aligned} 1) \sigma_{(x+k)}^2 &= \frac{\sum_{i=1}^N |(X_i+k) - (\mu_x+k)|^2}{N} \\ &= \frac{\sum_{i=1}^N (X_i+k-\mu_x-k)^2}{N} \\ &= \frac{\sum_{i=1}^N (X-\mu_x)^2}{N} \end{aligned}$$

$$= \sigma_x^2$$

$$\sigma_{(x+k)} = \sigma_x$$

$$\begin{aligned} 2) \sigma_{(x-k)}^2 &= \frac{\sum_{i=1}^N |(X-k) - (\mu_x-k)|^2}{N} \\ &= \frac{\sum_{i=1}^N (X-k-\mu_x+k)^2}{N} \\ &= \frac{\sum_{i=1}^N (X-\mu_x)^2}{N} \end{aligned}$$

$$= \sigma_x^2$$

$$\sigma_{(x-k)} = \sigma_x$$

5.2 เมื่อเอาค่าคงที่ k คูณหรือหารข้อมูลทุกๆ ตัว ค่าความแปรปรวนหรือค่า ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็นดังนี้.-

$$\sigma_{(kx)}^2 = k^2 \sigma_x^2; \sigma_{x/k}^2 = \frac{\sigma_x^2}{k^2}$$

$$\sigma_{(kx)} = |k| \sigma_x \quad \sigma_{x/k} = \frac{\sigma_x}{|k|}$$

พิสูจน์

$$\begin{aligned}
 1. \sigma_{(kx)}^2 &= \frac{\sum_{i=1}^N (kX_i - k\mu_x)^2}{N} \\
 &= k^2 \frac{\sum_{i=1}^N (X_i - \mu_x)^2}{N} \\
 &= k^2 \sigma_x^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \sigma_{(kx)} &= |k| \sigma_x \\
 2. \sigma_{x/k}^2 &= \frac{\sum_{i=1}^N \left(\frac{X_i}{k} - \frac{\mu_x}{k}\right)^2}{N} \\
 &= \frac{1}{k^2} \frac{\sum_{i=1}^N (X_i - \mu_x)^2}{N} \\
 &= \frac{\sigma_x^2}{k^2} \\
 &= \frac{\sigma_x}{|k|}
 \end{aligned}$$

5.3 เมื่อค่ามัธยฐานเลขคณิต μ_x ลบข้อมูลทุกตัว แล้วหารด้วยค่าส่วนเบี่ยงเบน

มาตรฐาน σ_x ทุก ๆ ข้อมูล มัธยฐานเลขคณิต $\mu\left(\frac{x-\mu_x}{\sigma_x}\right)$ จะมีค่าเท่ากับศูนย์

ค่าความแปรปรวน $\sigma^2\left(\frac{x-\mu_x}{\sigma_x}\right)$ และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

$\sigma\left(\frac{x-\mu_x}{\sigma_x}\right)$ จะมีค่าเท่ากับ 1 นั่นคือ.-

$$\mu\left(\frac{x-\mu_x}{\sigma_x}\right) = 0$$

$$\sigma^2\left(\frac{x-\mu_x}{\sigma_x}\right) = \sigma\left(\frac{x-\mu_x}{\sigma_x}\right) = 1$$

พิสูจน์

$$\begin{aligned} \mu\left(\frac{x-\mu_x}{\sigma_x}\right) &= \frac{\sum_{i=1}^N \left(\frac{X_i-\mu_x}{\sigma_x}\right)}{N} \\ &= \frac{1}{\sigma_x} \frac{\sum_{i=1}^N (X_i-\mu_x)}{N} \\ &= \frac{1}{\sigma_x} \left[\frac{\sum_{i=1}^N X_i}{N} - \frac{N\mu_x}{N} \right] \\ &= \frac{1}{\sigma_x} (\mu_x - \mu_x) \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma^2\left(\frac{x-\mu_x}{\sigma_x}\right) &= \frac{\sum_{i=1}^N \left(\frac{X_i-\mu_x}{\sigma_x} - 0\right)^2}{N} \\ &= \frac{1}{\sigma_x^2} \frac{\sum_{i=1}^N (X_i-\mu_x)^2}{N} \\ &= \frac{1}{\sigma_x^2} \times \sigma_x^2 \\ &= 1 \end{aligned}$$

5.4 $\sum_{i=1}^N (X_i-A)^2$ จะมีค่าน้อยที่สุดก็ต่อเมื่อ $A = \mu_x$

6. มีผลต่อทุก ๆ ข้อมูลในการแจกแจง
7. มีผลต่อข้อมูลที่ปลายการแจกแจงมากกว่า semiinter quartile range

Semiinter quartile range

1. เป็นค่าเฉลี่ยของระยะทางระหว่าง ค่าควอไทล์ที่หนึ่งกับที่สาม
2. มีผลต่อจำนวนข้อมูลที่อยู่เหนือหรือล่างนอกค่าควอไทล์ แต่ไม่มีผลต่อตำแหน่งที่แน่นอนของข้อมูล
3. มีความไวต่อข้อมูลที่ปลายการแจกแจงน้อยกว่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
4. ใช้กับการแจกแจงปลายเปิดโดยเฉพาะ
5. ใช้ในระดับสถิติพรรณนา
6. คำนวณง่ายเมื่อใดที่ข้อมูลเรียงลำดับหรือจัดเป็นกลุ่ม

พิสัย

1. เป็นระยะระหว่างข้อมูลที่ปลายของการแจกแจง
2. ไม่มีผลต่อตำแหน่งของข้อมูลกลาง ๆ
3. ขึ้นอยู่กับขนาดตัวอย่าง
4. ใช้ในระดับสถิติพรรณนา
5. ใช้สำหรับงานหายาบ ๆ
6. คำนวณง่าย

การกระจายสัมพัทธ์

มาตรวัดการกระจายที่ได้กล่าวมาจะมีหน่วยเหมือนกับข้อมูล อย่างเช่น ข้อมูลเป็น เซนติเมตร เมื่อหาค่าพิสัย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานก็จะมีหน่วยเป็นเซนติเมตร จึงเป็นการยากที่จะนำมาใช้เปรียบเทียบการกระจายของข้อมูลสองกลุ่ม นักสถิติจึงกำหนดสูตรต่าง ๆ กันขึ้น เพื่อเปรียบเทียบการกระจายของกลุ่มข้อมูลสองกลุ่มหรือมากกว่าได้ดังนี้

สัมประสิทธิ์ของการกระจาย (CD)

สัมประสิทธิ์ของการกระจายหมายถึงค่าของอัตราส่วนระหว่างค่าส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยกับค่ามัชฌิมเลขคณิต มักจะมีหน่วยเป็นเปอร์เซ็นต์ นั่นคือ

$$CD = \frac{MD}{\mu} \times 100$$

สัมประสิทธิ์ของความผันแปร (CV)

สัมประสิทธิ์ของความผันแปร เป็นค่าของอัตราส่วนระหว่างค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานกับค่ามัชฌิมเลขคณิต มีหน่วยเป็นเปอร์เซ็นต์

$$CV = \frac{\sigma}{\mu} \times 100$$

ตัวอย่าง สมมุติว่าผลการสอบสองครั้งของนักศึกษาในกลุ่มหนึ่ง สอบครั้งแรกได้คะแนนเฉลี่ย 60 ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 6 ของคะแนนเต็ม 100 สอบครั้งที่สองได้คะแนนเฉลี่ย 700 และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 7 ของคะแนนเต็ม 1000 อยากทราบว่า ผลการสอบสองครั้ง ครั้งไหนจะมีการกระจายมากกว่ากัน

วิธีทำ สอบครั้งแรก $\mu = 60$, $\sigma = 6$

$$\begin{aligned} CV &= \frac{\sigma}{\mu} \times 100 \\ &= \frac{6}{60} \times 100 = 10\% \end{aligned}$$

สอบครั้งที่สอง $\mu = 700$: $\sigma = 7$

$$\begin{aligned} CV &= \frac{\sigma}{\mu} \times 100 \\ &= \frac{7}{700} \times 100 = 1\% \end{aligned}$$

การกระจายสัมพัทธ์ของผลสอบครั้งแรกเป็น 10 เท่าของผลสอบครั้งหลัง สัมประสิทธิ์ของส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์

$$QV = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1} \times 100$$

คะแนนมาตรฐาน

ในกรณีที่ต้องการเปรียบเทียบการกระจายระหว่างค่า 2 ค่า หรือมากกว่าจากกลุ่มข้อมูลที่มีลักษณะต่างกันดังนี้

1. มีค่ามัธยฐานเลขคณิตหรือค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานต่างกัน
2. มีหน่วยต่างกัน

การเปรียบเทียบแบบนี้ โดยแปลงจากข้อมูลดิบเป็นข้อมูลมาตรฐานได้จากสูตร

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

ตัวอย่าง จงประเมินคะแนนสอบจากห้ากระบวนวิชาของนักศึกษา 35 คน

กระบวนวิชา	คะแนน			
	X	μ	σ	Z
EN 101	90	80	5	2.0
TH 101	90	60	10	3.0
MA 103	75	80	10	-1.5
ST 203	60	75	15	-1.0
AC 101	50	20	20	1.5

คะแนนกระบวนวิชา EN 101, TH 101 และ AC 101 สูงกว่าค่าเฉลี่ย ส่วนกระบวนวิชา MA 103 และ ST 203 ต่ำกว่าค่าเฉลี่ย นักศึกษาคนนี้สอบกระบวนวิชา TH 101 ได้ดีที่สุดในเมื่อเปรียบเทียบกับนักศึกษาทั้งหมด กระบวนวิชา ST 203 สอบได้เลวที่สุดในเมื่อเปรียบเทียบกับกระบวนวิชาอื่นๆ