

บทที่ 2

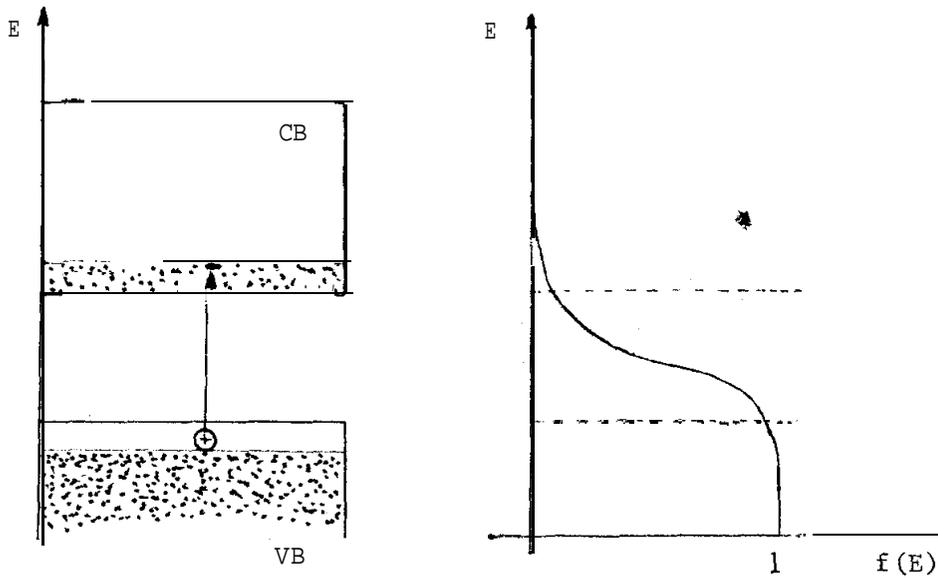
โครงสร้างแถบพลังงาน

วัตถุประสงค์

1. เพื่อศึกษาถึงการเกิดแถบพลังงานในสารกึ่งตัวนำ และให้ทราบถึงสมการของพลังงานที่เหมาะสมในแถบพลังงานที่สำคัญ คือแถบความนำและแถบวาเลนซ์
2. เพื่อให้เข้าใจการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนและโฮลในสารกึ่งตัวนำ โดยใช้ทฤษฎีแถบพลังงานเข้ามาช่วย รวมทั้งเรื่องราวของมวลยังผลของอิเล็กตรอนและโฮล และโมเมนตัมผลึก

2 .1 โครงสร้างแถบพลังงาน

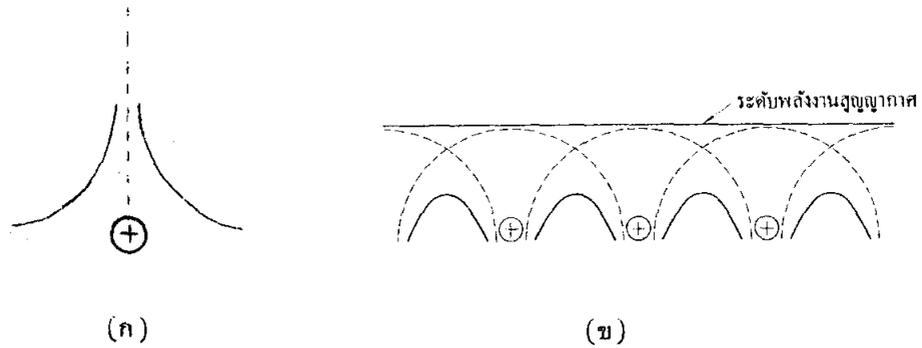
เราได้ทราบแล้วว่าสารกึ่งตัวนำคือสารที่แถบพลังงานบนสุดที่มีอิเล็กตรอนบรรจุอยู่ (คือแถบวาเลนซ์นั่นเอง) จะมีอิเล็กตรอนอยู่เต็มที่ 0°K ส่วนแถบพลังงานถัดขึ้นไปซึ่งจะว่างเปล่าที่ 0°K (แถบความนำ) จะอยู่เหนือแถบวาเลนซ์ไม่มากนัก คือช่องว่างแถบพลังงาน (E_g) มีค่าไม่มาก ($\sim 1\text{ eV}$) ดังนั้นที่อุณหภูมิห้อง อิเล็กตรอนจึงโลดข้ามช่องว่างแถบพลังงานขึ้นไปยังแถบความนำได้ ทำให้มีอิเล็กตรอนอิสระในแถบความนำ ขณะเดียวกันอิเล็กตรอนที่โลดขึ้นไปก็จะทิ้งสถานะว่างเอาไว้ในแถบวาเลนซ์ สถานะว่างเหล่านี้จะทำตัวเสมือนอนุภาคที่มีประจุบวกเคลื่อนที่ไปในแถบวาเลนซ์ ซึ่งเราเรียกว่าโฮล (hole) ดังนั้นสารกึ่งตัวนำจึงมีพาหะนำประจุ (charge carriers) 2 ชนิดคือ อิเล็กตรอนในแถบความนำและโฮลในแถบวาเลนซ์ ตามปกติจำนวนอิเล็กตรอนที่โลดข้ามช่องว่างแถบพลังงานจะมีจำนวนพอที่เราจะให้ความสนใจที่อุณหภูมิห้อง เมื่อ $E_g \lesssim 2\text{ eV}$ ถ้า E_g มากกว่านี้ จำนวนอิเล็กตรอนจะลดลงอย่างมากมาย และสารนั้นก็จะเป็นอโลหะ



รูป 2.1 การโลดข้ามช่องว่างแถบพลังงานของอิเล็กตรอนและฟังก์ชันการกระจายของเฟอร์มี-ดิแรค

เมื่ออิเล็กตรอนโลดข้ามช่องว่างแถบพลังงาน จะมีอิเล็กตรอนอยู่ที่ตอนล่างของแถบความนำ และไฮลอยู่ที่ตอนบนของแถบวาเลนซ์ ดังนั้นแถบพลังงานทั้งสองจึงไม่ใช่เป็นแถบพลังงานที่เต็มหรือว่างทีเดียว ซึ่งรายละเอียดสามารถบอกได้โดยฟังก์ชันการกระจายของเฟอร์มี-ดิแรค ซึ่งบอกถึงโอกาสที่จะพบอิเล็กตรอนที่ระดับพลังงานต่างๆ โดยทั่วไปเราจะสนใจเฉพาะแถบความนำและแถบวาเลนซ์เท่านั้น เพราะแถบพลังงานที่อยู่ต่ำกว่าแถบวาเลนซ์จะเต็ม และแถบพลังงานที่อยู่เหนือแถบความนำก็จะว่าง ซึ่งไม่เกี่ยวกับการเคลื่อนย้ายหรือการนำไฟฟ้าของอิเล็กตรอนและไฮล

การคำนวณหาโครงสร้างแถบพลังงานของอิเล็กตรอน จะต้องแก้สมการชโรดิงเงอร์ (Schrödinger equation) ซึ่งยุ่งยากมาก ส่วนใหญ่จะต้องใช้วิธีประมาณ ดังเช่นของครอนิก-เพนนี่ (Kronig - Penny model) ซึ่งการประมาณของโมเดลนี้คือให้พลังงานศักย์ของอิเล็กตรอน เป็นรูปสี่เหลี่ยมซึ่งสูง V_0 และกว้าง W ดังในรูป 2.3 ซึ่งเป็นการแก้ปัญหาในหนึ่งมิติ มีระยะห่างของแลตทิสเท่ากับ a



รูป 2.2 คูลอมบ์โพเทนเชียลของประจุบวก (ก) และพลังงานศักย์ของอิเล็กตรอนในผลึกหนึ่งมิติ (ข)

จากสมการชโรดิงเงอร์

$$\left[-\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m} + V(r) \right] \psi_k(r) = E(k) \psi_k(r) \quad \dots \dots \dots (2-1)$$

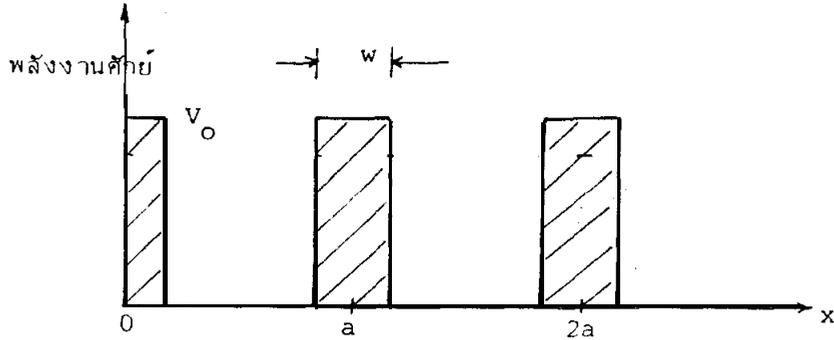
โดยที่พลังงานศักย์ $V(r)$ เป็นพลังงานที่มีลักษณะซ้ำๆ (periodic potential) คือ

$$V(x) = V(x + na) \quad \text{เมื่อ } n \text{ เป็นเลขจำนวนเต็ม}$$

จากนั้นการแก้สมการ (2-1) โดยใช้ทฤษฎีของบลอช (Bloch Theorem) ร่วมกับกับข้อกำหนดขอบเขต (boundary condition) จะทำให้ได้ผลลัพธ์ออกมา สำหรับทฤษฎีของบลอช คือ ฟังก์ชันคลื่นในสมการ (2-1) จะอยู่ในฟอร์ม

$$\psi_k(r) = e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}} U_k(r) \quad \dots \dots \dots (2-2)$$

โดยที่ $U_k(r)$ เป็นฟังก์ชันเพริโอดิก (periodic function) และ $\psi_k(r)$ เป็นฟังก์ชันบลอช (Bloch function) และเป็นฟังก์ชันเพริโอดิกด้วย



รูป 2.3 พลังงานศักย์ของอิเล็กตรอนในผลึกตามแบบครอนิก-เพนนี่

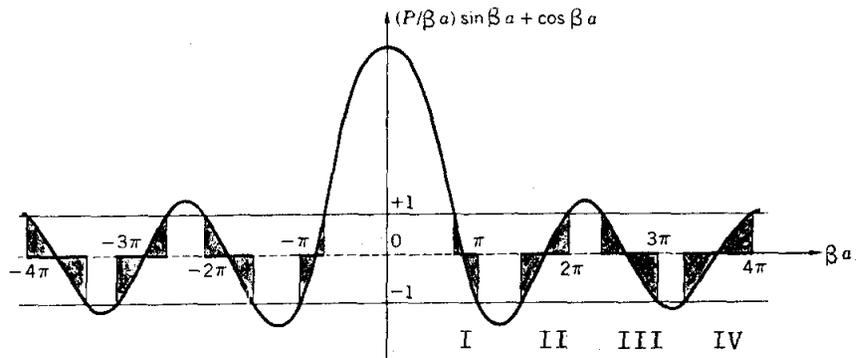
ผลลัพธ์ที่ได้คือ

$$\left(\frac{m a W V_0}{\hbar^2} \right) \frac{\sin(\beta a)}{\beta a} + \cos(\beta a) = \cos ka \quad \dots\dots\dots(2-3)$$

โดยที่ $\beta = (2mE/\hbar^2)^{1/2} \quad \dots\dots\dots(2-4)$

พลอตค่าของสมการ (2-3) ทางด้านซ้ายมือ เทียบกับ βa จะได้ดังรูป 2.4 ส่วนทางด้านขวามือของสมการจะมีค่าระหว่าง +1 กับ -1 ดังนั้นจะเห็นว่าสมการ (2-3) จะเป็นจริง คือมีค่าระหว่าง +1 กับ -1 ก็ต่อเมื่อ βa มีค่าอยู่ในช่วง I, II, III, IV ดังในรูป และเนื่องจากสมการ (2-4)

$$E = \hbar^2 \beta^2 / 2m$$



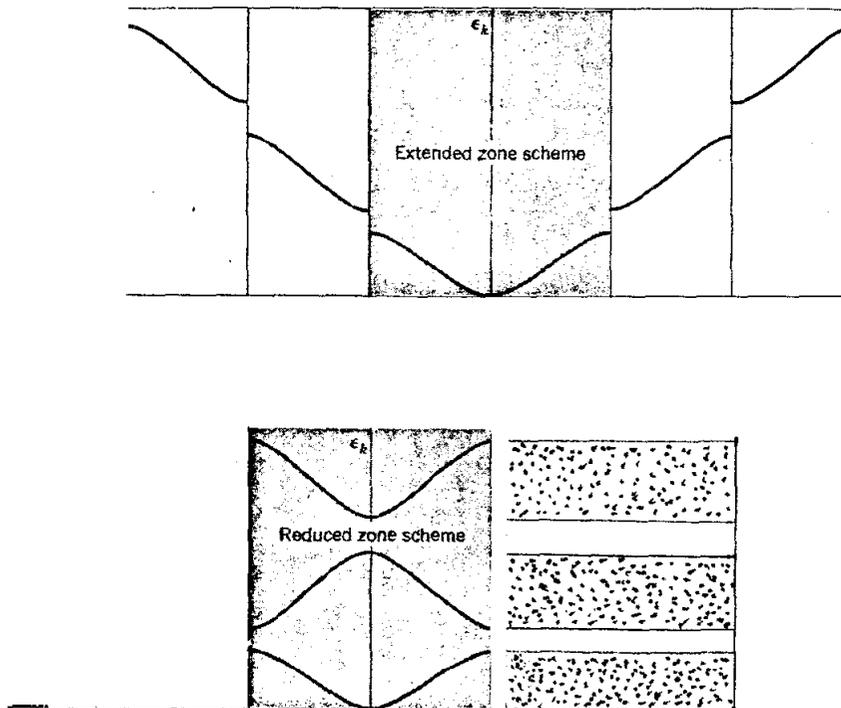
รูป 2.4 พลอตของค่าทางซ้ายมือของสมการ (2-3) เทียบกับ βa

ดังนั้นเราจะเห็นถึงลักษณะของ E ซึ่งจะมีค่าได้ในบางช่วง ซึ่งเรียกว่า แถบพลังงาน (energy band) และมีไม่ได้ในบางช่วงซึ่งเรียกว่า ช่องว่างแถบพลังงาน (energy gap) ดังรูป 2.5

ถ้า WV_0 มีค่ามาก แถบพลังงานจะแคบและช่องว่างแถบพลังงานจะกว้าง ถ้า $WV_0 = 0$ จากสมการ (2-3) จะได้

$$\cos \beta a = \cos ka$$

หรือ $\beta = k$



รูป 2.5 โครงสร้างแถบพลังงานของผลึก ภาพสุดท้ายแสดงแถบพลังงานและแกมมา

และจากสมการ (2-4) จะได้ $E = \hbar^2 k^2 / 2m$ ซึ่งเป็นสมการพลังงานของอิเล็กตรอนอิสระ ตามที่เราคาดหวัง

เรื่องโครงสร้างแถบพลังงานนี้จะได้กล่าวถึงโดยละเอียดอีกครั้งในบทสุดท้าย หลังจากได้เข้าใจตัวแปรที่สำคัญอื่นๆ ดีแล้ว

2.2 อิเล็กตรอนกับโฮลและมวลยังผล

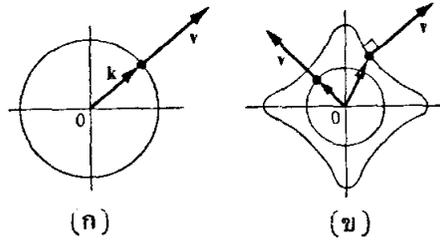
2.2.1 อิเล็กตรอน

เราจะสังเกตการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนในผลึก โดยเริ่มพิจารณาจากอนุภาคอิสระ ความเร็วจะมีค่า $\vec{v} = \vec{p}/m$ เมื่อ \vec{p} เป็นโมเมนตัม และเพราะว่า $\vec{p} = \hbar \vec{k}$ ดังนั้นความเร็ว

ของอิเล็กตรอนอิสระ จึงเขียนได้ดังนี้

$$v = \hbar k / m$$

นั่นคือ v อยู่ในทิศทางเดียวกับ k



รูป 2.6 ความเร็วของ (ก) อิเล็กตรอนอิสระ และ (ข) อิเล็กตรอนในผลึก

สำหรับอิเล็กตรอนในผลึก ความเร็วยังคงเป็นฟังก์ชันของ k แต่จะต้องเริ่มคำนวณหาจากสูตรของความเร็วกลุ่ม (group velocity)

$$\vec{v} = \vec{\nabla}_k \omega(k)$$

เมื่อ ω เป็นความถี่เชิงมุม และ k เป็นเวกเตอร์คลื่น (wave vector) และเนื่องจากพลังงานของคลื่นมีค่า $E = \hbar \omega$ ดังนั้น

$$v = \frac{1}{\hbar} \vec{\nabla}_k E(k) \dots\dots\dots (2-5)$$

ซึ่งจากสมการนี้จะเห็นได้ว่า ความเร็วอยู่ในทิศของ เกรเดียนต์ของพลังงานใน เค-สเปซ (k-space)

และเนื่องจากเกรเดียนท์ของพลังงานจะตั้งฉากกับเส้นคอนทัวร์ (contour lines) ดังนั้นความเร็ว v ที่จุดใดๆ ใน เค-สเปซ จะตั้งฉากกับเส้นคอนทัวร์ของพลังงานที่ผ่านจุดนั้น ดังในรูป 2.6 และเนื่องจากเส้นคอนทัวร์เหล่านี้ของอิเล็กตรอนในผลึกไม่เป็นทรงกลม ดังนั้น v จึงไม่จำเป็นต้องอยู่ในทิศทางเดียวกับ k ยกเว้นบริเวณกลางๆ โซน (Brillouin Zone) ซึ่งสมการเป็นไปในลักษณะของอนุภาคอิสระคือ $E = \hbar^2 k^2 / 2m^*$ ซึ่งจะได้

$$\vec{v} = \hbar \vec{k} / m^* \dots\dots\dots (2-6)$$

สมการ (2-6) อยู่ในรูปเดียวกับของอิเล็กตรอนอิสระ ต่างกันที่มีมวลเป็นมวลยังผล ส่วนบริเวณขอบๆ โซน เส้นคอนทัวร์ของพลังงานจะเปลี่ยนรูปไป และ v จะต้องใช้สมการ (2-5) ดังรูป 2.6 (ข)

รูป 2.7 แสดงภาพโครงสร้างแถบพลังงานในหนึ่งมิติ และความเร็วที่สอดคล้องโดยความเร็วในหนึ่งมิติคือ

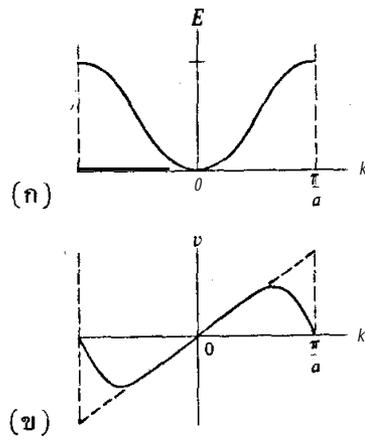
$$v = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E}{\partial k} \dots\dots\dots (2-7)$$

จากสมการ (2-7) จะเห็นว่า v แปรผันกับความชันของ E ใน เค-สเปซ คือทางขวามือจะค่อยๆ เพิ่มจากศูนย์ไปสู่ค่าสูงสุดค่าหนึ่งที่จุดเปลี่ยนโค้ง แล้วลดลงสู่ศูนย์ที่ขอบโซน ที่ซึ่งคลื่นของอิเล็กตรอนจะเป็นคลื่นนิ่ง (standing wave)

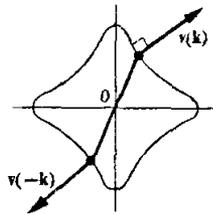
จากสมการ (2-5) และความสมมาตรของ E คือ $E(\vec{k}) = E(-\vec{k})$ เราจะได้เห็นว่า

$$v(-\vec{k}) = -v(\vec{k}) \dots\dots\dots (2-8)$$

ตั้งรูป 2.8



รูป 2.7 (ก) แถบพลังงาน (ข) ความเร็ว โดยจุดประแสดงความเร็วของอิเล็กตรอนอิสระ



รูป 2.8 ความเร็วของอิเล็กตรอนที่ \vec{k} และ $-\vec{k}$

ดังนั้นจะเห็นว่าในแถบพลังงานที่มีอิเล็กตรอนอยู่เต็ม ความเร็วรวมของอิเล็กตรอนทั้งหมดจะเป็นศูนย์ และเนื่องจากความหนาแน่นของกระแส

$$\vec{J} = \frac{1}{V} (-e) \sum_k \vec{v}(k) \dots\dots\dots (2-9)$$

เมื่อ V คือปริมาตร จะเห็นได้ว่า J มีค่าเท่ากับศูนย์ ดังนั้นแถบพลังงานที่มีอิเล็กตรอนอยู่เต็ม จะไม่ทำให้เกิดกระแสไฟฟ้า

เมื่อใส่สนามไฟฟ้าให้แก่ของแข็งอิเล็กตรอนจะได้รับแรงกระทำและถูกเร่ง เราสามารถพิจารณาเรื่องนี้ได้ง่ายในเค-สเปซ จาก

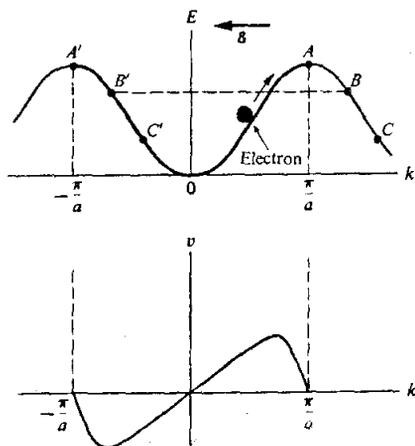
$$\vec{F} = \hbar \frac{d\vec{k}}{dt} = -e \epsilon$$

หรือในกรณีหนึ่งมิติ

$$\frac{dk}{dt} = \frac{F}{\hbar} \dots\dots\dots (Z-10)$$

ซึ่งจะเห็นได้ว่า เวกเตอร์คลื่น k ของอิเล็กตรอนจะเพิ่มขึ้นอย่างต่อเนื่องกับเวลา

พิจารณาอิเล็กตรอนจาก $k = 0$ เมื่อได้รับแรงจากสนามไฟฟ้าจะเคลื่อนที่ไปทางขวา โดยมีอัตราการเปลี่ยนแปลงของ k คงที่ เมื่อไปถึงจุด A และใช้รีพีท-โซนสคีม (repeated - zone scheme) อิเล็กตรอนจะเคลื่อนที่ไปตาม B-C หรือถ้าใช้รีดิวซ์-โซนสคีม (reduced-zone scheme) อิเล็กตรอนที่ A จะมาปรากฏที่ A' ซึ่งเป็นตำแหน่งที่เท่าเทียมกับ A และเคลื่อนที่ไปตาม B', C' และไปสู่ $k = 0$ ใหม่ เป็นดังนี้ซ้ำไปเรื่อยๆ



รูป 2.9 การเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอน

จากสมการ (2-10) จะเห็นว่าคาบของการเคลื่อนที่ซ้ำๆ ที่เดิมของอิเล็กตรอนจะมีค่า $(a = \text{ระยะห่างของแลตทิซ})$

$$T = 2\pi\hbar / Fa = 2\pi\hbar / e\epsilon a$$

ถ้าพิจารณาในผลึกจริงๆ (real space) เริ่มจากเมื่ออิเล็กตรอนมี $k = 0$ เวลาผ่านไปอิเล็กตรอนจะค่อยๆ มีความเร็วเพิ่มขึ้นจนถึงค่าสูงสุดค่าหนึ่ง จากนั้นความเร็วจะค่อยๆ ลดลงจนกระทั่งเป็นศูนย์ เมื่ออิเล็กตรอนมีค่า $k = \pi/a$ จากนั้นอิเล็กตรอนจะเคลื่อนที่ย้อนกลับ (มีความเร็วเป็นลบ) ด้วยความเร็วสูงขึ้นถึงค่าหนึ่งแล้วค่อยๆ ช้าลงจนกระทั่งเป็นศูนย์ใหม่ ดังนั้นอิเล็กตรอนที่เคลื่อนที่ในผลึกจึงมีลักษณะการเคลื่อนที่เป็นแบบออสซิลเลท อย่างไรก็ตามก็ตีคาบของการ

เคลื่อนที่ จะมีค่าประมาณ 10^{-5} วินาที สำหรับผลึกต่างๆ ไป แต่ขณะเดียวกันช่วงเวลาของการเกิดการชน (collision) ของอิเล็กตรอนในของแข็ง (τ) มีค่าประมาณ 10^{-14} วินาที ดังนั้นการเคลื่อนที่แบบออสซิลเลทของอิเล็กตรอนจึงสังเกตไม่พบ เพราะถูกการชนดังกล่าวทำลายไปหมด อย่างไรก็ตามก็มีนักวิจัยได้พยายามสร้างผลึกที่ $T \lesssim \tau$ (superlattice) ซึ่งจะทำให้เราสามารถพบการออสซิลเลทนั้นได้

สิ่งที่น่าสนใจอีกประการหนึ่งคืออัตราเร่ง ในกรณีหนึ่งมิติ เราหาความเร่งของอิเล็กตรอนได้จาก

$$a = \frac{dv}{dt}$$

แต่ v เป็นฟังก์ชันของ k เพราะฉะนั้นเราสามารถเขียน

$$a = \frac{dv}{dk} \frac{dk}{dt}$$

แทนค่า v จากสมการ (2-7) และ $\frac{dk}{dt}$ จากสมการ (2-10) จะได้

$$a = \frac{1}{\hbar^2} \frac{d^2 E}{dk^2} F \quad \dots\dots\dots(2-11)$$

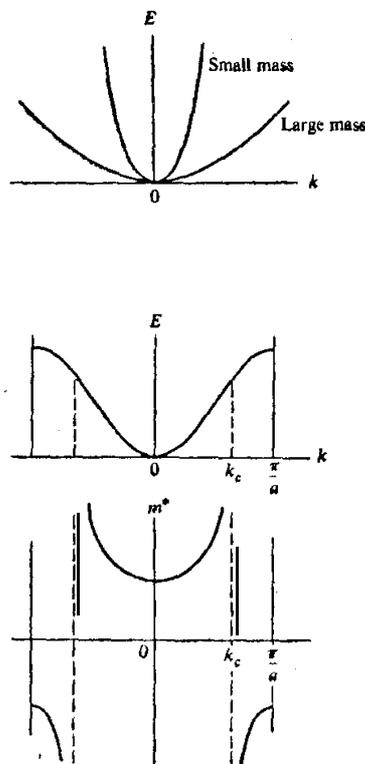
ซึ่งถ้าเทียบกับกฎของนิวตัน $F = m a$ จะเห็นว่า เป็นเช่นเดียวกัน เมื่อเรากำหนด m^* เป็นมวลซึ่งจะเรียกว่ามวลยังผล (effective mass) โดยสมการ

$$m^* = \left(\frac{1}{\hbar^2} \frac{d^2 E}{dk^2} \right)^{-1} \quad \dots\dots\dots(2-12)$$

ดังนั้น เมื่อมีแรงกระทำจากภายนอก อิเล็กตรอนในของแข็งจะมีสมการการเคลื่อนที่เป็น

$$F = m^* a \quad \dots\dots\dots(2-13)$$

m^* แปรผกผันกับ d^2E/dk^2 รูป 2.10 แสดง m^* ของอิเล็กตรอนเทียบกับพลังงานใน เค-สเปซ



รูป 2.10 มวลยังผลของอิเล็กตรอน

ที่ค่อนข้างของแถบพลังงาน มวลยังผลมีค่าคงที่และ เป็นบวกตามลักษณะความสัมพันธ์ควอดราติก (quadratic relation) ของพลังงาน และค่อยๆ มีค่ามากขึ้นจนกระทั่งถึง k_c

(จุดเปลี่ยนโค้งจากหงาย เป็นคว่ำ) m^* จะเป็นลบและเป็นลบไปตลอดในช่วงบนของแถบพลังงาน การที่ m^* เป็นลบ สามารถอธิบายได้จากเรื่องของความเร็ว เพราะที่ $k > k_c$ ความเร็วของอิเล็กตรอนจะลดลง นั่นคือมีความเร็วเป็นลบหรือตรงข้ามกับแรงกระทำ นั่นคืออาจกล่าวได้ว่า มีมวลเป็นลบ

พิจารณาเวกเตอร์คลื่น k ในฟังก์ชันบลอชเราจะเรียก $\hbar k$ นี้ว่า โมเมนตัมผลึก (crystal momentum) โดยมีเหตุผลสำคัญ 3 ประการคือ

1. จาก $\psi_k = e^{i \vec{k} \cdot \vec{r}} u_k$ โดยที่ u_k เป็นฟังก์ชันเพริโอดิกและแสดงลักษณะของคลื่นระนาบที่มีความยาวคลื่น $\lambda = 2\pi/k$ ซึ่งถ้าพิจารณาร่วมกับสมการของเดอบรอย (de Broglie) จะได้โมเมนตัม $\hbar k$
2. เมื่อมีสนามไฟฟ้า การเปลี่ยนแปลงของ \vec{k} เทียบกับเวลา คือ

$$\frac{d\hbar k}{dt} = \vec{F}_{\text{ext}}$$

เมื่อ \vec{F}_{ext} หมายถึงแรงจากภายนอกที่กระทำต่ออิเล็กตรอนในผลึก ดังนั้นจะเห็นว่า $\hbar k$ แสดงความเป็นโมเมนตัม

3. ในการพิจารณาเรื่องการชนกัน ของอิเล็กตรอนของบลอชจะเห็นว่าอิเล็กตรอนมีโมเมนตัม $\hbar k$

อย่างไรก็ดี $\hbar k$ นี้ "ไม่เท่ากับ" โมเมนตัมจริงๆ ของอิเล็กตรอนซึ่งหาได้จากการหาค่าเฉลี่ยโดยวิธีการทางควอนตัมคือ

$$\vec{P} = \langle \psi_k | -i\hbar \vec{\nabla} | \psi_k \rangle$$

ซึ่งจะได้ $\vec{P} = m_0 \dot{\vec{v}}$

โดยที่ m_0 คือมวลของอิเล็กตรอนอิสระ และ \vec{v} เป็นความเร็วกลุ่ม

เราสามารถอธิบายเรื่องนี้ได้ดังนี้ คือ เนื่องจาก U_k ไม่คงที่ ดังนั้น ψ_k จึงไม่ใช่คลื่นระนาบที่เดียว และทำให้ $\hbar k$ ไม่ใช่โมเมนตัมที่แท้จริง และจากการพิจารณาโมเมนตัมที่แท้จริง โดยการเขียนการเปลี่ยนแปลงของโมเมนตัมที่แท้จริงในรูป

$$\frac{dP}{dt} = m_0 \frac{dv}{dt} = F_{\text{tot}}$$

จะเห็นว่า F_{tot} หรือแรงทั้งหมดจะต้องเท่ากับ F_{ext} รวมกับแรงอื่นๆ ที่เกิดเนื่องจากแลตทิซ ซึ่งเราจะแทนด้วย F_L (lattice force)

$$m_0 \frac{dv}{dt} = F_{\text{ext}} + F_L \quad \dots\dots\dots(2-14)$$

จากสมการ (2-13) $F_{\text{ext}} = m^* dv/dt$ ดังนั้นสามารถเขียน

$$m_0 \frac{dv}{dt} = m_0 \frac{F_{\text{ext}}}{m^*} \quad \dots\dots\dots(2-15)$$

แทนค่าในสมการ (2-14) จะได้

$$m^* = m_0 \frac{F_{\text{ext}}}{F_{\text{ext}} + F_L} \quad \dots\dots\dots(2-16)$$

ซึ่งแสดงให้เห็นถึงความแตกต่างของ m^* และ m_0

ในทฤษฎีทางฟิสิกส์ของของแข็ง เนื่องจากการใช้ $\hbar k$ เป็นการสะดวกมากกว่าที่จะใช้โมเมนตัมที่แท้จริง เราจึงใช้ค่า $\hbar k$ นี้โดยตลอด

2.2.2 โฮล

ในแถบพลังงานที่มีอิเล็กตรอนเต็มและเมื่ออิเล็กตรอนไหลออกไปจะเหลือสถานะว่างอยู่ สถานะว่างนี้คือ โฮล โฮลจะมีพฤติกรรมคล้ายๆ กับอนุภาคที่มีประจุ $+e$ ซึ่งพิจารณาได้ดังต่อไปนี้

สมมติว่าในแถบพลังงานมีอิเล็กตรอนอยู่เต็ม ยกเว้นมีโฮลอยู่ 1 ตัว ที่ k_1 ความหนาแน่นของกระแสเนื่องจากโฮล J_h จะมีค่า

$$J_h = -\frac{e}{V} \sum_k v_e(k)$$

เมื่อ V เป็นปริมาตร และ \sum_k หมายถึงบวกทุกๆ อิเล็กตรอนในแถบพลังงานนั้น ยกเว้นที่ k_1 เนื่องจากว่างอยู่

เราทราบมาก่อนแล้วว่าในแถบพลังงานที่มีอิเล็กตรอนอยู่เต็ม $J = 0$ ดังนั้น

$$J = -\frac{e}{V} \sum_k v_e(k) + \left[-\frac{e}{V} v_e(k_1) \right] = 0$$

หรือ

$$J_h = \frac{e}{V} v_e(k_1) \dots\dots\dots(2-17)$$

นั่นคือจะได้กระแสเหมือนกับในแถบพลังงานที่ว่างเปล่าซึ่งมีอิเล็กตรอนที่มีประจุบวกเท่ากับ $+e$ อยู่ที่ k_1

เมื่อมีสนามไฟฟ้า ค่ากระแสของโฮลที่ k_1 ซึ่งจะเปลี่ยนไปในช่วงเวลา δt จะมีค่า

$$\delta J_h = \frac{e}{V} \left(\frac{dv}{dk} \right)_{k_1} \frac{dk}{dt} \delta t$$

จากสมการของความเร็วกลุ่มแทนค่า จะได้

$$\delta J_h = \frac{e}{V} \cdot \frac{F \delta t}{m_e^*(k_1)} = \frac{1}{V} \left(\frac{-e^2}{m_e^*(k_1)} \right) \epsilon \delta t$$

โดยที่ $m_e^*(k_1)$ คือมวลยังผลของอิเล็กตรอนที่สถานะ k_1 สมการนี้แสดงค่ากระแสเนื่องจากโฮล ซึ่งจะต้องเป็นค่าที่สามารถวัดได้จริงๆ ดังนั้นถ้าเราพิจารณากรณีที่โฮลเกิดขึ้นบริเวณคอนบนของแถบวาเลนซ์ (ซึ่งจริงๆ ก็เป็นเช่นนั้น) เนื่องจาก m_e^* ของอิเล็กตรอนในคอนบนของแถบพลังงานมีค่าเป็นลบ ดังนั้นจึงเป็นการสะดวกที่จะให้โฮลมีมวลเป็นบวกที่บริเวณคอนบนของแถบพลังงาน เพื่อที่กระแสจากโฮลจะได้มีทิศไปตามสนามไฟฟ้าตามที่ควรจะเป็น และเราจะพูดถึงโฮลว่าเป็น "อนุภาคที่มีประจุ $+e$ และมีมวลเป็นบวกที่คอนบนของแถบพลังงาน" หรือ

$$m_h^*(k) = - m_e^*(k) \quad \dots\dots\dots(2-18)$$

และเขียนสมการของกระแสจากโฮลเป็น

$$\frac{1}{V} \left(\frac{+e^2}{m_e^*} \right) \epsilon \delta t \quad \dots\dots\dots(2-19)$$

ซึ่งกระแสนี้จะอยู่ในทิศทางของสนามไฟฟ้า

ตาราง 2.1

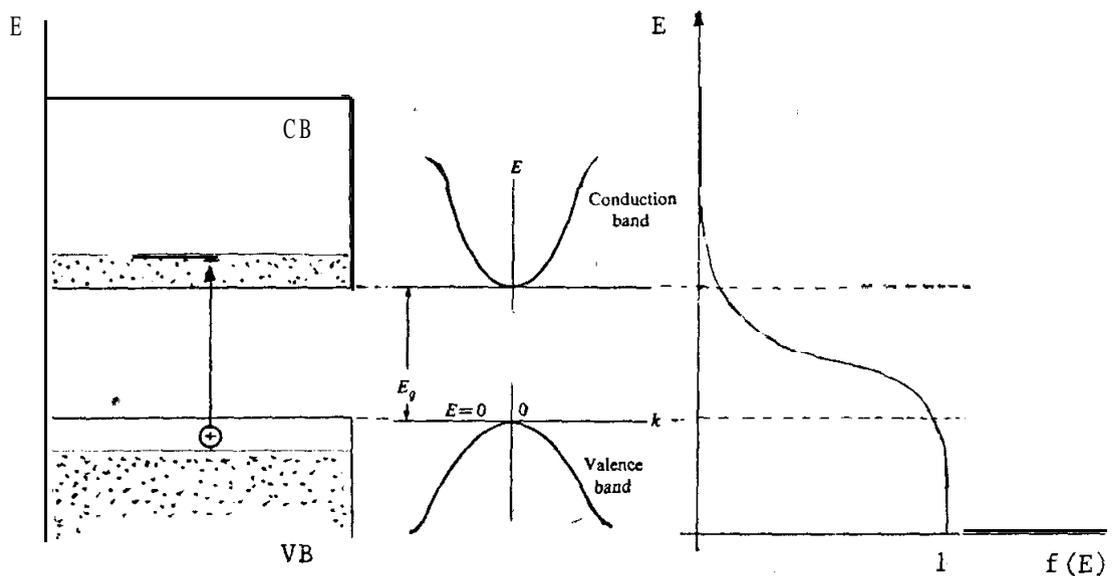
ค่าช่องว่างแถบพลังงาน และมวลยังผลของอิเล็กตรอนและโฮลในสารกึ่งตัวนำ

Group	Crystal	E_g, eV	Effective mass, m/m_0	
			Electrons	Holes
IV	C	5.3		
	Si	1.1	$m_t = 0.97, m_l = 0.19$	0.5, 0.16
	Ge	0.7	$m_t = 1.6, m_l = 0.08$	0.3, 0.04
	α Sn	0.08		
III-V	GaAs	1.4	0.07	0.09
	GaP	2.3	0.12	0.50
	GaSb	0.7	0.20	0.39
	InAs	0.4	0.03	0.02
	InP	1.3	0.07	0.69
	InSb	0.2	0.01	0.18
II-VI	CdS	2.6	0.21	0.80
	CdSe	1.7	0.13	0.45
	CdTe	1.5	0.14	0.37
	ZnS	3.6	0.40	5.41
	ZnSe	2.7	0.10	0.60
	ZnTe	2.3	0.10	0.60
IV-VI	PbS	0.4	0.25	0.25
	PbSe	0.3	0.33	0.34
	PbTe	0.3	0.22	0.29

2.3 พลังงานของอิเล็กตรอนและโฮลอิสระในสารกึ่งตัวนำ

โครงสร้างแถบพลังงานที่สำคัญในสารกึ่งตัวนำคือแถบความนำและแถบวาเลนซ์ เนื่องจากจากอิเล็กตรอนและโฮลที่มีการเคลื่อนย้ายจะอยู่ในแถบพลังงานทั้งสองนี้ โครงสร้างพลังงานแบบที่ง่ายที่สุดแสดงไว้ในรูป 2.11 ซึ่งคิดว่าอิเล็กตรอนในแถบความนำและโฮลในแถบวาเลนซ์มีพฤติกรรม

เช่นเดียวกับอนุภาคอิสระที่มีมวลเป็นมวลยังผล (m_e^* และ m_h^*) ความคิดนี้สมเหตุสมผล เพราะว่า ในแถบความนำเราสนใจเฉพาะตอนล่างๆ ของแถบ ซึ่งอิเล็กตรอนอิสระเกือบทั้งหมดอยู่ที่นั่น (ดูฟังก์ชันการกระจายของเฟอร์มี-ดิแรค และหัวข้อ 3.1) ขณะเดียวกันในแถบวาเลนซ์เราก็สนใจเฉพาะตอนบนๆ ของแถบพลังงานซึ่งโฮลอิสระส่วนใหญ่อยู่ที่นั่น และจากในภาพเราจะเห็นว่าพลังงานของอิเล็กตรอนและโฮลเหล่านี้ยังคงมีรูปเป็นพาราโบลา ดังนั้นสมการพลังงานของอิเล็กตรอนในแถบความนำและโฮลในแถบวาเลนซ์จึงเขียนได้ดังนี้ (โดยให้ระดับพลังงาน = 0 อยู่ที่บนสุดของแถบวาเลนซ์)



รูป 2.11 พลังงานของอิเล็กตรอนในแถบความนำ และของโฮลในแถบวาเลนซ์ และฟังก์ชันการกระจายของเฟอร์มี-ดิแรค

$$E_c(k) = E_g + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_e^*} \dots\dots\dots (2-20)$$

$$E_v(k) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_h^*} \dots\dots\dots (2-21)$$

โดยที่ m_e^* , m_h^* คือมวลยังมีผลของอิเล็กตรอนและโฮล E_g คือความกว้างของช่องว่างแถบ
พลังงาน

บทสรุป

โครงสร้างแถบพลังงาน

หาได้โดยการแก้สมการ ชโรดิงเงอร์ สำหรับสารกึ่งตัวนำที่ $T > 0^\circ\text{K}$ จากฟังก์ชัน เฟอร์มี-ดิแรค จะได้ว่าอิเล็กตรอนในแถบความนำจะอยู่ที่ตอนล่างของแถบความนำ ซึ่งสถานะดังกล่าวสมการของพลังงานจะคล้ายกับอนุภาคอิสระที่มีมวลเป็นมวลยังผล ส่วนโฮล ก็เป็นเช่นเดียวกัน ดังนั้นถ้าเราให้ $E = 0$ อยู่ที่บนสุดของแถบวาเลนซ์ เราจะได้สมการพลังงานของอิเล็กตรอนและโฮลอิสระในสารกึ่งตัวนำดังนี้

$$E_e = E_g + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_e^*}$$

$$E_h = - \frac{\hbar^2 k^2}{2m_h^*}$$

อิเล็กตรอนกับโฮลและมวลยังผล

การเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนในสารกึ่งตัวนำโดยอาศัยทฤษฎีแถบพลังงาน จะได้

$$v = \frac{1}{\hbar} \frac{dE}{dk}$$

$$m_e^* = \left(\frac{1}{2} \frac{d^2 E}{dk^2} \right)^{-1}$$

สำหรับโฮลสมการของ v และ m^* ยังคงเป็นเช่นของอิเล็กตรอน โฮลมีประจุ $+e$

และ

$$m_h^*(\vec{k}) = -m_e^*(\vec{k})$$

คำถามท้ายบท

1. ในภาพ 1.4 อิเล็กตรอนที่อยู่ในแต่ละบอนด์นั้น เทียบได้กับอิเล็กตรอนในแถบวาเลนซ์ หรือ แถบความนำ
2. การที่บอนด์แตก (breaking of a bond) เทียบได้กับอะไรในแบบจำลองของแถบพลังงาน
3. จงพิสูจน์ว่า $m_h^*(k) = -m_e^*(k)$
4. การที่บางขณะมวลยังผลเป็นลบ ซึ่งออกจะขัดกับความรู้สึกต่างๆ ไปนั้น เราจะอธิบายเรื่องนี้ได้อย่างไร