บทที่ 6
สูตรตรรกวิทยา (ต่อ)

1. สูตรการแทนที่

ในบทที่ 5 นักศึกษาได้เรียนรู้เกี่ยวกับสูตรตรรกวิทยามาแล้ว 10 สูตร ซึ่งเป็นสูตรของการอนุมาน (law of inference) ในบทที่ 6 จะเป็นสูตรของการแทนที่ (law of equivalence) เป็นสูตรที่ว่าด้วยความเท่ากันของประโยคข้อความ 2 ประโยคข้อความ สามารถนำเป็นแทนที่ สลับสับเปลี่ยนตำแหน่งของตัวเงื่อน (antecedent) กับตัวไข (consequent) ได้อย่างสมเหตุสมผล ซึ่งควรเรียกการทดสอบสูตรเหล่านี้ว่า สมภาค เช่น ประโยคว่า "ผมรักคุณ" มีความหมายเท่ากับว่า "ผมไม่ไม่รักคุณ" เพราะการปฏิเสธซ้อนกันสองครั้งมีความหมายเท่ากับยืนยันนั่นเอง สูตรประเภทนี้ มีทั้งหมด 11 สูตรดังนี้ คือ

1) De Morgan Law (De Morg.) สูตรปฏิเสธหน้าวงเล็บ

$$\sim(p . q) \equiv (\sim P \vee \sim Q)$$
$$\sim(p \vee q) \equiv (\sim p . \sim Q)$$

ลักษณะสูตร De Morgan สลับกันระหว่าง เครื่องหมาย "." กับ เครื่องหมาย "V" โดยมี เครื่องหมายปฏิเสธ "$\sim$" จะอยู่ข้างนอกวงเล็บและอยู่ภายในวงเล็บ ซึ่งมี เครื่องหมาย "$\equiv$" คั่นไว้อีกที จะขอแยกอธิบายให้เห็น ดังนี้

ก) "$\sim$(P . Q)" จึงมีความหมายเท่ากับว่า ไม่เป็นความจริงที่ว่า มีทั้ง P หรือ Q ทั้งสองอย่างร่วมกัน ($\sim$ P V $\sim$ Q) ซึ่งอาจจะมี P เพียงอย่างเดียว หรือ จะมีเพียง Q อย่างเดียว หรือไม่มีสักอย่างเลยก็ได้ เช่น "ไม่เป็นความจริง

ที่ว่ามนุษย์ต่างดาวเคยมาที่โลกเราและมีชีวิตอยู่ดาวอื่น" มีความหมายเท่ากับ "ไม่เป็นความจริงที่ว่า มนุษย์ต่างดาวเคยมาที่โลกเรา" หรือ "ไม่เป็นความจริงที่ว่า มีมนุษย์ต่างดาวมีชีวิตอยู่ดาวอื่น" หรือ "ทั้งสองอย่างร่วมกัน"

ข) $\sim(P \lor Q)$ มีเครื่องหมายปฏิเสธอยู่ภายนอกวงเล็บ มีความหมายว่า เป็นการปฏิเสธอยู่อย่างที่มีอยู่ภายในวงเล็บ ในที่นี้ คือ P และ Q ตามลำดับ แม้แต่อย่างเดียวก็ไม่มีการเว้น จึงมีความหมายเท่ากับ "$\sim P \,.\, \sim Q$" เช่น "ไม่เป็นความจริงที่ว่ามนุษย์ต่างดาวเคยมาที่โลกเราหรือมีชีวิตอยู่ดาวอื่น" มีความหมายตรงกับ "ไม่เป็นความจริงที่ว่ามนุษย์ต่างดาวเคยมาที่โลกเรา" และ "ไม่เป็นความจริงที่ว่ามนุษย์ต่างดาวมีชีวิตอยู่ดาวอื่น"

นำประโยคตรรกวิทยาต่อไปนี้พิสูจน์หาความสมเหตุสมผล จะได้รูปลักษณะ ดังนี้

1) $\sim(p \,.\, q) \equiv (\sim P \lor \sim Q)$

P	Q	$\sim($	P	$.$	$Q)$	$\equiv$	$(\sim$	P	$\lor$	$\sim$	$Q)$
T	T	F	T	T	T	T	F	T	F	F	T
T	F	T	T	F	F	T	F	T	T	T	F
F	T	T	F	F	T	T	T	F	T	F	T
F	F	T	F	F	F	T	T	F	T	T	F

ตอบ สมเหตุสมผล

2) $\sim(p \vee q) \equiv (\sim p \cdot \sim Q)$

P	Q	~	(P	V	Q)	≡	(~	P	.	~	Q)
		3	1	2	1	4	2	1	3	2	1
T	T	F	T	T	T	T	F	T	F	F	T
T	F	F	T	T	F	T	F	T	F	T	F
F	T	F	F	T	T	T	T	F	F	F	T
F	F	T	F	F	F	T	T	F	T	T	F

ตอบ สมเหตุสมผล

2) <u>Commutation</u> (Comm.) สูตรเปลี่ยนที่

ก) $(P \vee Q) \equiv (Q \vee P)$

ข) $(p \cdot Q) \equiv (Q \cdot P)$

ค) $(P \equiv Q) \equiv (Q \equiv P)$

การเปลี่ยนที่หรือการสลับที่ คือการสลับตำแหน่งระหว่าง ตัวเงื่อน(antecedent) กับ ตัวไข (consequent) โดยมีตัวคงที่หลักของประโยค " ≡ " และเมื่อสลับที่กันแล้ว ทำให้ยังคงมีความหมายเช่นเดิม การสลับที่กันดังกล่าว จะกระทำได้ก็ต่อเมื่อประโยค นั้นประกอบด้วยตัวเชื่อม "และ" "หรือ" "ก็ต่อเมื่อ" เท่านั้น เช่น ขาวเป็นเป็นคน

ดีและแดงเป็นคนเรียนเก่ง เมื่อสลับที่กันแล้วค่าและความหมายก็ยังคงเดิม คือ แดงเป็นคนเรียนเก่งและขาวเป็นคนดี เป็นต้น

นำประโยคตรรกวิทยาต่อไปนี้พิสูจน์หาความสมเหตุสมผล จะได้รูปลักษณะ ดังนี้

ก) $(P \vee Q) \equiv (Q \vee P)$

P	Q	(P	V	Q)	≡	(Q	V	P)
T	T	T	T	T		T	T	T
T	F	T	T	F		F	T	T
F	T	F	T	T		T	F	F
F	F	F	F	F		F	F	F

ตอบ สมเหตุสมผล

ข) $(P \cdot Q) \equiv (Q \cdot P)$

P	Q	(P	.	Q)	$\equiv$	(Q	.	P)
T	T	T	T	T		T	T	T
T	F	T	F	F		F	F	T
F	T	F	F	T		T	F	F
F	F	F	F	F		F	F	F

ตอบ สมเหตุสมผล

ค) $(P \equiv Q) \equiv (Q \equiv P)$

P	Q	(P	$\equiv$	Q)	$\equiv$	(Q	$\equiv$	P)
T	T	T	T	T		T	T	T
T	F	T	F	F		F	F	T
F	T	F	F	T		T	F	F
F	F	F	T	F		F	T	F

ตอบ สมเหตุสมผล

3) <u>Association</u> (Assoc.) สูตรเปลี่ยนกลุ่ม

ก) $\{P \vee (Q \vee R)\} \equiv \{(P \vee R) \vee Q\}$

ข) $\{P \cdot (Q \cdot R)\} \equiv \{(P \cdot R) \cdot Q\}$

ค) $\{P \equiv (Q \equiv R)\} \equiv \{(P \equiv R) \equiv Q\}$

สูตรเหล่านี้มีรูปลักษณะคล้ายกับ สูตรการเปลี่ยนที่ (Commutation) นั่นเอง ซึ่งกระทำการสลับกลุ่มกันได้ ก็ต่อเมื่อ ประโยคเหล่านั้นมีตัวเชื่อมประโยค "และ" "หรือ" "ก็ต่อเมื่อ" เท่านั้น จึงสามารถเปลี่ยนกลุ่มได้อย่างสมเหตุสมผล

นำประโยคตรรกวิทยาต่อไปนี้พิสูจน์หาความสมเหตุสมผล จะได้รูปลักษณะ ดังนี้

ก) $\{P \vee (Q \vee R)\} \equiv \{(P \vee R) \vee Q\}$

P	Q	R	{P V (Q V R)} $\equiv$ {(P V R) V Q}
T	T	T	T T T T T T T T T T T
T	T	F	T T T T F T T T F T T
T	F	T	T T F T T T T T T T F
T	F	F	T T F F F T T T F T F
F	T	T	F T T T T T F T T T T
F	T	F	F T T T F T F F F T T
F	F	T	F T F T T T F T T T F
F	F	F	F F F F F T F F F F F

ตอบ สมเหตุสมผล

ฆ) $\{P \,.\, (Q \,.\, R)\} \equiv \{(P \,.\, R) \,.\, Q\}$

P	Q	R	{P	.	(Q	.	R)}	≡	{(P	.	R)	.	Q}
T	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T
T	T	F	T	F	T	F	F	T	T	F	F	F	T
T	F	T	T	F	F	F	T	T	T	T	T	F	F
T	F	F	T	F	F	F	F	T	T	F	F	F	F
F	T	T	F	F	T	T	T	T	F	F	T	F	T
F	T	F	F	F	T	F	F	T	F	F	F	F	T
F	F	T	F	F	F	T	T	T	F	F	T	F	F
F	F	F	F	F	F	F	F	T	F	F	F	F	F

ตอบ สมเหตุสมผล

ค) $\{P \equiv (Q \equiv R)\} \equiv \{(P \equiv R) \equiv Q\}$

P	Q	R	{P	≡	(Q	≡	R)}	≡	{(P	≡	R)	≡	Q}
			1	3	1	2	1	4	1	2	1	3	1
T	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T
T	T	F	T	F	T	F	F	T	T	F	F	F	T
T	F	T	T	F	F	F	T	T	T	T	T	F	F
T	F	F	T	T	F	T	F	T	T	F	F	T	F
F	T	T	F	F	T	T	T	T	F	F	T	F	T
F	T	F	F	T	T	F	F	T	F	T	F	T	T
F	F	T	F	T	F	F	T	T	F	F	T	T	F
F	F	F	F	F	F	T	F	T	F	T	F	F	F

ตอบ สมเหตุสมผล

4) Distribution (Dist.) สูตรแจก

ก) $\{P \vee (Q \cdot R)\} \equiv (P \vee Q) \cdot (P \vee R)$

ข) $\{P \cdot (Q \vee R)\} \equiv (P \cdot Q) \vee (P \cdot R)$

สูตรนี้ให้นักศึกษาสังเกตุเครื่องหมายที่สลับที่ระหว่าง "และ" (.) กับเครื่องหมาย "หรือ" (V) จะสลับที่อยู่ระหว่างกัน เปลี่ยนการคูณกระจายวงเล็บในทางคณิตศาสตร์ เช่น 2(X - Y) = 2X - 2Y เป็นต้น สูตรแจก (Distribution) เป็นการแจก มีความเหมือนกับการกระจายวงเล็บในคณิตศาสตร์นั่นเอง

นำประโยคตรรกวิทยาต่อไปนี้พิสูจน์หาความสมเหตุสมผล จะได้รูปลักษณะ ดังนี้

ก) $\{P \vee (Q \,.\, R)\} \equiv (P \vee Q) \,.\, (P \vee R)$

			1	3	1	2	1	4	1	2	1	3	1	2	1
P	Q	R	{P	V	(Q	.	R)}	≡	(P	V	Q)	.	(P	V	R)
T	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T
T	T	F	T	T	T	F	F	T	T	T	T	T	T	T	F
T	F	T	T	T	F	F	T	T	T	T	F	T	T	T	T
T	F	F	T	T	F	F	F	T	T	F	F	T	T	T	F
F	T	T	F	T	T	T	T	T	F	T	T	T	F	T	T
F	T	F	F	F	T	F	F	T	F	T	T	F	F	F	F
F	F	T	F	F	F	F	T	T	F	F	F	F	F	T	T
F	F	F	F	F	F	F	F	T	F	F	F	F	F	F	F

ตอบ สมเหตุสมผล

ข) $\{P \cdot (Q \vee R)\} \equiv (P \cdot Q) \vee (P \cdot R)$

P	Q	R	{P . (Q V R)} ≡ (P . Q) V (P . R)
T	T	T	T T T T T T T T T T T T T
T	T	F	T T T T F T T T T T T F F
T	F	T	T T F T T T T F F T T T T
T	F	F	T F F F F T T F F F T F F
F	T	T	F F T T T T F F T F F F T
F	T	F	F F T T F T F F T F F F F
F	F	T	F F F T T T F F F F F F T
F	F	F	F F F F F T F F F F F F F

ตอบ สมเหตุสมผล

5) <u>Double Nagation</u> (D.N.) สูตรปฏิเสธ

$$P \equiv \sim\sim P$$

สูตรปฏิเสธ เป็นการซ้อนรูปปฏิเสธอีกรูปหนึ่งเข้ามา เท่ากับว่า "เป็นการปฏิเสธซ้อนปฏิเสธ" มีความหมายเท่ากับ ยืนยัน

นำประโยคตรรกวิทยาต่อไปนี้พิสูจน์หาความสมเหตุสมผล จะได้รูปลักษณะ ดังนี้

1		4	3	2	1
P		$\equiv$	$\sim$	$\sim$	P
T		T	T	F	T
F		T	F	T	F

ตอบ สมเหตุสมผล

6) <u>Transposition</u> (Tran.) สูตรกลับเงื่อนไข

$$(P \supset Q) \equiv (\sim Q \supset \sim P)$$

สูตรการกลับเงื่อนไข เป็นการสลับเปลี่ยนระหว่างตัวเงื่อนและตัวไขของประโยคเงื่อนไข สามารถสลับตำแหน่งกันได้ และต้องสลับแล้วอีกประโยคหนึ่งต้องอยู่ในรูปปฏิเสธ เช่น ประโยคว่า "ถ้าฉันขยันเรียนฉันจบไปนานแล้ว" มีความหมายเท่ากับ "ถ้าฉันไม่จบ ฉันก็ไม่ได้เรียน" เป็นต้น

นำประโยคตรรกวิทยาต่อไปนี้พิสูจน์หาความสมเหตุสมผล จะได้รูปลักษณะ ดังนี้

P	Q	(P	>	Q)	$\equiv$	(~	Q	⊃	~	P)
T	T	T	T	T	T	F	T	T	F	T
T	F	T	F	F	T	T	F	F	F	T
F	T	F	T	T	T	F	T	T	T	F
F	F	F	T	F	T	T	F	T	T	F

ตอบ สมเหตุสมผล

7) <u>Material Implification</u> (M.Imp.) สูตรเปลี่ยน ก็-หรือ

$$(P > Q) \equiv (\sim P \vee Q)$$

สูตรนี้เป็นการเปลี่ยนตัวเชื่อม "ถ้า..ก็.." สลับกับ "หรือ" โดยต้องเปลี่ยนให้อยู่ในรูปปฏิเสธ สำหรับตัวแปรที่อยู่ข้างหน้าตัวเชื่อม "หรือ" สามารถสลับเปลี่ยนหรือย้ายที่เช่นนี้ ได้อย่างสมเหตุสมผล

นำประโยคตรรกวิทยาต่อไปนี้พิสูจน์หาความสมเหตุสมผล จะได้รูปลักษณะ ดังนี้

$$(P > Q) \equiv (\sim P \vee Q)$$

P	Q	$(P \supset Q)$	$\equiv$	$(\sim P \vee Q)$
T	T	T T T	T	F T T T
T	F	T F F	T	F T F F
F	T	F T T	T	T F T T
F	F	F T F	T	T F T F

ตอบ สมเหตุสมผล

8) <u>Material Eqerivalence</u> (M. Eqeriv.) สูตรสมภาค

ก) $(P \equiv Q) \equiv [(P \supset Q) \cdot (Q \supset P)]$

ข) $(P \equiv Q) \equiv [(P \cdot Q) \vee (\sim P \cdot \sim Q)]$

สูตรนี้ตัวคงที่หลักของระโยค เป็นตัวเชื่อมของประโยคสมภาค (ก็ต่อเมื่อ) ดังนั้น ความเป็นสมภาคหมายถึง ความเท่ากันระหว่างส่วนทั้งสอง สามารถสลับที่ระหว่างตัวเงื่อนและตัวไข ได้อย่างสมภาค (equivalent) หรือ สมเหตุสมผล (valid) นั่นเอง

นำประโยคตรรกวิทยาต่อไปนี้พิสูจน์หาความสมเหตุสมผล จะได้รูปลักษณะ ดังนี้

ก) (P ≡ Q) ≡ [(P > Q) . (Q > P)]

P	Q	(P	≡	Q)	≡	[(P	>	Q)	.	(Q	>	P)]
		1	2	1	4	1	2	1	3	1	2	1
T	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T
T	F	T	F	F	T	T	F	F	F	F	T	T
F	T	F	F	T	T	F	T	T	F	T	F	F
F	F	F	T	F	T	F	T	F	T	F	T	F

ตอบ สมเหตุสมผล

ข) $(P \equiv Q) \equiv [(P \cdot Q) \vee (\sim P \cdot \sim Q)]$

P	Q	(P	≡	Q)	≡	[(P	.	Q)	V	(~	Q	.	~	P)]
T	T	T	T	T	T	T	T	T	T	F	T	F	F	T
T	F	T	F	F	T	T	F	F	F	T	F	F	F	T
F	T	F	F	T	T	F	F	T	F	F	T	F	T	F
F	F	F	T	F	T	F	F	F	T	T	F	T	T	F

ตอบ สมเหตุสมผล

9) <u>Exportion</u> (Exp.) สูตรเปลี่ยน "และ" เป็น "ก็ต่อเมื่อ"

$$[(P \cdot Q) \supset R] \equiv [P \supset (Q \supset R)]$$

สูตรนี้เป็นการสลับเปลี่ยนระหว่างตัวเชื่อม "และ" เป็น "ถ้า..ก็.." แต่มี

ข้อแม้ว่าจะต้องเปลี่ยนทั้งประโยค เมื่อเปลี่ยนเรียบร้อยแล้ว ก็จะต้องย้ายวงเล็บเล็กไปใส่คู่หลังแทน ดังรูปประโยคข้างต้น ก็ยังคงความเป็นสมภาค หรือความสมเหตุสมผลเหมือนเดิมทุกประการ

นำประโยคตรรกวิทยาต่อไปนี้พิสูจน์หาความสมเหตุสมผล จะได้รูปลักษณะ ดังนี้

P	Q	R	[(P	.	Q)	>	R]	≡	[P	>	(Q	>	R)]
T	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T
T	T	F	T	T	T	F	F	T	T	F	T	F	F
T	F	T	T	F	F	T	T	T	T	T	F	T	T
T	F	F	T	F	F	T	F	T	T	T	F	T	F
F	T	T	F	F	T	T	T	T	F	T	T	T	T
F	T	F	F	F	T	T	F	T	F	T	T	F	F
F	F	T	F	F	F	T	T	T	F	T	F	T	T
F	F	F	F	F	F	T	F	T	F	T	F	T	F

ตอบ สมเหตุสมผล

10) Tautology (Taut.) สูตรซ้ำความ

ก) $P \equiv (P \vee P)$

ข) $P \equiv (P \, . \, P)$

สูตรนี้มีลักษณะเป็นการซ้ำความ ไม่ว่าจะเป็นประโยคที่มีตัวเชื่อมประโยค "หรือ" หรือ "และ" ก็มีความหมายเหมือนเดิม หากยกตัวอย่างประโยคอาจฟังดูรู้สึกพิกล เช่น ฉันเป็นคน มีความหมายเท่ากับ ฉันเป็นคนหรือฉันเป็นคน (อย่างใดอย่างหนึ่ง หรือทั้งสอง) เป็นต้น ซึ่งเป็นการซ้ำความนั่นเอง ในทางตรรกวิทยา มีความจำเป็นมาก เพราะเป็นประโยคที่มีความสมเหตุสมผลอย่างสมบูรณ์แบบ

นำประโยคตรรกวิทยาต่อไปนี้พิสูจน์หาความสมเหตุสมผล จะได้รูปลักษณะ ดังนี้

1	3	1	2	1
P	$\equiv$	(P	$\vee$	P)
T	T	T	T	T
F	T	F	T	F

ตอบ สมเหตุสมผล

2. กลุ่มสูตรการแทนที่

1) การกระจาย มี 4 สูตร คือ

(1) De Margan' Law (De Marg.)

(2) Commutation (Comm.)

(3) Association (Assoc.)

(4) Distribution (Dist.)

2) ตัวแปรเดี่ยว มี 2 สูตร คือ

(1) Double Negation (D.N.)

(2) tAUTOLOGY (tAUT.)

3) ถ้า-ก็ มี 4 สูตร คือ

(1) Material Implification (M.Imp.)

(2) Transposition (Trans.)

(3) Exportion (Exp.)

(4) Assortion (Ass.)

4) สมภาค มี 1 สูตร

(1) Malerial Equivalence (M. Equiv.)

3. <u>วิธีการพิสูจน์</u>

การนำสูตรไปพิสูจน์เพื่อทดสอบหาความเป็นสมภาค ใช้หลักการเช่นเดียวกับ บทที่ 5 เราสามารถจัดสูตรการแทนที่อยู่ในส่วนของการผจญภัยได้ ดังนี้

1. โจมตีตัวเดียว มี M.D., M.T., D.S.

2. ข้ามสะพาน มี C.D., D.D., H.S., Nec.

3. ผจญภัย Conj., Add., Simp.

   3.1 สูตรการอนุมาน เฉพาะ Conj., Add., Simp.

   3.2 สูตรการแทนที่ (สมภาค) แบ่งกลุ่มได้ ดังนี้

   - การกระจาย 4 สูตร
   - ตัวแปรเดียว 2 สูตร
   - ถ้า-ก็ 4 สูตร
   - สมภาค 1 สูตร

ตัวอย่าง จงพิสูจน์ประโยคสัญลักษณ์ต่อไปนี้ด้วยสูตรตรรกวิทยา (Rules of Equivalence)

$(F \vee G) \supset (H \cdot I)$

$\sim H$

$/ \therefore \sim G$

วิธีทำ

$(F \vee G) \supset (H \cdot I)$	1	
$\sim H$	2	
$/ \therefore \sim G$	*	
$\sim H \vee \sim I$	3	Add. 2
$\sim (H \cdot I)$	4	De. Morg. 3
$\sim (F \vee G)$	5	M.T. 1+4
$\sim F \cdot \sim G$	6	De.Morg. 5
$\sim G \cdot \sim F$	7	Comm. 6
$\sim G$	8	Simp. 7
	ซ.ต.พ.	

แบบฝึกหัดที่ 6

1. จงพิจารณาว่าบทสรุป (conclusion) ใช้กฎอะไรของสูตรตรรกวิทยา (Rules equivalenec

1) $A \supset \sim(B \vee \sim C)$

$/\therefore A \supset (\sim B . \sim\sim C)$

2) $(D \supset \sim E) \vee (\sim F \supset \sim G)$

$/\therefore (D \supset \sim E) \vee (G \supset F)$

3) $(\sim H \vee I) . (J \vee \sim K)$

$/\therefore (H \supset I) . (J \vee \sim K)$

4) $(\sim L \supset M) . (N \vee \sim O)$

$/\therefore (\sim L \supset M) . (\sim O \vee N)$

5) $(P . \sim Q) \supset (R \equiv \sim S)$

$/\therefore (P . \sim Q) \supset [(R . \sim S) \vee (\sim R . \sim\sim S)]$

6) $[T . (U . V)] \supset (W \equiv \sim X)$

$/\therefore T \supset [(U . V) \supset (W \equiv \sim X)]$

7) $[Y.(Z.A)] \supset (B \equiv \sim C)$

$/\therefore [(Y.Z).A] \supset (B \equiv \sim C)$

8) $[D \supset (E \vee F)] \vee [D \supset (E \vee F)]$

$/\therefore D \supset (E \vee F)$

9) $\sim G \supset [H \supset \{\sim (I.J) \supset \sim K\}]$

$/\therefore \sim G \supset [\{H . \sim (I.J)\} \supset \sim K]$

10) $\sim [L \vee \sim \{(M. \sim N).(O \vee \sim P)\}]$

$/\therefore \sim [L \vee \{\sim (M . \sim N) \vee \sim (O \vee \sim P)\}]$

11) $(Q . R) \supset [S.\{(T.U).V\}]$

$/\therefore (Q.R) \supset [S.\{(U.T).V\}]$

12) $(W \vee X).(Y \vee Z)$

$/\therefore [(W \vee X).Y] \vee [(W \vee X).Z]$

13) $A \equiv \sim [\{(B. \sim C) \vee \sim D\}.\{(B. \sim C) \vee \sim E\}]$

$/\therefore A \equiv [B. \sim C) \vee (\sim D. \sim E)]$

14) $[F \vee (G \vee H)] \vee [(I \vee I) \vee J]$

$/\therefore [F \vee (G \vee H)] \vee [I \vee (I \vee J)]$

15) $(K \supset L).[\{(L \supset M).(M \supset L)\} \supset (M \supset N)$

$/ \therefore (K \supset L).[(L \equiv M) \supset (M \supset N)]$

16) $O \supset [(\sim P \supset \sim\sim Q)\ v\ \{(\sim R \supset S)\ v\ (\sim T \supset \sim U)\}]$

$/ \therefore O \supset [\{(\sim P \supset Q)\ v\ \{(\sim R \supset S)\ v\ (\sim T \supset \sim U)\}$

17) $\sim V \equiv [\sim\sim W \supset \{\sim\sim\sim X\ v\ (\sim Y.X)\}]$

$/ \therefore \sim V \equiv [\sim\sim\sim W\ v\ \{\sim\sim\sim X\ v\ (\sim Y.X)\}]$

18) $Z \supset [(A.\sim B) \equiv (A.\sim\sim C)]$

$/ \therefore Z \supset \{(A.\sim B) \equiv (\sim\sim A.\sim\sim C)]$

19) $(D.\sim E) \supset [F \supset (F \supset G)]$

$/ \therefore (D.\sim E) \supset [(F.F) \supset G)]$

20) $(H.\sim I) \supset [(J.J) \supset (J \supset K)]$

$/ \therefore (H.\sim I) \supset [J \supset (J \supset K)]$

2. จงพิจารณาดูว่าในแต่ละบรรทัดต่อไปนี้ใช้สูตรใดมาพิสูจน์

1) 1. $(L \vee M) \supset (N . O)$

2. $\sim N$

$/ \therefore \sim M$

3. $\sim N \vee \sim O$ ____________

4. $\sim (N . O)$ ____________

5. $\sim (L \vee M)$ ____________

6. $\sim L . \sim M$ ____________

7. $\sim M . \sim L$ ____________

8. $\sim M$ ____________

2) 1. $(P . Q) . R$

2. $(Q \equiv R) \supset (S \vee T)$

$/ \therefore T \vee S$

3. $P . (Q . R)$ ____________

4. $(Q . R) . P$ ____________

5. $Q . R$ ____________

6. $(Q . R) \vee (\sim Q . \sim R)$ ____________

7. $Q \equiv R$ ____________

8. $S \vee T$ ____________

9. $T \vee S$ ____________

3) 1. $(U.V) \supset W$

2. $(U \supset W) \supset X$

3. $\sim V \vee Y$

$/ \therefore V \supset (X.Y)$

4. $(V.U) \supset W$ ____________

5. $V \supset (U \supset W)$ ____________

6. $V \supset X$ ____________

7. $\sim V \vee X$ ____________

8. $(\sim V \vee X).(\sim V \vee Y)$ ____________

9. $\sim V \vee (X.Y)$ ____________

10. $V \supset (X.Y)$ ____________

4) 1. $(D \supset \sim E).(E \supset F)$

2. $F \supset D$

3. $\sim G \supset D$

$/ \therefore G$

4. $\sim F \vee D$ ____________

5. $D \vee \sim E$ ____________

6. $(D \supset \sim E).(\sim F \supset \sim E)$ ____________

7. $\sim E \vee \sim E$ ____________

8. $\sim E$ ____________

9. $\sim \sim G$ ____________

10. G ____________

5)

1. $H \supset (I \supset J)$
2. $J \supset \sim J$
3. $(K \supset H) . (L \supset I)$

$/ \therefore K \supset \sim L$

4. $(H . I) \supset J$ ______________________
5. $\sim J \lor \sim J$ ______________________
6. $\sim J$ ______________________
7. $\sim (H . I)$ ______________________
8. $\sim H \lor \sim I$ ______________________
9. $\sim K \lor \sim L$ ______________________
10. $K \supset \sim L$ ______________________

6)

1. $M \supset (N \supset O)$
2. $M \supset (P \supset Q)$
3. $M . (N \lor P)$
4. $\sim O$

$/ \therefore Q$

5. $(M . N) \supset O$ ______________________
6. $(M . P) \supset Q$ ______________________
7. $(M . N) \lor (M . P)$ ______________________
8. $[(M . N) \supset O] . [(M . P) \supset Q]$ ______________________
9. $O \lor Q$ ______________________
10. Q ______________________

7) 1. $R \supset (S \supset \sim R)$

2. $R \equiv S$

$/\therefore \sim R . \sim S$

3. $R \supset (\sim\sim R \supset \sim S)$ ____________

4. $R \supset (R \supset \sim S)$ ____________

5. $(R . R) \supset \sim S$ ____________

6. $R \supset \sim S$ ____________

7. $\sim R \vee \sim S$ ____________

8. $\sim (R . S)$ ____________

9. $(R . S) \vee (\sim R . \sim S)$ ____________

10. $\sim R . \sim S$ ____________

8) 1. $T . (U \vee V)$

2. $(T . V) \supset \sim (W \vee X)$

3. $(\sim W \vee \sim X) \supset (T . U)$

$/\therefore W \equiv X$

4. $(T . V) \supset (\sim W . \sim X)$ ____________

5. $\sim (W . X) \supset \sim (T . U)$ ____________

6. $(T . U) \supset (W . X)$ ____________

7. $[(T . U) \supset (W . X)] . [(T . V) \supset (\sim W . \sim X)]$ ____________

8. $(T . U) \vee (T . V)$ ____________

9. $(W . X) \vee (\sim W . \sim X)$ ____________

10. $W \equiv X$ ____________

9) 1. $Y \vee (\sim Z \vee Y)$

2. $Z \vee (\sim Y \vee Z)$

$/\therefore (Y.Z) \vee (\sim Y.\sim Z)$

3. $(\sim Z \vee Y) \vee Y$ ____________________

4. $\sim Z \vee (Y \vee Y)$ ____________________

5. $\sim Z \vee Y$ ____________________

6. $Z \supset Y$ ____________________

7. $(\sim Y \vee Z) \vee Z$ ____________________

8. $\sim Y \vee (Z \vee Z)$ ____________________

9. $\sim Y \vee Z$ ____________________

10. $Y \supset Z$ ____________________

11. $(Y \supset Z).(Z \supset Y)$ ____________________

12. $Y \equiv Z$ ____________________

13. $(Y.Z) \vee (\sim Y.\sim K)$ ____________________

10) 1. $(A \vee B) \vee (C.D)$

2. $(\sim A.D).\sim(\sim A.B)$

$/\therefore \sim A.C$

3. $\sim A.[D.\sim(\sim A.B)]$ ____________________

4. $\sim A$ ____________________

5. $A \vee [B \vee (C.D)]$ ____________________

6. $B \vee (C.D)$ ____________________

7. $(B \vee C).(B \vee D)$ ____________________

8. $B \vee C$ ____________________

9. $\sim A.(B \vee C)$ ____________________

10. $(\sim A.B).(\sim A.C)$ ____________________

11. $\sim(\sim A.B).(\sim A.D)$ ____________________

12. $\sim(\sim A.B)$ ____________________

13. $\sim A.C$ ____________________

3) จงพิสูจน์ประโยคตรรกวิทยาต่อไปนี้โดยใช้สูตรตรรกวิทยา (2) (Rules Equivalence)

1. $\sim E$

   $/\therefore E \supset F$

2. G

   $/\therefore H \supset G$

3. $I \supset (J \supset K)$

   $/\therefore J \supset (I \supset K)$

4. $L \supset (M.N)$

   $/\therefore L \supset M$

5. $O \supset P$

   $/\therefore O \supset (P \vee Q)$

6. $R \supset S$

   $/\therefore (R.T) \supset S$

9. $L \supset (M \vee N)$

   $\sim M$

   $/\therefore L \supset N$

10. $(O \vee P) \supset \sim(Q.R)$

    $(\sim Q \vee \sim R) \supset (S \equiv T)$

    $(S \equiv T) \supset (U.V)$

    $/\therefore (P \vee O) \supset (V.U)$

11. $W \supset X$

    $W \vee X$

    $/\therefore X$

12. $(\sim Y \vee Z).(A \vee B)$

    $\sim C \supset \sim B$

    $/\therefore Z \vee C$

13. $D \supset (E \supset F)$

(ต่อ)

7. $(U \vee W) \supset X$

$/ \therefore U \supset X$

8. $Y \supset \sim(Z \supset A)$

$/ \therefore Y \supset Z$

15. $B \supset (C \cdot \sim D)$

$/ \therefore B \supset (D \supset C)$

17. $E \supset \sim(F \supset G)$

$(H \cdot F) \supset G$

H

$/ \therefore \sim E$

$F \supset (G \cdot H)$

$/ \therefore D \supset (E \supset G)$

14. $H \supset I$

$J \supset I$

$/ \therefore (H \vee J) \supset I$

16. $[(K \cdot L) \supset M] \cdot [\sim N \supset (L \cdot \sim M)]$

$/ \therefore K \supset N$

18. $I \supset J$

$I \supset K$

$/ \therefore I \supset (J \cdot K)$

PY 205