

โดยที่	เกรด A ถือว่าได้	๔	แต้ม
	เกรด B ถือว่าได้	๓	แต้ม
	เกรด C ถือว่าได้	๒	แต้ม
	เกรด D ถือว่าได้	๑	แต้ม
	และเกรด F ไม่ได้แต้ม		

ดังนั้นผลการเรียนของนักศึกษาคนนี้จะได้เกรดดังนี้คือ

วิชาห้องสมุดเกรด	C
วิชากฎหมายเกรด	D
วิชารัฐศาสตร์เกรด	B
วิชาวิทยาศาสตร์เกรด	B

ดังนั้น เมื่อนำมาคิดเกรดเป็นคะแนนจะได้คะแนนดังนี้คือ

วิชาห้องสมุดได้เกรด C ซึ่งมี ๑ หน่วยกิตได้	$2 \times 1 = 2$	แต้ม
วิชากฎหมายได้เกรด D ซึ่งมี ๒ หน่วยกิตได้	$1 \times 2 = 2$	แต้ม
วิชารัฐศาสตร์ได้เกรด B ซึ่งมี ๓ หน่วยกิตได้	$3 \times 3 = 9$	แต้ม
วิชาวิทยาศาสตร์ได้เกรด B ซึ่งมี ๔ หน่วยกิตได้	$3 \times 4 = 12$	แต้ม

ดังนั้น นักศึกษาผู้นี้จะได้แต้มสะสม  $2+2+9+12 = 25$

แต้มเฉลี่ยของนักศึกษาจะเท่ากับ  $25/10 = 2.5$

หมายเหตุ ตัวหารคือเลข ๑๐ ได้มาจากผลรวมของจำนวนหน่วยกิตทั้งหมด

๘.

โรงงานแห่งหนึ่งมีคนงานได้รับค่าแรงงานวันละ 30 บาท อยู่ 60 คน และได้รับ  
ค่าแรงวันละ 40 บาท อยู่ 20 คน

ก. จงหารายได้เฉลี่ยของคนงานต่อวัน

ข. ถ้าคนงาน 60 คน มีรายได้เฉลี่ยวันละ 30 บาท ต่อคน และคนงาน

อีก 20 คน มีรายได้เฉลี่ยวันละ 40 บาท ต่อคน จงหาค่าแรงเฉลี่ย

ของคนงานแต่ละคนจะเป็นเท่าไร

ก. หารายได้เฉลี่ยของพนักงานต่อวัน

$$\begin{aligned} \text{พนักงานทั้งหมดมี 80 คนได้รับเงินรวมกัน} &= (30 \times 60) + (40 \times 20) \\ &= 1800 + 800 = 2600 \end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้นพนักงานจะได้รายได้เฉลี่ย } 2600/80 = 32,5 \quad \text{บาท/คน}$$

ข. ถ้าพนักงาน ๖๐ คน มีรายได้เฉลี่ยวันละ ๓๐ บาทต่อคน และพนักงาน อีก ๒๐ คน มีรายได้เฉลี่ยวันละ ๔๐ บาทต่อคน จงหาค่าแรงเฉลี่ยของพนักงานแต่ละคนว่าเป็นเท่าไร

$$\begin{aligned} \text{รายได้เฉลี่ยของพนักงาน ๘๐ คน} &= (60 \times 30) + (20 \times 40) \quad \text{บาท} \\ &= 2600 \quad \text{บาท} \end{aligned}$$

$$\text{รายได้เฉลี่ยของพนักงาน} = 2600/80 = 32,5$$

๘. จากโจทย์ในข้อ ๘. ให้หารายได้เฉลี่ย มีชยฐาน และฐานนิยมของเงินเดือนพนักงาน

รายได้เฉลี่ย คือ	32.5	บาท
มีชยฐาน คือ	30	บาท
ฐานนิยมคือ	30	บาท

๑๐. พนักงานของบริษัทสุรามหาชน มีรายได้เฉลี่ยคนละ ๓๐๐๐ บาท ต่อเดือน ต่อมาเนื่องจากการเปลี่ยนแปลงสภาวะทางเศรษฐกิจ ทำให้ค่าครองชีพสูงขึ้น ทางบริษัทได้พิจารณาจ่ายค่าครองชีพพนักงานอีกคนละ ๕๐๐ บาทต่อเดือน อยากทราบว่ารายได้เฉลี่ยต่อเดือนของพนักงานใหม่จะเป็นอย่างไร

$$\text{รายได้เฉลี่ยคนละ} \quad 3000 \quad \text{บาท}$$

$$\text{รายได้เพิ่มขึ้นอีกคนละ} \quad 500 \quad \text{บาท}$$

$$\text{ดังนั้นพนักงานจะได้รายได้ใหม่เป็น } 3000 + 500 = 3500$$

หมายเหตุ ให้ดูวิธีการคิดในข้อ ๔

๑๑. แม้ค้าได้ซื้อส้มมาขาย มีส้มอยู่ 3 ชนิด ชนิดราคา 8 บาท มี 30 กก. ชนิดราคา 10 บาท มี 20 กก. และชนิดราคา 12 บาท มี 10 กก. แม้ก้านำส้ม 3 ชนิด มาปนกัน แล้วนำไปขาย อยากทราบว่า ควรจะขายในราคา กก.ละเท่าไร จึงจะไม่ขาดทุน

ส้มชนิดราคา กก. ละ สบาทซื้อมาทั้งสิ้น ๓๐ กก. รวมราคา	240	บาท
กก. ละ ๑๐ บาทซื้อมาทั้งสิ้น ๒๐ กก. รวมราคา	200	บาท
กก. ละ ๑๒ บาทซื้อมาทั้งสิ้น ๑๐ กก. รวมราคา	120	บาท
ดังนั้นซื้อส้มมาทั้งสิ้น ๖๐ กก. ราคา	560	บาท
ดังนั้นราคาต้นทุน กก. ละ	$560/60 = 9.34$	บาท
ควรจะขายในราคา กก. ละ ไม่ต่ำกว่า	$9.34 \approx 9.50$	บาท จึงจะไม่ขาดทุน

๑๒. สมมุติว่าคุณเข้าไปในร้านค้าเพื่อซื้อเทอร์โมมิเตอร์ ซึ่งมีอยู่เป็นจำนวนมาก แต่ปรากฏว่าเทอร์โมมิเตอร์แต่ละอันวัดอุณหภูมิไม่ตรงกัน อยากทราบว่า คุณจะเลือกอย่างไรจึงจะได้เทอร์โมมิเตอร์ที่ดีที่สุด

เลือกเอาเทอร์โมมิเตอร์อันที่วัดค่าใกล้เคียงค่าเฉลี่ยที่สุด

๑๓. ความสูงของเด็กนักเรียน 10 คน วัดได้ดังนี้ 162, 160, 150, 175, 155, 164, 168, 159, 85 และ 175 เซนติเมตร

- จงหา Mean, Median และ Mode ในความสูงของเด็กนักเรียน
- จงเปรียบเทียบค่าตัวกลางที่วัดจากข้อ ก. มีข้อดี ข้อเสียอย่างไร

n. ข้อมูลคือ 162 160 150 175 155 164 168 159 85 175

$$\bar{X} = 162+160+\dots+175 = 1553/10 = 155.3$$

$$MD = \text{ข้อมูลอันดับที่ } \frac{10+1}{2} = 5.5 \quad \text{เมื่อนำข้อมูลมาเรียงลำดับกัน}$$

ข้อมูลที่เรียงลำดับ

85 150 155 159 160 162 164 168 175 175

ข้อมูลอันดับที่ 5.5 คือ  $(160+162)/2 = 161$

ฐานนิยมก็คือ 175 คะแนน

มัธยฐานก็คือ 161 คะแนน

ข. เปรียบเทียบข้อดีข้อเสียของ ค่าเฉลี่ย มัธยฐาน และฐานนิยม

จะเห็นว่าถ้าใช้ ค่าเฉลี่ย ซึ่งเท่ากับ ๑๕๕.๓ เป็นค่าตัวกลางของข้อมูลจะไม่ดีในแง่ที่ว่าในข้อมูลชุดนี้มีข้อมูลซึ่งแตกต่างไปจากข้อมูลทั่วไปอยู่ ๑ ค่า คือข้อมูลที่มีค่า ๘๕ เมื่อนำมาหาค่าเฉลี่ยจึงทำให้ค่าตัวกลางที่ได้เบี่ยงไปทางข้างน้อย ส่วนในกรณีที่ใช้ฐานนิยมเป็นตัวกลางจะเห็นว่า มีข้อเสียก็คือข้อมูลที่เป็นฐานนิยมจะแตกต่างไปจากกลุ่ม (แตกต่างในทางสูง) มากกว่าข้อมูลทั่วไป

ดังนั้น ในปัญหานี้ตัวกลางที่แสดงภาพของข้อมูลได้ดีที่สุดก็คือ การใช้มัธยฐานซึ่งมีค่าเท่ากับ ๑๖๑ เซนติเมตร

๑๔. จงสร้างตารางแจกแจงความถี่ของค่าแรงคนงานของโรงงานอุตสาหกรรมแห่งหนึ่ง

จำนวน 100 mu ได้รับค่าแรงเป็นสัปดาห์ โดยแต่ละคนได้รับค่าแรงแตกต่างกันดังนี้

490, 470, 510, 480, 500, 460, 530, 460, 450, 500,  
 500, 470, 560, 510, 460, 470, 540, 530, 480, 500,  
 490, 500, 510, 500, 600, 510, 460, 480, 520, 520,  
 460, 610, 520, 490, 500, 450, 470, 540, 510, 600,  
 560, 580, 520, 440, 490, 450, 510, 500, 400, 460,  
 540, 470, 500, 550, 550, 470, 480, 530, 500, 490,  
 450, 500, 500, 510, 470, 540, 430, 530, 550, 500,  
 530, 520, 520, 510, 470, 510, 480, 450, 440, 500,  
 520, 490, 510, 510, 470, 530, 490, 460, 610, 490,  
 520, 480, 390, 460, 520, 510, 570, 490, 450, 500

$$๑. \text{พิสัย} = 610 - 390 = 220$$

$$\begin{aligned} ๒. \text{จำนวนชั้นโดยประมาณ} &= 1 + 3.3 \log 100 \\ &= 1 + 3.3(2) \\ &= 7.6 = 8 \end{aligned}$$

$$๓. \text{อันตรภาคชั้น} = \text{พิสัย} / \text{จำนวนชั้น}$$

$$\begin{aligned} ๔. \text{จำนวนชั้นที่แท้จริง} &= (\text{พิสัย} / \text{อันตรภาคชั้น}) + 1 \\ &= (220 / 28) + 1 \\ &= 7.85 + 1 = 8.85 = 9 \\ &= 9 \quad \text{ชั้น} \end{aligned}$$

ชั้นที่	ข้อมูล	จุดกลางชั้น	รอยขีดคะแนน	ความถี่	ความถี่สะสม	$d_i$	$f_i d_i$
1	375.5-403.5	389.5		2	2	-4	-8
2	403.5-431.5	417.5		1	3	-3	-3
3	431.5-459.5	445.5		9	12	-2	-18
4	459.5-487.5	473.5		22	34	-1	-22
5	487.5-515.5	501.5		37	71	0	0
6	515.5-543.5	529.5		19	90	1	19
7	543.5-571.5	557.5		6	96	2	12
8	571.5-599.5	585.5		0	96	3	0
9	599.5-627.5	613.5		4	100	4	16
				100			2

๑๕. จากตารางแจกแจงความถี่ในข้อ ๑๔. จงคำนวณหา มัชยฐาน และฐานนิยมจากข้อมูล

$$\begin{aligned} \bar{X} &= a + i \frac{\sum f_i d_i}{N} \\ a &= 501.5, \quad N = 100 \quad i = 28 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{X} &= 501.5 + 28(2/100) \\ &= 502.06 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 MD &= L + \left( \frac{(N/2) - \sum f_i}{f_{Med}} \right) i \\
 &= 487.5 + \left( \frac{(100/2) - 34}{37} \right) 28 \\
 &= 487.5 + (16/37) 28 \\
 &= 499.6 \\
 Mo &= L + \left( \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \right) i \\
 &= 487.5 + \left( \frac{15}{15+18} \right) 28 \\
 &= 500.22
 \end{aligned}$$

๑๖. จากข้อมูลในข้อ 14 ให้หา Median และ Mode จากข้อมูลดิบ แล้วเปรียบเทียบค่ากับข้อ 15

ในทางปฏิบัติเราไม่นิยามหา มัชยฐานและฐานนิยม จากข้อมูลดิบที่มีจำนวนมาก เพราะเสียเวลาในการหา นักศึกษาจะหาได้โดยการพิจารณาจากข้อมูลดิบเลย ในที่นี้จะไม่ทำให้อึด

๑๗. นักวิจัยได้ศึกษาถึงความสัมพันธ์ระหว่างอายุกับผลงานที่ได้รับการยอมรับ และตีพิมพ์ออก-  
เผยแพร่ ของนักประพันธ์ จำนวน 241 คน ซึ่งแจกแจงเป็นตารางได้ดังนี้

ช่วงอายุ	จำนวนประชากร
20 - 30	20
30 - 40	73
40 - 50	80
50 - 60	44
60 - 70	22
70 - 80	2

จากตารางแจกแจงความถี่อายุของนักประพันธ์ จึงคำนวณหา ค่าเฉลี่ย มัชยฐาน และฐานนิยม

ช่วงอายุ	จำนวนประชากร	จุดกลางชั้น	ความถี่สะสม	$d_i$	$f_i d_i$
20-30	20	25	25	-2	-40
30-40	73	35	93	-1	-73
40-50	80	45	173	0	0
50-60	44	55	217	1	44
60-70	22	65	239	2	44
70-80	2	75	241	3	6
					19

$$\bar{X} = a + i \frac{\sum f_i d_i}{N}$$

$$a = 45 \quad i = 30 \quad N = 241 \quad \sum f_i d_i = 19$$

$$\begin{aligned} \bar{X} &= 45 + \frac{30(19)}{241} \\ &= 47,36 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} MD &= L + \left( \frac{(N/2) - \sum f_i}{f_{Med}} \right) i \\ &= 40 + \left( \frac{(241/2) - 93}{80} \right) 10 \\ &= 43.4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_o &= L + \left( \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \right) i \\ &= 40 + \left( \frac{7}{7+36} \right) 10 = 41,6 \end{aligned}$$

๑๘. ในการวัดน้ำหนักของนักศึกษาหญิงปีหนึ่ง ในมหาวิทยาลัยรามคำแหง จำนวน 100 คน  
วัดน้ำหนักแล้วนำมาแจกแจงเป็นตารางได้ดังนี้

ช่วงน้ำหนัก (กก.)	ความถี่
40 - 42	5
43 - 45	18
46 - 48	42
49 - 51	27
52 - 54	8
รวม	100

- ก. จงคำนวณหา Mean, Median และ Mode  
ข. ถ้านักศึกษาที่มีน้ำหนักเกิน Mean จถือว่าเป็นคนค่อนข้างอ้วน  
อยากรทราบว่าจะมีคนค่อนข้างอ้วนกี่เปอร์เซ็นต์

$$\text{ก. ค่าเฉลี่ย} = \frac{\sum_{i=1}^N f_i X_i}{N}$$

n = จำนวนชั้นเท่ากับ ๔ ชั้น

N = จำนวนข้อมูลทั้งหมดเท่ากับ

ช่วงน้ำหนัก กก.	ค่าจำกัดชั้นที่แท้จริง	ความถี่	ความถี่สะสม แบบนี้ต่ำกว่า	จุดกลางชั้น	$f_i X_i$
40-42	39.5-42.5	5	5	41	205
43-45	42.5-45.5	18	23	44	792
46-48	45.5-48.8	42	65	47	1974
49-51	48.5-51.5	27	92	50	1350
52-54	51.5-54.5	8	100	53	424
		100			4745



$$\begin{aligned}\bar{X} &= \frac{\sum_{i=1}^5 f_i X_i}{N} \\ &= (f_1 X_1 + f_2 X_2 + \dots + f_5 X_5) / 100 \\ &= (5(41) + 18(44) + \dots + 8(53)) / 100 \\ &= 47.5\end{aligned}$$

มัธยฐานคือข้อมูลที่อยู่ในอันดับที่  $\frac{N+1}{2} = \frac{100+1}{2} = 50.5$

ดังนั้น มัธยฐานจะอยู่ในชั้นที่มีขีดจำกัด = 46-48 (ดูจากตารางความถี่สะสม)

ข้อมูลแตกต่างกันอยู่ = 65-23 = 42 ตำแหน่ง

ค่าของข้อมูลแตกต่างกัน = 48.5-45.5 = 3 กก.

ถ้าตำแหน่งของข้อมูลแตกต่างกันอยู่ 50.5-23 = 27.5 ตำแหน่ง

ค่าของข้อมูลจะแตกต่างกัน =  $\frac{3 \times 27.5}{42} = 1.964 = 1.96$

∴ มัธยฐานจะเท่ากับ = 45.5 + 1.96 = 47.46

๑๘.

ในการสอบวิชาสถิติ 103 ซึ่งมีคะแนนเต็ม 100 คะแนน มีนักศึกษาลงทะเบียน

จำนวน 4,372 คน คะแนนสอบของนักศึกษานำมาแจกแจงเป็นตารางได้ดังนี้

ช่วงคะแนน	จำนวนคน
ต่ำกว่า 25	222
25 - 29	405
30 - 34	508
35 - 44	1,045
45 - 54	947
55 - 64	663
65 - 75	416
มากกว่า 75	166
รวม	4,372

ช่วงคะแนน	ขีดจำกัดชั้นที่แท้จริง	จำนวนคน ( $f_i$ )	จุดกลางชั้น ( $X_i$ )	$f_i X_i$
ต่ำกว่า 25	0-24.5	222	12	2664
25-29	24.5-29.5	405	27	10935
30-34	29.5-34.5	508	32	16256
35-44	34.5-44.5	1045	39.5	41277.5
45-54	44.5-54.5	947	49.5	46876.5
55-64	54.5-65.5	663	59.5	39448.5
65-75	64.5-75.5	416	70	29120
75	75.5-100.5 (100)	166	88	14608
		<b>4372</b>		<b>201185.5</b>

การหาค่าของคะแนนในแต่ละชั้น ไม่เท่ากัน ให้หาค่ามัธยฐาน เลขคณิตจากสูตร

$$\begin{aligned} \bar{X} &= \frac{\sum_{i=1}^N f_i X_i}{N} \\ &= 201185.5/4372 \\ &= 46.02 \end{aligned}$$

๒๑. เลขชุดหนึ่งประกอบด้วยเลข 2, 3, 6, 8 และ 10 จงหา

ก. พิสัย      ข. ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย      ค. ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

$$\begin{aligned} \text{ก. พิสัย} &= \text{ค่าของข้อมูลสูงสุด} - \text{ค่าของข้อมูลต่ำสุด} \\ &= 10 - 2 = 8 \end{aligned}$$

ข. ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย

$$\text{MD.} = \frac{\sum_{i=1}^N |X_i - \bar{X}|}{N}$$

$$\bar{X} = (2+3+6+8+10)/5 = 29/5$$

$$\begin{aligned} \text{MD.} &= (|2 - \frac{29}{5}| + |3 - \frac{29}{5}| + |6 - \frac{29}{5}| + |8 - \frac{29}{5}| + |10 - \frac{29}{5}|) / 5 \\ &= (|-19/5| + |-14/5| + |1/5| + |11/5| + |21/5|) / 5 \\ &= (19/5 + 14/5 + 1/5 + 11/5 + 21/5) / 5 = 66/5 \\ &= 2,64 \end{aligned}$$

ค. ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย

$$\text{SD.} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2}{N}}$$

$$\text{S.D.} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^5 (X_i - \bar{X})^2}{5}}$$

$$= \sqrt{\frac{(2 - 29/5)^2 + (3 - 29/5)^2 + \dots + (10 - 29/5)^2}{5}}$$

$$= \sqrt{\{(\frac{19}{5})^2 + (\frac{14}{5})^2 + (\frac{1}{5})^2 + (\frac{11}{5})^2 + (\frac{21}{5})^2\} / 5}$$

$$= \sqrt{8.96}$$

$$= 2.993$$

๒๒. จากชุดของข้อมูลตัว เลขในข้อ ๓ จงหา

	ก. พิสัย	ข. ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย	ค. ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
ข้อมูล	2	4	8
	16	32	128
	256	512	1024

ก. พิสัย = 1024 - 2

ข. ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย

$$MD. = \frac{\sum_{i=1}^{10} |X_i - \bar{X}|}{10}$$

$$\bar{X} = 204.6$$

$$MD. = \frac{2-204.6 + \dots + 1024-204.6}{10}$$

$$= (202.6+200.6+196.6+188.6+172.6+140.6+76.6+51.4+307.4+819.4)/10$$

$$= 235.64$$

$$SD. = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{10} (X_i - \bar{X})^2}{10}}$$

$$= \sqrt{\frac{202.6^2 + \dots + 819.4^2}{10}}$$

$$= 312.967$$

หมายเหตุ เวลาหาค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานออกมาจากการถอดรากที่สองนั้น เราจะใช้เฉพาะ

หาค่าที่เป็นบวก เท่านั้น ค่าที่เป็นลบเราไม่ใช้

๒๓. อายุของเด็กในข้อ ๒. จงหา

ก. ศลย      ข. ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย      ค. ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

นำข้อมูลมาจัดเรียงได้ดังนี้คือ

$X_i$	$f_i$	$ X_i - \bar{X} $	$f_i  X_i - \bar{X} $	$(X_i - \bar{X})^2$	$f_i (X_i - \bar{X})^2$
12	1	3.9	3.9	15.21	15.21
13	2	2.9	5.8	8.41	16.82
14	2	1.9	3.8	3.61	7.22
15	2	.9	1.8	.81	1.62
16	3	.1	.3	.01	0.03
17	2	1.1	2.2	1.21	2.42
18	1	2.1	2.1	4.41	4.41
19	2	3.1	6.2	9.61	19.22
20	1	4.1	4.1	16.81	16.81
	16		30.2		83.76

$$\text{ก. ศลย} = \frac{20-12}{9} = 8$$

$$\text{ข. MD.} = \frac{\sum f_i |X_i - \bar{X}|}{16}$$

$$\bar{X} = 15.875 = 15.9$$

$$\text{MD.} = \frac{30.2}{16} = 1.8875 = 1.89$$

$$\text{ค. SD.} = \sqrt{\frac{\sum f_i (X_i - \bar{X})^2}{N}}$$

$$= \sqrt{\frac{83.76}{16}} = 5.23$$

๒๔ ผลการสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนสิบคน มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับศูนย์ หมายความว่าอย่างไร

ในกรณีนี้ที่ M.D. = 0 หมายความว่า M.D. =  $\frac{\sum |X_i - \bar{X}|}{N} = 0$

นั่นก็คือข้อมูลทุกค่าคือ  $X_1, X_2, \dots, X_N$  จะมีค่าเท่ากับค่าเฉลี่ย ( $\bar{X}$ )

ตัวอย่างเช่น ข้อมูลชุดหนึ่งก็คือ 3, 3, 3, 3, 3

$$\bar{X} = 3$$

$$M.D. = \frac{|3-3| + |3-3| + \dots + |3-3|}{5} = 0$$

๒๕. ผลการสอบของนักศึกษาจำนวน 103 คน นำมาแจกแจงเป็นตารางความถี่ได้ดังนี้

ช่วงคะแนน	ความถี่ (คน)
96 - 100	23
91 - 95	19
86 - 90	11
81 - 85	6
76 - 80	15
71 - 75	22
66 - 70	7
รวม	103 คน

จงหาส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย, ส่วนเบี่ยงเบนควอไทล์ และ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

ช่วงคะแนน	ช่วงคะแนน ที่แท้จริง	ความถี่	$X_i$	$d_i$	$d_i^2$	$f_i d_i$	$ X_i - \bar{X} $	$f_i  X_i - \bar{X} $	ความถี่สะสม แบบนี้เรียกว่า	$f_i d_i^2$
96-100	95.5-100.5	23	98	0	0	0	13.2	303.6	103	0
91-95	90.5-95.5	19	$f_3$ 93	-1	1	-19	8.2	155.8	80	19
86-90	85.5-90.5	11	88	-2	4	-22	3.2	35.2	61	44
81-85	80.5-85.5	6	83	-3	9	-18	1.8	10.8	50	54
76-80	75.5-80.5	15	78	-4	16	-60	6.8	102	44	240
71-75	70.5-75.5	22	$f_1$ 73	-5	25	110	11.8	259.6	29	550
66-70	65.5-70.5	7	68	-6	36	-42	16.8	117.6	7	252

$$\bar{X} = a + \frac{\sum_{i=1}^n f_i d_i}{N}$$

กรณีใช้สูตรวิธีลัดในการหา  $\bar{X}$  ได้ทั้งเพราะค่าของอัตราภาคชั้น (i) เท่ากับทุกชั้น

เลือก  $a =$  จุดกลางชั้นที่มีความถี่สูงสุด  
 $= (96+100)/2 = 98$

หรือจะคิดจากค่าจำกัดชั้นที่แท้จริงก็ได้ดังนี้

$$a = (95.5+100.5)/2 = 98$$

$$i = 100.5 - 95.5 = 5$$

$$\bar{X} = 98 + 5(-271)/103 = 84.8$$

$$M.D. = \frac{\sum f_i |X_i - \bar{X}|}{N} = \frac{984.6}{103} = 9.559$$

$$= 9.56$$

ข. ส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์

$$Q.D. = (Q_3 - Q_1)/2$$

$$Q_1 = L_1 + \left(\frac{N}{4} - (\sum f)_1 / f_1\right) i$$

$$\text{จำนวนข้อมูลในชั้นที่ } Q_1 \text{ คือ } \frac{N}{4} = \frac{103}{4} = 25.75$$

$$i = 5$$

$$Q_1 = 70.5 + ((25.75-7)/22)5 = 74.76$$

$$\frac{3N}{4} = 103/4 \times 3 = 77.25$$

$$Q_3 = L_3 + ((\frac{3N}{4} - (\sum f)_3)/f_3)i$$

$$Q_3 = 90.5 + ((77.25-61)/19)5$$

$$= 94.778$$

$$= 94.78$$

$$Q.D. = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

$$= \frac{94.78 - 74.75}{2} = 8.765$$

ค. ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

$$S.D. = 5 \sqrt{\frac{f_1 d_1^2}{N} - \left(\frac{f_1 d_1}{N}\right)^2}$$

$$= 5 \sqrt{\frac{1159}{103} - \left(-\frac{271}{103}\right)^2}$$

$$= 5 \sqrt{11.25 - 6.92}$$

$$= 10.40$$

๒๖. ในการหาความสัมพันธ์ระหว่างอายุ กับผลงานของนักประพันธ์ซึ่งได้แจกแจงในข้อ ๑๗. จงหา ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานและส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์

ก. ส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์



ช่วงอายุ	จำนวนประชากร	ความถี่สะสม	$d_i$	$d_i^2$	$f_i d_i$	$f_i d_i^2$
20-30	20	20	-2	4	-40	80
30-40	73 $f_1$	93	-1	1	-73	93
40-50	80	173	0	0	0	0
50-60	44 $f_3$	217 **	1	1	44	44
60-70	22	239	2	4	44	88
70-80	2	241	3	9	6	6
	241				-19	311

$$Q.D. = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

$$Q_1 = L_1 + \left( \left( \frac{N}{4} - (\Sigma f)_1 \right) / f_1 \right) i$$

$$Q_1 = \frac{N}{4} = 60,25$$

$$Q_1 = 30 + \left( \frac{60,25 - (20)}{73} \right) 10$$

$$= 35.51$$

$$Q_3 = \frac{3N}{4} = 180.75$$

$$Q_3 = L_3 + \left( \left( \frac{3N}{4} - (\Sigma f)_3 \right) / f_3 \right) i$$

$$= 50 + \left( \frac{180.75 - 173}{44} \right) 10$$

$$= 51.76$$

$$\begin{aligned}
 Q.D. &= i \sqrt{\frac{\sum f_i d_i^2}{N} - \left(\frac{\sum f_i d_i}{N}\right)^2} \\
 &= 10 \sqrt{\frac{311}{241} - \left(-\frac{19}{241}\right)^2} \\
 &= 10 \sqrt{1,290 - ,0062} \\
 &= 11,33
 \end{aligned}$$

๒๗. จากตารางการแจกแจงน้ำหนักของนักศึกษาหญิงในตัวอย่างข้อ 18 จงหาส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

ช่วงน้ำหนัก(กก.)	ค่าขอบเขตชั้น ที่แท้จริง	f	d	fd	d <sup>2</sup>	fd <sup>2</sup>	Xi	Xi- $\bar{X}$	f Xi- $\bar{X}$
40-42	39.5-42.5	5	-2	-10	4	20	41	6.45	32.25
43-45	42.5-45.5	18	-1	-18	1	18	44	3.45	62.1
46-48	45.5-48.5	42	0	0	0	0	47	.45	18.9
49-51	48.5-51.5	27	1	27	1	27	50	2,55	29.55
52-54	51.5-54.5	16	2	16	4	32	53	5,55	44,44
		100	15			97			187.2

$$\begin{aligned}
 \bar{X} &= a + i \frac{\sum fd}{N} \\
 &= 47 + \frac{3(15)}{100} = 47,45 \\
 M.D. &= \frac{\sum f|X_i - \bar{X}|}{N} \\
 &= 1.872 \\
 S.D. &= i \sqrt{\frac{\sum fd^2}{N} - \left(\frac{\sum fd}{N}\right)^2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{S.D.} &= 3\sqrt{\frac{97}{100} - \left(\frac{15}{100}\right)^2} \\ &\approx 3\sqrt{0.97 - .0225} \end{aligned}$$

2.92

๒๘. ในการสอบเก็บคะแนนวิชาคณิตศาสตร์สองครั้ง มีนักศึกษาสอบได้ดังนี้

ช่วงคะแนน	ทดสอบครั้งที่ 1 ความถี่ (คน)	ทดสอบครั้งที่ 2 ความถี่ (คน)
30 - 39	1	
40 - 49	4	2
50 - 59	10	11
60 - 69	22	38
70 - 79	45	52
80 - 89	30	17
90 - 100	8	0

จงหาค่าเฉลี่ย และ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนในการสอบแต่ละครั้ง

แนวคิด เนื่องจากช่วง คะแนนในชั้นสุดท้ายมีอัตราภาคชั้นไม่เท่ากันกับชั้นอื่น ดังนั้นการคำนวณ

หาค่า  $\bar{X}$  และ S.D. จึงใช้สูตรวิธีสัดไม่ได้

ช่วงคะแนน	ค่าขอบเขตชั้นที่แท้จริง	การสอบ ครั้งที่ ๑	จุดกลางชั้น $X_i$	$f_i X_i$	$(X_i - \bar{X})^2$	$f_i (X_i - \bar{X})^2$
30-39	29.5-39.5	1	34.5	34.5	1523.34	1523.34
40-49	39.5-49.5	4	44.5	178	29.03	842.74
50-59	49.5-59.5	10	54.5	545	19.03	190.3
60-69	59.5-69.5	22	64.5	1419	81.54	1793.88
70-79	69.5-79.5	45	74.5	3352.5	.94	42.3
80-89	79.5-89.5	30	84.5	2535	120.34	3610.2
90-100	89.5-100.5	8	95	760	460.96	43791.285
		120		8824		51794.045

$$\begin{aligned}\bar{X} &= \frac{\sum fX}{N} \\ &= \frac{8824}{120} = 73.53\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{S.D.} &= \sqrt{\frac{\sum f(X_i - \bar{X})^2}{N}} \\ &= \sqrt{\frac{51794.045}{120}} \\ &= 20,775\end{aligned}$$

ช่วงคะแนน	ค่าขอบเขต ชั้นที่แท้จริง	การสอบ ครั้งที่ $f_i$	จุดกลางชั้น $X_i$	$f_i X_i$	$(X_i - \bar{X})^2$	$f_i (X_i - \bar{X})^2$
30-39	29.5-39.5	0	34.5	0	1290.25	0
40-49	39.5-49.5	2	44.5	89	671.85	1343.7
50-59	49.5-59.5	11	4.5	599,5	253.45	2787.95
60-69	60.5-69.5	38	64.5	2451	35.05	1331.76
70-79	69.5-79,5	52	74.5	3874	16.64	865.61
80-89	79.5-89,5	17	84.5	1436,5	198.25	3370.19
90-100	89.5-100.5	0	95	0	604,18	0
		120		8450		9699.21

$$\begin{aligned}\bar{X} &= \frac{\sum f_i X_i}{N} \\ &= \frac{8450}{120} = 70.42\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{S.D.} &= \sqrt{\frac{\sum f_i (X_i - \bar{X})^2}{N}} \\ &= \sqrt{\frac{9699,21}{120}} = 8,99\end{aligned}$$

๓๐. ศัพท์คืออะไร หาได้อย่างไร มีประโยชน์อย่างไร

ศัพท์( คือมาตรการวัดการกระจายของข้อมูล หาได้โดยการใช้ค่าของข้อมูลสูงสุด หักด้วยค่าของข้อมูลที่ต่ำที่สุด

๓๑. เลขชุดหนึ่งประกอบด้วยเลข ๓,๕,๖,๖,๗,๑๐ และ ๑๒ จงหา  $P_{50}, Q_2, D_5$

ข้อมูลประกอบด้วย 3,5,6,6,7,10,12

$P_{50}$  คือ 6

$Q_2$  คือ 6

$D_5$  คือ 6

๓๒. จากผลการวัด I.Q ของนักเรียนในข้อ ๕ จงหา  $P_{75}$  และ  $Q_3$

ข้อมูลประกอบด้วย

67 72 77 78 81 83 85 88 91 94 96 97 99 100 102 105 108 113 114 119 126

จำนวนข้อมูล

1 1 1 1 1 2 1 4 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1

จำนวนข้อมูลทั้งหมด 25

$$P_{75} = Q_3$$

จำนวนข้อมูลที่อยู่มากกว่า  $P_{75}$  คือ  $\frac{3 \times 25}{4} = 18.75 = 19$

$$P_{75} = Q_3 = 102$$

๓๕. จงหา  $P_{10}$  และ  $D_1$  ของอายุเด็กในข้อ ๒

ข้อมูล 12 13 14 15 16 17 18 19 20

จำนวนข้อมูล 1 2 2 2 3 2 1 2 1 N = 16

ความถี่สะสม 1 3 5 7 10 12 13 15 16

$$P_{10} = D_1 = \text{อันดับของอายุที่มีความถี่สะสมน้อยกว่า } \frac{16}{10} = 1.6 \quad (\text{จำนวน}$$

ข้อมูลน้อยกว่าอันดับนั้นอยู่ 1.6 จำนวน) ประมาณ 13

๓๔. ค่าใช้จ่ายต่อสัปดาห์ของนักศึกษาในมหาวิทยาลัยแห่งหนึ่ง สุ่มตัวอย่างขึ้นมา ๒๕ คนนำมา

แจกแจงได้ตารางข้างล่างนี้ให้หา  $P_{25}$ ,  $D_2$  และ  $Q_3$

ช่วงค่าใช้จ่าย (u-m)	ความถี่
0 - 99.99	1
100.00 - 199.99	5
200.00 - 299.99	10
300.00 - 399.99	6
400.00 - 499.99	3
<b>รวม</b>	<b>25</b>

ช่วงค่าใช้จ่าย(บาท)      ค่าจำกัดชั้น      ความถี่      ความถี่สะสม  
ที่แท้จริง

0-99.99	0-99.995	1	1
100.00-199.99	99.995-199.995	5	6
200.00-299.99	199.995-299.995	10	16
300.00-399.99	299.995-399.995	6	22
400.00-499.99	399.995-499.995	3	25

25

$$P_{25} \text{ คือลำดับที่มีความถี่สะสมของข้อมูลน้อยกว่า } 25\% = \frac{25 \times 25}{100} = 6.25$$

ดังนั้น  $P_{25}$  จะตกอยู่ในชั้นที่ช่วงค่าใช้จ่าย 199.995-299.995

ถ้าความแตกต่างของข้อมูล = 299.995-199.995 จะมีจำนวนข้อมูลสะสมแตกต่างกันอยู่ 10

ดังนั้นถ้าจำนวนข้อมูล 10 จะสะสมอยู่ในชั้นที่มีช่วงข้อมูลแตกต่างกัน 100

$$\text{ถ้าจำนวนข้อมูล 2.5 จะสะสมอยู่ในชั้นที่มีช่วงคะแนนแตกต่างกัน} \quad \frac{100 \times 2.5}{10} = 2.5$$

$$\text{ดังนั้น } P_{25} = 199.995 + 2.5 = 202.495$$

เราอาจใช้สูตรที่เคยใช้ได้ดังนี้  $P_{25} = L + \frac{(N \times 25)/100 - f_j}{f} i$

โดยที่

L =	ขีดจำกัดของชั้นที่มี $P_{25}$ อยู่
N =	จำนวนข้อมูลทั้งหมด
$\Sigma f_i$ =	ความถี่สะสมของชั้นที่ต่ำกว่าชั้นที่มี $P_{25}$ อยู่
f =	ความถี่ของชั้นที่มี $P_{25}$ อยู่
i =	อัตราภาคชั้นของชั้นที่มี $P_{25}$ อยู่

สูตรนี้สามารถยึดหยุ่นไปใช้กับการหาค่าของเปอร์เซนต์ไทล์ ควอร์ไทล์ และเดทิลได้เพียงแต่เปลี่ยนค่าของ L,  $\Sigma f_i$ , f ให้เป็นไปตามเงื่อนไขที่ต้องการเท่านั้น

$$\begin{aligned} \text{เมื่อใช้สูตร} \quad P_{25} &= 199.995 + \frac{\left(\frac{25 \times 25}{100} - 6\right)}{10} \times 10 \\ &= 199.995 + (.25) = 202.495 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D_2 = P_{20} &= \text{จำนวนข้อมูลสะสมอย่างน้อยกว่า} \quad \frac{N \times 20}{100} = \frac{25 \times 20}{100} = 5 \\ \therefore D_2 &= 99.995 + \frac{\left(\frac{25}{100} \times 20 - 1\right)}{5} \times 10 \\ D_2 &= 99.995 + 4 = 103.995 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q_3 = P_{75} &= \text{จำนวนข้อมูลสะสมอย่างน้อยกว่า} \quad \frac{N \times 75}{100} = \frac{25 \times 75}{100} = 18.75 \\ Q_3 &= 29.995 + \frac{\left(\frac{25 \times 75}{100} - 16\right)}{6} \times 10 \\ &= 304.58 \end{aligned}$$

๓๕. จากคะแนนสอบวิชาสถิติของนักศึกษาในข้อ ๑๔ จงหาว่า  $D_6$  ตรงกับคนสอบลำดับที่เท่าไร ได้คะแนนเท่าไร และ  $Q_3$  ตรงกับคนสอบลำดับที่เท่าไร ได้คะแนนเท่าไร

ช่วงคะแนน	จำนวนคน	ค่าจำกัดชั้นที่แท้จริง	ความถี่สะสม
ต่ำกว่า 25	222	ต่ำกว่า 25	222
25-29	405	25.5-29.5	627
30-34	508	29.5-34.5	1135
35-44	1045	34.5-44.5	2180
45-54	947	44.5-54.5	3127
55-64	663	54.5-64.5	3790
65-75	416	64.5-75.5	4206
มากกว่า 75	166	มากกว่า 75.5	4372
			4372

$$D_6 = P_{60} = \text{จำนวนข้อมูลน้อยกว่า}$$

$$= \frac{N \times 60}{100} = \frac{4372 \times 60}{100}$$

$$= 2623.2$$

$$D_6 = 44.5 + \left( \frac{4372 \times 60}{100} - 2180 \right) \frac{10}{947}$$

$$= 44.5 + 4.68 = 49.18 = 49$$

$$D_6 \text{ ตรงกับคนที่สอบได้คะแนน} = 49$$

$$Q_3 = P_{75} = \text{จำนวนข้อมูลน้อยกว่า}$$

$$= \frac{N \times 75}{100} = \frac{4372 \times 75}{100} = 3279$$

$$Q_3 = 54.5 + \left( \frac{4372 \times 75}{100} - 3127 \right) \frac{10}{663}$$

$$= 54.5 + 2.29 = 56.79 = 57$$

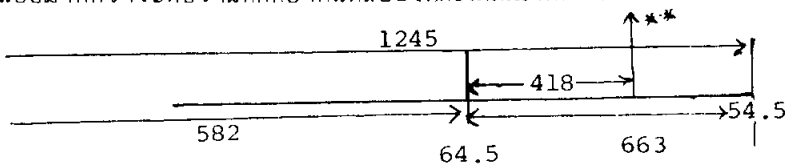
$$Q_3 \text{ ตรงกับคนที่สอบได้คะแนน} = 57$$



๓๖. ในการสอบวิชาสถิติของนักศึกษาในข้อ ๑๔ ถ้ากำหนดให้นักศึกษาที่สอบได้คะแนนสูงสุดเรียงลำดับลงมาถึงลำดับที่ ๑,๐๐๐ สอบได้ นอกนั้นสอบตก อยากทราบว่า คนที่สอบได้คนสุดท้ายได้คะแนนเท่าไร พิจารณาโดยประมาณ

ช่วงคะแนน	จำนวนคน	ค่าจำกัดชั้นที่แท้จริง	ความถี่สะสมแบบมากกว่า
ต่ำกว่า 25	222	ต่ำกว่า 25	4372
25-29	405	25.5-29.5	4150
30-34	508	29.5-34.5	3745
35-44	1045	34.5-44.5	3237
45-54	947	44.5-54.5	2192
55-64	663	54.5-64.5	1245
65-75	416	64.5-75.5	582
มากกว่า 75	166	มากกว่า 75	166
รวม	4372		

ปัญหานี้เราจะต้องสร้างตารางความถี่สะสมแบบมากกว่า ทั้งนี้เพราะโจทย์กำหนดให้ เรียงลำดับตั้งแต่คนที่สอบได้คะแนนสูงสุดจนถึงคนที่จะได้ลำดับที่ ๑๐๐๐ จึงจะสอบได้ พิจารณาจากตารางความถี่สะสมแบบมากกว่าจะพบว่านักศึกษาคนที่สอบได้คะแนนมากกว่า ๕๕ คะแนนขึ้นไปจะมีจำนวน ๑๒๔๕ คน



ใช้วิธีการเทียบปัญหุ่ใดรายงาค์ เพื่อหาว่า ตำแหน่งคะแนนที่เท่าไรที่จะมีนักศึกษาได้คะแนนมากกว่าตำแหน่งนี้อยู่ ๑๐๐๐ คน

\* พิจารณาจากรูปประกอบ (ต้องการถึงลำดับที่ ๑๐๐๐ ดังนั้นต้องเพิ่มข้อมูล  $1000 - 582 = 418$  )

คะแนนต่างกัน 10 คะแนน มีจำนวนข้อมูลอยู่ 663 คน

หรือมีจำนวนข้อมูลอยู่ 663 คน ในเมื่อช่วงคะแนนห่างกัน 10 คะแนน

จำนวนข้อมูลอยู่ 418 คน ใน เมื่อช่วงคะแนนห่างกัน  $\frac{10 \times 418}{663} = 6.3$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้นคนที่สอบได้ต่ำกว่า 1000 จะได้คะแนน} &= 54.5 + 6.3 = 60.8 = 61 && \text{คะแนน} \\ \text{คนที่สอบได้คนสุดท้ายจะได้คะแนน} &= 61 && \text{คะแนน} \end{aligned}$$

- คค. โรงพยาบาลแห่งหนึ่งได้บันทึกข้อมูลเกี่ยวกับคนไข้โรคมะเร็งที่มารับการรักษารอบ 5 ปี แต่ละปีมีคนไข้ดังนี้

ปี พ.ศ.	จำนวนคนไข้
2516	52
2517	56
2518	65
2519	79
2520	94

- ก. จงหาอัตราส่วนของคนไข้ในปีต่าง ๆ เมื่อเทียบกับปี 2516

- ข. จงหาอัตราส่วนของคนไข้ในปีต่าง ๆ เมื่อเทียบกับปีที่แล้วมา

ปี พ.ศ.	จำนวนคนไข้	อัตราคนไข้เมื่อเทียบกับปี ๒๕๑๖	อัตราส่วนคนไข้ในปีต่างๆ เมื่อเทียบกับปีที่แล้วมา
2516	52		1
2517	56	1.07	1.07
2518	65	1.25	1.25
2519	79	1.51	1.16
2520	94	1.80	1.18
<b>รวม</b>	<b>346</b>		

๓๘. จำนวนคนไข้โรคมะเร็งในข้อ ๓๗. อัตราส่วนที่ได้คิดเป็น เปอร์เซนต์เท่าไร

ปีพ.ศ.	จำนวนคนไข้	อัตราส่วนคนไข้เมื่อเทียบกับปี ๒๕๑๖ (%)	อัตราส่วนคนไข้เมื่อเทียบกับปีที่แล้ว (%)
2516	52	-	-
2517	56	107.69	107.69
2518	65	125.00	116.07
2519	79	151.92	121.54
2520	94	180.77	118.99

๓๙. จงหาอัตราเงินเดือนขั้นสุดท้ายของนายขาว นายเขียว นายดำ และนายแดง ซึ่งทางบริษัท ประสพภาวะขาดทุน เพื่อให้บริษัทอยู่รอดได้ ทางบริษัทจึงขอลดเงินเดือนคนงานทุกคน 20% ของเงินเดือน ต่อมาทางบริษัทมีฐานะการเงินดีขึ้น จึงขึ้นเงินเดือนให้พนักงานทุกคน คนละ 20% ของเงินเดือนที่ได้รับ

พนักงาน	อัตราเงินเดือน
นายขาว	5,000
นายเขียว	4,500
นายดำ	3,000
นายแดง	2,500

พนักงาน	อัตราเงินเดือน	ครั้งที่ลดเงินเดือน 90%	เงินเดือนครั้งสุดท้าย เมื่อเพิ่ม 20%
นายขาว	5000	4000	4800
นายเขียว	4500	3600	4320
นายดำ	3000	2400	2880
นายแดง	2500	2000	2400

การลดเงินเดือน 20% (ครั้งที่ 1)

ถ้าเงินเดือน 100 บาท ถูกลด 20% จะเหลือเงินเดือน 80 บาท

นายขาวเงินเดือน 5000 บาทถูกลด 20% จะเหลือเงินเดือน  $\frac{80 \times 5000}{100} = 4000$  บาท

การคิดเงินเดือนของ นายเขียว นายดำ และนายแดง ก็มีหลักการเช่นเดียวกัน

การเพิ่มเงินเดือน 20% (ครั้งที่ 2)

ถ้าเงินเดือนเดิม 100 บาท จะได้เพิ่ม 20 บาท ดังนั้นเงินที่ได้รับ 120 บาท

นายขาวเงินเดือนเดิม 4000 บาทจะได้เพิ่ม 20% เงินที่ได้รับคือ  $\frac{120 \times 4000}{100} = 4800$  บาท

การคิดเงินเดือนของ นายเขียว นายดำ และนายแดง ก็มีหลักการเช่นเดียวกัน

40. จากข้อ 39. ถ้าจะให้เงินเดือนของนายขาว นายดำ และนายแดง เท่าเดิมทำ บริษัทจะต้องเพิ่มเงินเดือนให้เขาแต่ละคน คนละกี่เปอร์เซ็นต์

ถ้าจะให้เงินเดือนนายขาวเท่าเดิม จะต้องเพิ่มให้เขา 1000 บาท

หรือเงินเดือน 4000 บาทเพิ่มให้ 1000 บาท

เงินเดือน 100 บาทเพิ่มให้  $\frac{1000 \times 100}{4000} = 25\%$

ถ้าเพิ่มให้นายเขียวเท่าเดิมจะต้องเพิ่มให้เขามาก 900 บาท

เงินเดือน 3600 บาทเพิ่มให้อีก 900 บาท

เงินเดือน 100 บาทเพิ่มให้อีก  $\frac{900 \times 100}{3600} = 25\%$  บาท

$$\text{ในทำนองเดียวกันจะต้องเพิ่มให้นายดำ} = \frac{600 \times 100}{2400} = 25 \%$$

$$\text{และจะต้องเพิ่มให้นายแดง} = \frac{500 \times 100}{2000} = 25 \%$$

ดังนั้นบริษัทจะต้องเพิ่มเงินเดือนให้กับพนักงานคนละ ๒๕% ทุกคนจึงจะทำให้เงินเดือนเท่ากับที่  
ครั้งแรกที่ได้รับก่อนถูกลดเงินเดือน

-----