บทที่ 1
เซตและระบบจำนวนจริง

1.1 เซต

1.1.1 บทนำ

เราใช้คำหลายคำบ่งถึงกลุ่มของสิ่งต่าง ๆ เช่น ฝูง โขลง ชุด หมู่ คณะ เป็นต้น ในทางคณิตศาสตร์เมื่อกล่าวถึงกลุ่มของสิ่งต่าง ๆ จะใช้คำว่า "เซต" เช่น

เซตของวันในหนึ่งสัปดาห์

เซตของพยัญชนะในภาษาไทย

เซตของพยัญชนะที่อยู่ในคำ "มนุษยศาสตร์"

เซตของจำนวนเต็มบวกที่น้อยกว่า 6

การรวบรวมคนฉลาดที่สุดในโลก 10 คน ไม่จัดว่าเป็นเซตเพราะไม่สามารถระบุได้ชัดเจนว่าคนฉลาดที่สุดในโลก 10 คน คือใครบ้าง

โดยทั่วไปนิยมใช้ตัวอักษรภาษาอังกฤษตัวพิมพ์ใหญ่ A, B, C,... แทนเซต สิ่งของหรือตัวเลขที่ประกอบกันขึ้นเป็นเซตจะเรียกว่า **สมาชิก** ของเซตนั้น และมักเขียนแทนด้วยตัวอักษรภาษาอังกฤษตัวพิมพ์เล็ก เช่น a, b, c,... เป็นต้น

ใช้สัญลักษณ์ "$\in$" แทนคำว่า **เป็นสมาชิกของ** เช่น

x เป็นสมาชิกของเซต A เขียนแทนด้วย $x \in A$ ซึ่งอ่านว่า x เป็นสมาชิกของเซต A หรือ x อยู่ใน A

และใช้สัญลักษณ์ "$\notin$" แทนคำว่า **ไม่เป็นสมาชิกของ** เช่น

x ไม่เป็นสมาชิกของเซต A เขียนแทนด้วย $x \notin A$ ซึ่งอ่านว่า x ไม่เป็นสมาชิกของเซต A หรือ x ไม่อยู่ใน A

1.1.2 การกำหนดเซต

การเขียนเพื่อบอกหรืออธิบายว่าเซตนั้น ๆ ประกอบด้วยสมาชิกอะไรบ้าง มีวิธีเขียนได้ 2 วิธี คือ

1) โดยวิธีแจกแจงสมาชิก วิธีแจกแจงสมาชิกเป็นวิธีเขียนเซตแบบง่าย ๆ คือ เขียนสมาชิกทุกสมาชิกของเซตนั้นลงในเครื่องหมายวงเล็บปีกกา "{ }" และใช้เครื่องหมายจุลภาค "," คั่นระหว่างสมาชิกแต่ละตัว เช่น

ถ้าให้ A แทนเซตของแม่สี เขียนเซต A แบบแจกแจงสมาชิกได้ดังนี้

A = {สีน้ำเงิน, สีแดง, สีเหลือง}

อ่านว่า A เป็นเซตซึ่งประกอบด้วย สีน้ำเงิน สีแดง และสีเหลือง

ถ้าให้ B เป็นเซตซึ่งประกอบด้วย 2,4,6,8,10 เขียนเซต B แบบแจกแจงสมาชิกได้ดังนี้

B = {2,4,6,8,10}

กรณีที่เซตมีสมาชิกมาก ๆ ไม่จำเป็นต้องแจกแจงสมาชิกทุกตัว อาจละสมาชิกบางตัวไว้ในฐานที่เข้าใจได้ ในการเขียนจะเขียนแจกแจงเฉพาะสมาชิกตัวแรก ๆ เท่านั้นแล้วต่อท้ายด้วยเครื่องหมาย "..." เพื่อแสดงว่ามีสมาชิกตัวอื่น ๆ อยู่ด้วย และถ้าทราบสมาชิกตัวสุดท้ายต้องเขียนสมาชิกตัวสุดท้ายนั้นต่อจากเครื่องหมาย "..." ด้วยเช่น

ถ้ากำหนดให้เซต N ประกอบด้วยจำนวนเต็มบวกตั้งแต่ 1 ขึ้นไป

เช่นนี้จะไม่สามารถแจกแจงสมาชิกทั้งหมดได้ และไม่อาจบอกได้ว่าสมาชิกตัวสุดท้ายคืออะไร จึงเขียนแทนเซต N ดังนี้

N = {1,2,3,...}

ถ้ากำหนดให้เซต O ประกอบด้วยจำนวนเต็มบวกที่เป็นเลขคี่ ตั้งแต่ 1 ถึง 99 ซึ่งไม่นิยมแจกแจงสมาชิกทั้งหมดของเซต เพราะมีสมาชิกจำนวนมากแต่ทราบว่าสมาชิกตัวสุดท้ายคือ 99 ดังนั้น

O = {1,3,5,...,99}

หมายเหตุ การใช้เครื่องหมาย "..." ให้ใช้เฉพาะกรณีที่ทราบว่าสมาชิกตัวต่อไปคืออะไรเท่านั้น

กรณีที่สมาชิกของเซตซ้ำกันจะเขียนสมาชิกที่ซ้ำเพียงครั้งเดียวเท่านั้น เช่นถ้าเซต A ประกอบด้วยด้วยสมาชิก คือ 1,2,4,2,4,4,1,7 จะเขียนเซต A ดังนี้

$A = \{1,2,4,7\}$

นอกจากนี้ การเรียงสลับที่ของสมาชิกในเซตเดียวกัน ความหมายของเซตนั้นก็ยังคงเหมือนเดิม นั่นคือ

$\{2,3,6,8\}$ เหมือนกับ $\{4,2,8,6\}$

2) **โดยวิธีบอกเงื่อนไขของการเป็นสมาชิกในเซต** วิธีบอกเงื่อนไขของการเป็นสมาชิกในเซตเป็นวิธีที่เขียนวงเล็บปีกกาแทนเซต และใช้ตัวอักษร a, b, c,.... ตัวใดตัวหนึ่งเพียงตัวเดียวแทนสมาชิกทุกตัว และตามด้วยข้อความที่บรรยายคุณสมบัติของสมาชิกในเซตนั้น เช่น

ถ้า A = {อาทิตย์, จันทร์, อังคาร, พุธ, พฤหัสบดี, ศุกร์, เสาร์}

เราสามารถเขียนเซต A โดยวิธีบอกเงื่อนไขได้ดังนี้

A = {a | a เป็นชื่อวันในหนึ่งสัปดาห์}

อ่านว่า A เป็นเซตที่ประกอบด้วยสมาชิก a โดยที่ a เป็นชื่อวันในหนึ่งสัปดาห์

เครื่องหมาย "|" ใช้แทนคำว่า **โดยที่**

หรือถ้า $B = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$

เขียนแทนเซต B โดยวิธีบอกเงื่อนไขได้ดังนี้

B = {b | b เป็นจำนวนเต็มบวกน้อยกว่า 10}

อ่านว่า B เป็นเซตที่ประกอบด้วยสมาชิก b โดยที่ b เป็นจำนวนเต็มบวกที่น้อยกว่า 10

ตัวอย่างที่ 1.1 จงเขียนเซตของจำนวนเต็มบวกคู่ซึ่งมีค่าน้อยกว่า 12

(ก) โดยวิธีแจกแจงสมาชิก

(ข) โดยวิธีบอกเงื่อนไขของการเป็นสมาชิกในเซต

วิธีทำ ให้ E แทน เซตของจำนวนเต็มบวกคู่ซึ่งมีค่าน้อยกว่า 12 ดังนั้น

(ก) $E = \{2,4,6,8,10\}$

(ข) E = {x | x เป็นจำนวนเต็มบวกคี่ ที่น้อยกว่า 12}

ตัวอย่างที่ 1.2 ให้ I^+ แทนเซตของจำนวนเต็มบวกจงเขียนเซตของ I^+ โดยวิธีแจกแจงสมาชิก

วิธีทำ เนื่องจากเซตนี้ประกอบด้วยจำนวนเต็มบวก จึงสามารถเขียนสมาชิกของเซตไปได้เรื่อย ๆ แต่ไม่สามารถเขียนแจกแจงสมาชิกได้ครบทุกตัว กรณีนี้ให้ใช้ "..." จุดสามจุดช่วย

ดังนั้น $I^+ = \{1,2,3,...\}$

โดยที่ "..." บอกให้ทราบว่า จำนวนเต็มบวกตัวอื่น ๆ อยู่ในเซตนี้ด้วย

เอกภพสัมพัทธ์

กำหนดให้ $A = \{x \mid x$ เป็นจำนวนที่น้อยกว่า $4\}$

ถ้าถามว่าสมาชิกของเซต A ประกอบด้วยสมาชิกอะไรบ้าง บางคนอาจตอบว่าสมาชิกของเซต A คือ 1,2,3 ถ้าผู้ตอบกำลังคิดเกี่ยวกับจำนวนนับแต่บางคนอาจตอบว่าสมาชิกของเซต A คือ ...,-3, -2, -1,0,1,2,3 ถ้าผู้นั้นกำลังคิดเกี่ยวกับจำนวนเต็ม ถ้าเรียกสิ่งที่ผู้ตอบแต่ละคนกำลังคิดอยู่ว่ากรอบอ้างอิง ในที่นี้กรอบอ้างอิงของคนหนึ่งเป็นเซตของจำนวนนับขณะที่กรอบอ้างอิงของอีกคนหนึ่งคือเซตของจำนวนเต็ม คำตอบของบุคคลทั้งสองต่างก็เป็นคำตอบที่ถูกต้องตามกรอบอ้างอิงของแต่ละคน ถ้ากรอบอ้างอิงของคนทั้งสองเป็นจำนวนนับเหมือนกันคำตอบก็จะมีเพียงคำตอบเดียวคือ $A = \{1,2,3\}$

ดังนั้น เพื่อให้ทุกคนเข้าใจเซตที่กำหนดให้ในความหมายเดียวกันเมื่อกล่าวถึงเซตใดควรกำหนดกรอบอ้างอิงของเซตนั้นมาด้วย เรียกกรอบอ้างอิงนี้ว่า **เอกภพสัมพัทธ์**

นิยาม 1.1.1 เอกภพสัมพัทธ์คือเซตที่กำหนดขอบข่ายของสมาชิกของเซตที่กล่าวถึงใช้สัญลักษณ์ U แทนเอกภพสัมพัทธ์

โดยทั่วไปเพื่อให้ความหมายของเซตแจ่มชัดจะต้องกำหนดเอกภพสัมพัทธ์ไว้เสมอ แต่ถ้ากล่าวถึงเซตของจำนวนและไม่ได้กำหนดว่าเซตใดเป็นเอกภพสัมพัทธ์ให้ถือว่าเอกภพสัมพัทธ์คือเซตของจำนวนจริง

ตัวอย่างที่ 1.3 ให้ U เป็นเซตของนักศึกษามหาวิทยาลัยรามคำแหง

$A = \{x \mid x$ เป็นนักศึกษาคณะมนุษยศาสตร์$\}$

หมายความว่า A เป็นเซตของนักศึกษามหาวิทยาลัยรามคำแหงที่กำลังศึกษาอยู่ในคณะมนุษยศาสตร์เท่านั้น

หรือ $B = \{x \mid x \notin A\}$

หมายความว่า B เป็นเซตของนักศึกษามหาวิทยาลัยรามคำแหงที่กำลังศึกษา อยู่ในคณะใดก็ได้ ยกเว้นคณะมนุษยศาสตร์

ตัวอย่างที่ 1.4 ให้ U เป็นเซตของจำนวนเต็มบวก

$C = \{y \mid y$ หารด้วย 3 ลงตัว$\}$

หมายความว่า C เป็นเซตของจำนวนเต็มบวกที่หารด้วย 3 ลงตัว

นั่นคือ $C = \{3, 6, 9, \ldots\}$

ตัวอย่างที่ 1.5 ให้ $U = \{1,2,3,4,5,6,7,8\}$

$D = \{x \mid x$ เป็นจำนวนเต็มบวกคี่และ $x < 6\}$

$E = \{x \mid x$ เป็นจำนวนเต็มบวกและ $1 < x < 5\}$

จงเขียนเซต D และเซต E แบบแจกแจงสมาชิก

วิธีทำ $D = \{1,3,5\}$

$E = \{2,3,4\}$

เซตว่าง

เรียกเซตที่ไม่มีสมาชิกเลยว่า**เซตว่าง** และเขียนแทนเซตว่างด้วยสัญลักษณ์ "{ }" หรือ "ϕ" ϕ เป็นอักษรกรีก อ่านว่า "ไฟ" หรือ "ฟี" (phi)

กำหนดเซต $A = \{x \mid x$ เป็นชื่อเดือนที่มี 32 วัน$\}$

$B = \{y \mid y$ เป็นจำนวนเต็มบวกน้อยกว่า $0\}$

$C = \{x \mid x$ เป็นจำนวนเต็มบวกและ $2x + 1 = 0\}$

จะเห็นว่าเซต A ไม่มีสมาชิกเลยเพราะไม่มีเดือนใดมีจำนวนวัน 32 วัน

เซต B ไม่มีสมาชิกเลยเพราะไม่สามารถหาจำนวนใดที่เป็นจำนวนเต็มบวกที่น้อยกว่า 0 ได้

และเซต C ไม่มีสมาชิกเลยเพราะไม่มีจำนวนเต็มบวกใดที่สอดคล้องตามสมการ

$$2x + 1 = 0$$

ดังนั้น เซต A เซต B และเซต C เป็นเซตว่าง

นั่นคือ $A = \{\ \}$ หรือ $A = \emptyset$

$B = \{\ \}$ หรือ $B = \emptyset$

และ $C = \{\ \}$ หรือ $C = \emptyset$

เซตจำกัดและเซตอนันต์

จากตัวอย่างของเซตหลาย ๆ ตัวอย่างที่ผ่านมาจะเห็นว่าเซตแบ่งออกเป็นสองประเภทโดยใช้จำนวนสมาชิกในเซตเหล่านั้นเป็นเกณฑ์

เรียกเซตที่มีจำนวนสมาชิกเท่ากับจำนวนเต็มบวกใด ๆ หรือศูนย์ว่า **เซตจำกัด** เช่น

$O = \{x \mid x$ เป็นสีของธงชาติไทย$\}$

$A = \{1,2,3,\ldots,200\}$

$B = \{y \mid y$ เป็นรูปวรรณยุกต์ในคำว่า "เกษตรกร"$\}$

และเรียกเซตซึ่งไม่ใช่เซตจำกัดว่า **เซตอนันต์** เช่น

เซตของจำนวนเต็มที่หารด้วย 2 ลงตัว

เซตของจุดบนเส้นรอบวงของวงกลม

และ $N = \{1,2,3,\ldots\}$ เป็นต้น

ตัวอย่างที่ 1.6 จงพิจารณาว่าเซตต่อไปนี้เป็นเซตจำกัดหรือเซตอนันต์

ก. $A = \{x \mid x$ เป็นจำนวนเต็มบวกและ $x + 3 = x\}$

ข. $B = \{1,2,3,\ldots,20\}$

ค. $C = \{x \mid x$ เป็นจำนวนเต็มบวกที่ 2 หารลงตัว$\}$

วิธีทำ จากข้อ ก. จะเห็นว่าไม่มี x ค่าใดเลยที่เป็นจำนวนเต็มบวกและสอดคล้องตามสมการ $x + 3 = x$ นั่นคือเซต A ไม่มีสมาชิกหรือกล่าวว่าเซต A มีจำนวนสมาชิกเท่ากับศูนย์ ดังนั้น เซต A เป็นเซตจำกัด

ในข้อ ข เซต B ประกอบด้วยสมาชิกที่เป็นจำนวนเต็มบวกตั้งแต่ 1 ถึง 20 ทำให้ทราบว่าจำนวนสมาชิกทั้งหมดคือ 20 เซต B จึงเป็นเซตจำกัด

สำหรับข้อ ค. สมาชิกของเซต C คือ 2,4,6,... ซึ่งไม่สามารถบอกได้ว่าจำนวนสมาชิกเท่ากับจำนวนบวกใด ๆ เซต C จึงไม่ใช่เซตจำกัด ดังนั้น เซต C เป็นเซตอนันต์

1.1.3 ความสัมพันธ์ระหว่างเซต

ให้นักศึกษาพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างเซต A กับเซต B ในตัวอย่างต่อไปนี้

ก. A = {ยะลา, ปัตตานี, นราธิวาส}

B = {x | x เป็นชื่อจังหวัดในภาคใต้ของประเทศไทย}

ข. A = {1,2,3,...}

B = {y | y เป็นจำนวนนับ }

ค. A = {2,4,6,8}

B = {1,2,3,4,5,6,7,8}

ง. A = {10,7,5}

B = {5,7,10}

จากตัวอย่าง ก ข ค และ ง สมาชิกทั้งหมดของเซต A ต่างก็เป็นสมาชิกของเซต B ด้วย ในกรณีเช่นนี้กล่าวว่า A **เป็นเซตย่อยของ** B

นิยาม 1.1.2 เซต A เป็นเซตย่อยของเซต B ก็ต่อเมื่อสมาชิกทุกตัวของเซต A เป็นสมาชิกของเซต B

A เป็นเซตย่อยของ B เขียนแทนด้วย $A \subset B$

ถ้ามีสมาชิกอย่างน้อยหนึ่งตัวของเซต A ไม่เป็นสมาชิกของเซต B จะกล่าวว่า A ไม่เป็นเซตย่อยของ B เขียนแทนด้วย $A \not\subset B$ เช่น

A = {4,7}

B = {7,8,5}

จะเห็นว่ามีสมาชิกบางตัวของเซต A ได้แก่ 4 ไม่เป็นสมาชิกของ B ดังนั้น A จึงไม่เป็นเซตย่อยของ B เขียนว่า $A \not\subset B$

จงพิจารณาเซตที่กำหนดให้ต่อไปนี้

$A = \{3,5\}$ และ $B = \{3,5,7\}$

จะเห็นว่า $A \subseteq B$ แต่ $B \nsubseteq A$ เรากล่าวว่า A เป็น**เซตย่อยแท้**ของ B ใช้สัญลักษณ์ $A \subset B$ แทน A เป็นเซตย่อยแท้ของ B

จากความหมายของเซตย่อยทำให้ทราบว่า

1) เซตทุกเซตเป็นเซตย่อยของตัวเอง นั่นคือถ้า A เป็นเซตใด ๆ แล้ว $A \subseteq A$ แต่ A ไม่เป็นเซตย่อยแท้ของ A

2) เซตว่างเป็นเซตย่อยของเซตทุกเซต นั่นคือถ้า A เป็นเซตใด ๆ แล้ว ϕ เป็นเซตย่อยของ A เพราะไม่มีสมาชิกตัวใดของ ϕ ที่ไม่เป็นสมาชิกของ A

ตัวอย่างที่ 1.7 กำหนดให้ $B = \{1,2,4,6,8\}$ จงแสดงว่าเซตต่อไปนี้เซตใดเป็นเซตย่อยของ B และเซตใดไม่เป็นเซตย่อยของ B พร้อมทั้งให้เหตุผล

ก. $D = \{x \mid x$ เป็นจำนวนเต็มบวกและ $x + 3 = 5\}$

ข. $E = \{x \mid x$ เป็นจำนวนเต็มบวกคู่ที่น้อยกว่า $8\}$

ค. $F = \{x \mid x$ เป็นจำนวนเต็มบวกและ $x^2 = 4\}$

วิธีทำ (ก) เขียนเซตโดยวิธีแจกแจงสมาชิก พิจารณา

$x + 3 = 5$

จะได้ $x = 2$

นั่นคือเซต D ในข้อ (ก) เป็น $\{2\}$

และ $\{2\} \subseteq B$

เพราะสมาชิก 2 เป็นสมาชิกในเซต B ด้วย

(ข) เขียนเซตโดยวิธีแจกแจงสมาชิก จะได้เซต E ในข้อ (ข) เป็น $\{2,4,6\}$

และ $\{2,4,6\} \subseteq B$

เพราะสมาชิก 2,4,6 เป็นสมาชิกในเซต B ด้วย

(ค) เขียนเซตโดยวิธีแจกแจงสมาชิก พิจารณา

$$x^2 = 4$$

$$x = \pm 2$$

นั่นคือจะได้เซต F ในข้อ (ค) เป็น $\{-2,2\}$

และ $\{-2,2\} \not\subseteq B$

เพราะว่า $-2 \in \{-2,2\}$ แต่ $-2 \notin B$

ตัวอย่างที่ 1.8 กำหนดให้ $B = \{a,b,c\}$ จงหาเซตย่อยทั้งหมดของเซต B

วิธีทำ เซตย่อยทั้งหมดของ B คือ

1. $\{a\}$
2. $\{b\}$
3. $\{c\}$
4. $\{a,b\}$
5. $\{a,c\}$
6. $\{b,c\}$
7. $\{a,b,c\}$
8. ϕ

1.1.4 เซตกำลัง

กำหนดให้ $A = \{2,5\}$

เซตย่อยทั้งหมดของ A คือ $\{2\}$, $\{5\}$, $\{2,5\}$ และ ϕ

เรียกเซตซึ่งประกอบด้วยสมาชิกที่เป็นเซตย่อยทั้งหมดของ A เมื่อ A เป็นเซตจำกัด ว่า **เซตกำลังของ** A เขียนแทนด้วย $P(A)$

ดังนั้น จากเซต A ที่กำหนดให้จะได้

$$P(A) = \{\{2\}, \{5\}, \{2,5\}, \phi\}$$

ข้อสังเกต สำหรับเซตจำกัดใด ๆ ที่มีสมาชิก n ตัวจะมีจำนวนเซตย่อยทั้งหมดเป็น 2^n

ตัวอย่างที่ 1.9 จงหาจำนวนเซตย่อยและเซตกำลังของเซตต่อไปนี้

$$X = \{3,6,9\}$$

วิธีทำ เซต X มีสมาชิก 3 ตัว จำนวนเซตย่อยทั้งหมดของเซต X = 8

$$P(X) = \{\{3\}, \{6\}, \{9\}, \{3,6\}, \{3,9\}, \{6,9\}, \{3,6,9\}, \Phi\}$$

เซตที่เท่ากัน

กำหนดเซตต่อไปนี้คือ

$$A = \{1,3,4,5,7\}$$

$$A = \{7,4,3,1,5\}$$

จะเห็นว่า $A \subseteq B$ เพราะสมาชิกทั้งหมดของเซต A ต่างก็เป็นสมาชิกของเซต B และ $B \subseteq A$ เนื่องจากสมาชิกทั้งหมดของเซต B ต่างก็เป็นสมาชิกของเซต A ด้วย นั่นคือเซต A และเซต B มีสมาชิกเป็นชุดเดียวกัน เรากล่าวว่าเซต A เท่ากับเซต B

นิยาม 1.1.3 เซต A เท่ากับเซต B ก็ต่อเมื่อเซตทั้งสองมีสมาชิกเหมือนกัน กล่าวคือ สมาชิกทุกตัวของเซต A เป็นสมาชิกของเซต B และสมาชิกทุกตัวของเซต B เป็นสมาชิกของเซต A

เซต A เท่ากับเซต B เขียนแทนด้วย $A = B$

นั่นคือถ้า $A \subseteq B$ และ $B \subseteq A$ แล้วจะได้ว่า $A = B$

ตัวอย่างที่ 1.10 กำหนดให้

$$A = \{3, -3\}$$

$$B = \{x \mid x \text{ เป็นจำนวนเต็มและ } x^2 - 9 = 0\}$$

จงแสดงว่า $A = B$ หรือไม่ พร้อมทั้งอธิบายเหตุผล

วิธีทำ เขียนเซต B โดยวิธีแจกแจงสมาชิกจะได้

$$B = \{3, -3\}$$

เนื่องจาก A และ B มีสมาชิกเหมือนกันทุกตัว

$A \subseteq B$ และ $B \subseteq A$ ดังนั้น $A = B$

ตัวอย่างที่ 1.11 กำหนดให้เซต

$A = \{0,1,-1\}$

$B = \{b \mid b^2 - 1 = 0\}$

$C = \{1,0,-1\}$

จงแสดงว่าเซตใดเป็นเซตเท่ากัน

วิธีทำ เขียนเซต B โดยวิธีแจกแจงสมาชิกจะได้

$B = \{1, -1\}$

จะพบว่า $B \subseteq A$ แต่ $A \not\subseteq B$ ดังนั้น $A \neq B$

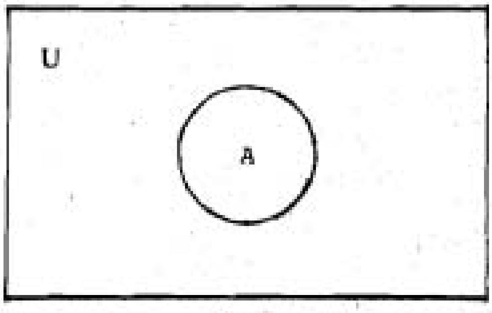
และ $B \subseteq C$ แต่ $C \not\subseteq B$ ดังนั้น $B \neq C$

ขณะที่ $A = C$ เพราะ A และ C มีสมาชิกเหมือนกันหมดทุกตัว

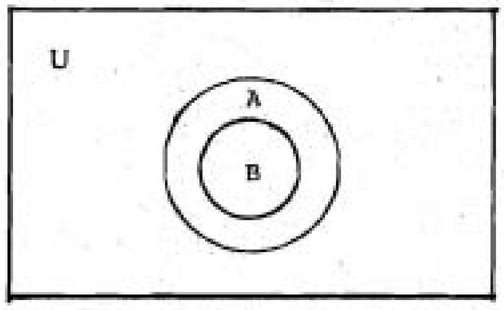
1.1.5 แผนภาพเวนน์

การเขียนแผนภาพแทนเซตจะช่วยให้เข้าใจการเรียนเรื่องเซตได้ง่ายขึ้น นักคณิตศาสตร์ชาวอังกฤษ ชื่อจอห์น เวนน์ (John Venn) และนักคณิตศาสตร์ชาวสวิสชื่อเลออนฮาร์ด ออยเลอร์ (Leonhard Euler) เป็นผู้ริเริ่มเขียนแผนภาพแทนเซต ดังนั้น จึงเรียกการเขียนแผนภาพแทนเซตว่า "แผนภาพของเวนน์-ออยเลอร์" (Venn-Euler diagram) ตามชื่อนักคณิตศาสตร์ทั้งสองแต่ในหนังสือเล่มนี้เราจะเรียกแผนภาพนี้สั้น ๆ ว่า "แผนภาพเวนน์"

แผนภาพเวนน์เป็นวิธีแสดงความสัมพันธ์ของเซตด้วยภาพเพื่อให้มองเห็นได้ชัดเจน และทำความเข้าใจได้ง่าย ซึ่งโดยทั่วไปนิยมใช้รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า หรือรูปปิดใด ๆ แทนเซตเอกภพสัมพัทธ์ และใช้วงกลม หรือวงรี หรือรูปที่มีพื้นที่จำกัดใด ๆ แทนเซตที่กล่าวถึงพร้อมกับเขียนชื่อเซตกำกับไว้



รูปที่ 1.1 ก



รูป 1.1 ข

รูป 1.1 ก แสดงว่าเซต A เป็นเซตย่อยของ U

รูป 1.1 ข แสดงว่าเซต A และ B ต่างเป็นเซตย่อยของ U

รูป 1.1 ข แสดงว่า $B \subseteq A$

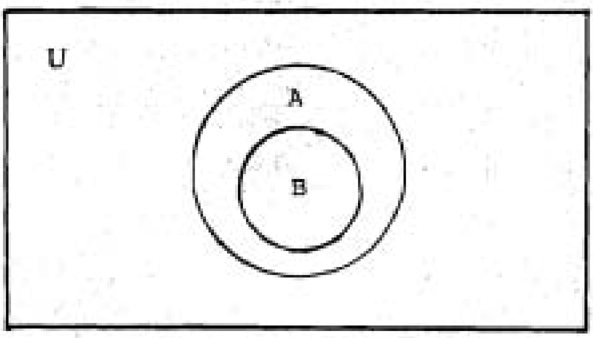
ตัวอย่างที่ 1.12 จงเขียนแผนภาพเวนน์แสดงความสัมพันธ์ของเซตต่อไปนี้

U = {x | x เป็นนักศึกษามหาวิทยาลัยรามคำแหง}

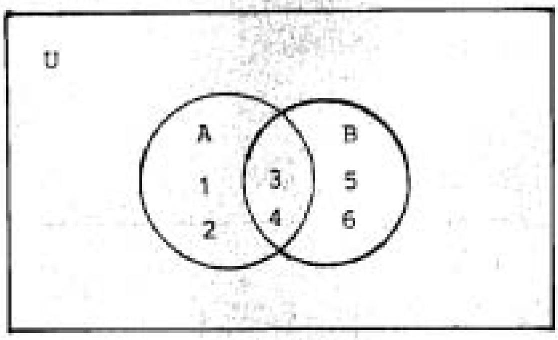
A = {y | y เป็นนักศึกษาคณะวิทยาศาสตร์}

B = {z | z เป็นนักศึกษาภาควิชาเคมี}

จะได้แผนภาพเวนน์ดังภาพข้างล่างนี้



ตัวอย่างที่ 1.13 กำหนดให้ A = {1,2,3,4} และ B = {3,4,5,6} จงเขียนแผนภาพเวนน์แทนเซตทั้งสองนี้



1.1.6 พีชคณิตของเซต

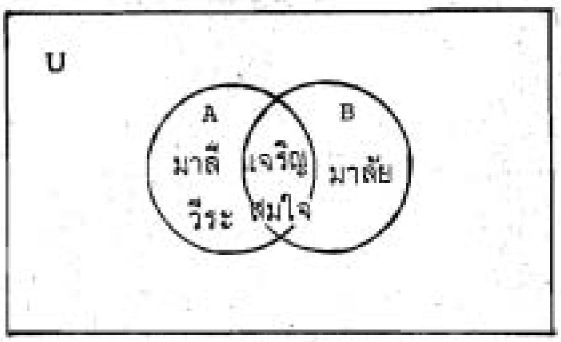
การดำเนินการบนเซตประกอบไปด้วยกฎเกณฑ์ต่าง ๆ ซึ่งทำให้สามารถสร้างเซตใหม่จากเซตเดิมที่กำหนดให้ การดำเนินการเหล่านั้นได้แก่ การผนวก การตัดกัน การหาคอมพลีเมนต์ของเซต

ผลผนวกของเซต

ถ้า U ={x | x เป็นนักศึกษาในมหาวิทยาลัยรามคำแหง}

A ={y | y เป็นกรรมการนักศึกษาฝ่ายวิชาการ}

B ={z | z เป็นกรรมการนักศึกษาฝ่ายกีฬา}



เรียกเซต {มาลี, วีระ, เจริญ, สมใจ, มาลัย} ว่าผลผนวกของเซต A และเซต B

นิยาม 1.1.4 ผลผนวกของเซต A และเซต B คือเซตที่ประกอบด้วยสมาชิกซึ่งเป็นสมาชิกของเซต A หรือของเซต B หรือของทั้งสองเซต ผลผนวกของเซต A และเซต B เขียนแทนด้วย $A \cup B$ (อ่านว่าผลผนวกของ A กับ B)

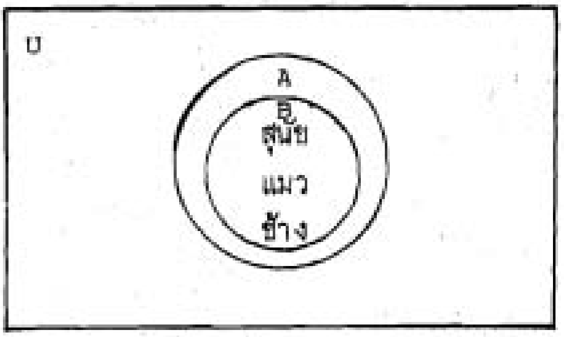
$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ หรือ } x \in B\}$$

ตัวอย่างที่ 1.14 กำหนดให้ $U = \{x \mid x$ เป็นชื่อสัตว์$\}$

A = เซตของสัตว์เลี้ยงลูกด้วยนม

B = {สุนัข, แมว, ช้าง}

$A \cup B$ = เซตของสัตว์เลี้ยงลูกด้วยนม = A



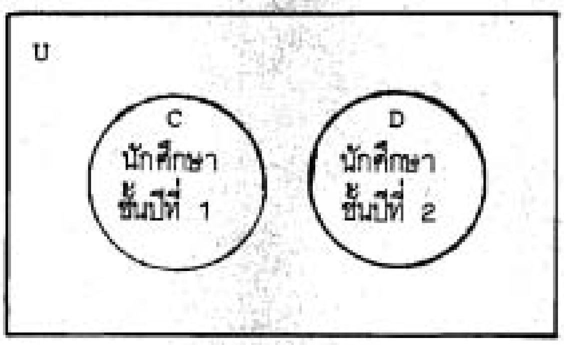
$A \cup B = A$

ตัวอย่างที่ 1.15 กำหนดให้ $U = \{x \mid x$ เป็นนักศึกษาในมหาวิทยาลัยรามคำแหง$\}$

$C = \{y \mid y$ เป็นนักศึกษาชั้นปีที่ $1\}$

$D = \{z \mid z$ เป็นนักศึกษาชั้นปีที่ $2\}$

$C \cup D$ = { นักศึกษาชั้นปีที่ 1, นักศึกษาชั้นปีที่ 2}



ตัวอย่างที่ 1.16 ให้

$A = \{1,2,3,4,5\}$

$B = \{1,3,5,7,9\}$

$C = \{2,4\}$

จงหาค่าของ $A \cup B$, $A \cup C$, $B \cup C$

วิธีทำ $A \cup B = \{1,2,3,4,5\} \cup \{1,3,5,7,9\}$

$= \{1,2,3,4,5,7,9\}$

$A \cup C = \{1,2,3,4,5\} \cup \{2,4\}$

$= \{1,2,3,4,5\} = A$

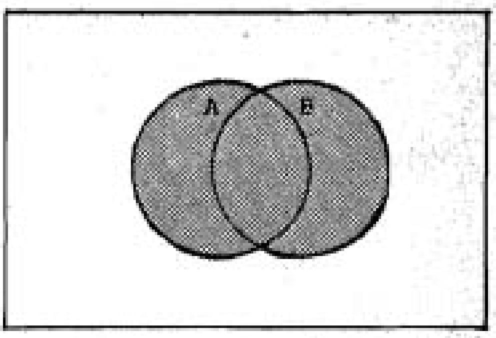
$B \cup C = \{1,3,5,7,9\} \cup \{2,4\}$

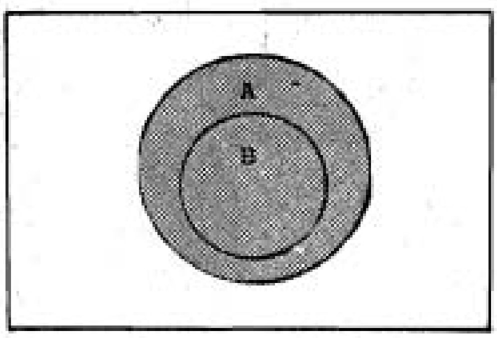
$= \{1,2,3,4,5,7,9\}$

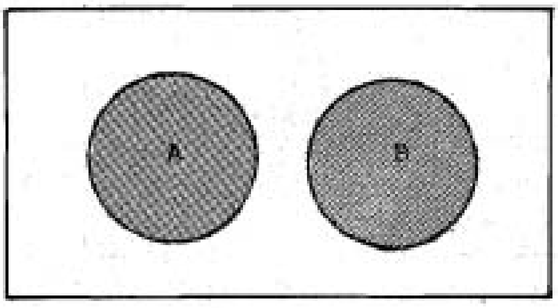
$A \cup A = \{1,2,3,4,5\} \cup \{1,2,3,4,5\}$

$= \{1,2,3,4,5\} = A$

แผนภาพแทนผลผนวกของเซต A และเซต B แตกต่างกัน 3 กรณี





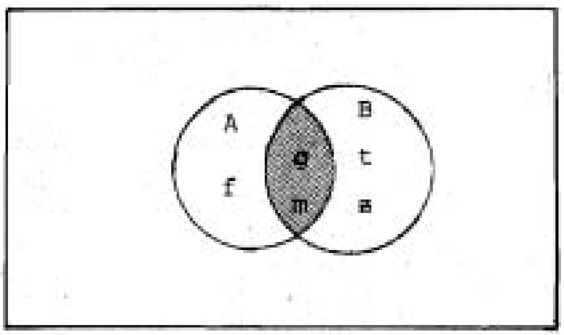


ส่วนที่แรเงาแทนผลผนวกของ A กับ B

ผลตัดของเซต พิจารณาเซต A = {g,f,m}

และ B = {g,m,f,z}

ถ้า A และ B ต่างก็เป็นเซตย่อยของเอกภพสัมพัทธ์เดียวกันอาจสร้างเซตใหม่อีกเซตหนึ่งจากเซต A และเซต B คือ



C = {g,m}

จะเห็นว่า g และ m เป็นสมาชิกที่อยู่ทั้งในเซต A และเซต B เรียก {g,m} ว่าผลตัดของเซต A และเซต B

> **นิยาม 1.1.5** ผลตัดของเซต A และเซต B คือเซตที่ประกอบด้วยสมาชิกซึ่งเป็นสมาชิกของทั้งเซต A และเซต B เขียนแทนด้วย $A \cap B$ (อ่านว่าผลตัดของ A กับ B)
>
> $$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ และ } x \in B\}$$

ตัวอย่างที่ 1.17 ให้ $A = \{b, c, g\}$

และ $B = \{1, 2, 5, 7\}$

$A \cap B = \emptyset$

ตัวอย่างที่ 1.18 ให้ $R = \{5, 7, 9\}$

และ $T = \{9, 10, 12\}$

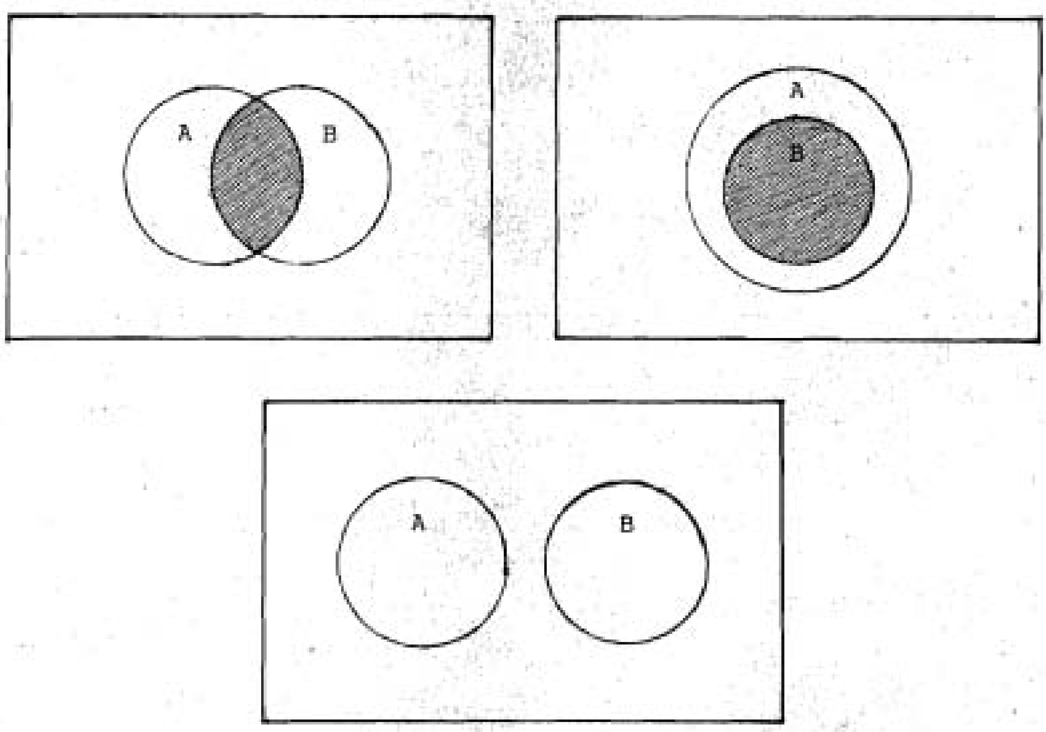
ดังนั้น $R \cap T = \{9\}$

ตัวอย่างที่ 1.19 ให้ $C = \{x \mid x$ เป็นจำนวนเต็ม$\}$

$D = \{y \mid y$ เป็นจำนวนเต็มบวก$\}$

$C \cap D = D$

แผนภาพแทนผลตัดของเซต A และเซต B มีแตกต่างกัน 3 กรณีดังนี้

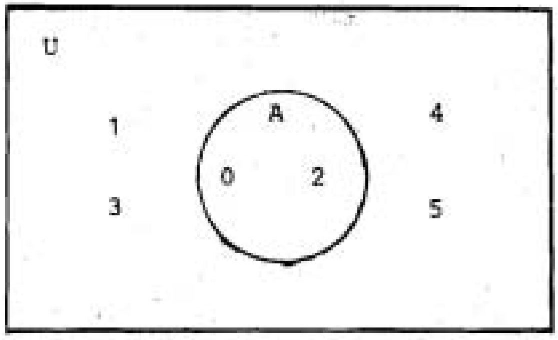


ส่วนที่แรเงาแทน $A \cap B$ เมื่อ $A \cap B \neq \emptyset$

ส่วนเติมเต็มของเซต

พิจารณาเซต $U = \{0,1,2,3,4,5\}$

$A = \{0,2\}$



จะเห็นว่า 1,3,4 และ 5 เป็นสมาชิกของ U แต่ไม่เป็นสมาชิกของเซต A เราจะเรียกเซต $\{1,3,4,5\}$ ว่า **ส่วนเติมเต็มของเซต A เมื่อเทียบกับ U**

นิยาม 1.1.6 ส่วนเติมเต็มของ A ซึ่งเป็นเซตย่อยของเอกภพสัมพัทธ์ U คือเซตที่ประกอบด้วยสมาชิกซึ่งเป็นสมาชิกของ U แต่ไม่เป็นสมาชิกของ A

ส่วนเติมเต็มของเซต A เขียนแทนด้วย A' (อ่านว่า เอไพรม์)

$A' = \{x \mid x \in U$ และ $x \notin A\}$

ตัวอย่างที่ 1.20 ถ้า $U = \{0,1,2,3,\ldots\}$

และ $A = \{x \mid$ เป็นจำนวนคี่$\}$

จะได้ $A' = \{x \mid x \in U$ และ x เป็นจำนวนคู่$\}$

ตัวอย่างที่ 1.21 ถ้า $U = \{1,2,3,\ldots,9,10\}$

$A = \{7,5,8,9,3,1,4\}$

$B = \{1,2,3\ldots,6,7\}$

จงหา A' และ B'

วิธีทำ สมาชิกซึ่งอยู่ใน U แต่ไม่อยู่ใน A คือ A'

$A' = \{2,6,10\}$

และสมาชิกซึ่งอยู่ใน U แต่ไม่อยู่ใน B คือ B'

$B' = \{8,9,10\}$

ข้อสังเกต สำหรับเซต A ใด ๆ $A \cup A' = U$ และ $A \cap A' = \varnothing$

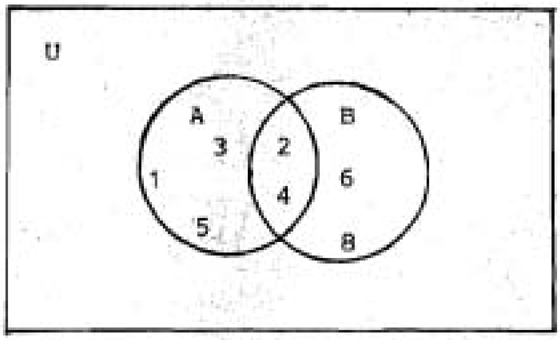
ผลต่างระหว่างเซต

กำหนดให้ $U = \{x \mid x$ เป็นจำนวนเต็ม$\}$

$A = \{1,2,3,4,5\}$

$B = \{2,4,6,8\}$

พิจารณาจากเซต A และเซต B ในแผนภาพ



จะเห็นว่าสมาชิกของเซต A ที่ไม่เป็นสมาชิกของเซต B คือ 1,3 และ 5 เรียกเซตซึ่งประกอบด้วยสมาชิกที่อยู่ในเซต A แต่ไม่อยู่ในเซต B ว่า ผลต่างระหว่างเซต A และเซต B

นิยาม 1.1.7 ผลต่างระหว่างเซต A และเซต B คือเซตที่ประกอบด้วยสมาชิกของเซต A ซึ่งไม่เป็นสมาชิกของเซต B

ผลต่างระหว่างเซต A และเซต B เขียนแทนด้วย $A - B$

$A - B = \{x \mid x \in A$ และ $x \notin B\}$

ดังนั้น สำหรับเซต A และเซต B ที่กำหนดให้

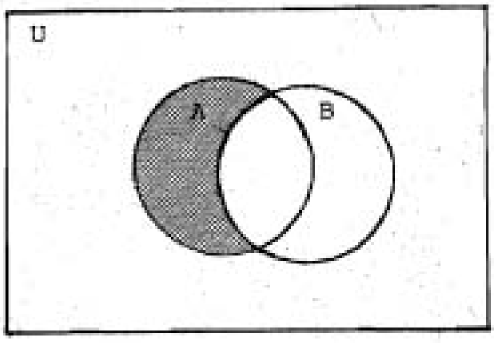
$A - B = \{1,3,5\}$

ทำนองเดียวกัน เรียกเซตซึ่งประกอบด้วยสมาชิกของเซต B ที่ไม่เป็นสมาชิกของเซต A ว่า ผลต่างระหว่างเซต B และเซต A เขียนแทนด้วย $B - A$

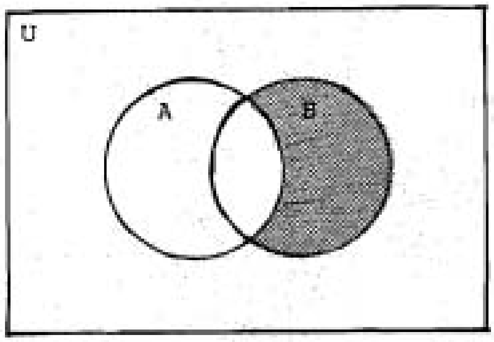
$$\boxed{B - A = \{x \mid x \in B \text{ และ } x \notin A\}}$$

ในที่นี้ $B - A = \{6,8\}$

แผนภาพแสดง $A - B$ และ $B - A$ เป็นดังนี้



ส่วนที่แรเงาแทน $A - B$



ส่วนที่แรเงาแทน $B - A$

ตัวอย่างที่ 1.22 กำหนดให้ $U = \{x \mid$ เป็นจำนวนเต็ม$\}$

และ $A = \{x \mid x$ เป็นจำนวนเต็มบวก$\}$

$B = \{x \mid x < 7\}$

จงหา $A - B$

วิธีทำ $A - B = \{x \mid x$ เป็นจำนวนเต็มบวกซึ่ง $x \geq 7\}$

คุณสมบัติทั่วไปบางข้อของเซต

1. $A \cap A' = \Phi$

2. $A \cap A = A$

3. $A \cap U = A$

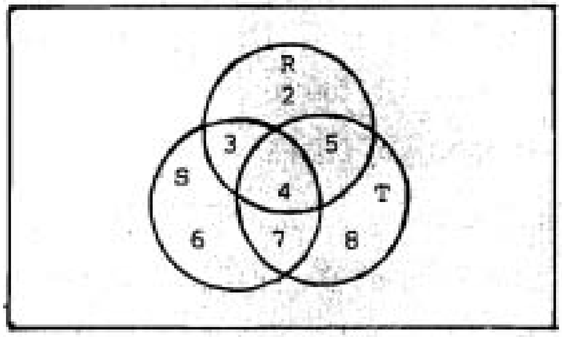
4. การดำเนินการผนวกและการตัดกันของเซตเป็นไปตามกฎการเปลี่ยนกลุ่ม นั่นคือ

นั่นคือ $A \cup B \cup C = (A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$

และ $A \cap B \cap C = (A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$

สำหรับคุณคุณสมบัติข้อ 4 อธิบายได้ดังนี้

พิจารณาเซต R,S และ T จากแผนภาพที่กำหนดให้พบว่า $R \cup S \cup T$ ประกอบด้วยบริเวณที่มีสมาชิกได้แก่ 2,3,4,5,6,7,8 จากนิยามของการหาผลผนวกของเซต



หรืออาจสังเกตว่า $R = \{2,3,4,5\}$

$S = \{3,4,6,7\}$

$T = \{4,5,7,8\}$

และเนื่องจาก $R \cup S \cup T = (R \cup S) \cup T$

บริเวณที่แทน $(R \cup S) \cup T$ คือ

$[\{2,3,4,5\} \cup \{3,4,6,7\}] \cup \{4,5,7,8\}$

หรือ $\{2,3,4,5,6,7\} \cup \{4,5,7,8\}$

หรือ $\{2,3,4,5,6,7,8\}$

ต่อไปพิจารณาจากแผนภาพ และจากนิยามของผลตัดของเซตพบว่า

$R \cap S \cap T$ แทนด้วยบริเวณที่มี 4 เป็นสมาชิกหรืออาจพิจารณาอีกแง่หนึ่งว่า

$R \cap S \cap T = (R \cap S) \cap T$ และบริเวณที่แทน $(R \cap S) \cap T$ คือ

$[\{2,3,4,5\} \cap \{3,4,6,7\}] \cap \{4,5,7,8\}$

หรือ $\{3,4\} \cap \{4,5,7,8\}$

หรือ $= \{4\}$

1.1.7 การประยุกต์โดยใช้เซต

การนำความรู้เรื่องเซตไปใช้ประโยชน์ที่จะกล่าวถึงต่อไปนี้คือการหาจำนวนสมาชิกของเซตโดยใช้แผนภาพ

จากการสอบถามสตรีที่ทำงานแล้วจำนวน 100 คน เกี่ยวกับชนิดของนิตยสารที่ชอบพบว่า

สตรี 45 คน ชอบอ่านนิตยสาร รักบ้าน

สตรี 58 คน ชอบอ่านนิตยสาร ผู้หญิงวันนี้

สตรี 27 คน ชอบอ่านนิตยสาร รักบ้านและผู้หญิงวันนี้

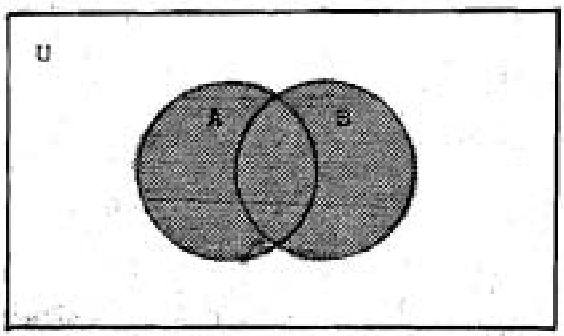
จงหาจำนวนสตรีที่ชอบอ่านนิตยสาร รักบ้าน หรือผู้หญิงวันนี้ หรือชอบอ่านทั้งสองประเภท

ถ้าให้ A = เซตของสตรีที่ชอบอ่านนิตยสาร รักบ้าน

B = เซตของสตรีที่ชอบอ่านนิตยสาร ผู้หญิงวันนี้

$A \cap B$ = เซตของสตรีที่ชอบอ่านทั้งนิตยสาร รักบ้าน และผู้หญิงวันนี้

ส่วนที่แรเงาในแผนภาพคือส่วนของสตรีที่ต้องการหา



$A \cup B$

จากแผนภาพจำนวนสมาชิกของ $A \cup B$ = จำนวนสมาชิกของเซต A

+ จำนวนสมาชิกของเซต B

– จำนวนสมาชิกที่อยู่ทั้งในเซต A และเซต B

เนื่องจากจำนวนสมาชิกที่อยู่ในเซต A และเซต B = 27 คน

จำนวนสมาชิกของ $A \cup B$ = 45 + 58 – 27 = 76 คน

ดังนั้น จำนวนสตรีที่ชอบอ่านนิตยสารรักบ้านหรือผู้หญิงวันนี้ เท่ากับ 76 คน

การหาจำนวนสมาชิกของเซตที่เกิดจากความสัมพันธ์ของเซตอื่น ๆ นั้น พบว่าการเขียนแผนภาพแทนเซตมีประโยชน์อย่างมาก

โดยทั่วไปเมื่อกล่าวถึงจำนวนสมาชิกของเซตจำกัดใด ๆ จะเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ n( ) โดยเขียนชื่อเซตไว้ในวงเล็บเช่น เซต A มีสมาชิก 45 คน เขียนแทนด้วย $n(A) = 45$

จากตัวอย่างที่กล่าวมานี้

จำนวนสมาชิกของ $A \cup B$ = จำนวนสมาชิกของเซต A + จำนวนสมาชิกของเซต B

–จำนวนสมาชิกที่อยู่ทั้งในเซต A และเซต B

นั่นคือ

$$\boxed{n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)}$$

ตัวอย่างที่ 1.23 จากการสอบถามแม่บ้านจำนวน 200 คน ในหมู่บ้านจัดสรรแห่งหนึ่งเกี่ยวกับชนิดของผงซักฟอกที่ชอบใช้พบว่า

แม่บ้าน 80 คน ชอบใช้ผงซักฟอก ขาวดี

แม่บ้าน 100 คน ชอบใช้ผงซักฟอก หอมชื่น

แม่บ้าน 40 คน ชอบใช้ผงซักฟอก ขาวดีและหอมชื่น

จงหา ก. จำนวนแม่บ้านที่ไม่ชอบใช้ผงซักฟอกทั้งสองประเภท

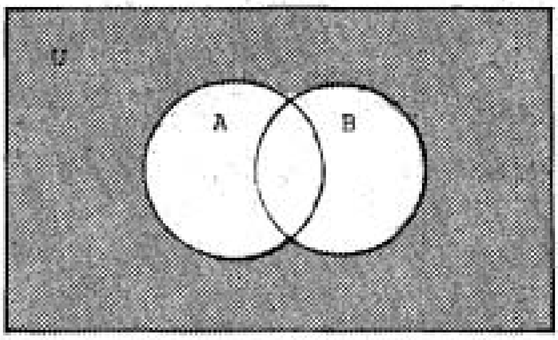
ข. จำนวนแม่บ้านที่ชอบใช้ผงซักฟอกขาวดี อย่างเดียว

วิธีทำ ให้ U แทนเซตของแม่บ้านที่สอบถามทั้งหมด

A แทนเซตของแม่บ้านที่ชอบใช้ผงซักฟอกขาวดี

B แทนเซตของแม่บ้านที่ชอบใช้ผงซักฟอกหอมชื่น

ก. หาจำนวนแม่บ้านที่ไม่ชอบผงซักฟอกทั้งสองประเภท



ส่วนที่แรเงาในแผนภาพคือส่วนที่แทนแม่บ้านที่ไม่ชอบผงซักฟอกทั้งสองประเภท

$n(U)$ = จำนวนแม่บ้านที่สอบถามทั้งหมด 200 คน

$n(A)$ = จำนวนแม่บ้านที่ชอบใช้ผงซักฟอกขาวดี = 80 คน

$n(B)$ = จำนวนแม่บ้านที่ชอบใช้ผงซักฟอกหอมชื่น = 100 คน

$n(A \cap B)$ = จำนวนแม่บ้านที่ชอบใช้ผงซักฟอกทั้งสองประเภท = 40 คน

$n(A \cup B)$ = จำนวนแม่บ้านที่ชอบใช้ผงซักฟอกขาวดีหรือหอมชื่นหรือชอบทั้งสองประเภท

แต่ $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

$= 80 + 100 - 40 = 140$ คน

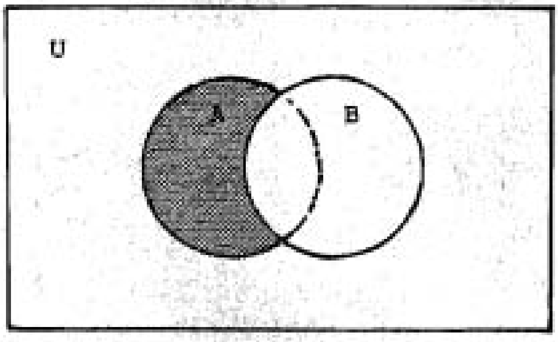
จำนวนแม่บ้านที่ไม่ชอบผงซักฟอกทั้งสองประเภท $= n(U) - n(A \cup B)$

$= 200 - 140$

$= 60$

จำนวนแม่บ้านที่ไม่ชอบผงซักฟอกทั้งสองประเภท = 60 คน

ข. หาจำนวนแม่บ้านที่ชอบใช้ผงซักฟอกขาวดี อย่างเดียว



ส่วนที่แรเงาคือส่วนของแม่บ้านที่ชอบใช้ผงซักฟอกขาวดีอย่างเดียว

จำนวนแม่บ้านที่ชอบใช้ผงซักฟอกขาวดีอย่างเดียว = จำนวนแม่บ้านที่ชอบใช้ผงซักฟอกขาวดี - จำนวนแม่บ้านที่ชอบใช้ทั้งผงซักฟอกขาวดีและหอมชื่น

$= n(A) - n(A \cap B)$

$= 80 - 60$

จำนวนแม่บ้านที่ชอบใช้ผงซักฟอกขาวดีอย่างเดียว = 20 คน

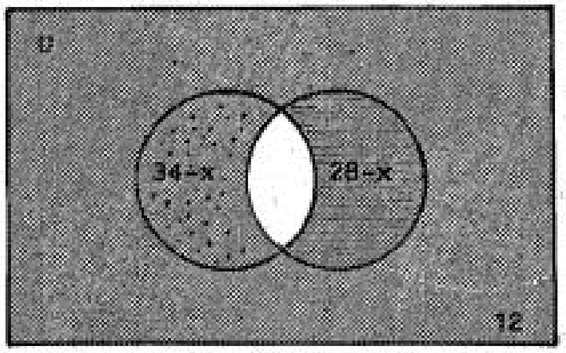
ตัวอย่างที่ 1.24 จากการสอบถามประชากรในหมู่บ้านแห่งหนึ่งจำนวน 56 ครัวเรือนพบว่า ประชากร 34 ครัวเรือนมีอาชีพทำนา อีก 28 ครัวเรือนมีอาชีพเลี้ยงสัตว์ และมีประชากร 12 ครัวเรือนที่ไม่ทำนาและไม่เลี้ยงสัตว์ จงหาจำนวนประชากรที่ทั้งทำนาและเลี้ยงสัตว์

วิธีทำ ให้ U แทนเซตของประชากรที่สอบถามทั้งหมด

A แทนเซตของประชากรที่ทำนา

B แทนเซตของประชากรที่เลี้ยงสัตว์

และให้ x แทนจำนวนประชากรที่ทำนาและเลี้ยงสัตว์



จากแผนภาพ

จำนวนประชากรที่ทำนาอย่างเดียว = 34 - x ครัวเรือน

จำนวนประชากรที่เลี้ยงสัตว์อย่างเดียว = 28 - x ครัวเรือน

จำนวนประชากรที่ไม่ทำนาและไม่เลี้ยงสัตว์ = 12 ครัวเรือน

จำนวนประชากรที่สอบถามทั้งหมด = จำนวนประชากรที่ทำนาอย่างเดียว

\+ จำนวนประชากรที่เลี้ยงสัตว์อย่างเดียว

\+ จำนวนประชากรที่ทั้งทำนาและเลี้ยงสัตว์

\+ จำนวนเกษตรกรที่ไม่ทั้งทำนาและเลี้ยงสัตว์

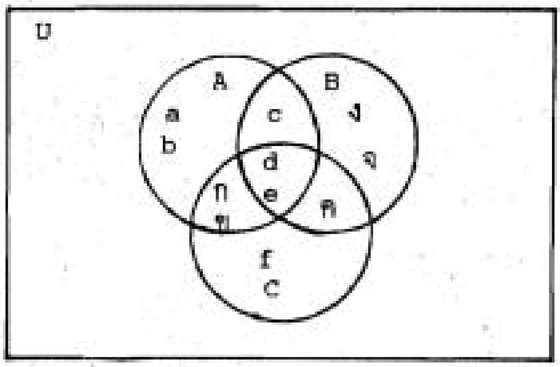
หรือ $56 = (34-x) + (28-x) + x + 12$

$56 = 74 + x$

$x = 18$

จำนวนประชากรที่ทั้งทำนาและเลี้ยงสัตว์ = 18 ครัวเรือน

พิจารณาแผนภาพที่กำหนดให้ต่อไปนี้



จากแผนภาพ $A \cup B \cup C = \{a,b,c,d,e,f,$ ก, ข, ค, ง, จ$\}$

นั่นคือ $n(A \cup B \cup C) = 11$

หรืออาจหา $n(A \cup B \cup C)$ จาก

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(A \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

ซึ่ง $n(A) = 7$

$n(B) = 6$

$n(C) = 6$

$n(A \cap B) = 3$

$n(B \cap C) = 3$

$n(A \cap C) = 4$

$n(A \cap B \cap C) = 2$

$n(A \cup B \cup C) = 7+6+6-3-3-4+2 = 11$

ตัวอย่างที่ 1.25 จากการศึกษาวิจัยเกี่ยวกับสาเหตุสำคัญของการเสียชีวิตด้วยโรคมะเร็งพบว่า สาเหตุเหล่านั้นได้แก่ การสูบบุหรี่ การดื่มสุรา และอายุผู้ป่วยซึ่งมีอายุ 35 ปีขึ้นไป ข้อมูลต่อไปนี้เก็บรวบรวมจากผู้ที่เสียชีวิตด้วยโรคมะเร็ง จำนวน 20,000 ราย

14,500 ราย สูบบุหรี่

12,500 ราย ดื่มสุรา

15,000 ราย อายุ 35 ปีขึ้นไป

11,000 ราย ทั้งสูบบุหรี่และดื่มสุรา

12,000 ราย สูบบุหรี่และมีอายุ 35 ปีขึ้นไป

10,000 ราย ดื่มสุราและอายุ 35 ปีขึ้นไป

10,000 ราย ทั้งสูบบุหรี่ ดื่มสุราและมีอายุ 35 ปีขึ้นไป

จงหา

ก. จำนวนผู้เสียชีวิตด้วยโรคมะเร็งด้วยสาเหตุอื่นซึ่งไม่เกี่ยวข้องกับปัจจัยสามประการนี้

ข. จำนวนผู้เสียชีวิตด้วยโรคมะเร็งที่มีอายุ 35 ปีขึ้นไปจากสาเหตุอื่นที่ไม่ใช่การสูบบุหรี่ และดื่มสุรา

ค. จำนวนผู้เสียชีวิตด้วยโรคมะเร็งที่มีสาเหตุจากการสูบบุหรี่ ดื่มสุราและไม่อยู่ในกลุ่มที่มีอายุ 35 ปีขึ้นไป

วิธีทำ ให้ U แทนเซตของผู้เสียชีวิตด้วยโรคมะเร็งทั้งหมด

A แทนเซตของผู้เสียชีวิตด้วยโรคมะเร็งเนื่องจากการสูบบุหรี่

B แทนเซตของผู้เสียชีวิตด้วยโรคมะเร็งเนื่องจากการดื่มสุรา

C แทนเซตของผู้เสียชีวิตด้วยโรคมะเร็งที่มีอายุ 35 ปีขึ้นไป

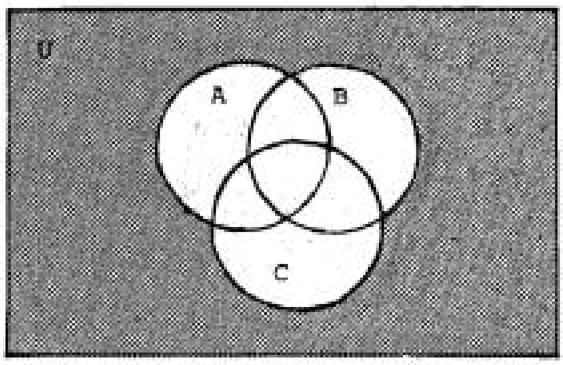
$n(A \cap B)$ = จำนวนผู้เสียชีวิตที่มีสาเหตุจากการสูบบุหรี่และดื่มสุรา = 10,000

$n(B \cap C)$ = จำนวนผู้เสียชีวิตที่มีสาเหตุจากการสูบบุหรี่และมีอายุ 35 ปีขึ้นไป = 12,000

$n(A \cap C)$ = จำนวนผู้เสียชีวิตที่มีสาเหตุจากการดื่มสุราและมีอายุ 35 ปีขึ้นไป = 10,000

$n(A \cap B \cap C)$ = จำนวนผู้เสียชีวิตที่มีสาเหตุจากการสูบบุหรี่และดื่มสุรา และมีอายุ 35 ปีขึ้นไป = 10,000

ก. หาจำนวนผู้เสียชีวิตด้วยโรคมะเร็งที่ไม่ได้เกิดจากสาเหตุทั้งสามนี้



บริเวณที่แรเงาเป็นบริเวณที่แทนเซตของผู้เสียชีวิตที่ไม่ได้เกิดจากสาเหตุทั้งสาม จำนวนผู้เสียชีวิตด้วยโรคมะเร็งที่ไม่เกิดจากสาเหตุทั้งสามนี้ = $n(U) - n(A \cup B \cup C)$ แต่

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(A \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

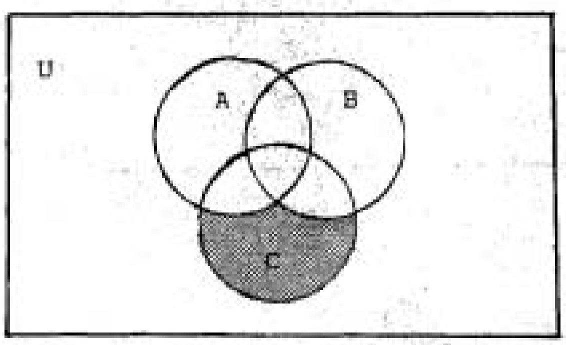
$$= 14,500 + 12,500 + 15,000 - 11,000 - 12,000 - 10,000 + 10,000$$

$$= 19,000$$

จำนวนผู้เสียชีวิตด้วยโรคมะเร็งที่ไม่ได้เกิดจากสาเหตุทั้งสาม = 20,000 - 19,000 คน

= 1,000 คน

ข. หาจำนวนผู้เสียชีวิตด้วยโรคมะเร็งที่มีอายุ 35 ปีขึ้นไปด้วยสาเหตุอื่นที่ไม่ใช่การสูบบุหรี่และดื่มสุรา



บริเวณที่แรเงาคือบริเวณที่แทนเซตของผู้เสียชีวิตด้วยโรคมะเร็งที่มีอายุ 35 ปีขึ้นไปด้วยสาเหตุอื่นที่ไม่ใช่การสูบบุหรี่และดื่มสุรา

จำนวนผู้เสียชีวิตด้วยโรคมะเร็งที่มีอายุ 35 ปีขึ้นไป
ด้วยสาเหตุอื่นที่ไม่ใช่การสูบบุหรี่ และดื่มสุรา = จำนวนผู้เสียชีวิตที่มีอายุ 35 ปีขึ้นไป

-จำนวนผู้เสียชีวิตที่ดื่มสุราและอายุ 35 ปีขึ้นไป

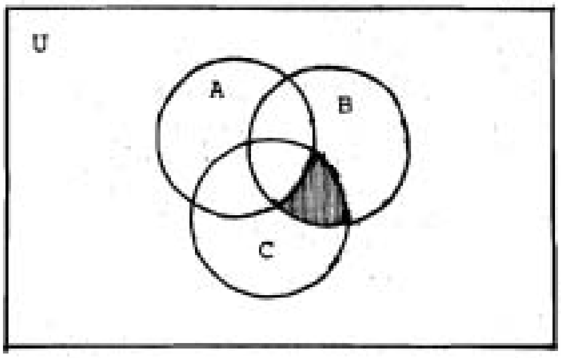
-จำนวนผู้เสียชีวิตที่สูบบุหรี่และอายุ 35 ปีขึ้นไป

-จำนวนผู้เสียชีวิตที่สูบบุหรี่ ดื่มสุราและอายุ 35 ปีขึ้นไป

ซึ่งจำนวนผู้เสียชีวิตที่มีสาเหตุจากดื่มสุราและอายุ 35 ปีขึ้นไป $= n(B \cap C) - n(A \cap B \cap C)$

$= 10,000 - 10,000$

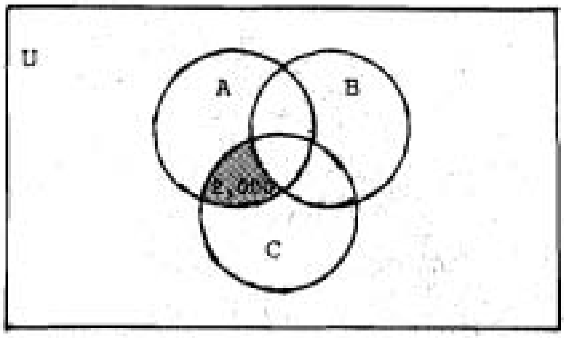
$= 0$ คน



จำนวนผู้เสียชีวิตที่มีสาเหตุจากการสูบบุหรี่และอายุ 35 ปีขึ้นไป $= n(A \cap C) - n(A \cap B \cap C)$

$= 12,000 - 10,000$

$= 2,000$ คน

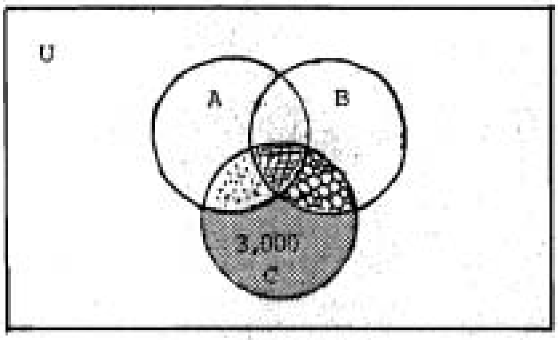


ดังนั้น

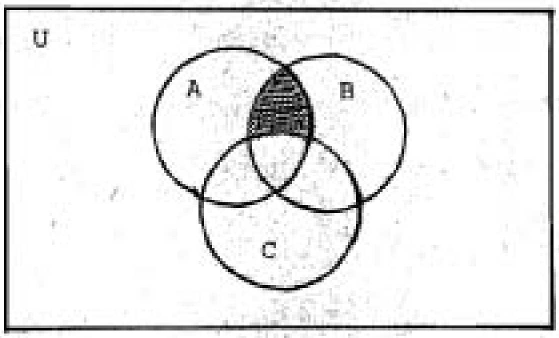
จำนวนผู้เสียชีวิตด้วยโรคมะเร็งที่มีอายุ 35 ปีขึ้นไปจากสาเหตุอื่นที่ไม่ใช่การสูบบุหรี่และดื่มสุรา

$= 15,000 - 0 - 2,000 - 10,000$

$= 3,000$ คน



ค. หาจำนวนผู้เสียชีวิตด้วยโรคมะเร็งที่มีสาเหตุจากการสูบบุหรี่ ดื่มสุรา และไม่อยู่ในกลุ่มที่มีอายุ 35 ปีขึ้นไป



บริเวณที่แรเงาคือบริเวณที่แทนเซตผู้เสียชีวิตด้วยโรคมะเร็งที่มีสาเหตุจากการสูบบุหรี่ ดื่มสุราและไม่อยู่ในกลุ่มที่มีอายุ 35 ปีขึ้นไป

ดังนั้น

จำนวนผู้เสียชีวิตด้วยโรคมะเร็งที่มีสาเหตุจากการสูบบุหรี่ ดื่มสุราและไม่อยู่ในกลุ่มที่มีอายุ 35 ปีขึ้นไป $= n(A \cap B) - n(A \cap B \cap C)$

$= 11{,}000 - 10{,}000$

$= 1{,}000$

จำนวนผู้เสียชีวิตด้วยโรคมะเร็งที่มีสาเหตุจากการสูบบุหรี่ ดื่มสุราและไม่อยู่ในกลุ่มที่มีอายุ 35 ปีขึ้นไป = 1,000 คน

1.2 ระบบจำนวนจริง

1.2.1 บทนำ

ในการดำเนินชีวิตประจำวันของมนุษย์นั้นจะเห็นว่าไม่สามารถหลีกเลี่ยงการใช้ตัวเลขไปได้เลย ไม่ว่าจะเป็นการบอกเวลา บอกน้ำหนัก การคิดเงินตรา ฯลฯ การบันทึกจำนวนสัตว์เลี้ยงโดยใช้ก้อนหินหรือรอยบากบนต้นไม้แทนสัตว์เลี้ยงทำให้ทราบว่ามนุษย์มีความคิดในเรื่องจำนวนมาแต่ดึกดำบรรพ์ มนุษย์ฉลาดพอที่จะใช้วิธีจับคู่แทนการนับ เช่น จับคู่แกะหนึ่งตัวกับรอยขีดบนต้นไม้ 1 ขีด กล่าวคือ เมื่อจะปล่อยแกะออกไปกินหญ้าในตอนเช้าผู้เลี้ยงจะทยอยปล่อยแกะออกจากคอกทีละตัว เมื่อปล่อยไป 1 ตัว ก็ขีดรอยไว้บนต้นไม้ 1 ขีด จนครบทุกตัว รอยขีดบนต้นไม้จะมีรอยขีดเท่ากับจำนวนแกะ ถึงเวลาเย็นที่ต้องนำแกะเข้าคอกก็ให้เข้าทีละตัวแล้วลบรอยขีดบนต้นไม้ทีละขีดหรือขีดรอยขึ้นใหม่แล้วเทียบกับรอยในตอนเช้าซึ่งความคิดในเรื่องเซตและการจับคู่หนึ่งต่อหนึ่งระหว่างสมาชิกในเซตเป็นการเริ่มต้นความคิดในเรื่องจำนวน เซตที่มีสมาชิกเป็นจำนวนที่มนุษย์คิดขึ้นเป็นครั้งแรก เรียกว่าเซตของจำนวนนับคือ

$$N = \{1,2,3,..\}$$

ซึ่งถ้ามีจำนวนนับสองจำนวนจะสามารถหาผลบวกได้และผลบวกนั้นเป็นจำนวนนับเสมอ

ต่อมาจำเป็นต้องประดิษฐ์จำนวนชนิดใหม่ได้แก่ $0,-1,-2,-3,...$ ขึ้นเพื่อให้จำนวนนับสองจำนวนลบกันได้ เช่นในการหาคำตอบของ $5-9$ และ $3-3$ เป็นต้น ผลผนวกของเซต $\{1,2,3,...\}$ กับ $\{0,-1,-2,-3,...\}$ เรียกว่าเซตของจำนวนเต็มคือ

$$I = \{...,-3,-2,-1,0,1,2,3,...\}$$

หรือ $$I = \{0,1,-1,2,-2,...\}$$

สำหรับการคูณ ผลคูณของจำนวนนับกับจำนวนนับเป็นจำนวนนับและผลคูณของจำนวนเต็มกับจำนวนเต็มเป็นจำนวนเต็ม

เพื่อให้จำนวนเต็มสองจำนวนหารกันได้โดยที่ตัวหารต้องไม่เป็นศูนย์ จึงจำเป็นต้องมีตัวเลขชนิดใหม่อีกเช่น $\frac{3}{4}$ และ $\frac{4}{5}$ ฯลฯ จำนวนเหล่านี้เขียนได้ในรูปเศษส่วนของจำนวนเต็ม

นิยาม 1.2.1 จำนวนที่เขียนได้ในรูป $\frac{a}{b}$ โดยที่ a และ b ต่างก็เป็น จำนวนเต็มและ $b \neq 0$ เรียกว่า **จำนวนตรรกยะ**

$$Q = \{\frac{a}{b} \mid a,b \in I,\ b \neq 0\}$$

เรียกสัญลักษณ์ที่แทนจำนวนว่า **ตัวเลข** จำนวนเดียวกันอาจเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ที่แตกต่างกันเช่น 3, $\frac{3}{1}$, $\frac{9}{3}$ หมายถึง จำนวนสาม

จำนวนต่อไปนี้เป็นจำนวนตรรกยะ

1. จำนวนเต็มได้แก่ 0,1,-1,2,-2,3,-3,...
2. จำนวนที่เขียนในรูปเศษส่วนของจำนวนเต็มและตัวหารไม่เป็นศูนย์ เช่น $\frac{5}{6}$, $-\frac{1}{2}$, $\frac{103}{100}$ เป็นต้น
3. จำนวนที่เขียนในรูปทศนิยมซ้ำ เช่น $\frac{1}{3} = 0.333...$

$$\frac{1}{6} = 0.16161616...$$

$$\frac{177}{999} = 0.\dot{1}7\dot{7}$$

ในระบบของจำนวนตรรกยะ เซตคำตอบของสมการ $x^2 = 2$ คือเซตว่าง นั่นคือ เราไม่สามารถหาจำนวนตรรกยะที่ยกกำลังสองแล้วได้ 2 พอดีจึงต้องสร้างจำนวนอตรรกยะซึ่งเป็นจำนวนชนิดใหม่ขึ้น จำนวนบวกที่ยกกำลังสองแล้วได้ 2 เขียนแทนด้วย $\sqrt{2}$ อ่านว่ารากที่สองที่เป็นบวกของสอง หรือค่าหลักของรากที่สองของสอง $\sqrt{2} \approx 1.414$ (อ่านว่า $\sqrt{2}$ เท่ากับ 1.414 โดยประมาณ) เพราะ $(\sqrt{2})^2 = 2$ แต่ $(1.414)^2 = 1.999366$ เรียกจำนวนเช่น $\sqrt{2}$ ว่า **จำนวนอตรรกยะ**

นิยาม 1.2.2 จำนวนอตรรกยะเป็นจำนวนที่ไม่สามารถเขียนในรูปเศษส่วนของจำนวนเต็มที่ตัวหารไม่เป็นศูนย์ แต่เขียนได้ในรูปทศนิยมไม่ซ้ำและสามารถกำหนดค่าโดยประมาณได้

ตัวอย่างเช่น

$$\sqrt{3} = 1.7320508\ldots \quad \text{มีค่าประมาณ } 1.732$$

$$\sqrt[3]{2} = 1.2599209\ldots \quad \text{มีค่าประมาณ } 1.260$$

$$-\frac{\sqrt{3}}{2} = -0.8660254\ldots \quad \text{มีค่าประมาณ } -0.866$$

$$\pi = 3.14159265\ldots \quad \text{มีค่าประมาณ } 3.1416$$

กล่าวว่าเซตของจำนวนอตรรกยะ $H = \{x \mid x \in R, x \notin Q\}$

ผลผนวกของเซตของจำนวนตรรกยะกับเซตของจำนวนอตรรกยะเรียกว่า **เซตของจำนวนจริง** เซตของจำนวนตรรกยะและเซตของจำนวนอตรรกยะต่างก็เป็นเซตย่อยของเซตของจำนวนจริง ผลตัดของทั้งสองเซตนี้เป็นเซตว่าง นั่นคือ ไม่มีจำนวนจริงจำนวนใดที่เป็นทั้งจำนวนตรรกยะและจำนวนอตรรกยะ

แผนผังแสดงความสัมพันธ์ของจำนวนชนิดต่าง ๆ

- จำนวนจริง
  - จำนวนอตรรกยะ
  - จำนวนตรรกยะ
    - จำนวนตรรกยะที่ไม่ใช่จำนวนเต็ม
    - จำนวนเต็ม
      - จำนวนเต็มลบ
      - ศูนย์
      - จำนวนเต็มบวก หรือจำนวนนับ

1.2.2 คุณสมบัติของจำนวนจริง

ถ้า a และ b เป็นจำนวนจริง จะหาผลบวกได้โดยหลักเกณฑ์การบวกที่ทราบกันแล้ว คือ

1. ผลบวกของจำนวนบวกสองจำนวนจะเป็นจำนวนบวก
2. ผลบวกของจำนวนลบสองจำนวนจะเป็นจำนวนลบ

นิยาม 1.2.3 ในระบบจำนวนจริงเรียกจำนวนจริงที่บวกกับจำนวนจริงจำนวนใดก็ตามได้ผลลัพธ์เป็นจำนวนจริงจำนวนนั้นว่า **เอกลักษณ์การบวก** กล่าวคือ ถ้า x เป็นเอกลักษณ์การบวก แล้ว $x + a = a = a + x$ เมื่อ a เป็นจำนวนจริงใด ๆ

เนื่องจากศูนย์เป็นจำนวนจริงจำนวนเดียวเท่านั้นที่บวกกับจำนวนจริงใดก็ตามผลลัพธ์จะเป็นจำนวนจริงจำนวนนั้น **ศูนย์** จึงเป็นเอกลักษณ์การบวกของระบบจำนวนจริง

นิยาม 1.2.4 สำหรับจำนวนจริงใด ๆ a จะเรียกจำนวนจริงที่บวกกับ a แล้วได้ศูนย์ว่า **ตัวผกผันของการบวกของจำนวนจริง a** เขียนแทนด้วย $-a$ กล่าวคือ $a + (-a) = 0 = (-a) + a$

คุณสมบัติของจำนวนจริงเกี่ยวกับการบวก

1. **คุณสมบัติปิดของการบวก** สำหรับทุก ๆ $a, b, \in R$ ผลบวกของ a กับ b เขียนแทนด้วย $a + b$ จะมีผลลัพธ์เพียงหนึ่งผลลัพธ์เท่านั้น และ $a + b \in R$ หมายความว่าถ้านำเอาจำนวนจริงสองจำนวนมาบวกกันผลลัพธ์ย่อมเป็นจำนวนจริงด้วย เช่น

   3 และ 5 ต่างก็เป็นจำนวนจริง

   3 + 5 ก็เป็นจำนวนจริงเช่นกัน

2. **คุณสมบัติการสลับที่ของการบวก** สำหรับทุก ๆ $a, b \in R$ จะได้ $a + b = b + a$ นั่นคือในการบวกจำนวนจริงสองจำนวน เมื่อสลับที่จำนวนทั้งสองนั้นแล้วผลบวกจะเท่าเดิม เช่น

   ก) $(-6) + (2) = (2) + (-6)$

   $-4 = -4$

3. **คุณสมบัติการเปลี่ยนกลุ่มได้ของการบวก** สำหรับทุก ๆ $a, b, c \in R$ จะได้ $a + (b + c) = (a + b) + c$

   นั่นคือ ในการบวกจำนวนจริงสามจำนวนจะบวกสองจำนวนหลังก่อนหรือสองจำนวนแรกก่อนผลบวกจะเท่าเดิม เช่น

$$2 + (3 + 4) = (2 + 3) + 4$$
$$2 + 7 = 5 + 4$$
$$9 = 9$$

4. **เอกลักษณ์การบวก** ในระบบจำนวนจริงมีสมาชิก $0 \in R$ ซึ่งทำให้ $a + 0 = a = 0 + a$ สำหรับทุก ๆ $a \in R$

เช่น

$$0 + 2 = 2 = 2 + 0$$

5. **ตัวผกผันของการบวก** สำหรับทุก ๆ $a \in R$ จะต้องมีสมาชิก $-a \in R$ ซึ่งทำให้ $a + (-a) = 0 = (-a) + a$ เช่น

$$5 + (-5) = 0 = (-5) + 5$$

ต่อไปจะกล่าวถึงคุณสมบัติของจำนวนจริงเกี่ยวกับการคูณ

ถ้า a และ b เป็นจำนวนจริงจะหาผลคูณได้สัญลักษณ์สำหรับผลคูณจะใช้ ab หรือ a.b หรือ $a \times b$ หรือ (a)(b) ก็ได้ ซึ่งหลักเกณฑ์การคูณมีดังนี้

1) ผลคูณของจำนวนบวกสองจำนวน จะเป็นจำนวนบวก

2) ผลคูณของจำนวนลบสองจำนวนจะเป็นจำนวนบวก

3) ผลคูณของจำนวนบวกและจำนวนลบจะเป็นจำนวนลบ

นิยาม 1.2.5 ในระบบจำนวนจริงเรียกจำนวนจริงที่คูณกับจำนวนจริงใดก็ตามแล้วได้ผลลัพธ์เป็นจำนวนนั้นว่าเอกลักษณ์การคูณนั่นคือถ้า y เป็นเอกลักษณ์การคูณแล้ว $y.a = a = a.y$ ไม่ว่า a เป็นจำนวนจริงใด ๆ

จะเห็นว่า 1 เป็นเอกลักษณ์การคูณของระบบจำนวนจริงเนื่องจาก 1 เป็นจำนวนจริงจำนวนเดียวเท่านั้นที่คูณกับจำนวนจริงจำนวนใดก็ตามแล้วได้ผลลัพธ์เป็นจำนวนจริงจำนวนนั้น

นิยาม 1.2.6 ในระบบจำนวนจริง ตัวผกผันการคูณของจำนวนจริง a เขียนแทนด้วย a^{-1} หมายถึง จำนวนจริงที่คูณกับจำนวนจริง a แล้วได้ 1 กล่าวคือ

$$a(a^{-1}) = 1 = (a^{-1})a$$

ถ้า a เป็นจำนวนจริงที่ไม่เท่ากับศูนย์จะมีจำนวนจริง จำนวนหนึ่งที่เขียนได้ในรูป $\frac{1}{a}$ โดยที่ $a(\frac{1}{a}) = 1 = \frac{1}{a}(a)$

ดังนั้น เมื่อ $a \neq 0$ จะได้ $a^{-1} = \frac{1}{a}$

คุณสมบัติของจำนวนจริงเกี่ยวกับการคูณ

1. **คุณสมบัติปิดของการคูณ** สำหรับทุก ๆ $a, b \in R$ ผลคูณของ a และ b เขียนแทนด้วย ab จะมีเพียงหนึ่งผลลัพธ์เท่านั้นและ $ab \in R$

   หมายความว่าการคูณจำนวนจริงกับจำนวนจริงผลลัพธ์ที่ได้เป็นจำนวนจริงด้วย เช่น 2 และ 3 ต่างก็เป็นจำนวนจริง

   2×3 ก็เป็นจำนวนจริง

2. **คุณสมบัติสลับที่ของการคูณ** สำหรับทุก ๆ $a, b \in R$ จะได้ $ab = ba$

   นั่นคือ การคูณจำนวนจริงสองจำนวน เมื่อสลับที่จำนวนทั้งสองแล้วผลคูณจะเท่าเดิม

   เช่น $\frac{1}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{5} \times \frac{1}{3}$

   $\frac{1}{15} = \frac{1}{15}$

3. **คุณสมบัติการเปลี่ยนกลุ่มได้ของการคูณ** สำหรับทุก ๆ $a, b, c \in R$ จะได้ $a(bc) = (ab)c$

   หมายความว่าการคูณจำนวนจริงสามจำนวนจะคูณสองจำนวนหลังก่อนหรือสองจำนวนแรกก่อนผลคูณจะเท่าเดิม เช่น

$$(-6).[(+2).(-5)] = [(-6).(+2)].(-5)$$

$$(-6).[-10] = [-12].(-5)$$

$$60 = 60$$

4. **เอกลักษณ์การคูณ** สำหรับทุก ๆ $a \in R$ จะต้องมีสมาชิก $1 \in R$ โดยที่ $1 \neq 0$ และทำให้

$a.1 = a = 1.a$

เช่น $5 \times 1 = 5 = 1 \times 5$

5. **ตัวผกผันการคูณ** สำหรับทุก ๆ $a \in R$ ซึ่ง $a \neq 0$ จะต้องมีสมาชิก $a^{-1} \in R$ ซึ่งทำให้ $aa^{-1} = 1 = a^{-1}a$

เช่น $6.\frac{1}{6} = 1 = \frac{1}{6}.6$

6. **คุณสมบัติการแจกแจง** สำหรับทุก $a,b,c \in R$ จะได้ $a(b+c) = ab + ac$

กล่าวคือเซตของจำนวนจริงมีคุณสมบัติการแจกแจงของการคูณเทียบกับการบวก นั่นคือการคูณจำนวนจริงกับผลบวกของจำนวนจริงอีกสองจำนวนจะได้ผลลัพธ์เท่ากันกับจำนวนจริงนั้นคูณกับแต่ละจำนวน แล้วจึงนำผลคูณมาบวกกัน เช่น

$$\begin{aligned} 3(2+4) &= (3 \times 2) + (3 \times 4) \\ 3 \times 6 &= 6 + 12 \\ 18 &= 18 \end{aligned}$$

กล่าวโดยสรุประบบจำนวนจริงมีคุณสมบัติเกี่ยวกับการบวกและการคูณดังนี้

ให้ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใด ๆ

คุณสมบัติ	การบวก	การคูณ
การปิด	$a + b \in R$	$ab \in R$
การสลับที่	$a + b = b + a$	$ab = ba$
การเปลี่ยนกลุ่มได้	$(a + b) + c = a + (b + c)$	$(ab)c = a(bc)$
การมีเอกลักษณ์	มีจำนวนจริงโดยที่ $a + 0 = 0 + a = a$	มีจำนวนจริง 1 โดยที่ $a(1) = (1)a = a$
การมีอินเวอร์ส	ถ้า a เป็นจำนวนจริงจะมีจำนวนจริง -a โดยที่ $a + (-a) = (-a) + a = 0$	ถ้า a เป็นจำนวนจริงไม่เท่ากับศูนย์จะมีจำนวนจริง $(a^{-1})a = 1 = a(a^{-1})$
การแจกแจง	$a(b + c) = ab + ac$	

สังเกตว่าที่กล่าวมานี้มีเฉพาะการบวกและการคูณเท่านั้น สำหรับการลบและการหารจะสามารถนิยามในรูปของการบวกและการคูณได้ดังนี้

นิยามที่ 1.2.7 ถ้า a และ b เป็นจำนวนจริงใด ๆ $a-b = a + (-b)$

กล่าวได้ว่า $a-b$ คือผลบวกของ a กับตัวผกผันของการบวกของ b เช่น

$$7-3 = 7 + (-3) = 4$$

นิยาม 1.2.8 ถ้า a และ b เป็นจำนวนจริงใด ๆ $b \neq 0, \frac{a}{b} = a.b^{-1}$

นั่นคือ $\frac{a}{b}$ คือผลคูณของ a กับตัวผกผันการคูณของ b

หรือ $\frac{a}{b} = a.\frac{1}{b}$

เช่น $\frac{12}{3} = 12.\frac{1}{3} = 4$

นอกจากคุณสมบัติของการบวกและคุณสมบัติของการคูณแล้ว ยังมี**คุณสมบัติของการเท่ากัน** ดังนี้

1) คุณสมบัติการสะท้อน $a = a$

2) คุณสมบัติการสมมาตรถ้า $a = b$ แล้ว $b = a$

3) คุณสมบัติการถ่ายทอด ถ้า $a = b$ และ $b = c$ แล้ว $a = c$

4) คุณสมบัติของการบวกด้วยจำนวนเท่ากัน ถ้า $a = b$ แล้ว $a + c = b + c$

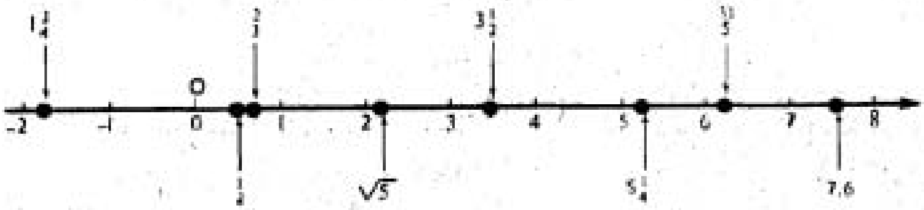
5) คุณสมบัติของการคูณด้วยจำนวนเท่ากัน ถ้า $a = b$ แล้ว $ac = bc$

1.2.3 เส้นจำนวน

ในทางเรขาคณิตสามารถแทนจำนวนจริงแต่ละจำนวนด้วยจุดบนเส้นตรง เส้นตรงนี้เรียกว่าเส้นจำนวนจริง การแทนจำนวนจริงด้วยจุดบนเส้นตรงนั้นเริ่มด้วยการลากเส้นตรงเส้นหนึ่ง เลือกจุดๆ หนึ่งเรียกว่าจุด o ให้จุดนี้แทนจำนวนศูนย์ เลือกจุดทางขวาของจำนวนศูนย์ให้แทนจำนวน 1 ระยะจาก o ถึง 1 จะเรียกว่าหนึ่งหน่วย ถ้า x เป็นจำนวนจริงบวกจะแทนด้วยจุดที่อยู่ทางขวาของจุด o และห่างจากจุด o เป็นระยะ x หน่วย ถ้า x เป็นจำนวนลบจะแทน

ด้วยจุดที่อยู่ทางซ้ายของจุด o และห่างจากจุด o เป็นระยะ x หน่วย จำนวนจริงแต่ละจำนวนจะมีจุดบนเส้นตรงนี้เพียงจุดเดียวแทนจำนวนจริงนั้น เช่น $\frac{2}{3}$ จะแทนได้ด้วยจุดทางขวาของจุด o และอยู่ห่างจากจุด o เป็นระยะทาง $\frac{2}{3}$ หน่วย

$1\frac{3}{4}$ จะแทนได้ด้วยจุดทางซ้ายของจุด o และอยู่ห่างจากจุด o เป็นระยะทาง $1\frac{3}{4}$ หน่วย



ในทางตรงข้ามเมื่อกำหนดจุดจุดหนึ่งบนเส้นตรงมาให้ก็จะมีจำนวนจริงจำนวนเดียวเท่านั้นแทนได้ด้วยจุดที่กำหนดให้ กล่าวคือ จำนวนจริงจับคู่หนึ่งต่อหนึ่งกับจุดบนเส้นตรง ดังรูป เส้นตรงที่ใช้จุดบนเส้นแทนจำนวนจริง เรียกว่า **เส้นจำนวน** จากรูปจะเห็นว่า −2 เป็นจำนวนที่แทนได้ด้วยจุดบนเส้นตรงมีระยะห่างจากจุด o ไปทางซ้าย 2 หน่วย กล่าวได้ว่า −2 กับ 2 เป็นจำนวนตรงข้ามซึ่งกันและกันเพราะอยู่ห่างจากจุด o เป็นระยะทางเท่ากัน แต่อยู่คนละข้างของจุด o โดยทั่วไปถ้า a เป็นจำนวนจริงไม่เท่ากับศูนย์ จะเรียก a ว่า **จำนวนบวก**ถ้า a แทนได้ด้วยจุดทางขวาของจุด o และเรียก a ว่าเป็น**จำนวนลบ**ถ้า a แทนได้ด้วยจุดทางซ้ายของจุด o โดยที่ a กับ −a จะอยู่ห่างจากจุด o เป็นระยะทางเท่ากันแต่อยู่คนละข้างของจุด o ดังนั้นจะมีจำนวนจริงเพียงจำนวนเดียวเท่านั้นที่เป็นจำนวนตรงข้ามของจำนวนจริง a ถ้า a เป็นจำนวนบวก −a จะเป็นจำนวนลบ และถ้า a เป็นจำนวนลบ −a จะเป็นจำนวนบวก

เช่น ถ้า $a = 3$ แล้ว $-a = -3$

ถ้า $a = -5$ แล้ว $-a = -(-5) = 5$

จำนวนตรงข้ามของศูนย์ก็คือศูนย์ ซึ่งไม่เป็นจำนวนบวกและไม่เป็นจำนวนลบ

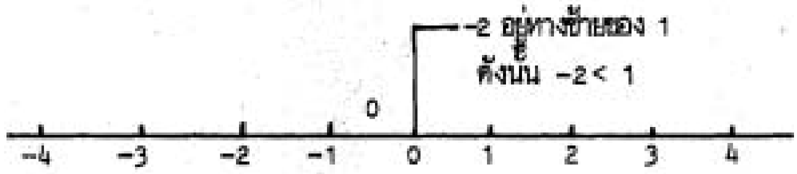
ถ้า a เป็นจำนวนจริงแล้ว a เป็นจำนวนบวกหรือ a เป็นศูนย์ หรือ a เป็นจำนวนลบเพียงอย่างใดอย่างหนึ่งเท่านั้น

สำหรับจำนวนจริงใด ๆ a และ b

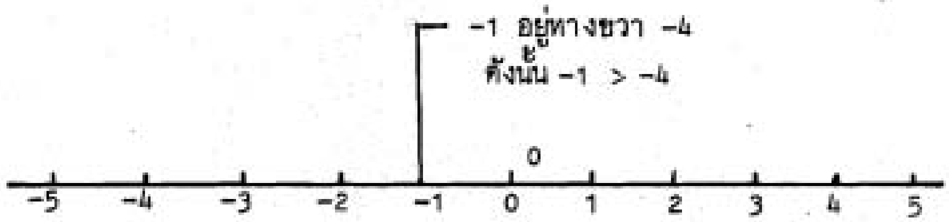
1. ถ้าจุดแทนจำนวน a อยู่ทางซ้ายของจุดแทนจำนวน b เราจะกล่าว a น้อยกว่า b ซึ่งจะเขียนแทนด้วย $a < b$

2. ถ้าจุดแทนจำนวน a อยู่ทางขวาของจุดแทนจำนวน b เราจะกล่าวว่า a มากกว่า b ซึ่งจะเขียนแทนด้วย $a > b$

$-2 < 1$ เพราะจุดแทน -2 อยู่ทางซ้ายของจุดแทน -1 ดังรูป



$-1 > -4$ เพราะ -1 อยู่ทางขวาของจุดแทน -4 ดังรูป



3. $a < b$ ก็ต่อเมื่อ $b > a$ เพราะจุดแทนจำนวน a อยู่ทางซ้ายของจุดแทนจำนวน b ต่อเมื่อจุดแทนจำนวน b อยู่ทางขวาของจุดแทนจำนวน a

บนเส้นจำนวนจริงนั้น จะเรียกระยะจากจุด 0 ถึงจุดแทนจำนวน a ว่า**ค่าสัมบูรณ์**ของจำนวนจริง a เขียนแทนด้วย $|a|$ เช่น

$|3| = 3$ เพราะจุดแทน 3 อยู่ห่างจากจุด 0 เป็นระยะ 3 หน่วย

$|-2| = 2$ เพราะจุดแทน -2 อยู่ห่างจากจุด 0 เป็นระยะ 2 หน่วย

$|0| = 0$ เพราะจุดแทนศูนย์ 0 อยู่ห่างจากจุด 0 เป็นระยะศูนย์หน่วย

นั่นคือ ถ้า a เป็นจำนวนจริง ค่าสัมบูรณ์ของ a เขียนแทนด้วย $|a| = a$ ถ้า $a \geq 0$

$|a| = -a$ ถ้า $a < 0$

จะเห็นว่าค่าสัมบูรณ์ของ x จะทำให้ทราบว่าจำนวนจริง x อยู่ห่างจากจุดกำเนิด 0 เท่าใดบนเส้นจำนวนจริงแต่จะไม่บอกว่าจำนวนนั้นเป็นจำนวนบวกหรือลบ

ตัวอย่าง 1.26 จงหาค่าของ

(ก) $|5|$ (ข) $|-3|$ (ค) $|-14|$

วิธีทำ (ก) $|5| = 5$

(ข) $|-3| = -(-3) = 3$

(ค) $|-14| = -(-14) = 14$

แบบฝึกหัด 1.1

1. จงเขียนเซตต่อไปนี้แบบแจกแจงสมาชิก

   1.1 A = {a | a เป็นจำนวนเต็มลบที่เป็นจำนวนคี่มากกว่า −12}

   1.2 B = {b | เมื่อ a = 2, a + 3b = −7}

   1.3 C = {c | c เป็นสระในภาษาอังกฤษ}

   1.4 M = {m | m เป็นจำนวนเต็มที่อยู่ระหว่าง 0 และ 1}

   1.5 Y = {y | y เป็นจำนวนนับที่มากกว่า 12 และหารด้วย 10 ลงตัว}

2. จงเขียนเซตต่อไปนี้แบบบอกเงื่อนไขของสมาชิกในเซต

   2.1 A = {0,2,4,6,8,10,12,14,16,18,20}

   2.2 S = {−5, +5, −4, +4, −3, +3, −2, +2, −1, +1, 0}

   2.3 V = {0,1,4,9,16,25,36}

   2.4 C = {1,8,27,64}

3. เซตต่อไปนี้เซตใดเป็นเซตจำกัด เซตใดเป็นเซตอนันต์

   3.1 A = {x | x เป็นจำนวนเต็มบวกที่อยู่ระหว่าง 10 และ 20}

   3.2 B = {x | x เป็นจำนวนเต็มบวกที่เป็นเลขคี่}

   3.3 Z = {z | z เป็นเมล็ดข้าวในถัง ๆ หนึ่ง}

   3.4 C = {c | c เป็นวงกลมในระนาบ}

   3.5 F = {f | f เป็นจำนวนเต็มที่หารด้วย 5 ลงตัว}

4. เซตต่อไปนี้เซตใดเป็นเซตว่าง

   4.1 เซตของจำนวนเฉพาะระหว่าง 24 ถึง 28

   4.2 เซตของจำนวนเต็มบวกที่อยู่ระหว่าง 9 และ 10

   4.3 เซตของจำนวนเต็มบวกและน้อยกว่า 0

   4.4 เซตของจำนวนที่สอดคล้องกับสมการ $x^2 - 5x + 4 = 0$

5. จงหาเซตย่อยทั้งหมดของเซตต่อไปนี้

5.1 $\{0\}$ 5.2 $\{a,b,c\}$ 5.3 $\{0,\{1,2\}\}$

5.4 $\{\{5\}\}$

6. ถ้า $A = \{3,5,10,11\}$, $B = \{3,5,12\}$ และ $C = \{5,3\}$

จงพิจารณาว่าข้อความที่กำหนดให้ต่อไปนี้ว่าถูกหรือผิด

6.1 $B \subseteq A$

6.2 $C \subseteq B$

6.3 $C \nsubseteq A$

6.4 $\Phi \in B$

6.5 $\Phi \subseteq A$

7. จงพิจารณาว่าเซตที่กำหนดให้ต่อไปนี้มีเซตใดบ้างที่เท่ากัน

$A = \{3,-4\}$

$B = \{x \mid (x-3)(x+4) = 0\}$

$C = \{x \mid x^3 + x^2 - 12x = 0\}$

$D = \{0, -4, -3\}$

8. กำหนดเซต

$A = \{-1, -3, -5, -7, -9\}$

$B = \{-1, -2, -3, -4, -5, -6, -7, -8, -9\}$

$C = \{-2, -4, -6, -8\}$

จงเขียนเซตต่อไปนี้แบบแจกแจงสมาชิก

8.1 $A \cup B$ 8.4 $A \cap B$

8.2 $A \cup C$ 8.5 $A \cap C$

8.3 $B \cup C$ 8.6 $B \cap C$

9. กำหนดให้ $U = \{1,2,3,\ldots,8,9\}$

$A = \{1,2,3,4\}$

$B = \{2,4,6,8\}$ และ $C = \{3,4,5,6\}$

จงหาค่าของ

9.1 A' 9.2 B'

9.3 $(A \cup B)'$ 9.4 $(A \cap C)'$

10. ให้ $A = \{1,2,3,4\}$, $B = \{2,4,6,8\}$ และ $C = \{3,4,5,6\}$

จงหาค่าของ

10.1 $A - B$ 10.3 $B - C$

10.2 $B - A$ 10.4 $C - A$

11. จงใช้แผนภาพเวนน์ซึ่งประกอบด้วยวงกลมสามวง แสดงถึง

11.1 $(A \cap B) \cup C$

11.2 $A \cup (B \cap C)$

11.3 $(A \cap B) \cup (B \cup C)$

12. ในรอบหลายปีที่ผ่านมาพบว่ามีผู้นิยมรับประทานวิตามินซีเป็นอาหารเสริมกันอย่างแพร่หลาย เพราะเชื่อกันว่าจะทำให้ปลอดภัยจากไข้หวัดธรรมดาและไข้หวัดใหญ่ จากการศึกษากลุ่มคนที่รับประทานวิตามินซีต่อเนื่องกันเป็นระยะเวลาหนึ่งปีจำนวน 1,000 คน พบว่า 300 คน เป็นหวัดหนึ่งครั้งหรือมากกว่า 100 คน ป่วยเป็นไข้หวัดใหญ่ และ 80 คน ป่วยด้วยไข้หวัดธรรมดาและไข้หวัดใหญ่ จงใช้แผนภาพเวนน์สรุปผลของการศึกษานี้ ถ้า

U แทนบุคคลทั้งหมดในกลุ่มที่ควบคุมการทดลอง

C แทนเซตของคนที่เป็นไข้หวัดธรรมดา

I แทนเซตของคนที่เป็นไข้หวัดใหญ่ในช่วงที่มีการศึกษาวิจัย

จงคำนวณหา

ก) จำนวนคนที่ไม่เจ็บป่วยด้วยไข้หวัดธรรมดาและไข้หวัดใหญ่

ข) จำนวนคนที่ป่วยด้วยไข้หวัดธรรมดาเพียงอย่างเดียว

ค) จำนวนคนที่ป่วยด้วยไข้หวัดใหญ่เพียงอย่างเดียว

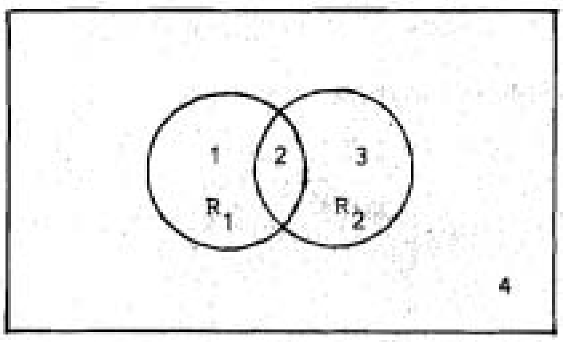
นักศึกษาได้ข้อสรุปอย่างไรจากการศึกษาถึงผลที่วิตามินซีมีต่อความเจ็บไข้ของมนุษย์

13. ในทันทีที่เกิดคดีเกี่ยวกับการทุจริตประพฤติมิชอบในการบริหารท้องถิ่นแห่งหนึ่งในปี 2529-2531 ทำให้ประชาชนบางกลุ่มเสื่อมความนิยมในพรรคการเมือง ก และมีความรู้สึกเบื่อหน่ายการเมืองในท้องถิ่นนั้นไปด้วย พรรคการเมือง ก ได้สำรวจทัศนคติของประชาชนผู้มีสิทธิ์ออกเสียงเลือกตั้งในท้องถิ่นนั้น เพื่อศึกษาผลกระทบของคดีทุจริตที่มีต่อความนิยมในพรรคการเมือง ก จากการสำรวจความคิดเห็นของผู้ที่เคยไปใช้สิทธิ์เลือกตั้งในการเลือกตั้งที่ผ่านมาจำนวน 15,000 คน พบว่าผู้ที่ลงคะแนนให้ผู้สมัครที่มาจากพรรคการเมือง ก ในการเลือกตั้งปี 2529 มีจำนวน 7,500 คน ผู้ที่ลงคะแนนให้ผู้สมัครที่มาจากพรรคการเมือง ก ในการเลือกตั้งในปี 2533 มีจำนวน 4,500 คน และผู้ที่ลงคะแนนให้ผู้สมัครที่มาจากพรรคการเมือง ก ในการเลือกตั้งปี 2529 และ 2533 มีจำนวน 400 คน

ถ้า U แทนผู้ไปใช้สิทธิ์เลือกตั้งทั้งหมด

R_1 แทนเซตของประชาชนที่เลือกผู้สมัครที่มาจากพรรคการเมือง ก ในการเลือกตั้งปี 2529

R_2 แทนเซตของประชาชนที่เลือกผู้สมัครที่มาจากพรรคการเมือง ก ในการเลือกตั้งปี 2533



จงหาจำนวนสมาชิกของเซตย่อยในแต่ละบริเวณตั้งแต่ 1-4 ที่แสดงไว้ในแผนภาพเวนน์และอธิบายผลที่ได้

14. จากการสำรวจผู้บริโภคน้ำอัดลมจำนวน 500 รายพบว่าในระยะเวลาหนึ่งเดือนที่ผ่านมา มีผู้ที่ดื่มน้ำอัดลมชนิด A จำนวน 250 ราย มีผู้ดื่มน้ำอัดลมชนิด B จำนวน 200 ราย และมี 100 รายที่ดื่มทั้งชนิด A และ B, จงสร้างแผนภาพเวนน์สรุปผลการสำรวจ และ

ก) จงหาจำนวนผู้ที่ดื่มน้ำอัดลมชนิด A อย่างเดียว

ข) จงหาจำนวนผู้ที่ดื่มน้ำอัดลมชนิด B อย่างเดียว

ค) จงหาจำนวนผู้ที่ไม่ดื่มน้ำอัดลมทั้งสองชนิด

15. สถานีโทรทัศน์แห่งหนึ่งสำรวจความนิยมของผู้ชมรายการโทรทัศน์จำนวน 50,000 ราย เพื่อศึกษาความนิยมที่ผู้ชมมีต่อรายการต่าง ๆ ของทางสถานี ในห้วงหนึ่งสัปดาห์ที่ผ่านมา ผลของการสำรวจเป็นดังนี้

29,000 ราย ดูกีฬา

25,000 ราย ดูข่าว

28,000 ราย ดูภาพยนตร์

16,000 ราย ดูกีฬาและข่าว

15,000 ราย ดูข่าวและภาพยนตร์

18,000 ราย ดูกีฬาและภาพยนตร์

10,000 ราย ดูรายการทั้งสามประเภท

จงหาเปอร์เซ็นต์ของผู้ชมรายการของสถานีโทรทัศน์ซึ่ง

ก) ดูกีฬา อย่างเดียว

ข) ดูข่าว อย่างเดียว

ค) ดูภาพยนตร์ อย่างเดียว

ง) ไม่ดูรายการทั้งสามประเภท

16. จากการสอบถามผู้บริโภคโยเกิร์ต 1,000 ราย พบว่า

175 ราย บริโภคชนิด A

820 ราย บริโภคชนิด B

150 ราย บริโภคชนิด C

50 ราย บริโภคทั้ง A และ B

75 ราย บริโภคทั้ง A และ C

60 ราย บริโภคทั้ง B และ C

20 ราย บริโภคทั้ง A,B และ C

จงสร้างแผนภาพเวนน์แสดงข้อมูลที่ได้จากการสอบถามและจงหา

ก) จำนวนคนที่บริโภคชนิด A อย่างเดียว

จำนวนคนที่บริโภคชนิด B อย่างเดียว

จำนวนคนที่บริโภคชนิด C อย่างเดียว

ข) จำนวนคนที่บริโภคชนิด A และ B

ค) จำนวนคนที่บริโภคชนิด A และ C

ง) จำนวนคนที่บริโภคชนิด B และ C

จ) จำนวนคนที่ไม่บริโภคโยเกิร์ตทั้ง 3 ชนิด

17. จงพิจารณาว่าจำนวนต่อไปนี้จำนวนใดบ้างที่เป็น

ก) จำนวนนับ

ข) จำนวนเต็มลบ

ค) จำนวนตรรกยะ

ง) จำนวนอตรรกยะ

$7,\ -5,\ 30,\ 2.5,\ \sqrt{6},\ -\frac{3}{4},\ \pi,\ \sqrt{19},\ .727727772\ldots,\ \sqrt[4]{43},$
$.121212\ldots,\ \frac{16}{3},\ -12,\ \frac{5}{7}$

18. จงใช้สัญลักษณ์ $\subseteq$ หรือ $\in$ เติมลงในช่องว่างแล้วให้ได้ข้อความถูกต้อง เมื่อ I แทน เซตของจำนวนเต็ม

N แทน เซตของจำนวนนับ

R แทน เซตของจำนวนจริง

ก) $\{1,3\}$ ---------- I

ข) $\frac{1}{5}$ ---------- R

ค) N ---------- R

ง) I ---------- R

จ) 5 ---------- I

19. จงพิจารณาว่าข้อความที่กำหนดให้ในข้อ 1-10 ถูกหรือผิด พร้อมทั้งอธิบายเหตุผล

1) $(-5) + (10) = (10) + (-5)$

2) $(-3)[8 + (-2)] = [(-2) + 8](-3)$

3) $2 + (-2) = 0$

4) $8 \div (-2) = (-2) \div 8$

5) $4 + \frac{1}{4} = 1$

6) $(6)(-3) + (-4) = (-4) + (-3)(6)$

7) $5(ab + 3) = 5ab + 15$

8) $(-7) - 4 = 4 - (-7)$

9) $3(a.b) = 3a.3b$

10) $8 + [(-2) + (-4)] = [(-2) + (-4)] + 8$