บทที่ 3
มาตราวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลาง

วัตถุประสงค์

เพื่อให้นักศึกษารู้จักการคำนวณมัชฌิมเลขคณิต มัธยฐาน ฐานนิยม มัชฌิมเรขาคณิต มัชฌิมฮาร์โมนิคและมาตราวัดตำแหน่งต่าง ๆ สำหรับข้อมูลที่จัดเป็นกลุ่มและไม่เป็นกลุ่ม พร้อมทั้งการแปลความหมายของแต่ละชนิด และทำไมมาตราวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลางไม่อาจบอกข้อมูลหักล้างแก่ท่านได้เพียงพอ (สมบูรณ์) การวัดแนวโน้มชนิดอะไรที่มีผลต่อการเปลี่ยนแปลงของข้อมูลมากที่สุด

มาตราวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลาง เป็นตัวเลขเดี่ยว ๆ ที่ใช้แทนค่ากลางของกลุ่มค่าสังเกต หรือข้อมูล มีวิธีการต่าง ๆ กันดังนี้

1. มัชฌิมเลขคณิต
2. มัธยฐาน
3. ฐานนิยม
4. มัชฌิมเรขาคณิต
5. มัชฌิมฮาร์โมนิค

มัชฌิมเลขคณิต เป็นมาตราวัดที่นิยมใช้กันมาก มีวิธีการคำนวณหาได้ดังนี้

(ก) ข้อมูล หรือค่าสังเกตไม่ได้จัดเป็นกลุ่ม

(1) ค่ามัชฌิมเลขคณิต μ ของค่าสังเกต $X_1, X_2, \ldots\ldots\ldots X_N$ จำนวน N ค่า คือ

$$\mu = \frac{1}{N}(X_1 + X_2 + \ldots\ldots\ldots + X_N) = \frac{1}{N}\Sigma X_i$$

ตัวอย่าง นักศึกษา 3 คน มีน้ำหนักเป็น 120 ปอนด์, 130 ปอนด์ และ 140 ปอนด์ ตามลำดับ

ค่ามัชฌิชเลขคณิต
$$\begin{aligned}\mu &= \sum_{i=1}^{N} X_i / N \\ &= \frac{1}{3}(120 + 130 + 140) \\ &= 130 \text{ ปอนด์}\end{aligned}$$

(2) หากค่าสังเกตหรือข้อมูล $X_1, X_2 \ldots X_k$ เกิดขึ้น $f_1, f_2 \ldots f_k$ ครั้งตามลำดับ ค่ามัชฌิมเลขคณิต μ คือ

$$\mu = \frac{f_1X_1 + f_2X_2 + \ldots + f_kX_k}{f_1 + f_2 + \ldots + f_k}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{k} f_iX_i}{\sum_{i=1}^{k} f_i}$$

$$= \sum_{i=1}^{k} f_iX_i / N$$

$$\sum_{i=1}^{k} f_i = N$$

ข้อสังเกต X, Y เป็นเสมือนคำนามทางคณิตศาสตร์
Σ เป็นเสมือนกริยาทางคณิตศาสตร์

ตัวอย่าง คำนวณเกรดเฉลี่ยของนักศึกษาคนหนึ่งตามใบแจ้งเกรด ดังนี้
(G = 4, P = 2, F = 0)

วิชา	(f) หน่วยกิต	เกรด (x)
คณิตศาสตร์	4	P
ชีววิทยา	4	F
การศึกษา	3	G
จิตวิทยา	3	P

เกรดเฉลี่ย $\mu = \dfrac{4(2) + 4(0) + 3(4) + 3(2)}{4 + 4 + 3 + 3}$

$$= \frac{26}{14} = 1.86$$

(ข) ข้อมูลหรือค่าสังเกตที่ได้จัดเป็นกลุ่ม

ในกรณีที่ข้อมูลจัดออกมาเป็นรูปของตารางแจกแจงความถี่ จุดกลางของแต่ละอันตรภาคชั้นเป็นตัวแทนของชั้นนั้น ๆ มัชฌิมเลขคณิตก็นิยามได้

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^{k} fiXi}{\sum_{i=1}^{k} fi} \qquad \sum_{i=1}^{k} fi = N$$

Xi = จุดกลาง

ตัวอย่าง การแจกแจงความถี่ของคะแนนนักศึกษา 41 คน ดังตารางดังต่อไปนี้

คะแนน	ความถี่ f	จุดกลาง x	fx
115 – 117	3	116	348
118 – 120	7	119	833
121 – 123	12	122	1464
124 – 126	10	125	1250
127 – 129	9	128	1152
	41		5047

$$\mu = \frac{\Sigma fx}{\Sigma f} = \frac{5047}{41} = 123.10$$

การคำนวณมัชฌิมเลขคณิตโดยวิธีลัด

(1) หาก A เป็นตัวเลขใด ๆ ที่กำหนดขึ้น และ $d = X - A$ เป็นค่าเบี่ยงเบนของ X จาก A แล้ว มัชฌิมเลขคณิต μ คำนวณได้จาก

$$\mu = A + \Sigma d/N$$

$$\mu = A + \Sigma fd/N \qquad \text{(แจกแจงความถี่)}$$

ตัวอย่าง มีข้อมูลชุดหนึ่ง 12, 14, 15, 16, 16, 22

กำหนดให้ A = 15 d คำนวณได้

$d_1 = 12 - 15 = -3, d_2 = 14 - 15 = -1, d_3 = 15 - 15 = 0$

$d_4 = 16 - 15 - 1, d_5 = 16 - 15 = 1, d_6 = 22 - 15 = 7$

$$\mu = 15 + \frac{-3 + (-1) + (0) + 1 + 1 + 7}{6}$$

$$= 15 + \frac{5}{6} = 15.83$$

ตัวอย่าง คะแนนผลสอบสถิติมีการแจกแจงดังตารางต่อไปนี้

คะแนน จำนวนนักศึกษา

x	f	d = x − 100	fd
85	2	− 15	− 30
90	5	− 10	− 50
92	1	− 8	− 8
95	2	− 5	− 10
	10		− 98

กำหนดให้ A = 100 แล้ว

$$\mu = A + \frac{\Sigma fd}{N}$$

$$= 100 + \left(\frac{98}{10}\right)$$

$$= 100 - 9.8 = 90.2$$

(2) หากข้อมูลหรือค่าสังเกตจัดเป็นกลุ่มมีอันตรภาคชั้น I

$d_i = (X_i - A) / I$: X_i คือ จุดกลาง มัชฌิมเลขคณิต คือ

$$\mu = A + \frac{\Sigma fd_i}{N} I$$

ตัวอย่าง คำนวณหามัชฌิมเลขคณิตจากตารางแจกแจงความถี่ ของคะแนนทดสอบวิชาสถิติของนักศึกษา 50 คน

คะแนน	จุดกลาง X	f	$d_i = (X - A) / I$	fd
30 – 39	34.5	4	– 3	– 12
40 – 49	44.5	6	– 2	– 12
50 – 59	54.5	8	– 1	– 8
60 – 69	64.5	12	0	0
70 – 79	74.5	9	1	9
80 – 89	84.5	7	2	14
90 – 99	94.5	4	3	12
		50		3

กำหนดให้ $A = 64.5 \; ; \; I = 10$

$$\mu = 64.5 + \left(\frac{3}{50}\right) 10$$
$$= 64.5 + .6$$
$$= 65.1$$

มัชฌิมเลขคณิตแบบผสม

หาก $\mu_1, \mu_2 \ldots \mu_k$ เป็นจำนวนมัชฌิมเลขคณิตของจำนวนข้อมูล k ชุด $N_1, N_2 \ldots N_k$ ตามลำดับแล้ว มัชฌิมเลขคณิตผสม

$$\mu_t = \frac{N_1 \mu_1 + N_2 \mu_2 + \ldots + N_k \mu_k}{N_1 + N_2 + \ldots + N_k}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{k} N_i \mu_i}{\sum_{i=1}^{k} N_i}$$

ตัวอย่าง นักศึกษาที่เรียนวิชาหลักสถิติมี 4 คณะ คือ คณะวิทยาศาสตร์ คณะบริหารธุรกิจ คณะศึกษาศาสตร์ คณะเศรษฐศาสตร์ แต่ละคณะมีนักศึกษา 3000, 8000, 4000 และ 5000 คน สอบได้คะแนนเฉลี่ย 50, 45, 35 และ 43 ตามลำดับ อยากทราบว่าคะแนนเฉลี่ยของนักศึกษาทั้งหมดเป็นเท่าใด

$$\mu_t = \frac{3000\,(50) + 8000\,(45) + 4000\,(35) + 5000\,(43)}{3000 + 8000 + 4000 + 5000}$$

$$= \frac{865000}{20000} = 43.25$$

คุณสมบัติของมัชฌิมเลขคณิต

1. มัชฌิมเลขคณิตของค่าคงที่ k จะเท่ากับค่าคงที่

$$\mu_c = \frac{\Sigma k}{N} = \frac{N\,k}{N} = k$$

ตัวอย่าง หามัชฌิมเลขคณิตของเลข 4, 4, 4

$$= \frac{4 + 4 + 4}{3} = 4$$

2. หากเอาค่าคงที่ C บวก หรือ ลบ เข้ากับข้อมูลเดิม X ทุกข้อมูลแล้ว ($Y = X + C$ หรือ $Y = X - C$) มัชฌิมเลขคณิตใหม่ μ_y จะเท่ากับมัชฌิมเลขคณิตของข้อมูลเดิม μ_x บวก หรือ ลบ ด้วยค่าคงที่กล่าวคือ

$$\mu_{x+c} = \mu_y = \mu_x + C$$

$$\mu_{x-c} = \mu_y = \mu_x - C$$

พิสูจน์ $\mu_{x+c} = \mu_y = \frac{\Sigma y}{N} = \frac{\Sigma (X + C)}{N}$

$$= \frac{\Sigma X + \Sigma C}{N} = \frac{\Sigma X}{N} + \frac{\Sigma C}{N}$$

$$= \mu_x + C$$

$$\mu_{x-c} = \mu_y = \frac{\Sigma y}{N} = \frac{\Sigma (X - C)}{N}$$

$$= \frac{\Sigma X - \Sigma C}{N} = \frac{\Sigma X}{N} - \frac{\Sigma C}{N}$$

$$= \mu_x - C$$

ตัวอย่าง ในปัจจุบันมีครอบครัวหนึ่ง 5 คน มีอายุ 45, 42, 22, 20 และ 11 ปี

(ก) คำนวณอายุเฉลี่ยของครอบครัวนี้

(ข) เมื่อ 5 ปีก่อนครอบครัวนี้มีอายุเฉลี่ยเป็นเท่าไร

(ก) $\mu_x = \frac{45 + 42 + 22 + 20 + 11}{5}$

$= \frac{140}{5}$

$= 28$ ปี

(ข) $\mu_y = \mu_x - C$

$= 28 - 5$

$= 23$ ปี

3. ถ้าเอาค่าคงที่ a ไปคูณหรือหารข้อมูลทุก ๆ ข้อมูล ค่ามัชฌิมเลขคณิตของข้อมูลจะเท่ากับค่ามัชฌิมเลขคณิตเดิม แล้วคูณหรือหารด้วยค่าคงที่นั้น นั่นคือ

$$\mu_{ax} = a\,\mu_x,\ \mu_{\frac{x}{a}} = \frac{\mu_X}{a}$$

พิสูจน์ $\mu_{ax} = \frac{\Sigma aX}{N}$ $\qquad$ $\mu_{\frac{x}{a}} = \frac{\Sigma\left(\frac{X}{a}\right)}{N}$

$\mu_{ax} = \frac{a\,\Sigma X}{N}$ $\qquad$ $\mu_{\frac{x}{a}} = \frac{1}{a}\frac{\Sigma X}{N}$

$= a\,\mu_x$ $\qquad$ $= \frac{\mu_X}{a}$

ตัวอย่าง แม่บ้านคนหนึ่งซื้อผ้ามา 3 ชิ้น ๆ ละ 5, 7, 18 เมตร

(ก) อยากทราบว่าแม่บ้านซื้อผ้ามาเฉลี่ยชิ้นละกี่เมตร

(ข) อยากทราบว่าแม่บ้านซื้อผ้ามาเฉลี่ยชิ้นละกี่เซ็นติเมตร

วิธีทำ (ก) $\mu_x = \frac{5 + 7 + 18}{3} = 10$ เมตร

(ข) $\mu_{ax} = 100 \times 10$

$= 1000$ เซ็นติเมตร

4. มีข้อมูลหรือค่าสังเกตสองชุด X และ Y จับคู่กัน N คู่แต่ละชุดมีมัชฌิมเลขคณิต μ_x และ μ_y ตามลำดับ ให้ S_i เป็นผลรวมของ $(X_i + Y_i)$ และ D_i เป็นผลต่างของ $(X_i - Y_i)$ มัชฌิมเลขคณิตของผลรวม μ_s และผลต่าง μ_d คือ

$$\mu_s = \mu_x + \mu_y$$

$$\mu_d = \mu_x - \mu_y$$

พิสูจน์

$$\mu_s = \frac{\Sigma S_i}{N} = \frac{\Sigma (X + Y)}{N}$$

$$= \frac{\Sigma X + \Sigma Y}{N} = \frac{\Sigma X}{N} + \frac{\Sigma Y}{N}$$

$$= \mu_x + \mu_y$$

$$\mu_D = \frac{\Sigma D_i}{N} = \frac{\Sigma (X - Y)}{N}$$

$$= \frac{\Sigma X - \Sigma Y}{N} = \frac{\Sigma X}{N} - \frac{\Sigma Y}{N}$$

$$= \mu_x - \mu_y$$

5. มัชฌิมเลขคณิตเป็นตัวแสดงความเบ้ของการแจกแจง
6. เป็นตัววัดที่ดีที่สุดที่สท้อนไปถึงข้อมูลทั้งหมด
7. มีความไวต่อข้อมูลปลายสุด มากกว่ามัธยฐาน หรือฐานนิยม

มัธยฐาน (Me) มัธยฐานหมายถึง ค่าตัวกลางของข้อมูลเมื่อเอาข้อมูลมาเรียงลำดับขนาด จากมากไปหาน้อยหรือจากน้อยไปหามาก ดังตัวอย่าง กำหนดให้เลขจำนวนหนึ่ง 5, 8, 10, 12, 2 เรียงลำดับข้อมูลตามขนาดน้อยไปหามากได้ 2, 5, 8, 10, 12 ค่ามัธยฐานก็คือ 8

หากข้อมูลมีจำนวน n ตัว ค่าข้อมูลตัวกลางคือตัวที่ $(n + 1) / 2$

กรณีที่ข้อมูลจัดเป็นกลุ่ม ค่ามัธยฐานคำนวณหาได้จากข้อมูลตัวที่ N/2 เมื่อเอาข้อมูลมาจัดลำดับขนาดมากน้อย โดยการเทียบบัญญัติยางค์ หรือใช้สูตร

$$Me = L + \left(\frac{N/2 - \Sigma f}{f_m}\right) I$$

เมื่อ L = ขอบเขตล่างของชั้นที่มัธยฐานอยู่

Σf = ผลบวกของความถี่ของชั้นที่ต่ำกว่าชั้นมัธยฐานอยู่หรือความถี่สะสมของชั้นที่ต่ำกว่าชั้นมัธยฐานอยู่

f_m = ความถี่ของชั้นที่มัธยฐานอยู่

I = อันตรภาคชั้น

ตัวอย่าง

ชั้นคะแนน	ความถี่	ความถี่สะสม
30 – 39	4 (Σ f)	4
40 – 49	6 (Σ f)	10
50 – 59	8 (Σ f)	18
60 – 69	12 = f_m	30
70 – 79	9	39
80 – 89	7	46
90 – 99	4	50
	50	

$$Me = 59.5 + \left(\frac{\frac{50}{2} - 18}{12}\right) 10$$

$$= 59.5 + \frac{70}{12}$$

$= 59.5 + 5.8 = 65.3$

มัธยฐานที่ใช้ได้ดีในกรณีที่มีการแจกแจงความถี่เบ้ไปข้างใดข้างหนึ่ง

คุณสมบัติของมัธยฐาน

1. เป็นค่าที่แบ่งข้อมูลออกเป็นสองส่วนเท่า ๆ กัน
2. มีผลตอบต่อจำนวนข้อมูลที่อยู่เหนือหรือล่างของค่ามัธยฐานแต่ไม่เฉพาะแห่ง
3. ไม่มีผลต่อข้อมูลที่อยู่ปลาย น้อยกว่ามัชฌิมเลขคณิต
4. บางครั้งให้ค่าถูกต้องกว่ามัชฌิมเลขคณิต สำหรับการแจกแจงที่เบ้มาก ๆ
5. ง่ายต่อการคำนวณ

ฐานนิยม (Mo) หมายถึงค่าของข้อมูลที่เกิดบ่อยที่สุด การคำนวณหาค่าฐานนิยมแบ่งออกได้เป็น 2 แบบ คือ

(ก) ข้อมูลไม่ได้จัดเป็นกลุ่ม แบบนี้หาได้โดยเลือกเอาค่าของข้อมูลที่เกิดบ่อยที่สุด อย่างเช่น มีข้อมูล 13 จำนวน 4, 8, 5, 6, 8, 6, 7, 7, 9, 7, 6, 7, 5 ค่าฐานนิยมคือ 7

กรณีที่ข้อมูลเกิดบ่อยที่สุด มีอยู่สองจำนวน ค่าฐานนิยมก็คือ ค่ามัชฌิมเลขคณิตของข้อมูลทั้งสอง อย่างเช่น มีข้อมูลอยู่ 13 จำนวน 2, 6, 6, 9, 9, 7, 6, 5, 3, 9, 6, 9, 1 มีข้อมูลสองตัวที่เกิดบ่อยที่สุด คือ 6 และ 9 ค่าฐานนิยมก็คือ $(6 + 9) / 2 = 7.5$

(ข) ข้อมูลที่จัดเป็นกลุ่ม ค่าฐานนิยมคำนวณได้จากชั้นที่มีความถี่มากที่สุดโดยใช้สูตร

$$Mo = L + \left(\frac{\triangle_1}{\triangle_1 + \triangle_2}\right) I$$

เมื่อ L = ขอบเขตล่างของชั้นที่ฐานนิยมอยู่

$\triangle_1$ = ผลต่างของความถี่ระหว่างชั้นที่ฐานนิยมอยู่กับชั้นที่ต่ำกว่าฐานนิยมอยู่

$\triangle_2$ = ผลต่างของความถี่ระหว่างชั้นที่ฐานนิยมอยู่กับชั้นที่สูงกว่าชั้นฐานนิยมอยู่

I = อันตรภาคชั้น

ตัวอย่าง หาค่าฐานนิยมจากการแจกแจงของคะแนน

ชั้นคะแนน		ความถี่ f	
30 – 39		4	
40 – 49		6	
50 – 59		8	
60 – 69	Δ_1	12	ชั้นฐานนิยมอยู่
70 – 79	Δ_2	9	
80 – 89		7	
90 – 99		4	
		50	

$$Mo = 59.5 + \left(\frac{4}{4+3}\right) 10$$

$$= 65.21$$

$\Delta_1 = 12 - 8 = 4, \Delta_2 = 12 - 9 = 3 : L = 59.5 : I = 10$

คุณสมบัติของฐานนิยม

1. คำนวณหาได้จากข้อมูลที่เกิดขึ้นบ่อย ๆ ที่สุด หรืออันตรภาคชั้นที่มีความถี่มากที่สุด
2. การเลือกอันตรภาคชั้นมีผลต่อค่าฐานนิยม มากกว่าวิธีการอื่น ๆ
3. บางครั้งไม่มีค่าเดียวในการแจกแจง
4. มีประโยชน์สำหรับงานหยาบ ๆ หรืองานเบื้องต้น
5. ง่ายต่อการคำนวณ

เปรียบเทียบ มัชฌิมเลขคณิต มัธยฐาน ฐานนิยม

เมื่อไรการแจกแจงมีลักษณะสมมาตร หรือเป็นการแจกแจงปกติแล้ว

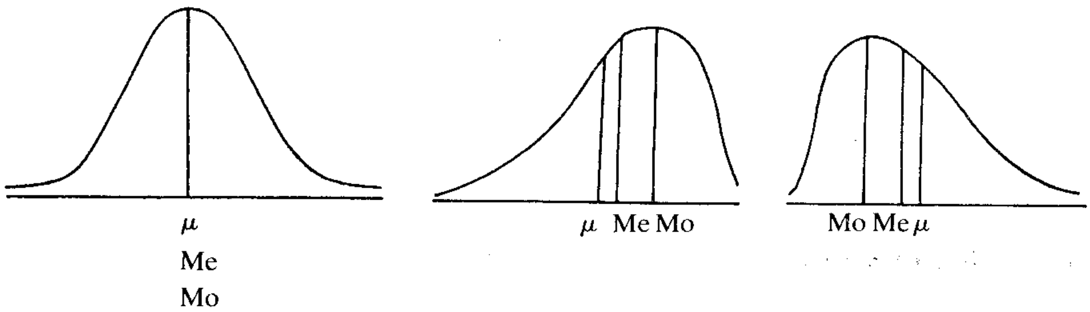
มัชฌิมเลขคณิต = มัธยฐาน = ฐานนิยม

หากการแจกแจงเบ้ไปทางซ้าย

ฐานนิยม > มัธยฐาน > มัชฌิมเลขคณิต

หากการแจกแจงเบ้ไปทางขวา

มัชฌิมเลขคณิต > มัธยฐาน > ฐานนิยม



มัชฌิมเรขาคณิต (G) มีประโยชน์ในการคำนวณหาการเปลี่ยนแปลงอัตราเฉลี่ยสร้างเลขดัชนี หาดอกเบี้ยทบต้น วิธีหาค่ามัชฌิมเรขาคณิตมี 2 วิธี คือ

(ก) ข้อมูลที่ไม่เป็นกลุ่ม

กำหนดให้ข้อมูลเป็น $x_1, x_2, \ldots x_n$ มัชฌิมเรขาคณิตก็คือ

$$G = \sqrt[N]{x_1 \; x_2 \; x_3 \cdots x_N}$$

หรือ

$$\log G = \frac{\sum_{i=1}^{N} \log x_i}{N}$$

ตัวอย่าง หากมีเลขอยู่ 3 จำนวน คือ 1, 3, 9

$$G = \sqrt[3]{1 \times 3 \times 9} = 3$$

มัชฌิมเรขาคณิต จะหาค่าไม่ได้ในกรณีที่ข้อมูลตัวใดตัวหนึ่งมีค่าเป็น ศูนย์

(ข) ข้อมูลที่จัดเป็นกลุ่ม

$$G = \sqrt[\Sigma f]{x_1^{f_1} \times x_2^{f_2} \times \ldots \times x_k^{f_k}}$$

$$= \sqrt[N]{x_1^{f_1} \times x_2^{f_2} \times \ldots \times x_k^{f_k}}$$

หรือ

$$\log G = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i \log x_i}{N}$$

มัชฌิมฮาร์โมนิค (H)

มัชฌิมฮาร์โมนิค เป็นมาตราวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลางที่ให้ค่าถูกต้องที่สุดในกรณีที่**ข้อมูลมีลักษณะ ดังตัวอย่าง เช่น** มีเงินอยู่ 120 บาทสำหรับซื้อไข่ชนิดโหลละ 12 บาท และอีก 120 บาท สำหรับซื้อไข่โหลละ 18 บาท เป็นต้น สูตรการคำนวณหากำหนดได้

(ก) ข้อมูลที่ไม่ได้จัดเป็นกลุ่ม

$$H = \frac{N}{\sum_{i=1}^{N} \frac{1}{x_i}}$$

(ข) ข้อมูลที่จัดเป็นกลุ่ม

$$H = \frac{N}{\sum_{i=1}^{k} \frac{f_i}{x_i}}$$

ตัวอย่าง ถ้าหากว่าเราใช้เงินไป 60 บาทในการซื้อหนังสือราคาเล่มละ 1 บาท 60 บาทในราคาเล่มละ 2 บาทอีก 60 บาทในราคาเล่มละ 3 บาท และ 60 บาทในราคาเล่มละ 4 บาท จงหาค่าแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลางที่จะให้ค่าเฉลี่ยที่จ่ายไปถูกต้องสำหรับหนังสือเหล่านี้

$$H = \frac{N}{\sum_{i=1}^{N} \frac{1}{x_i}}$$

$$= \frac{4}{\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}}$$

$$= \frac{4}{\frac{12 + 6 + 4 + 3}{12}}$$

$$= \frac{48}{25} \quad = \quad 1.92 \quad \text{บาท}$$

การวัดแบบมัชฌิมฮาร์โมนิค หากข้อมูลตัวใดตัวหนึ่งเป็น ศูนย์แล้วจะหาค่าไม่ได้

มาตราวัดตำแหน่ง เป็นค่าที่แบ่งข้อมูลที่จัดลำดับจากน้อยไปหามาก หรือการแจกแจงข้อมูลออกเป็นส่วน ๆ เท่า ๆ กัน มาตราวัดตำแหน่งที่น่าสนใจมี ดังนี้ คือ

1. ควอไทล์ เป็นค่าที่แบ่งข้อมูลที่จัดลำดับจากน้อยไปหามากออกเป็น 4 ส่วนเท่า ๆ กัน ค่าเหล่านี้มี 3 ค่า คือ Q_1, Q_2, Q_3 $(Q_r, r = 1, 2, 3)$

$$Q_r = L + \left(\frac{\frac{N \times r}{4} - \Sigma f}{f_Q}\right) I$$

L = ขอบเขตล่างของชั้นที่ควอไทล์อยู่
Σf = ผลรวมของความถี่ของชั้นที่ต่ำกว่าชั้นที่ควอไทล์อยู่
f_Q = ความถี่ของชั้นที่ควอไทล์อยู่
r = ตำแหน่งควอไทล์
Q_1 หมายถึงค่าที่มีข้อมูลต่ำกว่าค่า Q_1 25%
Q_2 หมายถึงค่าที่มีข้อมูลต่ำกว่าค่า Q_3 75%

2. เดไซล์ เป็นค่าแบ่งข้อมูลที่จัดลำดับมากน้อยออกเป็น 10 ส่วนเท่า ๆ กัน จะมีค่าเดไซล์อยู่ 9 ค่า คือ $D_1, D_2, \ldots D_9$ $(D_r \; ; \; r = 1, \ldots 9)$

$$D_r = L + \left(\frac{\frac{N \times r}{10} - \Sigma f}{f_D}\right) I$$

L = ขอบเขตล่างของชั้นที่เดไซล์อยู่

Σf = ผลรวมของความถี่ของชั้น ที่ต่ำกว่าชั้นที่เดไซล์อยู่

f_D = ความถี่ของชั้นที่เดไซล์อยู่

r = ตำแหน่งเดไซล์

3. เปอร์เซ็นต์ไทล์ เป็นค่าที่แบ่งข้อมูลที่จัดลำดับจากน้อยไปหามากออกเป็น 100 ส่วนเท่า ๆ กัน จะมีค่าอยู่ 99 ค่า $P_1, P_2, \ldots P_{99}$ (P_r : $r = 1, 2, \ldots 99$)

$$P_r = L + \left(\frac{\frac{N \times r}{100} - \Sigma f}{f_p}\right) I$$

L = ขอบเขตล่างของชั้นที่เปอร์เซ็นต์ไทล์อยู่

Σf = ผลรวมของความถี่ของชั้นที่ต่ำกว่าชั้นที่เปอร์เซ็นต์ไทล์อยู่

f_p = ความถี่ของชั้นที่เปอร์เซ็นต์ไทล์อยู่

ข้อสังเกต

$Q_2 = Me = D_5 = P_{50}$

$Q_1 = P_{25}$; $Q_3 = P_{75}$

P_{15} หมายถึงค่าที่มีข้อมูลต่ำกว่าค่า P_{15} 15%

P_{90} หมายถึงค่าที่มีข้อมูลต่ำกว่าค่า P_{90} 90%

ตำแหน่งเปอร์เซ็นต์ไทล์

เปอร์เซ็นต์ไทล์ เป็นค่าที่บอกว่ามีข้อมูลต่ำกว่าค่านั้นเป็นกี่เปอร์เซ็นต์ จำนวนเปอร์เซ็นต์ที่ต่ำกว่านั้นเรียกว่าตำแหน่งเปอร์เซ็นต์ไทล์ อย่างเช่น P_{15} จะเป็นค่าที่บอกว่ามีข้อมูลต่ำกว่า 15% ค่า 15 นั้น คือ ตำแหน่งเปอร์เซ็นต์ไทล์ สูตรคำนวณหาตำแหน่งเปอร์เซ็นต์ไทล์กำหนดได้

$$r = \frac{f_p \left(\frac{X \times L}{I}\right) + \Sigma f}{N} \times 100$$

L = ขอบเขตล่างของชั้นที่คะแนนดิบอยู่

X = คะแนนดิบที่ต้องการทราบตำแหน่งเปอร์เซ็นต์ไทล์

f_p = ความถี่ของชั้นที่คะแนนดิบอยู่

r = ตำแหน่งเปอร์เซ็นต์ไทล์

Σf = ผลรวมของความถี่ของชั้น ต่ำกว่าชั้นคะแนนดิบอยู่

I = อันตรภาคชั้น

ตัวอย่าง จากตารางแจกแจงความถี่ของคะแนนสอบปลายเทอมของนักศึกษา 120 คน จงหา

คะแนน	จำนวนนักศึกษา
90 – 100	9
80 – 89	32
70 – 79	43
60 – 69	21
50 – 59	11
40 – 49	3
30 – 39	1
	120

ก. ควอร์ไทล์ที่ 1 และที่ 3

ข. มัธยฐาน

ค. ฐานนิยม

ง. เปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 30 และที่ 72

จ. นักศึกษาที่อยู่ระหว่าง $P_{30} - P_{72}$

ฉ. นักศึกษาคนที่สอบได้คะแนน 81 คะแนน จะอยู่ในตำแหน่งเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่เท่าใด

วิธีทำ (ก) $Q_1 = L + \left(\dfrac{\frac{N \times 1}{4} - \Sigma f}{f_Q} \right) I$

คะแนน	f	cf
90 – loo	9	120
80 – 89	32	111
70 – 79	43	79
60 – 69	21	36
50 – 59	11	15
40 – 49	3	4
30 – 39	1	1
	120	

ในเมื่อ $\frac{N \times 1}{4} = \frac{120 \times 1}{4}$

$= 30$

$L = 59.5$; $\Sigma f = 15$

$f_Q = 21$; $I = 10$

$$Q_1 = 59.5 + \left(\frac{30 - 15}{21}\right) 10$$

$$= 59.5 + \frac{150}{21}$$

$$= 66.64$$

$$Q_3 = L + \left(\frac{\frac{N \times 3}{4} - \Sigma f}{f_Q}\right) I$$

ในเมื่อ $\frac{N \times 3}{4} = \frac{120 \times 3}{4} = 90$; $L = 79.5$; $\Sigma f = 79$; $f_Q = 32$

$$Q_3 = 79.5 + \left(\frac{90 - 79}{32}\right) 10$$

$$= 79.5 + \frac{110}{32} = 82.94$$

(ข)

$$Me = L + \left(\frac{\frac{N}{2} - \Sigma f}{f_m}\right) I$$

$\frac{N}{2} = \frac{120}{2}$; $L = 69.5$; $\Sigma f = 36$ $f_m = 43$

$= 60$

$$Me = 69.5 + \left(\frac{60 - 36}{43}\right) 10$$

$$= 69.5 + 5.58$$

$$= 75.08$$

(ค)

$$Mo = L + \left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2}\right) I$$

ในเมื่อ อันตรภาคที่มีความถี่มากที่สุด คือ อันตรภาค 70 – 79

$$L = 69.5 \; ; \; \Delta_1 = 43 - 21 = 22, \; \Delta_2 = 43 - 32 = 11$$

$$Mo = 69.5 + \left(\frac{22}{22 + 11}\right) 10$$

$$= 69.5 + \frac{20}{3}$$

$$= 76.17$$

(ง)

$$P_{30} = L + \left(\frac{\frac{N \times 30}{100} - \Sigma f}{f_p}\right) I$$

ในเมื่อ $\frac{N \times 30}{100} = \frac{120 \times 30}{100} = 36 \; ; \; L = 59.5 \; ; \; \Sigma f = 15 \; ; \; f_p = 21$

$$P_{30} = 59.5 + \left(\frac{36 - 15}{21}\right) 10$$

$$= 59.5 + \frac{210}{21}$$

$$= 69.5$$

ข้อสังเกต หากเราคำนวณหา $\frac{N \times r}{100}$ ได้เท่ากับความถี่สะสมของอันตรภาคชั้นใดอันตรภาคหนึ่งแล้ว ค่าของ P_r ก็จะมีค่าเท่ากับขอบเขตบนของอันตรภาคชั้นนั้น อย่างเช่น หากเราคำนวณหา $\frac{N \times r}{100}$ ได้เท่ากับ 36 ขอบเขตของชั้นนั้น คือ 69.5

$$P_{72} = L + \frac{\left(\frac{N \times 72}{100} - \Sigma f\right)}{f_p} I$$

ในเมื่อ $\frac{N \times 72}{100} = \frac{120 \times 72}{loo} = 86.4 \; ; \; \Sigma f = 79 \; ; \; L = 79.5$

$$f_p = 32$$

$$P_{72} = 79.5 + \left(\frac{86.4 - 79}{32}\right) 10$$

$$= 79.5 + 2.31$$

$$= 81.81$$

(ข) P_{30} เป็นค่าของคนที $\frac{N \times 30}{100} = 36$

P_{72} เป็นค่าของคนที่ $\frac{N \times 72}{100} = 86.4$

$\therefore$ จำนวนนักศึกษาที่อยู่ระหว่าง $P_{30} - P_{22} = 86.4 - 36 = 50.4 = 50$ คน

(ฉ)

$$r = \frac{f_p \left(\frac{X - L}{I}\right) + \Sigma f}{N} \times 100$$

ในเมื่อ $X = 81$; $L = 79.5$; $f_p = 32$; $\Sigma f = 79$

$$r = \frac{32\left(\frac{81 - 79.5}{120}\right) + 79}{120} \times 100$$

$$= 69.83 = 70$$

คำที่ควรจำ

มาตราวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลาง	มัชฌิมเรขาคณิต
มัชฌิมเลขคณิต	มัชฌิมฮาร์โมนิค
มัธยฐาน	มาตราวัดตำแหน่ง
ฐานนิยม	ควอไทล์
เดไซล์	เปอร์เซ็นต์ไทล์