บทที่ 4
การพิสูจน์ความสมเหตุสมผลชนิดอ้อม

1. บทนำ

การพิสูจน์ความสมเหตุสมผลของข้ออ้างเหตุผลหรือประโยคข้อความอย่างชนิดสั้นซึ่งต้องอาศัยการใช้ตารางความจริงเป็นพื้นฐาน เราเรียกว่า การพิสูจน์ความสมเหตุสมผลชนิดอ้อม การพิสูจน์ความสมเหตุสมผลชนิดอ้อมนี้ มีชื่อเรียกกันหลายชื่อ เช่น วิธีพิสูจน์โดยสมมติว่าผิด (Redutio Ad Absurdum Method)[1] ตารางความจริงชนิดอ้อม (Indirect Truth-Method)[2] การทดสอบโดยวิธี-ตลบหลัง (Verificatio by the Indirect Method)[3] การพิสูจน์ความสมเหตุสมผลชนิดอ้อม (Indirect Method of Truth-Table Decision)[4] ซึ่งผู้เขียนชอบใจที่จะใช้ และจะใช้เรียกชื่อนี้ไปจนกระทั่งจบการพิสูจน์ความสมเหตุสมผลชนิดอ้อม การพิสูจน์ด้วยวิธีดังกล่าวสามารถบอกให้เราทราบได้ว่าประโยคนั้นมีความสมเหตุสมผลหรือไม่ เหมือนการพิสูจน์ด้วยการสร้างตารางความจริงทุกประการ ต่างแต่ว่าสามารถทำการพิสูจน์และทราบผลภายในวิธีทำเพียงบรรทัดเดียวเท่านั้น สามารถใช้ได้กับประโยคที่มีตัวแปรมากกว่า 3 ตัวแปร ถ้าใช้ตารางความจริงมาพิสูจน์ประโยคมี ตัวแปร 5 ตัวแปร ซึ่งเราจะต้องเขียนค่าความจริงถึง 32 บรรทัด เพื่อขจัดความยุ่งยากและสับสน เช่นนี้นักตรรกวิทยา ได้คิดค้นวิธีการพิสูจน์ความสมเหตุสมผลซึ่งสั้นและง่าย และมีความสมเหตุสมผลที่ชัดเจนด้วยวิธีการพิสูจน์อย่างชนิดอ้อม

---

[1] Irving M. Copi,op. cit., P.53.

[2] R. Balasubramanian,op. cit., P.33.

[3] ภรดี บุญเจือ,อ้างแล้ว, หน้า 73.

[4] A.H. Basson and D.J. O'Connor,op. cit., p.44.

ที่เรียกว่า "อ้อม" เพราะใช้วิธีการสมมติว่ามีกรณีเท็จ (ความไม่สมเหตุสมผล) อยู่ที่ตัวคงที่หลักของประโยค เพียงบรรทัดเดียว โดยทำสวนทางกับการพิสูจน์ชนิดตรง (การพิสูจน์ด้วยสร้างตารางความจริง) หากกระทำการพิสูจน์แล้วมีความขัดแย้ง แสดงว่า กรณีเท็จดังกล่าวไม่อาจจะมีจริง ๆ ได้ และในขณะเดียวกัน เมื่อทำการพิสูจน์ตั้งแต่ต้นจนกระทั่งเสร็จสิ้นกระบวนการพิสูจน์แล้ว ไม่ปรากฏความขัดแย้งเลย แสดงว่ากรณีที่เราสมมติให้เป็นเท็จนั้น มีความเป็นไปได้ที่กรณีนั้นจะมีอยู่

2. ลำดับการพิสูจน์

ลำดับการพิสูจน์หาความสมเหตุสมผลด้วยวิธีพิสูจน์โดยอ้อม มีลำดับการพิสูจน์ ดังนี้

1. การพิสูจน์ด้วยวิธีพิสูจน์ความจริงโดยอ้อมให้สมมติ "F" ตรงตัวคงที่หลักของประโยคข้ออ้างเหตุผลที่แปลเป็นประโยคสัญลักษณ์แล้ว

2. กำหนดค่าความจริงและหาค่าของตัวคงที่และตัวแปรต่อไปตามลำดับ โดยเริ่มจากบทสรุปไปหาข้อเสนอทั้งหมดที่มีอยู่และเรียกว่าทำสวนทางกับวิธีปกติ เพราะวิธีปกตินั้น เราหาความสมเหตุสมผลไปจาก ข้อเสนอไปหาบทสรุป

3. เมื่อกำหนดได้ครบหรือถึงที่สุดแล้ว ถ้ามีข้อขัดแย้งเกิดขึ้นภายในประโยคข้ออ้างเหตุผลนั้น ก็แสดงว่าประโยคข้อกล่าวอ้างนั้นสมเหตุสมผลคือเป็น tautology เพราะบทสรุปหรือตัวคงที่หลักเราสมมติให้เป็นไปไม่ได้คือให้ค่า F ไว้ ฉะนั้น เมื่อดำเนินการพิสูจน์ต่อไปตามลำดับแล้ว เกิดมีข้อขัดแย้งกันเองภายในประโยคข้อความนั้นแสดงว่าค่า F ที่เราสมมติให้เป็นบทสรุปหรือตัวคงที่หลักเป็นไปไม่ได้ ซึ่งมีข้อในทางตรงกันข้ามคือบทสรุปหรือตัวคงที่หลักนั้นจะต้องเป็น T หรือ Tautology นั่นเอง

4. จากกรณีที่ 3 เป็นกรณีที่มีความขัดแย้งภายในประโยคข้ออ้างเองแต่เมื่อดำเนินการต่อไปแล้ว ปรากฏว่าไม่มีข้อขัดแย้งใดๆ คือเป็น F (เท็จ) จริงตามที่เราได้กำหนดและสมมติค่าให้ในข้อ 1 ก็แสดงว่าประโยคข้ออ้างนั้น จะต้องเป็นประโยคที่ไม่สมเหตุสมผลคือ อาจจะมีเท็จทั้งหมด (Contradiction) หรืออาจจะเป็นความไม่แน่นอน (Contingent) ก็ได้ นั้นก็คือ ไม่สมเหตุสมผลนั้นเอง

3. ทดสอบหาความไม่สมเหตุสมผล

กรณีที่ประโยคนั้นมีความสมเหตุสมผลแล้ว แต่เราต้องการทราบไม่สมเหตุสมผลในรูปของ Contradiction หรือ Contingent ให้เราสมมติค่า T ที่ตัวคงที่หลักหรือบทสรุปสุดท้ายของประโยคข้ออ้างนั้นๆ ถ้าหากว่า เมื่อดำเนินการไปตามลำดับ

4. จากกรณีที่ 3 เป็นกรณีที่มีความขัดแย้งภายในประโยคข้ออ้างเองแต่เมื่อดำเนินการต่อไปแล้ว ปรากฏว่าไม่มีข้อขัดแย้งใดๆ คือเป็น F (เท็จ) จริงตามที่เราได้กำหนดและสมมติค่าให้ในข้อ 1 ก็แสดงว่าประโยคข้ออ้างนั้น จะต้องเป็นประโยคที่ไม่สมเหตุสมผลคือ อาจจะมีเท็จทั้งหมด (Contradiction) หรืออาจจะเป็นความไม่แน่นอน (Contingent) ก็ได้ นั้นก็คือ ไม่สมเหตุสมผลนั้นเอง

3. <u>ทดสอบหาความไม่สมเหตุสมผล</u>

กรณีที่ประโยคนั้นมีความสมเหตุสมผลแล้ว แต่เราต้องการทราบไม่สมเหตุสมผลในรูปของ Contradiction หรือ Contingent ให้เราสมมติค่า T ที่ตัวคงที่หลักหรือบทสรุปสุดท้ายของประโยคข้ออ้างนั้นๆ ถ้าหากว่า เมื่อดำเนินการไปตามลำดับเช่นเดียวกับที่เราสมมติค่า F ไปเรื่อยๆ แล้วมีข้อขัดแย้งเกิดขึ้นภายใน ประโยคข้ออ้างดังกล่าว แสดงว่า ประโยคข้ออ้างนั้นเป็น <u>Contradiction</u> คือ มีความเท็จอย่างเดียว และ ถ้าไม่มีความขัดแย้งกันภายใน ก็แสดงว่า <u>Contingent</u>

ให้นักศึกษาสังเกตุการพิสูจน์ต่อไปนี้ และโปรดเปรียบเทียบกับวิธีการพิสูจน์ข้างต้นอีกครั้งหนึ่งเพื่อความเข้าใจง่ายขึ้น เมื่อกำหนดค่า F ที่ตัวคงที่หลักของประโยคข้ออ้างเหตุผลที่เป็น tautology แล้ว ดังนั้นการกำหนดเช่นนี้จะต้องนำเราไปพบกับความขัดแย้งที่เกิดขึ้นภายในประโยคนี้ไม่ที่ใดก็ที่หนึ่ง แต่ในกรณีที่เป็นประโยคไม่สมเหตุสมผล (Contiadietion) จะไม่นำวิธีการพิสูจน์ของเราไปพบกับความขัดแย้งเลย ดูตัวอย่างข้างล่าง

P ⊃ (p v q)

T F T F ?

จากตัวอย่างที่ยกมานี้จะเห็นว่า ประโยคข้อความเลือก (p v q) มีค่าเป็น F ก็ต่อเมื่อ p, q มีค่าเป็น F เท่านั้น เมื่อ P ในประโยค (p v q) มีค่าเป็น T ฉะนั้นก็เกิดการขัดแย้งกันภายในประโยคเอง

ถ้าเราสมมติ F ให้กับตัวคงที่หลักของประโยค P ⊃ (p v q) มันก็จะได้เป็น

P ⊃ (p v q)

F

เมื่อ P ⊃ (p v q) มีค่าเป็นเท็จ (F) ดังนั้น P ต้องมีค่าเป็นจริงและ (p v q) จะต้องมีค่าเป็นเท็จ เพราะฉะนั้น (p v q) จะเป็นเท็จก็ต่อเมื่อ P เป็นจริงและ q เป็นเท็จ นี้ก็จะนำเราไปการกำหนดค่าดังข้างล่างนี้

P ⊃ (p v q)

T F F

ตอนนี้ถ้า (p v q) มีค่าเป็นเท็จ P จะต้องมีเป็นเท็จและ q ก็จะต้องมีค่าเป็นด้วยกัน ดังนั้นเราก็จะได้ค่าความจริงหาประโยคดังนี้

P ⊃ (p v q)

T F F F F

การกำหนดค่าข้างต้นนั้น ขอให้สังเกตุว่าความขัดแย้งจะมีความเกี่ยวข้องกับค่าของ P ถ้าเรากำหนดว่า T ให้กับ P แล้ว จะต้องเป็นตามขบวนการตลอด หากว่าค่าความจริง T ถูกกำหนดให้กับ P ดังในตัวอย่างเราก็จัดได้

P ⊃ (p v q)

T F T F ?

อย่างไรก็ตามค่าที่เราเลือกให้กับ q ในประโยค (p v q) ไม่สามารถจะเป็นเท็จได้ เมื่อ P เป็นจริงค่าความจริงของประโยคข้อความเลือกจะมีเป็นเท็จก็ต่อเมื่อ p และ q จะมีต้องมีค่าเป็นเท็จเดียวเท่านั้น การที่แสดงให้เห็นว่าประโยคนี้เป็น tautology เราใส่เครื่องหมาย ? เพื่อแสดงให้เห็นข้อแย้งภายในประโยค ขอให้เราสังเกตุตัวอย่าง ในกรณีที่เป็นประโยคที่ไม่สมเหตุสมผล

(A • B) ⊃ (∾ A ⊃ ∾ B)

F T T F T F F F T

ประโยคนี้เราจะไม่พบความขัดแย้งภายในแต่ประการใด จึงมีความไม่สมเหตุสมผลและการสมมติของเราก็ถูกต้อง

จาก 2 ตัวอย่างข้างต้น มีวิธีทำเพื่อให้ง่ายต่อการเข้าใจดังนี้

<u>ขั้นตอนที่ 1</u> [(A V B) . ∾ B] ⊃ A

F

สมมติค่า F ที่ตัวคงที่หลักของประโยค

<u>ขั้นตอนที่ 2</u> [(A V B) . ∾ B] ⊃ A

T F F

หาความสัมพันธ์

ขั้นตอนที่ 3 [(A V B) . ~ B] ⊃ A

T T T F F

ขั้นตอนที่ 4 [(A V B) . ~ B] ⊃ A

T T T F F F

ขั้นตอนที่ 5 [(A V B) . ~ B] ⊃ A

T F T T F F F

ขั้นตอนที่ 6 [(A V B) . ~ B] ⊃ A

F T F T T F F F

ฉะนั้นประโยคข้างต้นนี้จึงสมเหตุสมผล (valid) โดยการสมมติค่า F ให้กับตัวคงที่หลัก เราได้ T ที่ ตัวคงที่ของประโยค [(A V B) . ~ B] และ F ที่ A มาจากตัวสันธานชนิดเงื่อนไข และค่า T ที่ประโยค [(A V B) . ~ B] เราก็จะได้ T ตัวคงที่ของประโยค (A V B) และ B และ ต่อไปก็อาศัยค่าความจริงของการปฏิเสธก็จะทำให้ B มีค่าเป็น F ถ้าเรายืนยันค่าของ A และ B เป็นต้นแล้ว F ก็จะประกอบอยู่กับ A และ B ในประโยค (A V B) เมื่อ A และ B มีค่าเป็นเท็จในประโยค (A V B) จะต้องมีค่าเป็นเท็จไม่มีค่าเป็นจริง และการสมมติ T สำหรับประโยค (A V B) จึงเป็นสิ่งที่เป็นไปได้

ขอให้พิจารณาประโยคตรรกศาสตร์สัญลักษณ์ (p . q) ⊃ p

ขั้นตอนที่ 1 (p . q) ⊃ P

F

เราสมมติตัวคงที่หลักให้มีค่าเป็น F

ขั้นตอนที่ 2 $(p \cdot q) \supset P$

$\quad\quad\quad

5. สรุปวิธีการพิสูจน์โดยอ้อม

1) หากว่าข้อสมมติของเราคือข้อสมมติ F ตรงตัวคงที่หลักแล้วหาความสัมพันธ์ของค่าความจริงต่างๆ ตามลำดับแล้ว ปรากฏว่า ไม่กลมกลืนหรือเกิดการขัดแย้งภายในแสดงว่า ประโยคตรรกศาสตร์นั้นๆ สมเหตุสมผล

2) หากข้อสมมุติที่เราสมมติค่า F ที่ตัวคงที่หลัก และหาค่าความสัมพันธ์ของค่าความจริงไปตามลำดับแล้ว ปรากฏว่า กลมกลืนและไม่เกิดความขัดแย้งภายในแสดงว่า ประโยคตรรกศาสาตร์นั้นๆ ไม่สมเหตุสมผล ขอให้นักศึกษาพิจารณาตัวอย่างทั้ง 4 ตัวอย่าง ต่อไปนี้

กรณีที่ 1 $[(A \cdot B) \cdot (B \supset C)] \supset (A \supset C)$

$\underline{T\ T\ F}\ T\ \ F\ T\ F\ \ F\ \ T\ F\ F$

กรณีที่ 1 มีข้อขัดแย้งกันในข้อความ แสดงว่าประโยคสัญลักษณ์ประโยคนี้มีความสมเหตุสมผล (valid)

กรณีที่ 2 $[\{(P \supset Q) \cdot (R \supset S)) \cdot (P \vee R)] \supset (Q \vee S)$

$F\ T\ F\ \ T\ \ F\ T\ F\ \ T\ \ \underline{F\ T\ F}\ \ F\ \ F\ F\ F$

กรณีที่ 2 มีข้อขัดกันภายใน ฉะนั้นประโยคสัญลักษณ์ประโยคนี้ มีความสมเหตุสมผล (valid)

กรณีที่ 3 $[(\sim A \vee B) \cdot (B \vee \sim C)] \supset (\sim C \vee A)$

$F\ T\ T\ T\ \ T\ \ T\ T\ F\ T\ \ F\ \ F\ T\ F\ F$

กรณีที่ 3 ไม่มีข้อขัดแย้งกันภายใน มีความกลมกลืนกับข้อสมมติฐานที่เราสมมติไว้ที่ค่าที่หลักแสดงว่า ไม่สมเหตุสมผล (Invalid)

กรณีที่ 4 $[\{(P \supset Q) \cdot (R \supset S) \cdot (Q \vee S)\} \supset (P \vee R)$

F T F T F T T T F T T F F F F

กรณีที่ 4 เมื่อสำรวจดูทุกกรณีแล้ว ไม่ปรากฏว่ามีข้อขัดแย้งกันภายในแต่ประการใดประโยคตรรกศาสตร์สัญลักษณ์ประโยคนี้จึง ไม่สมเหตุสมผล (Invalid)

การใช้วิธีพิสูจน์โดยอ้อมนั้น จะต้องระมัดระวังเป็นพิเศษ เมื่อตัวคงที่หลักเป็นประโยค ข้อความรวม (Conjunction) หรือ ประโยคข้อความสมภาค (Material equivalance) เพราะประโยคข้อความรวม F สามารถเกิดขึ้นได้ถึง 3 กรณี และปรากฏข้อความสมภาค F สามารถเกิดขึ้นได้ 2 กรณี ฉะนั้นถ้าหากว่าเมื่อสำรวจดูแล้วปรากฏว่า การหาความสมเหตุสมผล เราไม่สามารถแน่นอนว่าประโยคนั้นสมเหตุสมผลจริงๆ จะต้องสำรวจหรือทดสอบด้วยวิธีการอื่นๆ ที่พอจะเป็นไปได้อีกด้วยเพื่อความแน่นอน

6. ประยุกต์การพิสูจน์โดยอ้อมใช้กับข้ออ้างเหตุผล

การพิสูจน์โดยอ้อมสามารถใช้กับข้ออ้างเหตุผลต่างๆ ได้เช่นกันเพราะข้ออ้างเหตุผลโดยทั่วไปนั้น ประกอบด้วยข้อเสนอและบทสรุป ข้อเสนอของข้ออ้างเหตุผลสัมพันธ์กับบทสรุปในฐานะเป็นเงื่อนไขกัน เช่น $(p \supset q)$ ประโยคข้อความเงื่อนไขนั้นมีค่าความจริงที่เป็นเท็จ ได้เพียงกรณีเดียว คือ ถ้า P เป็นจริงและ q เป็นเท็จ เท่านั้น นอกจากนั้นมีค่าเป็นจริงหมด หลักการเช่นนี้สามารถใช้ได้ดีต่อการพิสูจน์โดยอ้อม ความสัมพันธ์ระหว่างข้อเสนอ และบทสรุปของข้ออ้างเหตุผลกับความสมเหตุสมผลของข้ออ้างเหตุผลนั้นๆ สามารถแสดงให้เห็น ดังตารางข้างล่างนี้

ข้อเสนอ	บทสรุป	ความสมเหตุสมผล
T	T	สมเหตุสมผล
T	F	ไม่สมเหตุสมผล
F	T	สมเหตุสมผล
F	F	สมเหตุสมผล

ข้ออ้างเหตุผล ที่ไม่สมเหตุสมผล จะปรากฏเมื่อ ข้อเสนอมีค่าเป็นจริง และบทสรุปมีค่าเป็นเท็จเท่านั้น จากโครงสร้างการพิสูจน์ความสมเหตุสมผลโดยอ้อมนั้นแสดงให้เราเห็นว่า หากข้อเสนอทั้งหมดมีค่าเป็นจริง และบทสรุปมีค่าเป็นเท็จแล้ว เราสามารถพิสูจน์ความสมเหตุสมผลของข้ออ้างเหตุผลนั้นได้

จากคำจำกัดความข้างต้นเราสามารถสมมุติให้บทสรุปมีค่าเป็นเท็จ จากการสมมุติเช่นนี้ เราสามารถกำหนดค่าทุกค่าของข้อเสนอทั้งหมดของข้ออ้างเหตุผลนั้นได้ ถ้าหากว่าข้อเสนอทั้งสอง ไม่มีค่าความจริงเป็นจริงและบทสรุปมีค่าความจริงเป็นเท็จแล้ว ข้ออ้างเหตุผลนั้นสมเหตุสมผล

ขอให้นักศึกษาสังเกตุ การพิสูจน์โดยอ้อมของข้ออ้างเหตุผลต่อไปนี้

$$A \supset B$$

$$A$$

$$\therefore B$$

<u>วิธีทำ</u> 1. สมมติบทสรุปให้มีค่าเป็น F ที่บทสรุป

$$A \supset B$$

$$A$$

$$\therefore B = F$$

2. หาค่าความจริงที่เป็นเนื่องด้วยบทสรุป ในกรณีนี้เราได้รู้ B แล้วว่า B จะต้องมีค่าเป็น F ตามข้อสมมติข้างต้น

$$F$$

$$A \supset B$$

$$A$$

$$\therefore B = F$$

---

3. จากค่าจำกัดความข้างต้น สำรวจข้อเสนอว่า เป็น T ทั้งหมดหรือไม่ จากค่าที่เกิดจากความสัมพันธ์ของค่าความจริงที่เราสมมติขึ้น

$$T \quad F$$

$$A \supset B = F$$

$$A \quad = T$$

$$\therefore B = F$$

---

4. สรุปว่า ข้ออ้างเหตุผลนั้น สมเหตุสมผลหรือไม่สมเหตุสมผล

T F

$A \supset B$ = F

A = T

$\therefore$ B = F

ตอบ สมเหตุสมผล

ตัวอย่างที่ยกมานี้ เมื่อสำรวจดูแล้วจะเห็นว่า ไม่มีข้อเสนอที่เป็นตัวจริงทั้ง 2 เลย เมื่อบทสรุปมีค่าความจริงเป็นเท็จ ข้ออ้างเหตุผลนั้นจึงสมเหตุสมผล

พิจารณาตัวอย่างที่ไม่สมเหตุสมผล

$A \vee B$

B

$\therefore$ A

เมื่อดำเนินการพิสูจน์โดยอ้อมโดยลำดับแล้ว จะปรากฏผลดังนี้

F T

$A \vee B$ = T

B = T

$\therefore$ A = F

ตอบ ไม่สมเหตุสมผล

เมื่อพิจารณาแล้ว จะเห็นว่า ข้อเสนอทั้ง 2 มีค่าความจริงเป็นจริง และบทสรุปมีค่าเป็นเท็จฉะนั้นข้ออ้างเหตุผลนี้จึงไม่สมเหตุสมผล

พิจารณาตัวอย่างที่มีความซับซ้อน ดังข้างล่างนี้

1. $(\sim P \cdot Q) \supset [P \vee (Q \cdot R)]$ = P_1

   $\sim [P \vee (Q \cdot R)$ = P_2

   $\sim (\sim P \cdot Q)$ = C

<u>วิธีทำ</u> จะอธิบายไปตามลำดับขั้นตอนทีละลำดับ ดังนี้

1. สมมติค่าบทสรุปเป็น F

   $(\sim P \cdot Q) \supset [P \vee (Q \cdot R)]$

   $\sim [P \vee (Q \cdot R)$

   $\sim (\sim P \cdot R)$

   F

   ---

2. หาค่าความจริงที่เกิดจากค่าที่สมมติขึ้นต่อไปตามลำดับ

$$(\sim P \cdot Q) \supset [P \vee (Q \cdot R)]$$

$$\sim [P \vee (Q \cdot R)$$

$$\sim (\sim P \cdot Q)$$

F T F T T F

3. สมมติค่าข้อเสนอที่ 2 เป็น จริง และหาค่าสัมพันธ์ต่อไป

$$(\sim P \cdot Q) \supset [P \vee (Q \cdot R)]$$

$$\sim [P \vee (Q \cdot R)$$

T F F T F F = T

$$\sim (\sim P \cdot Q) = F$$

F T F T T

4. หาค่าความสัมพันธ์ที่เกิดจากชั้นใน P_1 ต่อไป

$$(\sim P \cdot Q) \supset [P \vee (Q \cdot R)] \quad P_1 = F$$

T F T T F F F T F F

$\sim[P \vee (Q \cdot R)]$

T F F T F F $\qquad P_2 = F$

$\sim(\sim P \cdot Q)$

F T F T T $\qquad C = F$

---

5. เมื่อสำรวจดูทุกกรณีแล้ว พิจารณา ข้อเสนอทั้ง 2 เป็นจริงหรือไม่ เมื่อบทสรุปเป็นเท็จจากตัวอย่าง ปรากฏว่าข้อเสนอ P_1 มีค่าเป็น F และ P_2 มีค่าเป็น F บทสรุป มีค่าเป็น F ฉะนั้น ข้ออ้างเหตุผลจึงไม่สมเหตุสมผล

<u>ตัวอย่าง</u> 2 จงหาความสมเหตุสมผลของข้ออ้างเหตุผลนี้

$[P \vee (Q \sim R)] \supset [R \vee (S \cdot T)]$

$R \vee (S \cdot T)$

$P \vee (Q \supset R)$

<u>วิธีทำ</u> ไม่ชี้ให้เห็นถึงลำดับขั้นตอน ยกแต่เพียงรูปสำเร็จ

$[P \vee (Q \sim R)] \supset [R \vee (S \cdot T)] \qquad P_1 = T$

F F T F F T F T T T T

R V (S . T)

F T T T T $P_2 = T$

P V (Q ⊃ R)

F F T F F $C = F$

ตอบ ไม่สมเหตุสมผล

สรุป ประยุกต์การพิสูจน์โดยอ้อมใช้กับข้ออ้างเหตุผล จะสมเหตุสมผลก็ต่อเมื่อตัวคงที่หลักหลักของข้อเสนอทั้งสองจะต้องมีค่าขัดแย้งกันและบทสรุปจะต้องเป็นเท่านั้น นอกจากนี้แล้วไม่สมเหตุสมผลทุกกรณี การประยุกต์การพิสูจน์โดยอ้อมใช้กับข้อมูลอ้างเหตุผล ใช้สำหรับการพิสูจน์ที่มีข้อเสนอเพียง 2 ข้อเสนอและมี 1 บทสรุป เท่านั้น

คำถามบทที่ 4

1. จงพิสูจน์ความสมเหตุสมผลประโยคสัญลักษณ์ต่อไปนี้ด้วยวิธีพิสูจน์โดยอ้อม (Indirect Method)

1.1 $(P \cdot Q) \supset P$

1.2 $P \supset (P \vee Q)$

1.3 $(P \supset Q) \supset P$

1.4 $P \supset (P \cdot Q)$

1.5 $(\sim P \supset Q) \supset P$

1.6 $\sim P \supset (P \cdot \sim Q)$

1.7 $(P \supset Q) \supset \sim (Q \supset P)$

1.8 $(P \supset Q) \supset (\sim P \supset \sim Q)$

1.9 $[P \supset (Q \cdot R)] \supset \sim [(Q \cdot R) \supset \sim P$

1.10 $[(P \vee Q) \cdot P] \supset \sim Q$

2. จงประกอบประโยคสัญลักษณ์เหล่านี้แล้วพิสูจน์หาความสมเหตุสมผลด้วยวิธีพิสูจน์โดยอ้อม

2.1
P
Q
$\therefore P \cdot Q$

2.2
$P \supset Q$
$Q \supset P$
$\therefore P \vee Q$

2.3 $P \supset Q$
$P \vee Q$
$\therefore Q$

2.4 $P \supset (Q \supset R)$
$P \supset Q$
$\therefore P \supset R$

2.5 $(P \supset Q) \cdot (P \supset R)$
P
$\therefore Q \vee R$

2.6 $P \supset (Q \vee R)$
$P \supset \sim Q$
$\therefore P \vee R$

2.7 $(P \supset Q) \cdot (R \supset S)$
$P \vee S$
$\therefore Q \vee S$

2.8 $(P \supset Q) \cdot (R \supset S)$
$\sim Q \vee \sim S$
$\therefore P \vee S$

2.9 $(P \vee Q) \supset (P \cdot Q)$
$P \cdot Q$
$\therefore P \vee Q$

2.10 $P \vee (Q \cdot P)$
P
$\therefore \sim (Q \cdot \sim P)$

2.11 $(P \vee Q) \quad (P \cdot Q)$
$\sim (P \vee Q)$
$\therefore \sim (P \cdot Q)$

2.12 $(P \supset \sim Q) \cdot (\sim R \supset S)$
$\therefore P \supset \sim Q$