

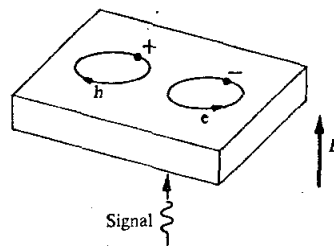
บทที่ 4

ผลจากสนามแม่เหล็กและสนามไฟฟ้ากำลังสูง

วัตถุประสงค์

เพื่อให้เข้าใจถึงผลจากสนามแม่เหล็กและสนามไฟฟ้ากำลังสูงต่อการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนในสารกึ่งตัวนำ ได้แก่ เรืองราวของไซโคลตรอนเรโซแนนซ์ สัมประสิทธิ์ของฮอลล์ กัมน์เอฟเฟกต์ และสามารถนำไปประยุกต์เพื่อหาค่า μ p n และ m^* ได้

4.1 ไซโคลตรอนเรโซแนนซ์



รูป 4.1 การเคลื่อนที่แบบไซโคลตรอนของอิเล็กตรอนและโฮล
ในสนามแม่เหล็ก B

สำหรับอนุภาคที่มีประจุ e ความเร็ว v ถ้ามีสนามแม่เหล็ก B ในทิศทางตั้งฉากกับ v มากกระทำ อนุภาคจะได้รับแรงกระทำ Bev และเคลื่อนที่เป็นวงกลม ซึ่ง

$$m = mv^2/r = Bev$$

หรือ
$$v = \frac{Ber}{m}$$

และความถี่เชิงมุม
$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{Be}{m}$$

เมื่อ a คือ ความเร่ง r เป็นรัศมีของวงโคจร และ v เป็นความเร็ว

ในกรณีของสารกึ่งตัวนำอนุภาคที่มีประจุคืออิเล็กตรอนและโฮล เราเรียกรวมการเคลื่อนที่เป็นวงกลมของอนุภาคทั้งสองเมื่อมีสนามแม่เหล็กมากระทำว่า การเคลื่อนที่แบบไซโคลตรอน และความถี่ของการเคลื่อนที่เรียกว่าความถี่ไซโคลตรอน (cyclotron frequency) ซึ่งมีค่า $\omega_c = eB/m^*$ สำหรับอิเล็กตรอนในกรณีที่มีสนามแม่เหล็กตั้งฉากกับ v และมีทิศทางพุ่งออกจากแผ่นสารกึ่งตัวนำดังในรูป 4.1 มันจะเคลื่อนที่เป็นวงกลมในลักษณะทวนเข็มนาฬิกา ด้วยความถี่เชิงมุม

$$\omega_{ce} = \frac{eB}{m_e^*} \dots\dots\dots (4-1)$$

สำหรับโฮล เนื่องจากมีประจุบวกจะเคลื่อนที่ในลักษณะตามเข็มนาฬิกาด้วยความถี่

$$\omega_{ch} = \frac{eB}{m_h^*} \dots\dots\dots (4-2)$$

ดังนั้นจะมีความถี่ ไซโคลตรอน 2 ความถี่ในสารกึ่งตัวนำโดยเป็นของอิเล็กตรอนค่าหนึ่ง และของโฮลอีกค่าหนึ่ง ความถี่ทั้งสองนี้สามารถวัดได้โดยส่งสัญญาณแม่เหล็กไฟฟ้า (ตามปกติจะเป็นย่านไมโครเวฟ) เข้าไปในแผ่นสารกึ่งตัวนำ โดยให้มีทิศทางเดียวกับสนามแม่เหล็ก เมื่อความถี่ของสัญญาณมีค่าเท่ากับ ω_{ce} หรือ ω_{ch} พลังงานของสัญญาณจะถูกดูดกลืนโดยอิเล็กตรอนหรือโฮลตามลำดับ ซึ่งเราเรียกว่าเกิดไซโคลตรอนเรโซแนนซ์ (cyclotron resonance)

ผลที่สำคัญของเรื่องนี้ก็คือการนำไปใช้เพื่อวัดค่ามวลยังผล โดยการวัดค่าความถี่ไซโคลตรอนจากสัญญาณแม่เหล็กไฟฟ้าเมื่อถูกดูดกลืนมากที่สุด แล้วแทนค่าในสมการ (4-1) หรือ (4-2)

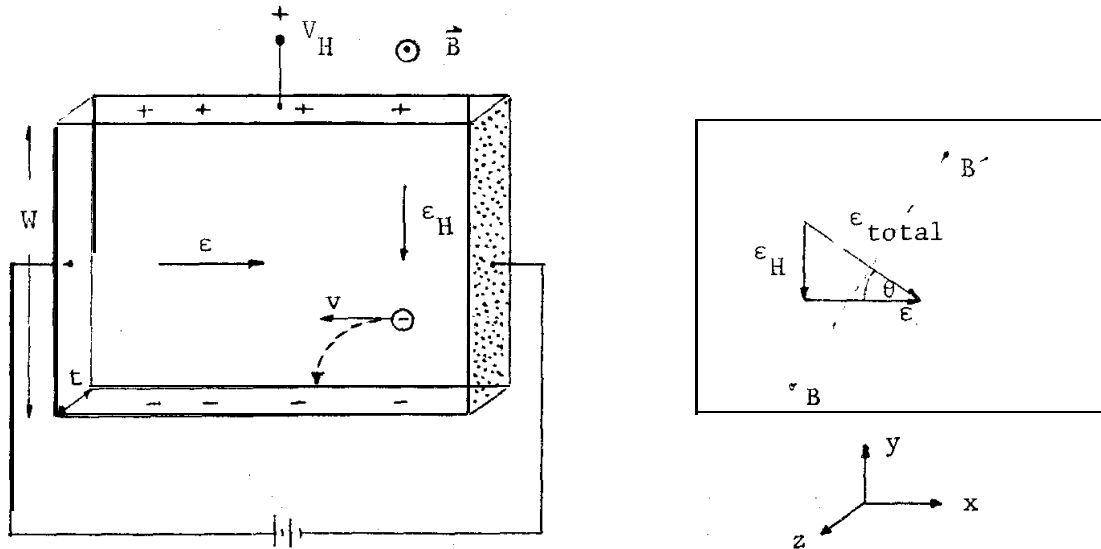
เทคนิคของไซโคลตรอนเรโซแนนซ์ยังใช้สำหรับการแยกหาอิเล็กตรอนหรือโฮลได้อีกด้วย สมมุติว่าคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าที่ผ่านเข้าไปเป็นคลื่นโพลาไรซ์ตามระนาบ(plane polarized) นั่นคือ เราอาจคิดว่าเป็นคลื่นโพลาไรซ์แบบวงกลม (circularly polarized) 2 คลื่นซึ่งมีทิศทางทวนเข็มนาฬิกาและตามเข็มนาฬิกา โดยแอมพลิจูดมีค่าเท่ากัน เมื่อคลื่นนี้ผ่านสารตัวอย่างและสมมุติว่าเกิดเรโซแนนซ์ที่ $\omega = \omega_{ce}$ คือเกิดเรโซแนนซ์กับอิเล็กตรอน เนื่องจากวงโคจรของอิเล็กตรอนอยู่ในทิศทวนเข็มนาฬิกา ดังนั้นมันจะดูดกลืนพลังงานจากคลื่นโพลาไรซ์แบบวงกลมที่มีทิศทวนเข็มนาฬิกาเท่านั้น คลื่นส่วนที่เหลือจะไม่ถูกรบกวน ดังนั้นคลื่นที่ผ่านออกมาจะไม่เป็นคลื่นที่โพลาไรซ์ตามระนาบอีกต่อไป แต่จะมีลักษณะโพลาไรซ์บางส่วนในทิศตามเข็มนาฬิกา และเราจะสังเกตเห็นว่าผลลัพธ์แบบนี้เกิดจากอิเล็กตรอนเป็นตัวดูดกลืนพลังงาน ในกรณีของเรโซแนนซ์กับโฮลการดูดกลืนพลังงานของแสงจะมีต่อคลื่นตามเข็มนาฬิกา ดังนั้นคลื่นที่ผ่านออกไปจะโพลาไรซ์ในทิศตรงกันข้ามกับของอิเล็กตรอน

การทดลองไซโคลตรอนเรโซแนนซ์จะกระทำที่อุณหภูมิต่ำ และสารตัวอย่างจะต้องบริสุทธิ์มาก เพื่อที่จะให้ย่านความถี่ที่ถูกดูดกลืนสามารถสังเกตได้อย่างชัดเจนค่า $\omega_c \tau$ จะต้องมากกว่า 1 มากๆ (τ คือช่วงชีวิต) นั่นคือในช่วงเวลา ก่อนเกิดการชนกันแต่ละครั้งอนุภาคจะต้องวิ่งเป็นวงกลมได้หลายๆ รอบ ที่อุณหภูมิต่ำประมาณ 4°K และสารตัวอย่างมีความบริสุทธิ์สูง ค่า τ จะมีค่ามากและทำให้ $\omega_c \tau$ มีค่ามากตามไปด้วย

ตามปกติของการทดลองเกี่ยวกับไซโคลตรอนเรโซแนนซ์ ω_c จะอยู่ในย่านไมโครเวฟ ในปัจจุบันได้มีผู้ทดลองวัด ω_c ได้ละเอียดกว่าเดิม โดยใช้สัญญาณจากเลเซอร์อินฟราเรด โดยการทำให้ ω_c เข้ามาอยู่ในย่านอินฟราเรด (ซึ่งต้องใช้สนามแม่เหล็กความเข้มสูงมาก -50kG)

เมื่อความถี่ไซโคลตรอน เข้ามายู่ในย่านนี้ซึ่งมีค่าสูงกว่าย่านไมโครเวฟมาก $\omega_c \tau$ จึงมีค่าสูง และ ทำให้สังเกตเห็นวัฏไซโคลตรอน เรโซแนนซ์ได้ละเอียดและชัดเจนกว่าเดิม

4.2 ฮอลล์เอฟเฟกต์



รูป 4.2 การทดลองฮอลล์เอฟเฟกต์ในสารกึ่งตัวนำ (ก) และภาพแสดงมุมของฮอลล์ (ข)

พิจารณาการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนในสารกึ่งตัวนำดังในรูป 4.2 เมื่อมีสนามแม่เหล็ก (ทิศทางตั้งฉากกับ J และพุ่งออกจากกระดาษ) อิเล็กตรอนจะได้รับแรงลอเรนซ์และเคลื่อนที่โค้งลงด้านล่าง ทำให้ผิวด้านล่างเป็นลบเมื่อเทียบกับผิวด้านบน และทำให้เกิดสนามไฟฟ้าภายในขึ้นในทิศทาง $-y$ เรียกว่าสนามของฮอลล์ (Hall field ; ϵ_H) สนามไฟฟ้านี้จะทำให้เกิดแรงกระทำต่ออิเล็กตรอนในทิศ $+y$ ในสภาวะคงที่แรงจากสนามแม่เหล็กและจากสนามของฮอลล์จะเท่ากัน

$$e \epsilon_H = e B v$$

ในกรณีของอิเล็กตรอนเนื่องจาก $J = -en v$ ดังนั้น

$$-\frac{1}{ne} = \frac{\epsilon_H}{BJ}$$

ค่า ϵ_H/BJ เป็นค่าคงที่ ซึ่งเรียกว่าสัมประสิทธิ์ของฮอลล์ (Hall coefficient) หรือค่าคงตัวของฮอลล์ (Hall constant) แทนด้วย R ดังนั้น

$$R_e = \frac{\epsilon_H}{BJ} = -\frac{1}{ne} \dots\dots\dots(4-3)$$

และในกรณีของโฮลก็จะอยู่ในรูปเดียวกันยกเว้นประจุของโฮลซึ่งเป็นบวกและทำให้ค่าสัมประสิทธิ์ของฮอลล์เป็นบวกด้วย

$$R_h = \frac{\epsilon_H}{BJ} = \frac{1}{pe} \dots\dots\dots(4-4)$$

ในการทดลองจริงๆ เราวัด ϵ_H ได้จากการวัดศักย์ไฟฟ้าของฮอลล์ V_H ดังในรูป 4.2 ก เราจะลองพิจารณากรณีโดยทั่วๆ ไปว่า V_H มีค่าประมาณเท่าใด โดยสมมติให้สารกึ่งตัวนำเป็น Ge ชนิดเอ็น มีความกว้าง 1 ซม. หนา 1 มม. และ $n = 5 \times 10^{14}$ ซม.⁻³
 $B = 10^3$ G และกระแส 1 mA

จาก $\epsilon_H = V_H/W$ และ $\epsilon_H = R BJ$

ดังนั้น $V_H = R J B W = \frac{R I B W}{wt} = \frac{R I B}{t}$

เนื่องจาก $R = -\frac{1}{ne}$ จึงมีค่าประมาณ $= 10^4$ ซม.³ C⁻¹ ซึ่งจะได้

V_H ประมาณ 1 mV

ในกรณีที่มีพาหะนำประจุชนิดเดียว จาก $e \epsilon_H = e B v$ หรือ $v = \epsilon_H / B$ และจากนิยามของความคล่องตัว $\mu = v/e$ (v ในที่นี้คือ drift velocity) ดังนั้น

$$\mu = v/E = \frac{\epsilon_H}{e B} \dots\dots\dots (4-5)$$

ϵ คือสนามไฟฟ้าในแนว x หรือก็คือสนามไฟฟ้าที่เกิดจากแมคเตอร์ หรือแรงเคลื่อนไฟฟ้าภายนอกนั้นเอง (ดูรูป 4.2)

เนื่องจากผิวของศักย์ไฟฟ้าคงที่ (constant potential) จะตั้งฉากกับเส้นของสนามไฟฟ้า ดังนั้นจะเห็นได้ว่าจะมีจุดบางจุด เช่น B และ B' ซึ่งมีความต่างศักย์เป็นศูนย์ จากรูป 4.2 ϵ_H/e มีค่าเท่ากับ $\tan \theta$ มุม θ นี้เรียกว่ามุมของฮอลล์ (Hall angle) ดังนั้น

$$\mu = \frac{\tan \theta}{B} \dots\dots\dots (4-6)$$

ความคล่องตัวนี้ยังอาจวัดได้อีกวิธีหนึ่งจากการทดลองของฮอลล์คือ ในกรณีสารกึ่งตัวนำชนิดเอ็น

$$\sigma_e = ne \mu_e$$

แทนค่า ne จากสมการนี้ลงในสมการ (4-3) จะได้

$$\mu_e = \sigma_e R_e \dots\dots\dots (4-7)$$

สำหรับกรณีของโฮลในสารกึ่งตัวนำชนิดพี จะได้สมการคล้ายๆ กัน ดังนั้นค่าความคล่องตัวของ

อิเล็กตรอนและโฮลสามารถวัดได้ จากการวัดสภาพนำไฟฟ้า และค่าสัมประสิทธิ์ของฮอลล์จากสารกึ่งตัวนำเอกซ์ทรินซิก ค่า σ_R นี้มักจะเรียกว่า ความคล่องตัวของโฮล (Hall mobility) และเขียนย่อๆ ว่า μ_H

จะเห็นได้ว่าวิธีการของฮอลล์เอฟเฟกต์ทำให้สามารถวัดความหนาแน่นของพาหะนำประจุ และความคล่องตัวของพาหะนำประจุในสารกึ่งตัวนำได้

ในกรณีที่ต้องพิจารณาทั้งอิเล็กตรอนและโฮลพร้อมๆ กันจะต้องมีการแก้ไขสมการเสียใหม่ให้ถูกต้อง จากรูป 4.2 ก สนามไฟฟ้า ϵ อยู่ในทิศ x และขณะเดียวกันสนามแม่เหล็ก B อยู่ในทิศ Z เนื่องจากสนาม ϵ จะเกิดกระแสโดยอิเล็กตรอนเคลื่อนไปทางซ้ายและโฮลไปทางขวา การเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนและโฮลในสนามแม่เหล็กนี้ทำให้มันได้รับแรงลอเรนซ์และทิศทางเปลี่ยนไป คือทั้งอิเล็กตรอนและโฮลจะเคลื่อนที่ลงไปสู่ผิวด้านล่าง (ดูรูป 4.2 ก) และเกิดการ "หักล้าง" กันขึ้น การหักล้างนี้จะไม่หมดไปอย่างสิ้นเชิง และทำให้เกิดประจุไฟฟ้าขึ้นที่ผิวด้านล่าง เนื่องจากสารจะต้องเป็นกลางทางไฟฟ้างั้นจะเกิดประจุตรงกันข้ามขึ้นที่ผิวด้านบน และเกิดสนามไฟฟ้าในแกน y ขึ้น ซึ่งเรียกว่าสนามของฮอลล์ดังที่ได้กล่าวมาแล้ว

เราสามารถคำนวณหาค่าสนามของฮอลล์ได้ดังนี้คือ จากแรงลอเรนซ์ที่กระทำต่ออิเล็กตรอน

$$F_{Le} = -e (\vec{v} \times \vec{B}) = evB$$

ตามรูป 4.2 จะเห็นว่า แรงนี้มีทิศทาง $-y$ ซึ่งเสมือนกับว่าอิเล็กตรอนได้รับแรงจากสนามลอเรนซ์ (Lorentz field)

$$-e \epsilon_{Le} = evB,$$

และเนื่องจาก $J_e = -nev$ ดังนั้น

$$\epsilon_{Le} = \frac{J_e B}{ne} \dots\dots\dots(4-8)$$

เมื่อ J_e เป็นส่วนหนึ่งของกระแส J_x ที่นำไปโดยอิเล็กตรอน ทำนองเดียวกัน เมื่อเราพิจารณา โสลจะได้

$$\epsilon_{Lh} = -\frac{J_h B}{pe} \dots\dots\dots(4-9)$$

ดังนั้นจะเห็นว่าฮอลล์เอฟเฟคในสารกึ่งตัวนำที่ภาวะสมดุล จะอยู่ในลักษณะที่ว่า พาหะนำประจุเคลื่อนที่ในแกน x แต่ได้รับแรงกระทำหลายแรงในแกน y คือแรงจากสนาม ϵ_{Le} (ได้รับโดยอิเล็กตรอน) ϵ_{Lh} (ได้รับโดยโฮล) และ ϵ_H (ได้รับทั้งอิเล็กตรอนและโฮล) ดังนั้น กระแสทั้งหมดในแกน y จึงเขียนได้ดังนี้

$$J_y = ne \mu_e \epsilon_{Le} + pe \mu_h \epsilon_{Lh} + (ne \mu_e + pe \mu_h) \epsilon_H \dots\dots\dots(4-10)$$

แต่ J_y ต้องเท่ากับศูนย์ เพราะอิเล็กตรอนหรือโฮลจะไหลในแกน y ตลอดไปไม่ได้เนื่องจากมีผิว กั้นอยู่ และเนื่องจาก

$$J_e = \left[\frac{n \mu_e}{(n \mu_e + p \mu_h)} \right] J_x$$

$$J_h = J_x - J_e$$

และ $R = \epsilon_H / J_x B$

แทนค่าลงในสมการ (4-10) จะได้

$$R = \frac{p \mu_h^2 - n \mu_e^2}{e(n \mu_e + p \mu_h)^2} \dots\dots\dots(4-11)$$

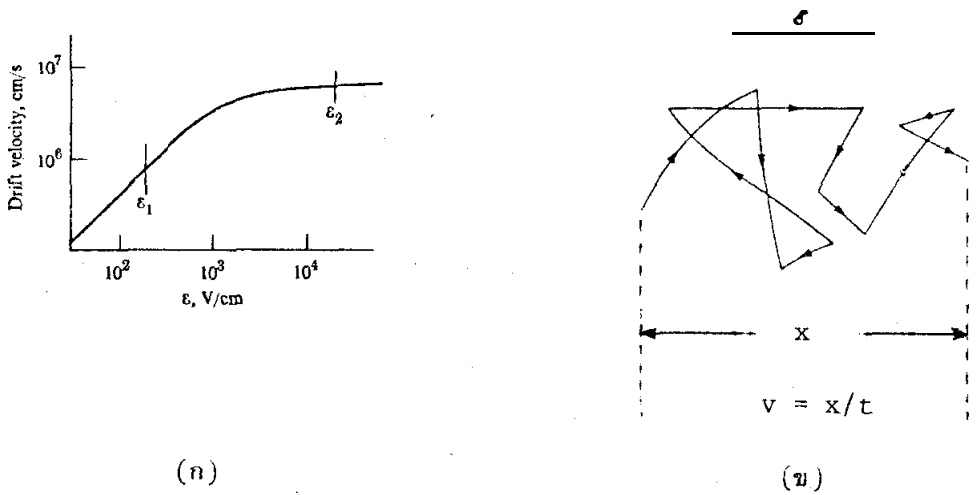
ในกรณีที่สารกึ่งตัวนำเป็นชนิดเอ็นหรือพีสมการ (4-11) จะกลายเป็นสมการ (4-3) และ (4-4) ตามลำดับ โดยแทนค่า $p = 0$ สำหรับชนิดเอ็นและ $n = 0$ สำหรับชนิดพี

จากสมการ (4-11) ค่าสัมประสิทธิ์ของฮอลล์อาจเป็นบวก ลบ หรือศูนย์ก็ได้ ขึ้นกับค่าความหนาแน่นของพาหะนำประจุและค่าความคล่องตัว ดังนั้นจากการวัดค่า R เราจะได้ความสัมพันธ์ระหว่างค่าเหล่านี้ ในกรณีที่เราคิดพาหะนำประจุเพียงชนิดเดียวจากสมการ (4-3) และ (4-4) จะเห็นว่าเราจะหาค่าความหนาแน่นของพาหะนำประจุได้ทันทีเมื่อเราวัดค่า R ได้

4.3 ผลของสนามไฟฟ้าค่าสูงและอิเล็กตรอนร้อน

สารกึ่งตัวนำแสดงการผันแปรระหว่าง J และ ε เป็นเส้นตรงตามกฎของโอห์ม คือ $J \propto \epsilon$ เมื่อสนามไฟฟ้ามีค่าต่ำซึ่งเป็นกรณีตามปกติทั่วไป แต่เมื่อสนามไฟฟ้ามีค่าสูง (high field) และในอนุกรมบางชนิดความแปรผันดังที่กล่าวถึงจะผิดไปจากกฎของโอห์ม ดังรูป 4.3(ก) ซึ่งเป็นของเจอร์เมเนียมชนิดเอ็น การแปรผันนี้จะสังเกตเห็นได้ชัดเจนที่ ϵ_1 สำหรับที่ $\epsilon < \epsilon_1$ กระแสไฟฟ้าจะเป็นไปตามกฎของโอห์มและที่สนามความเข้มมากกว่านั้น คือที่ ϵ_2 ค่ากระแสจะคงที่จนกระทั่งที่สนามไฟฟ้าค่าสูงมากจริงๆ เช่น 100 kV/cm จะเกิดการทะลุทางไฟฟ้า (electrical breakdown)

ต่อไปจะพิจารณาถึงทฤษฎีซึ่งให้พื้นฐานความคิดทางฟิสิกส์ของพฤติกรรมไม่โอห์มิก (non - ohmic behavior) ที่สนามไฟฟ้าค่าสูง โดยใช้ตัวอย่างเป็นสารกึ่งตัวนำชนิดเอ็น พิจารณาค่าพลังงานเฉลี่ยของอิเล็กตรอน $\bar{E} = \frac{3}{2} k_B T$ ที่สนามไฟฟ้าค่าสูง อิเล็กตรอนจะรับ



รูป 4.3 (ก) ความเร็วของการเคลื่อนย้าย (drift) เทียบกับสนามไฟฟ้า
 ค่า $J = nev$ แปรผันกับความเร็วนี้รูป (ข) แสดงถึงความเร็ว
 ของการเคลื่อนย้าย

พลังงานมาจากสนามไฟฟ้าเป็นจำนวนมาก เนื่องจากมันมีความเร่งขึ้นทุกครั้งในช่วงเวลาหลังการชนแต่ละครั้ง และก็สูญเสียพลังงานแก่แลตทิซเช่นกัน (ปรากฏในรูปของ Joule heat) ในสภาวะคงที่ อัตราการได้รับและสูญเสียพลังงานต้องเท่ากัน ดังนั้น

$$\frac{d\bar{E}}{dt} = \left(\frac{d\bar{E}}{dt} \right)_e + \left(\frac{d\bar{E}}{dt} \right)_{\text{lattice}} = 0$$

หรือ
$$(- e \epsilon v) = \frac{\bar{E}(T_e) - \bar{E}(T)}{\tau_E} = 0 \dots\dots\dots(4-12)$$

โดยที่อัตราการได้รับพลังงานของอิเล็กตรอนเนื่องจากสนาม, $(d\bar{E}/dt)_e$ มีค่าเท่ากับแรงคูณกับความเร็วเคลื่อนย้ายเฉลี่ย v , ($v = -J/en$) τ_E เป็น "energy relaxation time" ซึ่งมีค่าเท่ากับ ℓ/v ; T_e เป็นอุณหภูมิของอิเล็กตรอน หรือ "effective temperature" และ T เป็นอุณหภูมิของแลตทิส v' คือ v_{random}

เราให้ T_e มีโอกาสที่จะ "ร้อน" มากกว่าแลตทิสซึ่งเราจะเรียกอิเล็กตรอนขณะนั้นว่า "อิเล็กตรอนร้อน (hot electron)" โดยการแทนค่า $\bar{E}(T_e) = \frac{3}{2} k_B T_e$, $\bar{E}(T) = \frac{3}{2} k_B T$ และ $v = \mu e$ ในสมการ (4-12) จะได้

$$T_e = T + \frac{2}{3} \frac{e \tau_E \mu_e}{k_B} \epsilon^2 \quad \dots\dots\dots(4-13)$$

แทนค่า $\tau_E = 10^{-11}$ s, $\mu = 10^3$ cm²/V-s, $\epsilon = 10^3$ V/cm
 จะได้ $\Delta T = T_e - T \approx 100^\circ\text{K}$ ซึ่งแสดงให้เห็นว่าอิเล็กตรอน "ร้อน" กว่าแลตทิส ปริมาณ ΔT นี้จะยิ่งมากที่สนามไฟฟ้าค่าสูง และหรือความคล่องตัวมีค่าสูง

จากบทที่แล้ว $\mu_e = e \ell_e / m^* v_r$ โดยที่ v_r เป็น "random velocity" (v_r เท่ากับระยะทางอิสระเฉลี่ยหารด้วยช่วงชีวิต) และ $v_r \sim T^{1/2}$ ดังนั้น $\mu \sim T^{-1/2}$ ซึ่งเราอาจเขียน

$$\mu_e = \mu_{e,0} (T/T_e)^{1/2} \quad \dots\dots\dots(4-14)$$

คือเปลี่ยนจาก T ไปเป็น T_e นั้นเอง $\mu_{e,0}$ เป็นความคล่องตัวตามปกติที่สนามไฟฟ้าค่าต่ำ แทนค่า (4-13) ใน (4-14) จะได้ค่าโดยประมาณดังนี้

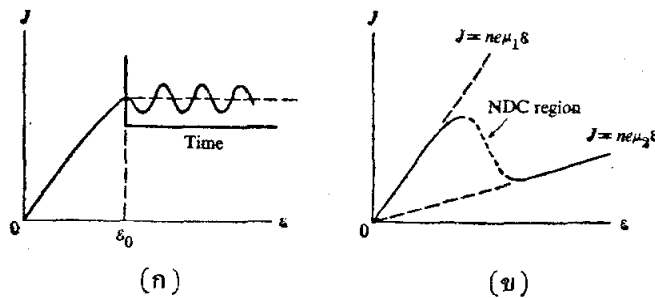
$$\mu_e \approx \mu_{e,0} \left(1 - \frac{e \tau_E \mu_e \epsilon^2}{3 k_B T} \right) \quad \dots\dots\dots(4-15)$$

ซึ่งแสดงถึงการลดลงของความคล่องตัวของอิเล็กตรอน ϵ_1 และมากกว่าดังในรูป 4.3 ส่วนในช่วงกลางๆ ค่อนข้างจะยุ่งยากจึงไม่กล่าวถึงในที่นี้

การอิมิตัวหรือคงตัวของกระแสในสนามค่าสูงกว่านี้ (ϵ_2) เกิดขึ้นเนื่องจากอิเล็กตรอนถ่ายเทพลังงานให้แก่แลตทิซ โดยทำให้เกิดออปติคัลโฟนอนขึ้น เนื่องจากออปติคัลโฟนอนมีพลังงานมากกว่าอคูสติคัลโฟนอนมาก ดังนั้นอิเล็กตรอนจึงสูญเสียพลังงานที่ได้รับจากสนามไฟฟ้าในอัตราที่สูงและเข้าสู่สภาวะอิมิตัว

4.4 กัณฑ์เอฟเฟค

กัณฑ์เอฟเฟคตั้งจากชื่อของ เจ.บี.กัณฑ์ (J.B.Gunn) ซึ่งค้นพบเรื่องนี้เมื่อปี ค.ศ. 1963 ระหว่างการวัดกระแสของอิเล็กตรอนร้อนใน GaAs และสารประกอบกลุ่ม III - V อื่นๆ กัณฑ์ได้วัด J เทียบกับ ϵ ใน GaAs ชนิดเอ็นและได้พบผลที่ไม่คาดคิดมาก่อน คือเมื่อสนามไฟฟ้าเพิ่มขึ้นจากศูนย์ กระแสจะค่อยๆ เพิ่มขึ้นและเป็นเส้นตรงไปตามกฎของโอห์ม จนกระทั่งเมื่อถึงสนามค่าหนึ่ง ϵ_0 (ดูรูป 4.4 ก) และเมื่อเลย ϵ_0 ไปกระแสจะเกิดการออสซิลเลต (เทียบกับเวลา) การออสซิลเลตนี้จะโคเฮียเรนท์(coherent) โดยที่สารตัวอย่างบางมาก ค่า ϵ_0 นี้เรียกว่า "threshold field" สำหรับ GaAs ความหนา 2.5×10^{-3} ซม. ค่า ϵ_0 จะมีค่าประมาณ 3 kV/cm และความถี่ของการออสซิลเลตประมาณ 5 GHz



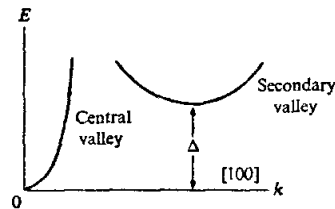
รูป 4.4 กัณฑ์เอฟเฟค (ก) และผลของ J เทียบกับ ϵ ใน GaAs แสดง NDC (ข)

รูป 4.4 (ข) แสดง J เทียบกับ ϵ สำหรับ GaAs ซึ่งได้จากการคำนวณทางทฤษฎี จะเห็นว่า มีช่วงของสนามไฟฟ้าช่วงหนึ่ง ซึ่งกระแสลดลงเมื่อสนามเพิ่มขึ้น ซึ่งเป็นลักษณะขัดกับปกติ (ในภาพแสดงด้วยจุดไขว้ปลา) พฤติกรรมนี้อธิบายได้โดยกล่าวว่า สารตัวอย่างมีดิฟเฟอเรนเชียลคอนดัคแตนซ์เป็นลบ (negative differential conductance - NDC) สำหรับดิฟเฟอเรนเชียลคอนดัคแตนซ์นี้มีค่าเท่ากับ $\partial J / \partial \epsilon$ ขณะที่สภาพนำไฟฟ้า คือ J / ϵ บางครั้งเราเรียก NDC ว่า NDR (negative differential resistance) ก็ได้ ในทฤษฎีแม่เหล็กไฟฟ้า NDC เป็นสถานะที่ไม่เสถียร นั่นคือ NDC ไม่สามารถคงอยู่ได้ตลอดไปในสภาวะคงที่ การเปลี่ยนแปลงใดๆ จะทำให้ความไม่เสถียรมีค่ามากขึ้นจนกว่าจะมีการเปลี่ยนแปลงที่ทำให้ระบบกลับไปสู่สภาวะเสถียรใหม่ ในกรณีของกันนัเอพเพคสภาวะไม่เสถียรของกระแสในย่าน NDC จะทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงไปสู่สภาวะใหม่คือกระแสอสซิลเลตอย่างโคเฮเรนท์กับเวลา ค่า ϵ_0 คือค่าสนามไฟฟ้าที่ทำให้เกิด NDC นั้นเอง และเนื่องจากความถี่ของการสั่นนี้อยู่ในย่านของ GHz ดังนั้นการประดิษฐ์อุปกรณ์โดยใช้กันนัเอพเพคจึงสามารถทำเป็นอุปกรณ์ไมโครเวฟได้ ซึ่งจะได้กล่าวถึงในบทต่อไป

พิจารณาสาเหตุของการเกิด NDC ในสนามไฟฟ้าค่าสูงของ GaAs ชนิดเอ็น โดยเริ่มดูจากโครงสร้างแถบพลังงานของ GaAs (ดูเพิ่มเติมในบทที่ 9) ซึ่งแถบความนำมีลักษณะดังนี้คือ

1. มีเซนทรัลแวลลีย์ (central valley) เป็นแวลลีย์ที่ระดับพลังงานต่ำสุดอยู่ที่ $k = 0$ คือตรงกลางโซน (Brillouin zone - BZ) แวลลีย์นี้อยู่ใกล้กับแถบวาเลนซ์มากที่สุด ตามปกติอิเล็กตรอนจากแถบวาเลนซ์จะไหลเข้ามาอยู่ในแวลลีย์นี้
2. มีแวลลีย์ที่สอง (secondary valley) อยู่ 6 แห่ง ซึ่งระดับล่างสุดอยู่ในทิศทาง $\langle 100 \rangle$ ของ BZ และอยู่ที่ระดับพลังงานสูงกว่าตอนล่างสุดของเซนทรัลแวลลีย์เป็นลำดับที่สอง นับจากของเซนทรัลแวลลีย์ขึ้นไป แวลลีย์ทั้ง 6 นี้เท่าเทียมกันจากความสมมาตรของผลึก แต่ไม่เท่าเทียมกันกับเซนทรัลแวลลีย์

สำหรับ GaAs คอนล่งสุดของแวลลีย์ที่สองกับของ เซนทรัลแวลลีย์ ต่างกันด้วย ปริมาณ $\Delta \approx 0.36 \text{ eV}$ (ดูรูป 4.5)



รูป 4.5 แถบความนำของ GaAs แสดงเซนทรัลแวลลีย์และแวลลีย์ที่สอง

ในแวลลีย์ทั้งสองชนิดค่ามวลยังผลของอิเล็กตรอนและความคล่องตัวจะมีค่าต่างกันมาก เช่นในกรณีของ GaAs มวลยังผลของอิเล็กตรอนในเซนทรัลแวลลีย์คือ $0.071 m_0$ และ ความคล่องตัว $5 \times 10^3 \text{ cm}^2/\text{V}\cdot\text{s}$ ขณะที่ในแวลลีย์ที่สองจะมีค่า $0.36 m_0$ และ $100 \text{ cm}^2/\text{V}\cdot\text{s}$ ตามลำดับ จะเห็นว่ามวลยังผลของอิเล็กตรอนในแวลลีย์ที่สองมีค่าประมาณ 5 เท่าของในเซนทรัลแวลลีย์ ส่วนความคล่องตัวจะน้อยกว่ามาก คือประมาณ $\frac{1}{50}$ เท่าของในเซนทรัลแวลลีย์ ดังนั้น การเคลื่อนย้ายของอิเล็กตรอนในแวลลีย์ที่สองจะช้ากว่าในเซนทรัลแวลลีย์มาก

ในสถานะการนำปกติอิเล็กตรอนจากแถบวาเลนซ์จะโลดขึ้นไปอยู่ในเซนทรัลแวลลีย์เกือบทั้งหมด ที่เป็นดังนี้เนื่องจากคอนล่งของแวลลีย์ที่สองอยู่สูงกว่าคอนล่งของเซนทรัลแวลลีย์ ซึ่งค่า $\Delta (\approx 0.36 \text{ eV})$ นี้มากกว่า $k_B T$ ที่อุณหภูมิห้องมากจนกระทั่งมีอิเล็กตรอนในสัดส่วนเพียงเล็กน้อยที่จะโลดเข้าไปในแวลลีย์ที่สอง ถ้าเราให้ 1 แทนค่าต่างๆ ในเซนทรัลแวลลีย์และ 2

แทนค่าต่างๆ ในแวลลีย์ที่สอง ดังนั้นในสภาพปกติ เราจะให้ $n \approx n_1$ และกระแสเนื่องจากสนามไฟฟ้า ϵ จึงเขียนได้ดังนี้

$$J = n_1 e \mu_1 \epsilon = n e \mu_1 \epsilon \quad \dots\dots\dots(4-16)$$

ในที่นี้ n_2 น้อยมากเมื่อเทียบกับ n_1 จนตัดทิ้งไปได้ ดังนั้นอิเล็กตรอนในแวลลีย์ที่สองจึงไม่ต้องนำมาพิจารณาในคุณสมบัติที่เกี่ยวข้องกับการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอน (transport properties)

เมื่อสนามไฟฟ้ามีค่าสูงขึ้นกว่าปกติมากสถานะการณจะเปลี่ยนไปคือเมื่อสนามไฟฟ้ามีค่ามากอิเล็กตรอนจะ "ร้อน" มีอุณหภูมิสูงกว่าแลททิส ที่สนามไฟฟ้ามากขึ้นถึงค่าหนึ่ง T_e จะสูงมากจนกระทั่งอิเล็กตรอนมีพลังงานเพียงพอที่จะโผล่เข้าไปอยู่ในแวลลีย์ที่สองที่สนามไฟฟ้าประมาณ 10^7 V/m ค่า T_e จะประมาณ 10^4 °K และ $k_B T_e$ จะมีค่าประมาณ 0.7 eV ($\Delta = 0.36$ eV) จะเห็นว่าที่สนามไฟฟ้าค่าสูงจะเกิดการถ่ายโอน (transfer) ของอิเล็กตรอนจากเซนทรัลแวลลีย์ไปสู่แวลลีย์ที่สองเป็นจำนวนมากทำให้ ค่า n_2 มีจำนวนมากและไม่สามารถตัดทิ้งออกไปจากการพิจารณาได้ ดังนั้นความเข้มของกระแสขณะนี้จะต้องเขียนในรูป

$$J = J_1 + J_2 = n_1 e \mu_1 \epsilon + n_2 e \mu_2 \epsilon \quad \dots\dots\dots(4-17)$$

เมื่อ J_1 และ J_2 คือความเข้มของกระแสเนื่องจากอิเล็กตรอนในเซนทรัลแวลลีย์ และแวลลีย์ที่สอง ทั้งหก ตามลำดับ

จากสมการ (4-17) เราสามารถอธิบายถึงการเกิด NDC ในสารกึ่งตัวนำได้ดังนี้ เนื่องจาก $n_1 + n_2$ มีค่าเท่ากับ n ซึ่ง n จะเป็นค่าคงที่เมื่อเทียบกับสนามไฟฟ้า และ $\mu_2 \ll \mu_1$ เมื่อสนามไฟฟ้าเพิ่มขึ้นจาก $0 \rightarrow \epsilon_0$ อิเล็กตรอนส่วนใหญ่อยู่ในเซนทรัลแวลลีย์ เพราะ T_e ยังมีค่าไม่สูงพอ นั่นคือ $n \approx n_1$ และ J จะเป็นไปตามสมการ (4-16) ซึ่งพลอตกับ ϵ จะได้กราฟ

เส้นตรงมีความชันประมาณ μ_1 (ดูรูป 4.4 ข) เมื่อ $\epsilon > \epsilon_0$ อิเล็กตรอนจะร้อนขึ้นจนกระทั่ง $k_B T_e$ มีค่าเปรียบได้กับ Δ ทำให้อิเล็กตรอนถ่ายโอนเข้าไปอยู่ในแวลลีย์ที่สองมากขึ้น นั่นคือ n_1 จะลดลงขณะที่ n_2 เพิ่มขึ้น ($n_1 + n_2$ คงเดิม) ดังนั้น J_1 จะมีค่าลดลงในขณะที่ J_2 มีค่ามากขึ้น แต่เนื่องจาก $\mu_2 \ll \mu_1$ (ประมาณ 50 เท่า) ดังนั้นการเพิ่มขึ้นของ J_2 จึงน้อยกว่าการลดลงของ J_1 มาก ผลลัพธ์ก็คือความเข้มของกระแสทั้งหมด, J , จะลดลง ซึ่งเป็นผลทำให้เกิด NDC ขึ้นในสารกึ่งตัวนำดังที่กล่าวมา เมื่อสนามไฟฟ้ามีค่าสูงขึ้นต่อไปอีก T_e และ $k_B T_e$ ก็จะมีค่ามากขึ้น ทำให้อิเล็กตรอนถ่ายโอนจากเซนทรัลแวลลีย์ไปยังแวลลีย์ที่สองมากขึ้น ซึ่งส่งผลให้ J ลดลงต่อไปอีกเรื่อยๆ ดังรูป 4.4 (ข)

ที่สนามไฟฟ้าค่าสูงมากๆ อิเล็กตรอนเกือบทั้งหมดจะเข้าไปอยู่ในแวลลีย์ที่สองทำให้ $n \approx n_2$ ส่วน n_1 น้อยมากจนตัดทิ้งไม่ได้ และสามารถเขียนความเข้มของกระแสได้ดังนี้

$$J \approx J_2 = n e \mu_2 \epsilon \dots\dots\dots(4-18)$$

จากสมการ (4-18) จะเห็นว่ากระแสเพิ่มขึ้นไปตาม ϵ อีกครั้งหนึ่ง แต่ด้วยความลาดชันใหม่เท่ากับ μ_2 (ดูรูป 4.4 ข) การอธิบายกันนี้เอฟเฟคโดย NDC ซึ่งเกิดจากการถ่ายโอนของอิเล็กตรอนระหว่างแวลลีย์เป็นความคิดของ โครเมอร์ (Kroemer)

การถ่ายโอนอิเล็กตรอนระหว่างแวลลีย์เกิดขึ้นอย่างรวดเร็วจนสังเกตเห็นได้อย่างชัดเจนเป็นเพราะความหนาแน่นของสถานะในแวลลีย์ที่สองมีค่าสูงกว่าในเซนทรัลแวลลีย์มาก คือที่ระดับพลังงาน E ใดๆ $g(E) \sim (m^*)^{3/2}$ ดังนั้น $g_2(E) \sim 6(m_2^*)^{3/2}$ เลข 6 มาจากจำนวนแวลลีย์ที่สองซึ่งมีทั้งหมด 6 แวลลีย์ สำหรับ GaAs ขณะเดียวกัน $g_1(E) \sim (m_1^*)^{3/2}$ ซึ่งจะพบว่า $g_2(E)/g_1(E)$ มีค่าประมาณ 60 ดังนั้นจึงมีสถานะเป็นจำนวนมากในแวลลีย์ที่สอง สำหรับช่วงพลังงานเดียวกัน เมื่อเทียบกับในเซนทรัลแวลลีย์

กัณฑ์เอฟเฟคพบใน In P, GaAs_xP_{1-x}, Cd Te, Zn Se, In As และสารประกอบกึ่งตัวนำอื่นๆ ทั้งหมดมีโครงสร้างของแถบความนำคล้ายๆ กับ GaAs สำหรับใน Ge และ Si ตามปกติจะไม่พบกัณฑ์เอฟเฟค เพราะโครงสร้างแถบพลังงานไม่เหมือน GaAs

บทสรุป

ไซโคลตรอนเรโซแนนซ์

$$\omega_c = \frac{eB}{m^*}$$

ใช้สำหรับการวัดค่ามวลยังผล

ในการทดลอง $\omega_c \tau$ ต้องมีค่ามากกว่า 1 มากๆ

ฮอลล์เอฟเฟค

ในกรณีพาหะนำประจุชนิดเดียว เช่นอิเล็กตรอน

$$R_e = \epsilon_H / JB = -1/ne$$

$$\mu_e = \sigma_e R_e$$

$$= \epsilon_H / \epsilon B = (\tan \theta) / B$$

ในกรณีพาหะนำประจุสองชนิด

$$R = \frac{p \mu_h^2 - n \mu_e^2}{e(n\mu_e + p\mu_h)^2}$$

ฮอลล์เอฟเฟคส่วนมากจะใช้สำหรับวัดความหนาแน่นของพาหะนำประจุและความ

คล่องตัว

กันน์เอฟเฟค

เมื่อสนามไฟฟ้ามีค่าสูงกฎของโอห์มจะเริ่มผิดไปโดย J จะเพิ่มขึ้นช้ากว่าปกติ (น้อยกว่าตามกฎของโอห์ม) ซึ่งเป็นผลมาจากความคล่องตัวของอิเล็กตรอนร้อนมีค่าต่ำกว่าของอิเล็กตรอนปกติในสนามค่าต่ำ

เมื่อสนามไฟฟ้าสูงขึ้นถึงค่าหนึ่ง J จะออสซิลเลตไปตามเวลาด้วยความถี่ที่ค่าหนึ่ง ในสารกึ่งตัวนำบางชนิดที่บางมากๆ เรียกว่ากันน์เอฟเฟค

กันน์เอฟเฟคเป็นผลที่เกิดจากในสนามไฟฟ้าค่าสูงอิเล็กตรอนจะ "ร้อน" ทำให้ $k_B T_e \approx \Delta$ และเกิดการถ่ายโอนเข้าไปในแวลลีย์ที่สอง ซึ่งมีความคล่องตัวน้อยกว่าในเซนทรัลแวลลีย์มาก ผลก็คือทำให้ J ลดลง หรือเกิด NDC

ในสนามไฟฟ้าค่าต่ำ

$$J \approx n e \mu_1 E$$

ในสนามไฟฟ้าค่าสูง

$$J \approx n e \mu_2 E$$

$$\mu_1 \approx 50 \mu_2$$

NDC เป็นภาวะที่ไม่เสถียร จึงทำให้กระแสเกิดการออสซิลเลต

กันน์เอฟเฟคสามารถนำไปประยุกต์เป็นพวกไมโครเวฟออสซิลเลเตอร์

คำถามท้ายบท

1. สำหรับการเคลื่อนที่แบบไซโคลตรอน จงพิสูจน์ว่า

$$\omega_c = eB / m^*$$

2. ในเรื่องฮอลล์เอฟเฟกต์จงวาดภาพการจัดเครื่องมือและตัวอย่างให้กำหนดค่าต่างๆ เอง และแสดงให้เห็นอย่างชัดเจนถึงการวัดค่า n หรือ p จากการทดลองนี้
3. ทดลองฮอลล์เอฟเฟกต์กับแท่งทองแดงสี่เหลี่ยม มีความยาว 0.1 ม. หนา 0.001 ม. กว้าง 0.01 ม. \vec{J} อยู่ในทิศตามยาว และ B อยู่ในทิศความหนาดังฉากกับ \vec{J} วัดศักย์ของฮอลล์ได้ V_1 เมื่อ B เท่ากับ 1.5 เวเบอร์/ม.² และกระแส 40 แอมแปร์ เมื่อกลับทิศทางของ B จะให้ศักย์ของฮอลล์เท่ากับ V_2 จงหาค่าของ $V_2 - V_1$.
(ตอบ 6.6×10^{-6} โวลต์)
4. จงพิสูจน์ว่ามุมของฮอลล์ในสารกึ่งตัวนำที่มีพาหะนำประจุทั้งสองชนิดสามารถหาได้จากสมการ

$$\tan \theta = \pm \frac{(p \mu_h^2 - n \mu_e^2) B}{p \mu_h - n \mu_e}$$

(ในภาวะคงที่กระแสตามขวางต้องเท่ากับศูนย์ และให้แทนสนามไฟฟ้าทั้งหมดด้วยแรงจากสนามไฟฟ้าและแม่เหล็กต่อ 1 หน่วยประจุ)

5. เพื่อที่จะได้ไซโคลตรอนเรโซแนนซ์ที่ชัดเจน ค่าระยะทางอิสระเฉลี่ยของพาหะนำประจุ (เช่นอิเล็กตรอน) จะต้องมีค่ามากกว่ารัศมีของวงโคจรไซโคลตรอนมากๆ จงหาค่าสนามแม่เหล็กที่ทำให้เกิดเหตุการณ์นี้

ถ้า (ก) $\lambda = 10^{-5}$ cm, $T = 300$ °K

(ข) $\lambda = 10^{-4}$ cm, $T = 10$ °K

ให้ $m_e^* = m_0$ ทั้ง 2 กรณี

(ตอบ. ให้ $\lambda = 10$ เท่าของรัศมี (ก) 54 เวเบอร์/ม.² (ข) 0.98 เวเบอร์/ม.²)