

บทที่ 1

แนวคิดเบื้องต้นของกลศาสตร์ควอนตัม

กลศาสตร์ควอนตัมเป็นทฤษฎีพื้นฐานที่ใช้อธิบายปรากฏการณ์ระดับอะตอม และนิวเคลียส ซึ่งอยู่นอกเหนือจากการรับรู้ด้วยประสาททั้งห้าของมนุษย์ ต่างจากเหตุการณ์ที่มนุษย์พบในชีวิตประจำวัน กลศาสตร์ควอนตัมเริ่มจากการพัฒนารูปแบบทางคณิตศาสตร์เพื่ออธิบายผลการทดลองที่ไม่สามารถอธิบายด้วยกลศาสตร์ดั้งเดิมและจากการเปลี่ยนแนวความคิดเข้าสู่ความคิดเรื่องหลักความไม่แน่นอนและหลักการเติมเต็ม

1.1 การทดลองที่เป็นที่มาของกลศาสตร์ควอนตัม

การทดลองทางฟิสิกส์ในช่วงก่อนปี 1900 นั้น อธิบายได้โดยอาศัยฟิสิกส์แบบเก่า เช่น การเคลื่อนที่ของวัตถุโดยใช้สมการของนิวตัน การเคลื่อนที่ของโมเลกุลใช้ทฤษฎีจลน์ของก๊าซ การค้นพบอิเล็กตรอนของทอมสันที่แสดงให้เห็นว่าอนุภาคมีพฤติกรรมแบบนิวโทเนียน การค้นพบว่าแสงเป็นคลื่นโดยการทดลองการเลี้ยวเบนของยังก์ในปี 1803 และการค้นพบของแมกเวลล์ ในปี 1864 เป็นรากฐานที่สำคัญของการอธิบายปรากฏการณ์ทางแสงและไฟฟ้า

ความไม่เพียงพอของฟิสิกส์แบบเก่า

ความยุ่งยากของการอธิบายผลการทดลองเริ่มจากแบบจำลองของอะตอม การค้นพบรังสีเอ็กซ์และกัมมันตภาพรังสี และปรากฏการณ์บางอย่าง เช่น การแผ่รังสีของวัตถุดำ ความจุความร้อนจำเพาะของของแข็งที่อุณหภูมิต่ำ การเคลื่อนที่ของโมเลกุลไดอะตอมที่อุณหภูมิต่ำ ปกติ เป็นต้น

จุดเริ่มต้นของการอธิบายเริ่มจากแพลงค์ในปี 1900 เมื่อเขาสามารถอธิบายสเปกตรัมที่เกิดจากวัตถุดำได้ โดยการสมมุติว่า การรับหรือคายรังสีคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าจะมีลักษณะไม่ต่อเนื่องเป็นจำนวนเท่าของควอนตา (quanta) โดยหนึ่งควอนตัมของพลังงานจะมีค่าตามสมการ

		$E = hv$
เมื่อ	E	คือพลังงาน
	h	คือค่าคงที่ของพลังค์
	v	คือความถี่ของรังสีคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า

ไอน์สไตน์ นำสมมติฐานของพลังค์มาอธิบายปรากฏการณ์โฟโตอิเล็กทริกทำให้เกิดลักษณะความเป็นคู่ของแสงที่บางครั้งแสดงคุณสมบัติเป็นคลื่นและบางครั้งแสดงคุณสมบัติเป็นอนุภาค ในช่วงเวลาเดียวกันมีการค้นพบว่าพลังงานของระบบอะตอมก็มีค่าไม่ต่อเนื่อง เช่นเดียวกับคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า ซึ่งสามารถนำมาใช้ในการอธิบายทฤษฎีความจุความร้อนจำเพาะของของแข็งโดยไอน์สไตน์และเดอบาย อนุกรมเส้นสเปกตรัมของริทซ์ การทดลองของแฟรงค์และเฮิร์ตซ์เกี่ยวกับความไม่ต่อเนื่องของการสูญเสียพลังงานของอิเล็กตรอนเนื่องจากการชนกับอะตอม และการทดลองความไม่ต่อเนื่องของโมเมนต์แม่เหล็กของสเตรินและเกอร์ลาซ

สรุปการทดลองที่สำคัญ

การค้นพบทฤษฎีทางฟิสิกส์ในช่วงแรกของศตวรรษที่สำคัญมีอยู่ 2 ข้อ คือลักษณะความเป็นคู่ของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าและความไม่ต่อเนื่องของปริมาณทางฟิสิกส์ ความสัมพันธ์ระหว่างผลจากการทดลองที่สำคัญและกับทฤษฎีแสดงในตารางที่ 1.1

การเลี้ยวเบน (ยังก์ 1803, เลาเอ 1912)	คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า
ทฤษฎีอะตอม (พลังค์ 1900)	คลื่นแม่เหล็กควอนตา
โฟโตอิเล็กทริกเอฟเฟ็ค (ไอน์สไตน์ 1904)	
ขบวนการคอมปีตัน (คอมปีตัน 1923)	ควอนตาและความไม่ต่อเนื่อง
หลักการรวมตัว (ริทซ์ -ไรต์เบิร์ก 1908)	
ความร้อนจำเพาะ (ไอน์สไตน์ 1907 , เดอบาย 1912)	
การทดลองของแฟรงค์และเฮิร์ตซ์ (1913)	ความไม่ต่อเนื่องของปริมาณทางฟิสิกส์
การทดลองของสเตรินและเกอร์ลาซ (1922)	

ตารางที่ 1.1 ความสัมพันธ์ระหว่างผลการทดลองกับทฤษฎี

ทฤษฎีที่สำคัญอีกทฤษฎีหนึ่งที่เกิดขึ้นในปี 1924 โดยเดอเบรย เสนอว่าอนุภาคควรมีคุณสมบัติความเป็นคู่เหมือนกับคลื่น เขาได้สรุปความสัมพันธ์ระหว่างโมเมนตัม p ของอนุภาคกับความยาวคลื่น λ ว่า

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

ในช่วงนั้นมีการทดลองมากมายที่แสดงว่า อนุภาคแบบนิวโทเนียนมีพลังงานไม่ต่อเนื่อง เช่น การทดลองการชนกันของอนุภาคในห้องหมอกของวิลสัน การค้นพบการเลี้ยวเบนของอิเล็กตรอนที่ผ่านผลึกโดยเดวิสสันและเจอร์เมอร์ (1927) และทอมสัน (1928) ซึ่งเป็นการสนับสนุนทฤษฎีที่ว่า อนุภาคสามารถแสดงคุณสมบัติของการเป็นคลื่นได้

ความเป็นคู่ของแสง (The duality of light)

ผลการทดลองเรื่องสลิตคู่ทำให้เราทราบว่าไม่สามารถนำคุณลักษณะการเป็นคลื่นแสงหรืออนุภาคอย่างเดี่ยวมาอธิบายการทดลองได้ แสงแสดงคุณสมบัติได้ทั้งคลื่นและอนุภาค ความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรของอนุภาค(พลังงาน E และโมเมนตัม p) กับตัวแปรของคลื่น (ความถี่ ν และเวกเตอร์คลื่น k) คือ

$$E = h\nu = \hbar \omega$$

$$p = \hbar k$$

เมื่อ $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ สมการทั้งสองนี้มีชื่อว่า ความสัมพันธ์ของแพลงค์-ไอน์สไตน์

ความเป็นคู่ของสสาร (The duality of matter)

การค้นพบโฟตอนทำให้สามารถอธิบายปรากฏการณ์พื้นฐานของฟิสิกส์อะตอมได้ อะตอมจะรับหรือให้แสงที่มีความถี่เฉพาะเท่านั้น การทดลองของฟรังก์และเฮิร์ตซ์แสดงให้เห็นว่าพลังงานของอะตอมจะมีค่าเพียงบางค่าเท่านั้น ในปี 1923 เดอเบรอยล์ได้เสนอว่า อนุภาคมีคุณสมบัติของการเป็นคลื่น อนุภาคพลังงาน E และโมเมนตัม p จะมีความสัมพันธ์กับคลื่นที่มีความถี่เชิงมุม $\omega = E/h$ และเวกเตอร์คลื่น $k = p/h$ จะได้ความยาวคลื่น $\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{h}{p}$ เรียกว่าความสัมพันธ์ของเดอเบรอยล์

1.2 ทฤษฎีควอนตัมเก่า

ทฤษฎีควอนตัมเก่าเริ่มจากงานของ แพลงค์ ไอน์สไตน์และเดอบาย อย่างไรก็ตาม หลังจากรัชเทอร์ฟอร์ดพบว่า อะตอมประกอบด้วยประจุบวกเล็กๆเรียกว่า นิวเคลียส และมีอิเล็กตรอนวิ่งอยู่รอบๆ ทำให้มีการประยุกต์ทฤษฎีเพื่อใช้อธิบายปริมาณต่างๆของอะตอม

กฎควอนไทเซชันของโบร์-ซัมเมอร์เฟลด์

โบร์ได้เสนอสมมติฐานอะตอม 2 ข้อคือ

1. อิเล็กตรอนเคลื่อนที่อยู่ในวงโคจรที่จำกัดซึ่งมีค่าโมเมนตัมเชิงมุมเป็นจำนวนเท่าของ h สำหรับวงโคจรที่เป็นวงกลมรัศมี r ความเร็ว (v) ของอิเล็กตรอนหาได้จาก

$$mvr = \frac{nh}{2\pi} \quad \text{เมื่อ } n = 1, 2, 3, \dots$$

ความสัมพันธ์ระหว่างแรงคูลอมบ์และแรงสู่ศูนย์กลางคือ

$$\frac{e^2}{r^2} = \frac{mv^2}{r}$$

จะได้
$$v = \frac{2\pi e^2}{nh}$$

และ
$$r_n = \frac{1}{4\pi^2} \frac{n^2 h^2}{me^2}$$

พลังงานคือ

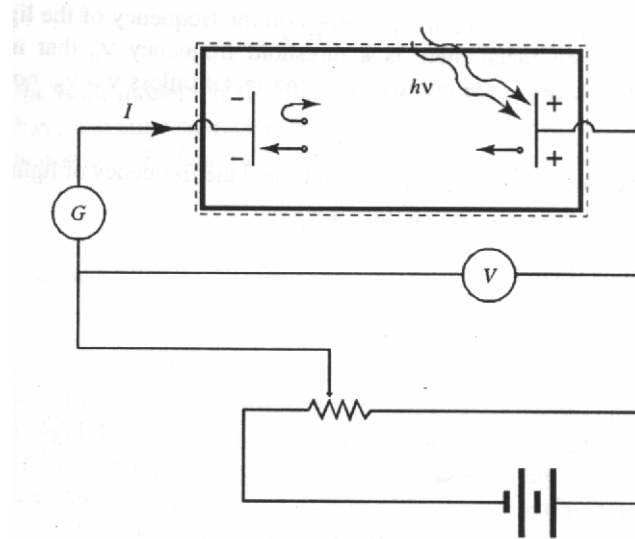
$$E = \frac{1}{2}mv_n^2 - \frac{e^2}{r} = -\frac{2\pi^2 me^4}{n^2 h^2}$$

เมื่ออิเล็กตรอนอยู่ในวงโคจรเหล่านี้ จะไม่แผ่รังสีออกมาเรียกว่า อิเล็กตรอนอยู่ในสภาวะคงที่ (stationary state)

2. เมื่ออิเล็กตรอนเคลื่อนที่จากวงโคจรหนึ่งไปอีกรวงโคจรหนึ่ง จะมีการเปลี่ยนแปลงพลังงานที่มีความถี่
$$\nu = \frac{E - E'}{h}$$
 สอดคล้องกับแพลงค์และไอน์สไตน์

สมมติฐานทั้งสองข้ออธิบายผลการทดลองของฟรังค์และเฮิร์ตซ์ได้ โบร์เสนอกฎการเลือกวงโคจรที่ทำให้อะตอมอยู่ในสถานะที่เสถียรและสามารถอธิบายโครงสร้างของอะตอมไฮโดรเจนได้

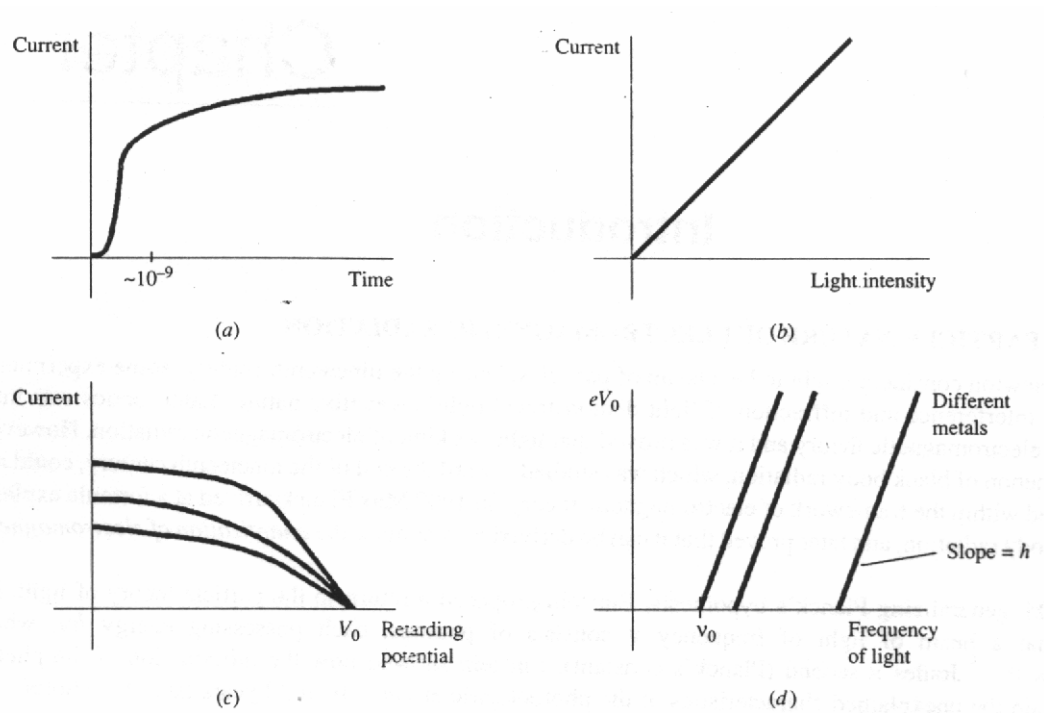
ขบวนการโฟโตอิเล็กทริก (Photoelectric effect)



รูปที่ 1.1 ขบวนการโฟโตอิเล็กทริก

จากผลการทดลองพบว่า

1. เมื่อส่องแสงตกกระทบโลหะ จะมีกระแสเกิดขึ้นทันที แม้ว่าความเข้มแสงมีค่าน้อย
2. ถ้าความถี่ของแสงและศักย์ต้านคงที่ กระแสที่ไหลจะเป็นสัดส่วนโดยตรงกับความเข้มแสง
3. ถ้าความถี่ของแสงและความเข้มแสงคงที่ กระแสมีค่าลดลงเมื่อเพิ่มค่าศักย์หยุด V และเมื่อ $V = V_0$ กระแสจะมีค่าเป็นศูนย์
4. สำหรับพื้นผิวชนิดหนึ่ง ศักย์หยุด V_0 จะขึ้นอยู่กับความถี่ของแสงแต่จะไม่ขึ้นกับความเข้มแสงสำหรับโลหะแต่ละชนิดจะมีความถี่ขีดเริ่มเปลี่ยน (ν_0) ซึ่งโฟตอนต้องมีความถี่มากกว่านี้ จึงจะทำให้อิเล็กตรอนหลุดออกมา



รูปที่ 1.1 ผลจากการทดลองเรื่องขบวนการโฟโตอิเล็กทริก

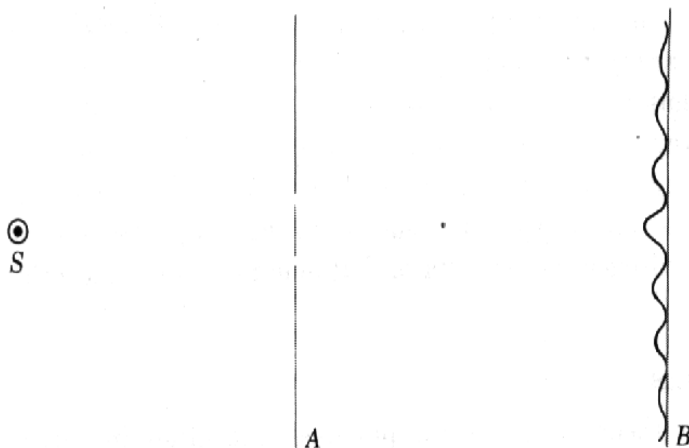
ความยุ่งยากในทางปฏิบัติ

ทฤษฎีควอนตัมแบบเก่าพบว่ามีความยุ่งยากทางปฏิบัติหลายประการ เช่น ไม่สามารถประยุกต์กับระบบที่เป็นคาบได้ ไม่สามารถอธิบายความเข้มของเส้นสเปกตรัมและการกระจายของแสงได้ ถึงแม้จะได้มีการปรับปรุงเทคนิคการทดลองต่างๆแล้วก็ตาม

ปี 1923 โบร์ได้เสนอหลักของความคล่องจองว่า ทฤษฎีแบบเก่ามีขอบเขตจำกัดเมื่อนำมาอธิบายคุณสมบัติของระบบอะตอมโดยเฉพาะความเข้มของเส้นสเปกตรัม ถึงแม้จะมีการปรับปรุงขึ้นมากแต่การมีอยู่ของทฤษฎีควอนตัมเก่าก็ยังไม่เพียงพอที่จะอธิบายปรากฏการณ์บางอย่างในระดับอะตอมได้

ความยุ่งยากของนิยาม

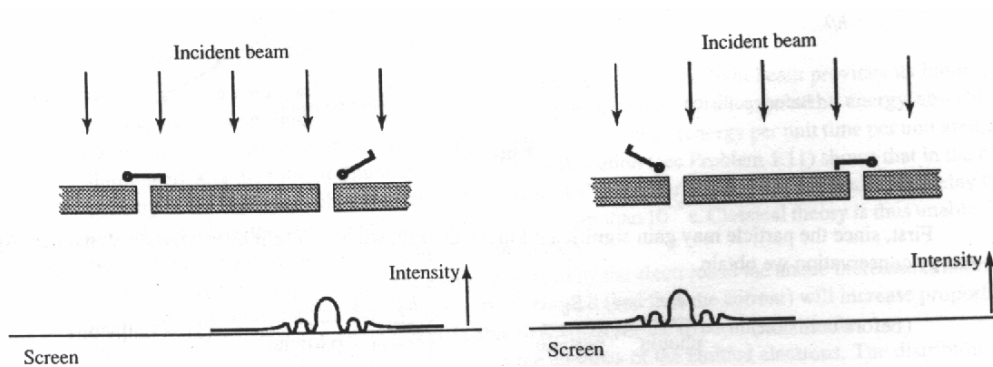
ที่ผ่านมาจะเห็นว่าทฤษฎีควอนตัมแบบเก่ายังให้ผลที่ไม่น่าพอใจในการอธิบายปรากฏการณ์พื้นฐานต่างๆ ความยุ่งยากในการเข้าใจอันตรกิริยาระหว่างนิวเคลียสของไฮโดรเจนกับอิเล็กตรอนที่เคลื่อนที่ด้วยความเร็วว่าทำไมเมื่ออยู่ในสภาวะที่จึงไม่ปล่อยคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าออกมา กลไกการรับหรือคายคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าเมื่ออะตอมเปลี่ยนสถานะยังคงคลุมเครือและสมมติฐานความเป็นคู่ของแสงยังคงดูเหมือนจะขัดแย้งกันเอง เพื่อแก้ปัญหาความยุ่งยากเหล่านี้ทำให้ต้องมีการพัฒนาทฤษฎีควอนตัมขึ้นมาใหม่ โดยเราจะพิจารณาจากการทดลองการเลี้ยวเบน



รูปที่ 1.3 การเลี้ยวเบน

จากรูปที่ 1.3 ให้ S เป็นแหล่งกำเนิดแสง A เป็นช่องสลิต และ B เป็นฉากรับแสง เมื่อเราให้แสงผ่านช่องสลิตไปยังฉากรับแสง เราทราบว่าพฤติกรรมของควอนตาหรือโฟตอนที่เกิดจากอิเล็กตรอนที่ฉากรับแสง B ควรจะมีความคล้ายคลึงกันทั้งสสารและคลื่น รูปแบบการ

จากรูปเราอาจคิดว่า รูปแบบการเลี้ยวเบนเกิดจากการแทรกสอดระหว่างโฟตอนที่แตกต่างกันเคลื่อนที่ผ่านช่องสลิตทั้งสองซึ่งเป็นคำอธิบายที่ยังไม่เพียงพอ เพราะถ้าเราลดความเข้มแสงลงจนกระทั่งว่ามีโฟตอนเพียงตัวเดียวเท่านั้นที่สามารถผ่านไปได้รูปแบบของการเกิดก็ยังคงเหมือนเดิม ดังนั้นเราต้องพิจารณาการเลี้ยวเบนที่เกิดจากโฟตอนตัวเดียวด้วย เราตั้งสมมติฐานว่าโฟตอนอิสระสามารถผ่านสลิตเพียงช่องเดียวก็เกิดรูปแบบการเลี้ยวเบนได้เหมือนกับเปิดสลิตทั้งสองช่อง



รูปที่ 1.4 การเลี้ยวเบนผ่านสลิตเพียงช่องเดียว

มุมมองของกลศาสตร์ควอนตัม

คำถามที่ว่าโฟตอนเคลื่อนที่ผ่านสลิตช่องไหนแน่จากมุมมองของทฤษฎีควอนตัมแบบเก่า โฟตอนหรืออนุภาคสามารถกำหนดตำแหน่งที่แน่นอนในช่วงเวลาหนึ่งได้ อย่างไรก็ตามกลศาสตร์ควอนตัมได้ละทิ้งความคิดนี้ตำแหน่งของโฟตอนจะมีความหมายเมื่อเราทดลองวัดเท่านั้น ดังนั้นการที่ถามว่าโฟตอนผ่านสลิตช่องไหนจึงไม่มีความหมาย กลศาสตร์

1.3 หลักความไม่แน่นอนและหลักการเติมเต็ม

หลักความไม่แน่นอน

หลักความไม่แน่นอนถูกเสนอขึ้นมาครั้งแรกในปี 1927 โดยไฮเซนเบิร์ก ว่าเป็นไปไม่ได้ที่เราจะวัดปริมาณทางกายภาพที่เกี่ยวข้องกันเป็นคู่ได้อย่างแม่นยำพร้อมกันทั้งสองปริมาณ ปริมาณดังกล่าวคือ ตำแหน่งกับโมเมนตัม มุมกับโมเมนตัมเชิงมุมและเวลากับพลังงาน ความไม่แน่นอนของการวัดจะเกิดขึ้นเสมอและจะมีค่าน้อยที่สุดเท่ากับค่าคงที่ของพลังค์หารด้วย 2π ดังนั้นจะได้สมการ

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq h$$

$$\Delta \phi \cdot \Delta J_z \geq h$$

$$\Delta t \cdot \Delta E \geq h$$

หลักการเติมเต็ม

ในปี 1928 โปร์ ได้เสนอหลักการเติมเต็มเพื่อช่วยอธิบายหลักความไม่แน่นอนของไฮเซนเบิร์ก โดยกล่าวว่า ปรัชญาการณิในระดับอะตอมไม่สามารถอธิบายโดยใช้กลศาสตร์แบบเก่าได้ ธรรมชาติของหลักการเติมเต็มมีความจำเป็นในการอธิบายปรากฏการณ์ต่างๆ และช่วยให้นักทดลองอธิบายถึงการวัดปริมาณต่างๆว่ามีขอบเขตจำกัดของธรรมชาติ เมื่อเราทำการวัดปริมาณอันหนึ่งจะทำให้คู่ของมันถูกรบกวนในทันทีเป็นข้อจำกัดพื้นฐานของการวัดในระดับอะตอม

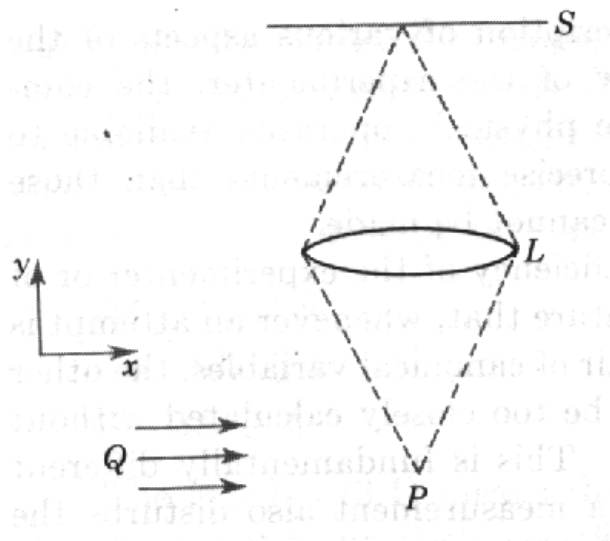
ข้อจำกัดของการทดลอง

ในระดับอะตอมเราต้องเลือกข้อกำหนดของการทดลองที่จะออกแบบการวัดปริมาณที่เป็นคู่ให้สัมพันธ์กับหลักความไม่แน่นอน

1.4 วิจารณ์การทดลอง

ในส่วนนี้พูดถึงการวิธีการวัดที่เที่ยงตรงสามวิธีในมุมมองของกลศาสตร์แบบใหม่ สองวิธีแรกเป็นการวัดตำแหน่งและโมเมนตัมของอนุภาคโดยวิธีการทางแสงและวิธีที่สามเป็นการวัดการเลี้ยวเบน

การวัดเฉพาะตำแหน่ง



รูปที่ 1.5 การทดลองควอนตาของแสง

จากรูปให้ควอนตาของแสงชนกับอนุภาค p แล้วกระเจิงผ่านเลนส์ไปที่ฉาก L จากทฤษฎีคลื่นแสงเราทราบว่าความถูกต้องของตำแหน่งเท่ากับ $\Delta x \approx \frac{\lambda}{\sin \theta}$

จาก $\lambda = \frac{h}{p}$ จะได้ว่า $p = \frac{h}{\lambda}$ เป็นโมเมนตัมของโฟตอนที่วิ่งเข้าไปในมุม 2θ จะได้

$$\Delta p \approx \frac{h}{\lambda} \sin \theta$$

ดังนั้น $\Delta x \cdot \Delta p_x \approx h$ ซึ่งเป็นสิ่งที่เหมาะสมที่สุดที่เราสามารถทำได้ เมื่อพิจารณาจากหลักการเติมเต็ม ถ้า λ น้อยจะวัดตำแหน่งได้ถูกต้อง แต่ถ้าจะวัดโมเมนตัมที่ถูกต้องก็ต้องใช้ λ ที่มีค่ามาก

การทดลองหาโมเมนตัม

เราจะพิจารณาระบบการทดลองที่รู้ตำแหน่งแน่นอนแล้วเพื่อที่จะวัดโมเมนตัมแล้ว เราจะเห็นว่าไม่เพียงแต่โมเมนตัมจะไม่แน่นอนตำแหน่งก็มีความไม่แน่นอนเช่นกัน

สมมติให้อะตอมอยู่ในสภาวะถูกกระตุ้นและปล่อยโฟตอนความถี่ ν_0 ออกมา ถ้าอะตอมอยู่นิ่งและโฟตอนเคลื่อนเข้าหาผู้สังเกตด้วยความเร็ว v จากปรากฏการณ์ของดอปเปลอร์จะได้ว่า

$$\nu \approx c \left(\frac{\nu}{\nu_0} - 1 \right)$$

การวัดโมเมนตัมที่ถูกต้องโดยการวัดความถี่ ν จะต้องใช้เวลานาน τ ความคลาดเคลื่อนที่น้อยที่สุดในการวัดความถี่ คือ $\Delta \nu \approx \frac{1}{\tau}$ ในช่วงเวลานี้ความไม่แน่นอนของโฟตอนที่ส่งออกมาเป็น τ ความไม่แน่นอนของโมเมนตัมลดลง $\frac{h\nu}{c}$ และความไม่แน่นอนทางตำแหน่งลดลง

$\frac{h\nu}{mc}$ ดังนั้นตำแหน่งจะมีความไม่แน่นอน $\Delta x = \frac{h\nu\tau}{mc}$

ถ้าโฟตอนถูกส่งออกมาช้า อะตอมจะไปได้ไกลและมีความเร็วสูง ความไม่แน่นอนทางตำแหน่งจะเกิดจากขีดจำกัดของเวลา ถ้า τ เป็นศูนย์และเราจะรู้ความเร็วและการเปลี่ยนความเร็วเพื่อให้โฟตอนออกมาเราจะรู้ว่าอะตอมอยู่ตำแหน่งใด แต่เนื่องจาก τ มีค่าจำกัดทำให้เราไม่รู้ว่าการเปลี่ยนความเร็วเกิดเมื่อใดและอะตอมอยู่ที่ใด ความไม่แน่นอนของโมเมนตัม

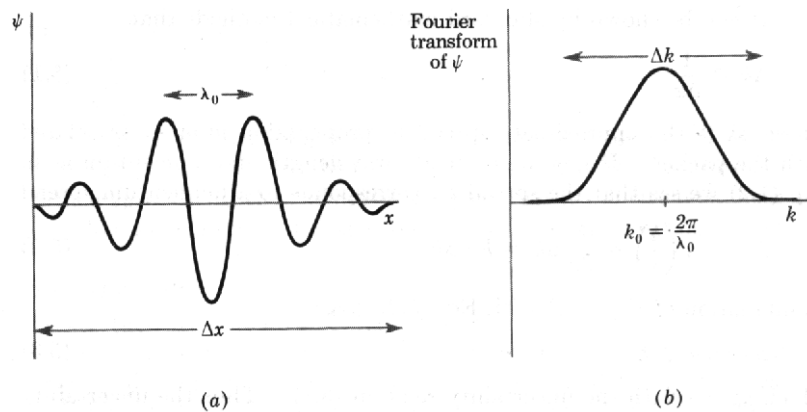
$$\Delta p_x = m\Delta v \approx \frac{m\Delta v}{v_0} : \frac{me}{v_0\tau}$$

1.5 กลุ่มคลื่นในปริภูมิและเวลา

จากความสัมพันธ์ระหว่างโมเมนตัมและความยาวคลื่นชี้ให้เห็นว่า เราสามารถอธิบายคุณสมบัติของคลื่นในรูปของสสารได้ โดยพิจารณาจากแอมพลิจูดของคลื่นหรือฟังก์ชันคลื่นที่อยู่ในโคออร์ดิเนต (x,y,z,t) ซึ่งปริมาณ ψ จะมีคุณสมบัติ 3 ข้อคือ

1. สามารถแทรกสอดได้ ซึ่งจะทำให้เกิดการทดลองการเลี้ยวเบน
2. มีขนาดใหญ่
3. ใช้ในการอธิบายการประพัตตัวของโฟตอนหรืออนุภาค

กลุ่มคลื่นเกิดจากการซ้อนทับกันของคลื่นโดยใช้แทนอนุภาคดั้งเดิม



รูปที่ 1.6 กลุ่มคลื่นและการแปลงฟูเรียร์

จากรูป λ_0 คือความยาวคลื่น Δx คือตำแหน่งของคลื่น ส่วนค่า k ได้จากความสัมพันธ์ระหว่าง x กับ Ψ โดยวิธีการแปลงทางฟูรีเยร์ โดยวิธีการทางคณิตศาสตร์จะได้ว่า

$$\Delta k \geq \frac{1}{\Delta x}$$

จาก
$$\Delta p = \Delta \left(\frac{h}{\lambda} \right) = \frac{h}{2\pi} \Delta k = h \Delta k$$

ดังนั้น
$$\Delta x \cdot \Delta p \geq h$$

ความเร็วกลุ่ม

กำหนดฟังก์ชันคลื่น Ψ ให้ขึ้นกับเวลา t สำหรับตำแหน่ง x เราสามารถแสดงว่า Ψ เป็นกลุ่มคลื่นที่สร้างจากคลื่นที่มีความถี่ ν เป็นจำนวนมากโดยวิธีการแปลงทางฟูรีเยร์ ในกรณีนี้เราจะได้ความสัมพันธ์ระหว่างการแผ่ออกของ Ψ ในเวลา t และความถี่ ν ว่า

$$\Delta t \cdot \Delta \nu \geq \frac{1}{2\pi}$$

ซึ่งคล้ายกับหลักความไม่แน่นอนถ้าเรารวมกับสมการ

$$E = h\nu \quad \text{หรือ} \quad \Delta E = h\Delta \nu$$

จะได้ว่า
$$\Delta E \cdot \Delta t \geq h$$

จากสมการ $E = h\nu$ จะแสดงคุณสมบัติของสสารในรูปคลื่น โดยแสดงในรูปของความเร็วกลุ่มคลื่นของอนุภาคมวล m พลังงานจลน์ E และโมเมนตัม p ซึ่งจะเท่ากับ

$$\frac{dv}{d(1/\lambda)} = \frac{dE}{dp} = \frac{d(p^2/2m)}{dp} = \frac{p}{m}$$

ควอนตาของสสารหรือรังสีสามารถแทนได้ด้วยกลุ่มคลื่น ทำให้เราสามารถวิเคราะห์การเคลื่อนที่ของคลื่นโดยใช้คณิตศาสตร์ หลักความไม่แน่นอนของไฮเซนเบิร์กและหลักการเติมเต็มของโบร์ เราสามารถใช้ฟังก์ชันคลื่นอธิบายคุณสมบัติของอนุภาคได้ ถ้าอนุภาคมีจำนวนมากเราต้องใช้ฟังก์ชันคลื่นที่ขึ้นอยู่กับโคออร์ดิเนตทั้งหมด

ตัวอย่าง 1.1 โปรแกรมต่อไปนี้เขียนกราฟฟังก์ชันคลื่นและแปลงฟูเรียร์ของฟังก์ชันคลื่น

```
%plot wave function psi(x)=1/sqrt(2*L) for |x| < L and
%Fourier transform psi(k)=(1/sqrt(pi*L))*(1/k(j))*sin(k(j)*L)
clear;
clf;

npoints=500;
    %(number of data points in plot) - 1
L=1.;
    %length scale (m)
xmax=2*L;
    %maximum value of x in plot
xmin=-2*L;
    %minimum vlaue of x in plot
deltax=(xmax-xmin)/npoints;
    %step in x
x=xmin-deltax;
x=[xmin:deltax:xmax];
%x array

kmax=3*(2*pi/L);
    %maximum value of k in plot
kmin=-3*(2*pi/L);
    %minimum vlaue of x in plot
deltak=(kmax-kmin)/npoints;
    %step in x
k=kmin-deltak;
k=[kmin:deltak:kmax];
%k array

for j=1:npoints+1
    if abs(x(j))<=L
```

```

        psi(j)=1/sqrt(2*L);
        %wave function, psi(x)
    else
        psi(j)=0;
    end
    psi2(j)=psi(j)^2;
        %wave function squared, |psi(x)|^2

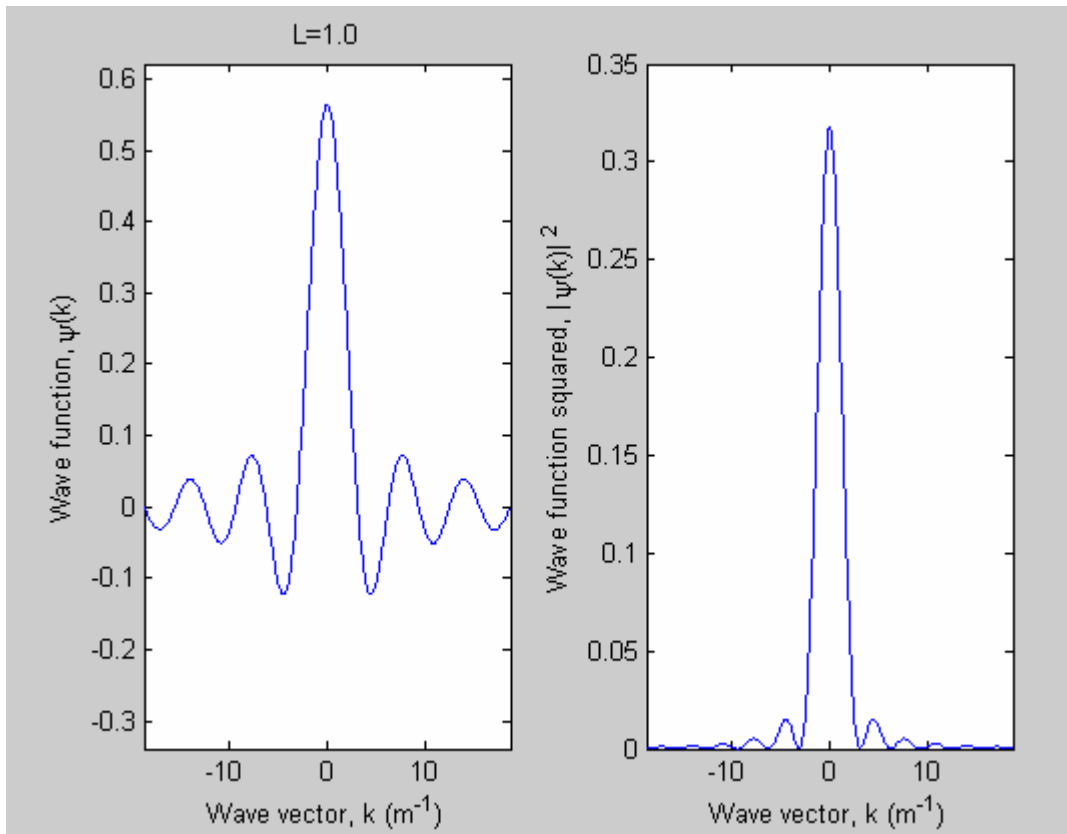
    psik(j)=(1/sqrt(pi*L))*(1/k(j))*sin(k(j)*L);
%wave fucntion psi(k)
    psik2(j)=psik(j)^2;
        %wave function squared, |psi(k)|^2
end

figure(1);
subplot(1,2,1),plot(x,psi);
axis([xmin,xmax,0,1.2/sqrt(2*L)]),xlabel('Position, x
(m)'),ylabel('Wave function, \psi(x)');
ttl = sprintf(' L=%3.1f ',L);
title (ttl);
subplot(1,2,2),plot(x,psi2);
axis([xmin,xmax,0,1.2/sqrt(2*L)]),xlabel('Position, x
(m)'),ylabel('Wave function squared, | \psi(x)| ^2');

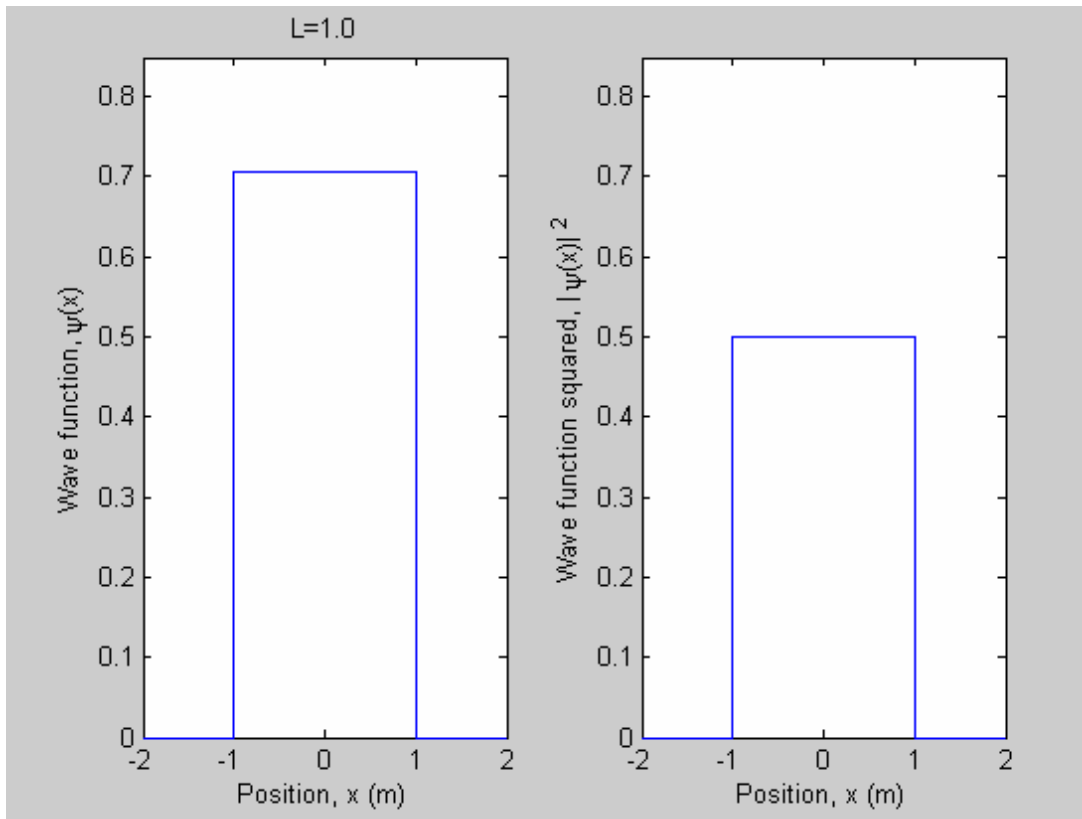
figure(2);
subplot(1,2,1),plot(k,psik);
axis([kmin,kmax,-0.6*sqrt(L/pi),1.1*sqrt(L/pi)]),xlabel('Wave
vector, k (m^-1)'),ylabel('Wave function, \psi(k)');
title (ttl);
subplot(1,2,2),plot(k,psik2);
axis([kmin,kmax,0,1.1*(L/pi)]),xlabel('Wave vector, k (m^-
^1)'),ylabel('Wave function squared, | \psi(k)| ^2');

```

เอาท์พุทจากโปรแกรม คือ



এবং



แบบฝึกหัดบทที่ 1

1. จงอธิบายความล้มเหลวของฟิสิกส์ดั้งเดิม ยกตัวอย่างประกอบคำอธิบาย
2. จงอธิบายการทดลองในตาราง 1.1 พร้อมกับวิจารณ์ผลจากการทดลอง
3. ยิงกระสุนมวล 1 ออนซ์ ภูเขาปืนในเวลา 0.5 วินาที คิดว่าลูกกระสุนมีขนาดเล็กและไม่คิดแรงต้านของอากาศ จงหาการกระจายของลูกกระสุน
4. จงอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างหลักความไม่แน่นอนทั้งสามข้อ
5. อะตอมส่งโฟตอนของแสงสีเขียวความยาวคลื่น $\lambda = 5200$ อังสตรอม ออกมาในช่วงเวลา $\tau = 2 \times 10^{-10}$ วินาที จงหาการกระจายของความยาวคลื่นของโฟตอน