

## บทที่ 2

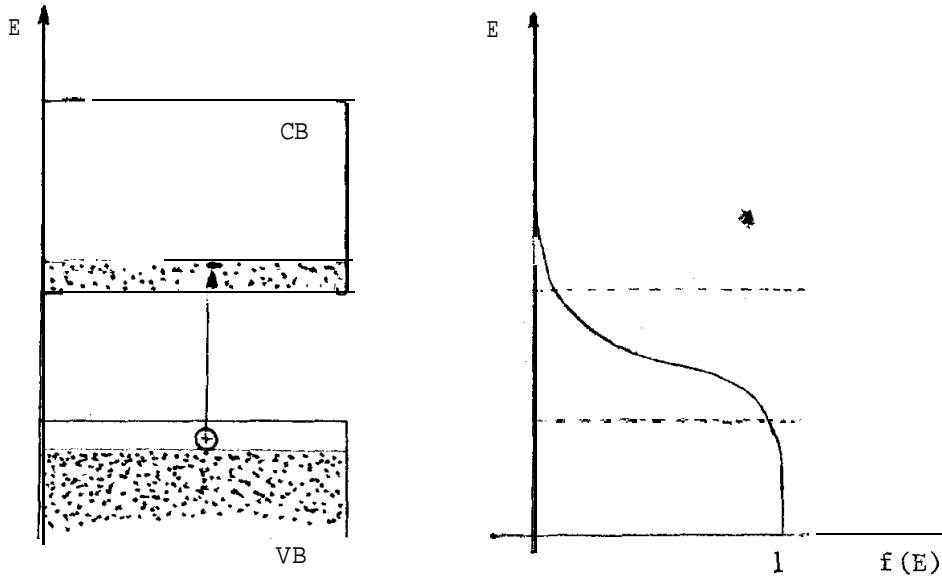
### โครงสร้างแถบพลังงาน

#### วัตถุประสงค์

1. เพื่อศึกษาถึงการเกิดแถบพลังงานในสารกึ่งตัวนำ และให้ทราบถึงสมการของพลังงานที่เหมาะสมในแถบพลังงานที่สำคัญ คือแถบความนำและแถบวาเลนซ์
2. เพื่อให้เข้าใจการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนและโฮลในสารกึ่งตัวนำ โดยใช้ทฤษฎีแถบพลังงานเข้ามาช่วย รวมทั้งเรื่องราวของมวลยังผลของอิเล็กตรอนและโฮล และโมเมนตัมผลึก

#### 2 .1 โครงสร้างแถบพลังงาน

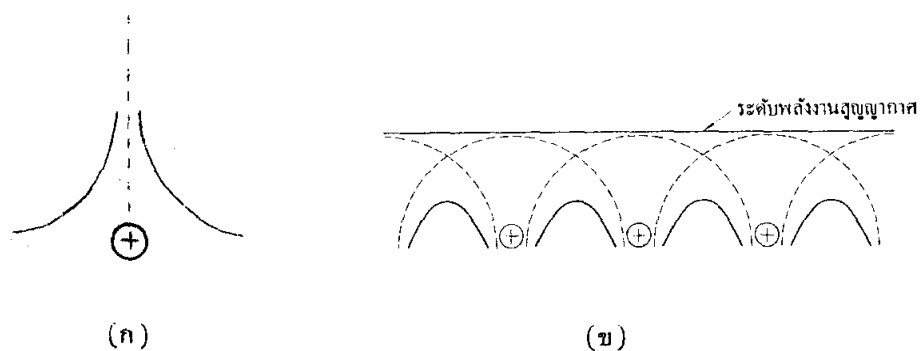
เราได้ทราบแล้วว่าสารกึ่งตัวนำคือสารที่แถบพลังงานบนสุดที่มีอิเล็กตรอนบรรจุอยู่ (คือแถบวาเลนซ์นั่นเอง) จะมีอิเล็กตรอนอยู่เต็มที่  $0^{\circ}\text{K}$  ส่วนแถบพลังงานถัดขึ้นไปซึ่งจะว่างเปล่าที่  $0^{\circ}\text{K}$  (แถบความนำ) จะอยู่เหนือแถบวาเลนซ์ไม่มากนัก คือช่องว่างแถบพลังงาน ( $E_g$ ) มีค่าไม่มาก ( $\sim 1\text{ eV}$ ) ดังนั้นที่อุณหภูมิห้อง อิเล็กตรอนจึงโลดข้ามช่องว่างแถบพลังงานขึ้นไปยังแถบความนำได้ ทำให้มีอิเล็กตรอนอิสระในแถบความนำ ขณะเดียวกันอิเล็กตรอนที่โลดขึ้นไปก็จะทิ้งสถานะว่างเอาไว้ในแถบวาเลนซ์ สถานะว่างเหล่านี้จะทำตัวเสมือนอนุภาคที่มีประจุบวกเคลื่อนที่ไปในแถบวาเลนซ์ ซึ่งเราเรียกว่าโฮล (hole) ดังนั้นสารกึ่งตัวนำจึงมีพาหะนำประจุ (charge carriers) 2 ชนิดคือ อิเล็กตรอนในแถบความนำและโฮลในแถบวาเลนซ์ ตามปกติจำนวนอิเล็กตรอนที่โลดข้ามช่องว่างแถบพลังงานจะมีจำนวนพอที่เราจะให้ความสนใจที่อุณหภูมิห้อง เมื่อ  $E_g \lesssim 2\text{ eV}$  ถ้า  $E_g$  มากกว่านี้ จำนวนอิเล็กตรอนจะลดลงอย่างมากมาย และสารนั้นก็จะเป็นอโลหะ



รูป 2.1 การโลดข้ามช่องว่างแถบพลังงานของอิเล็กตรอนและฟังก์ชันการกระจายของเฟอร์มี-ดิแรค

เมื่ออิเล็กตรอนโลดข้ามช่องว่างแถบพลังงาน จะมีอิเล็กตรอนอยู่ที่ตอนล่างของแถบความนำ และไฮลอยู่ที่ตอนบนของแถบวาเลนซ์ ดังนั้นแถบพลังงานทั้งสองจึงไม่ใช่เป็นแถบพลังงานที่เต็มหรือว่างทีเดียว ซึ่งรายละเอียดสามารถบอกได้โดยฟังก์ชันการกระจายของเฟอร์มี-ดิแรค ซึ่งบอกถึงโอกาสที่จะพบอิเล็กตรอนที่ระดับพลังงานต่างๆ โดยทั่วไปเราจะสนใจเฉพาะแถบความนำและแถบวาเลนซ์เท่านั้น เพราะแถบพลังงานที่อยู่ต่ำกว่าแถบวาเลนซ์จะเต็ม และแถบพลังงานที่อยู่เหนือแถบความนำก็จะว่าง ซึ่งไม่เกี่ยวกับการเคลื่อนย้ายหรือการนำไฟฟ้าของอิเล็กตรอนและไฮล

การคำนวณหาโครงสร้างแถบพลังงานของอิเล็กตรอน จะต้องแก้สมการชโรดิงเจอร์ (Schrödinger equation) ซึ่งยุ่งยากมาก ส่วนใหญ่จะต้องใช้วิธีประมาณ ดังเช่นของครอนิก-เพนนี่ (Kronig - Penny model) ซึ่งการประมาณของโมเดลนี้คือให้พลังงานศักย์ของอิเล็กตรอน เป็นรูปสี่เหลี่ยมซึ่งสูง  $V_0$  และกว้าง  $W$  ดังในรูป 2.3 ซึ่งเป็นการแก้ปัญหาในหนึ่งมิติ มีระยะห่างของแลตทิสเท่ากับ  $a$



รูป 2.2 คูลอมบ์โพเทนเชียลของประจุบวก (ก) และพลังงานศักย์ของอิเล็กตรอนในผลึกหนึ่งมิติ (ข)

จากสมการชโรดิงเงอร์

$$\left[ -\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m} + V(r) \right] \psi_k(r) = E(k) \psi_k(r) \quad \dots \dots \dots (2-1)$$

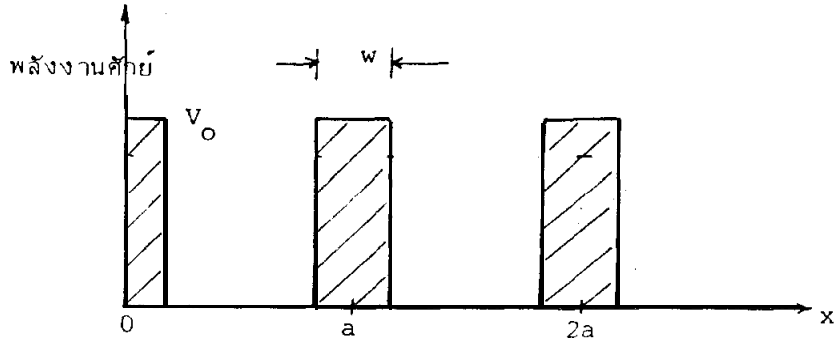
โดยที่พลังงานศักย์  $V(r)$  เป็นพลังงานที่มีลักษณะซ้ำๆ (periodic potential) คือ

$$V(x) = V(x + na) \quad \text{เมื่อ } n \text{ เป็นเลขจำนวนเต็ม}$$

จากนั้นการแก้สมการ (2-1) โดยใช้ทฤษฎีของบลอช (Bloch Theorem) ร่วมกับข้อกำหนดขอบเขต (boundary condition) จะทำให้ได้ผลลัพธ์ออกมา สำหรับทฤษฎีของบลอช คือ ฟังก์ชันคลื่นในสมการ (2-1) จะอยู่ในฟอร์ม

$$\psi_k(r) = e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}} U_k(r) \quad \dots \dots \dots (2-2)$$

โดยที่  $U_k(r)$  เป็นฟังก์ชันเพริโอดิก (periodic function) และ  $\psi_k(r)$  เป็นฟังก์ชันบลอช (Bloch function) และเป็นฟังก์ชันเพริโอดิกด้วย



รูป 2.3 พลังงานศักย์ของอิเล็กตรอนในผลึกตามแบบครอนิก-เพนนี่

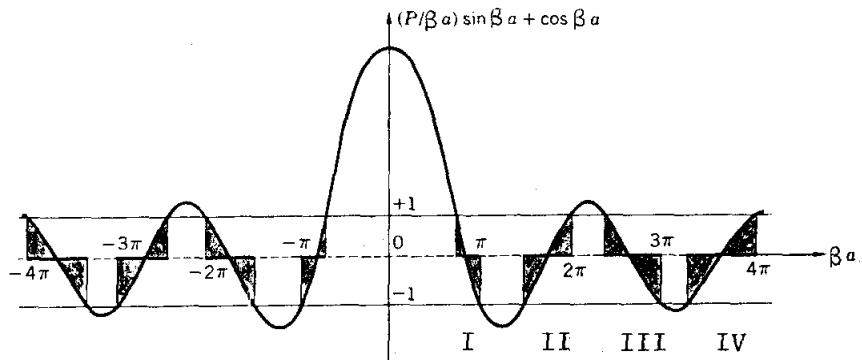
ผลลัพธ์ที่ได้คือ

$$\left( \frac{m a W V_0}{\hbar^2} \right) \frac{\sin(\beta a)}{\beta a} + \cos(\beta a) = \cos ka \quad \dots\dots\dots(2-3)$$

โดยที่  $\beta = (2mE/\hbar^2)^{1/2} \quad \dots\dots\dots(2-4)$

พลอตค่าของสมการ (2-3) ทางด้านซ้ายมือ เทียบกับ  $\beta a$  จะได้ดังรูป 2.4 ส่วนทางด้านขวามือของสมการจะมีค่าระหว่าง +1 กับ -1 ดังนั้นจะเห็นว่าสมการ (2-3) จะเป็นจริง คือมีค่าระหว่าง +1 กับ -1 ก็ต่อเมื่อ  $\beta a$  มีค่าอยู่ในช่วง I, II, III, IV ..... ดังในรูป และเนื่องจากสมการ (2-4)

$$E = \hbar^2 \beta^2 / 2m$$



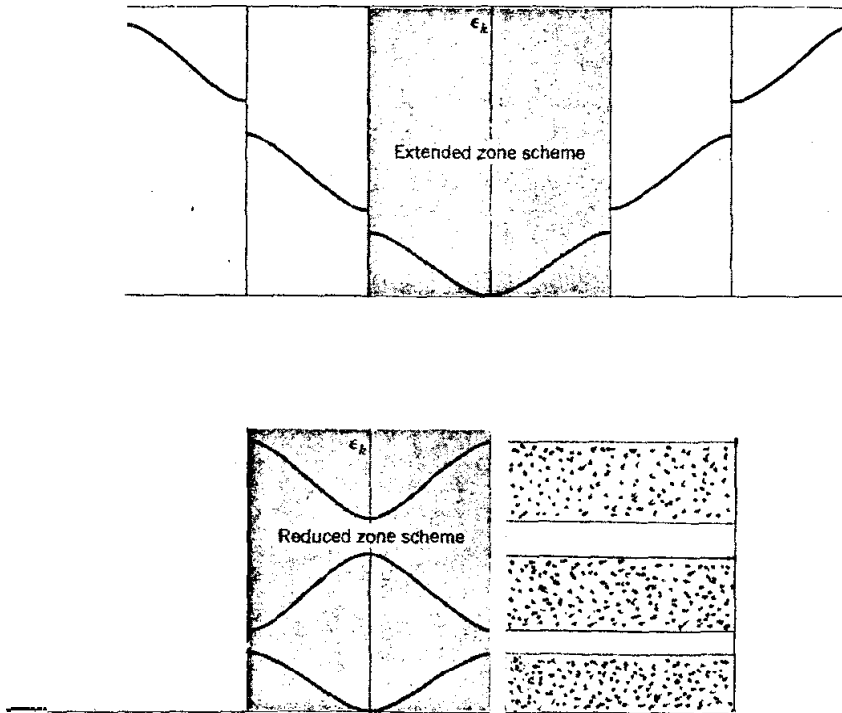
รูป 2.4 พลอตของค่าทางซ้ายมือของสมการ (2-3) เทียบกับ  $\beta a$

ดังนั้นเราจะเห็นถึงลักษณะของ  $E$  ซึ่งจะมีค่าได้ในบางช่วง ซึ่งเรียกว่า แถบพลังงาน (energy band) และมีไม่ได้ในบางช่วงซึ่งเรียกว่า ช่องว่างแถบพลังงาน (energy gap) ดังรูป 2.5

ถ้า  $WV_0$  มีค่ามาก แถบพลังงานจะแคบและช่องว่างแถบพลังงานจะกว้าง ถ้า  $WV_0 = 0$  จากสมการ (2-3) จะได้

$$\cos \beta a = \cos ka$$

หรือ  $\beta = k$



รูป 2.5 โครงสร้างแถบพลังงานของผลึก ภาพสุดท้ายแสดงแถบพลังงานและแกป

และจากสมการ (2-4) จะได้  $E = \hbar^2 k^2 / 2m$  ซึ่งเป็นสมการพลังงานของอิเล็กตรอนอิสระ ตามที่เราคาดหวัง

เรื่องโครงสร้างแถบพลังงานนี้จะได้กล่าวถึงโดยละเอียดอีกครั้งในบทสุดท้าย หลังจากได้เข้าใจตัวแปรที่สำคัญอื่นๆ ดีแล้ว

## 2.2 อิเล็กตรอนกับโฮลและมวลยังผล

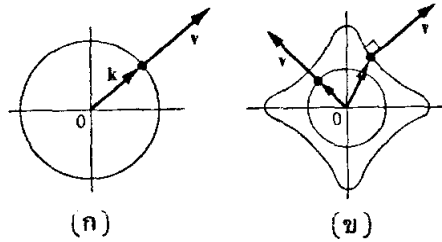
### 2.2.1 อิเล็กตรอน

เราจะสังเกตการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนในผลึก โดยเริ่มพิจารณาจากอนุภาคอิสระ ความเร็วจะมีค่า  $\vec{v} = \vec{p}/m$  เมื่อ  $\vec{p}$  เป็นโมเมนตัม และเพราะว่า  $\vec{p} = \hbar \vec{k}$  ดังนั้นความเร็ว

ของอิเล็กตรอนอิสระ จึงเขียนได้ดังนี้

$$v = \hbar k / m$$

นั่นคือ  $v$  อยู่ในทิศทางเดียวกับ  $k$



รูป 2.6 ความเร็วของ (ก) อิเล็กตรอนอิสระ และ (ข) อิเล็กตรอนในผลึก

สำหรับอิเล็กตรอนในผลึก ความเร็วยังคงเป็นฟังก์ชันของ  $k$  แต่จะต้องเริ่มคำนวณหาจากสูตรของความเร็วกลุ่ม (group velocity)

$$\vec{v} = \vec{\nabla}_k \omega(k)$$

เมื่อ  $\omega$  เป็นความถี่เชิงมุม และ  $k$  เป็นเวกเตอร์คลื่น (wave vector) และเนื่องจากพลังงานของคลื่นมีค่า  $E = \hbar \omega$  ดังนั้น

$$v = \frac{1}{\hbar} \vec{\nabla}_k E(k) \dots\dots\dots (2-5)$$

ซึ่งจากสมการนี้จะเห็นได้ว่า ความเร็วอยู่ในทิศทางของ เกรเดียนต์ของพลังงานใน เค-สเปซ (k-space)

และเนื่องจากเกรเดียนท์ของพลังงานจะตั้งฉากกับเส้นคอนทัวร์ (contour lines) ดังนั้นความเร็ว  $v$  ที่จุดใดๆ ใน เค-สเปซ จะตั้งฉากกับเส้นคอนทัวร์ของพลังงานที่ผ่านจุดนั้น ดังในรูป 2.6 และเนื่องจากเส้นคอนทัวร์เหล่านี้ของอิเล็กตรอนในผลึกไม่เป็นทรงกลม ดังนั้น  $v$  จึงไม่จำเป็นต้องอยู่ในทิศทางเดียวกับ  $k$  ยกเว้นบริเวณกลางๆ โซน (Brillouin Zone) ซึ่งสมการเป็นไปในลักษณะของอนุภาคอิสระคือ  $E = \hbar^2 k^2 / 2m^*$  ซึ่งจะได้

$$\vec{v} = \hbar \vec{k} / m^* \dots\dots\dots (2-6)$$

สมการ (2-6) อยู่ในรูปเดียวกับของอิเล็กตรอนอิสระ ต่างกันที่มีมวลเป็นมวลยังผล ส่วนบริเวณขอบๆ โซน เส้นคอนทัวร์ของพลังงานจะเปลี่ยนรูปไป และ  $v$  จะต้องใช้สมการ (2-5) ดังรูป 2.6 (ข)

รูป 2.7 แสดงภาพโครงสร้างแถบพลังงานในหนึ่งมิติ และความเร็วที่สอดคล้องโดยความเร็วในหนึ่งมิติคือ

$$v = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E}{\partial k} \dots\dots\dots (2-7)$$

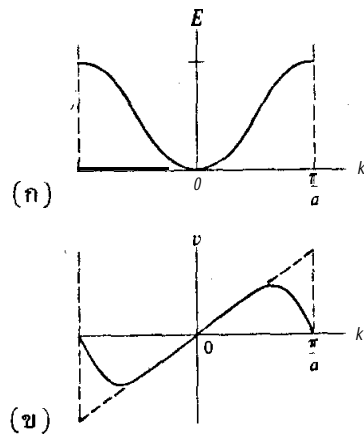
จากสมการ (2-7) จะเห็นว่า  $v$  แปรผันกับความชันของ  $E$  ใน เค-สเปซ คือทางขวามือจะค่อยๆ เพิ่มจากศูนย์ไปสู่ค่าสูงสุดค่าหนึ่งที่จุดเปลี่ยนโค้ง แล้วลดลงสู่ศูนย์ที่ขอบโซน ที่ซึ่งคลื่นของอิเล็กตรอนจะเป็นคลื่นนิ่ง (standing wave)

จากสมการ (2-5) และความสมมาตรของ  $E$  คือ  $E(\vec{k}) = E(-\vec{k})$  เราจะเห็นได้ว่า

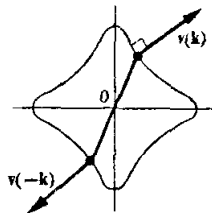
$$v(-\vec{k}) = -v(\vec{k}) \dots\dots\dots (2-8)$$

ตั้งรูป 2.8





รูป 2.7 (ก) แถบพลังงาน (ข) ความเร็ว โดยจุดประแสดงความเร็วของอิเล็กตรอนอิสระ



รูป 2.8 ความเร็วของอิเล็กตรอนที่  $\vec{k}$  และ  $-\vec{k}$

ดังนั้นจะเห็นว่าในแถบพลังงานที่มีอิเล็กตรอนอยู่เต็ม ความเร็วรวมของอิเล็กตรอนทั้งหมดจะเป็นศูนย์ และเนื่องจากความหนาแน่นของกระแส

$$\vec{J} = \frac{1}{V} (-e) \sum_k \vec{v}(k) \dots\dots\dots (2-9)$$

เมื่อ V คือปริมาตร จะเห็นได้ว่า J มีค่าเท่ากับศูนย์ ดังนั้นแถบพลังงานที่มีอิเล็กตรอนอยู่เต็ม จะไม่ทำให้เกิดกระแสไฟฟ้า

เมื่อใส่สนามไฟฟ้าให้แก่ของแข็งอิเล็กตรอนจะได้รับแรงกระทำและถูกเร่ง เราสามารถพิจารณาเรื่องนี้ได้ง่ายในเค-สเปซ จาก

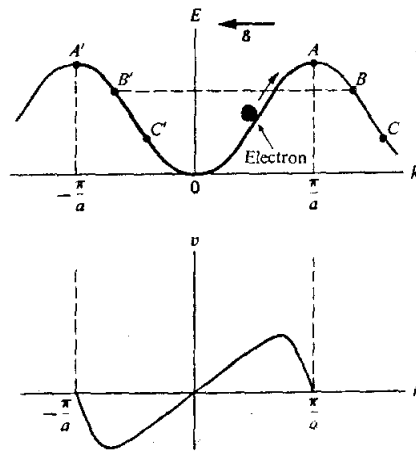
$$\vec{F} = \hbar \frac{d\vec{k}}{dt} = -e \epsilon$$

หรือในกรณีหนึ่งมิติ

$$\frac{dk}{dt} = \frac{F}{\hbar} \dots\dots\dots (Z-10)$$

ซึ่งจะเห็นได้ว่า เวกเตอร์คลื่น k ของอิเล็กตรอนจะเพิ่มขึ้นอย่างต่อเนื่องกับเวลา

พิจารณาอิเล็กตรอนจาก  $k = 0$  เมื่อได้รับแรงจากสนามไฟฟ้าจะเคลื่อนที่ไปทางขวา โดยมีอัตราการเปลี่ยนแปลงของ k คงที่ เมื่อไปถึงจุด A และใช้รีพีท-โซนสคีม (repeated - zone scheme) อิเล็กตรอนจะเคลื่อนที่ไปตาม B-C หรือถ้าใช้รีดิวซ์-โซนสคีม (reduced-zone scheme) อิเล็กตรอนที่ A จะมาปรากฏที่ A' ซึ่งเป็นตำแหน่งที่เท่าเทียมกับ A และเคลื่อนที่ไปตาม B', C' และไปสู่  $k = 0$  ใหม่ เป็นดังนี้ซ้ำไปเรื่อยๆ



รูป 2.9 การเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอน

จากสมการ (2-10) จะเห็นว่าคาบของการเคลื่อนที่ซ้ำๆ ที่เดิมของอิเล็กตรอนจะมีค่า  $(a = \text{ระยะห่างของแลตทิซ})$

$$T = 2\pi\hbar / Fa = 2\pi\hbar / e\epsilon a$$

ถ้าพิจารณาในผลึกจริงๆ (real space) เริ่มจากเมื่ออิเล็กตรอนมี  $k = 0$  เวลาผ่านไปอิเล็กตรอนจะค่อยๆ มีความเร็วเพิ่มขึ้นจนถึงค่าสูงสุดค่าหนึ่ง จากนั้นความเร็วจะค่อยๆ ลดลงจนกระทั่งเป็นศูนย์ เมื่ออิเล็กตรอนมีค่า  $k = \pi/a$  จากนั้นอิเล็กตรอนจะเคลื่อนที่ย้อนกลับ (มีความเร็วเป็นลบ) ด้วยความเร็วสูงขึ้นถึงค่าหนึ่งแล้วค่อยๆ ช้าลงจนกระทั่งเป็นศูนย์ใหม่ ดังนั้นอิเล็กตรอนที่เคลื่อนที่ในผลึกจึงมีลักษณะการเคลื่อนที่เป็นแบบออสซิลเลท อย่างไรก็ตามก็ตีคาบของการ

เคลื่อนที่ จะมีค่าประมาณ  $10^{-5}$  วินาที สำหรับผลึกต่างๆ ไป แต่ขณะเดียวกันช่วงเวลาของการเกิดการชน (collision) ของอิเล็กตรอนในของแข็ง ( $\tau$ ) มีค่าประมาณ  $10^{-14}$  วินาที ดังนั้นการเคลื่อนที่แบบออสซิลเลทของอิเล็กตรอนจึงสังเกตไม่พบ เพราะถูกการชนดังกล่าวทำลายไปหมด อย่างไรก็ตามก็มีนักวิจัยได้พยายามสร้างผลึกที่  $T \lesssim \tau$  (superlattice) ซึ่งจะทำให้เราสามารถพบการออสซิลเลทนั้นได้

สิ่งที่น่าสนใจอีกประการหนึ่งคืออัตราเร่ง ในกรณีหนึ่งมิติ เราหาความเร่งของอิเล็กตรอนได้จาก

$$a = \frac{dv}{dt}$$

แต่  $v$  เป็นฟังก์ชันของ  $k$  เพราะฉะนั้นเราสามารถเขียน

$$a = \frac{dv}{dk} \frac{dk}{dt}$$

แทนค่า  $v$  จากสมการ (2-7) และ  $\frac{dk}{dt}$  จากสมการ (2-10) จะได้

$$a = \frac{1}{\hbar^2} \frac{d^2 E}{dk^2} F \quad \dots\dots\dots(2-11)$$

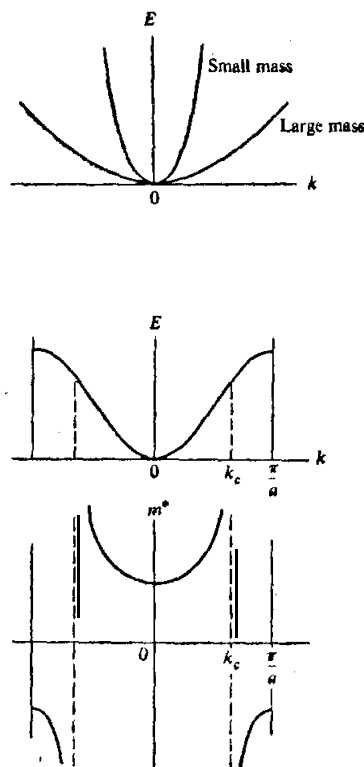
ซึ่งถ้าเทียบกับกฎของนิวตัน  $F = m a$  จะเห็นว่าเป็นเช่นเดียวกัน เมื่อเรากำหนด  $m^*$  เป็นมวลซึ่งจะเรียกว่ามวลยังผล (effective mass) โดยสมการ

$$m^* = \left( \frac{1}{\hbar^2} \frac{d^2 E}{dk^2} \right)^{-1} \quad \dots\dots\dots(2-12)$$

ดังนั้น เมื่อมีแรงกระทำจากภายนอก อิเล็กตรอนในของแข็งจะมีสมการการเคลื่อนที่เป็น

$$F = m^* a \quad \dots\dots\dots(2-13)$$

$m^*$  แปรผกผันกับ  $d^2E/dk^2$  รูป 2.10 แสดง  $m^*$  ของอิเล็กตรอนเทียบกับพลังงานใน เค-สเปซ



รูป 2.10 มวลยังผลของอิเล็กตรอน

ที่ค่อนข้างของแถบพลังงาน มวลยังผลมีค่าคงที่และ เป็นบวกตามลักษณะความสัมพันธ์ควอดราติก (quadratic relation) ของพลังงาน และค่อยๆ มีค่ามากขึ้นจนกระทั่งถึง  $k_c$

(จุดเปลี่ยนโค้งจากหงาย เป็นคว่ำ)  $m^*$  จะเป็นลบและเป็นลบไปตลอดในช่วงบนของแถบพลังงาน การที่  $m^*$  เป็นลบ สามารถอธิบายได้จากเรื่องของความเร็ว เพราะที่  $k > k_c$  ความเร็วของอิเล็กตรอนจะลดลง นั่นคือมีความเร็วเป็นลบหรือตรงข้ามกับแรงกระทำ นั่นคืออาจกล่าวได้ว่า มีมวลเป็นลบ

พิจารณาเวกเตอร์คลื่น  $k$  ในฟังก์ชันบลอชเราจะเรียก  $\hbar k$  นี้ว่า โมเมนตัมผลึก (crystal momentum) โดยมีเหตุผลสำคัญ 3 ประการคือ

1. จาก  $\psi_k = e^{i \vec{k} \cdot \vec{r}} u_k$  โดยที่  $u_k$  เป็นฟังก์ชันเพริโอดิกและแสดงลักษณะของคลื่นระนาบที่มีความยาวคลื่น  $\lambda = 2\pi/k$  ซึ่งถ้าพิจารณาร่วมกับสมการของเดอบรอย (de Broglie) จะได้โมเมนตัม  $\hbar k$
2. เมื่อมีสนามไฟฟ้า การเปลี่ยนแปลงของ  $\vec{k}$  เทียบกับเวลา คือ

$$\frac{d\hbar k}{dt} = \vec{F}_{\text{ext}}$$

เมื่อ  $\vec{F}_{\text{ext}}$  หมายถึงแรงจากภายนอกที่กระทำต่ออิเล็กตรอนในผลึก ดังนั้นจะเห็นว่า  $\hbar k$  แสดงความเป็นโมเมนตัม

3. ในการพิจารณาเรื่องการชนกัน ของอิเล็กตรอนของบลอชจะเห็นว่าอิเล็กตรอนมีโมเมนตัม  $\hbar k$

อย่างไรก็ดี  $\hbar k$  นี้ "ไม่เท่ากับ" โมเมนตัมจริงๆ ของอิเล็กตรอนซึ่งหาได้จากการหาค่าเฉลี่ยโดยวิธีการทางควอนตัมคือ

$$\vec{P} = \langle \psi_k | -i\hbar \vec{\nabla} | \psi_k \rangle$$

ซึ่งจะได้  $\vec{P} = m_0 \dot{\vec{v}}$

โดยที่  $m_0$  คือมวลของอิเล็กตรอนอิสระ และ  $\vec{v}$  เป็นความเร็วกลุ่ม

เราสามารถอธิบายเรื่องนี้ได้ดังนี้ คือ เนื่องจาก  $U_k$  ไม่คงที่ ดังนั้น  $\psi_k$  จึงไม่ใช่คลื่นระนาบที่เดียว และทำให้  $\hbar k$  ไม่ใช่โมเมนตัมที่แท้จริง และจากการพิจารณาโมเมนตัมที่แท้จริง โดยการเขียนการเปลี่ยนแปลงของโมเมนตัมที่แท้จริงในรูป

$$\frac{dP}{dt} = m_0 \frac{dv}{dt} = F_{\text{tot}}$$

จะเห็นว่า  $F_{\text{tot}}$  หรือแรงทั้งหมดจะต้องเท่ากับ  $F_{\text{ext}}$  รวมกับแรงอื่นๆ ที่เกิดเนื่องจากแลตทิซ ซึ่งเราจะแทนด้วย  $F_L$  (lattice force)

$$m_0 \frac{dv}{dt} = F_{\text{ext}} + F_L \quad \dots\dots\dots(2-14)$$

จากสมการ (2-13)  $F_{\text{ext}} = m^* dv/dt$  ดังนั้นสามารถเขียน

$$m_0 \frac{dv}{dt} = m_0 \frac{F_{\text{ext}}}{m^*} \quad \dots\dots\dots(2-15)$$

แทนค่าในสมการ (2-14) จะได้

$$m^* = m_0 \frac{F_{\text{ext}}}{F_{\text{ext}} + F_L} \quad \dots\dots\dots(2-16)$$

ซึ่งแสดงให้เห็นถึงความแตกต่างของ  $m^*$  และ  $m_0$

ในทฤษฎีทางฟิสิกส์ของของแข็ง เนื่องจากการใช้  $\hbar k$  เป็นการสะดวกมากกว่าที่จะใช้โมเมนตัมที่แท้จริง เราจึงใช้ค่า  $\hbar k$  นี้โดยตลอด

### 2.2.2 โฮล

ในแถบพลังงานที่มีอิเล็กตรอนเต็มและเมื่ออิเล็กตรอนไหลออกไปจะเหลือสถานะว่างอยู่ สถานะว่างนี้คือ โฮล โฮลจะมีพฤติกรรมคล้ายๆ กับอนุภาคที่มีประจุ  $+e$  ซึ่งพิจารณาได้ดังต่อไปนี้

สมมติว่าในแถบพลังงานมีอิเล็กตรอนอยู่เต็มยกเว้นมีโฮลอยู่ 1 ตัว ที่  $k_1$  ความหนาแน่นของกระแสเนื่องจากโฮล  $J_h$  จะมีค่า

$$J_h = -\frac{e}{V} \sum_k v_e(k)$$

เมื่อ  $V$  เป็นปริมาตร และ  $\sum_k$  หมายถึงบวกทุกๆ อิเล็กตรอนในแถบพลังงานนั้น ยกเว้นที่  $k_1$  เนื่องจากว่างอยู่

เราทราบมาก่อนแล้วว่าในแถบพลังงานที่มีอิเล็กตรอนอยู่เต็ม  $J = 0$  ดังนั้น

$$J = -\frac{e}{V} \sum_k v_e(k) + \left[ -\frac{e}{V} v_e(k_1) \right] = 0$$

หรือ

$$J_h = \frac{e}{V} v_e(k_1) \quad \dots\dots\dots(2-17)$$

นั่นคือจะได้กระแสเหมือนกับในแถบพลังงานที่ว่างเปล่าซึ่งมีอิเล็กตรอนที่มีประจุบวกเท่ากับ  $+e$  อยู่ที่  $k_1$



เมื่อมีสนามไฟฟ้า ค่ากระแสของโฮลที่  $k_1$  ซึ่งจะเปลี่ยนไปในช่วงเวลา  $\delta t$  จะมีค่า

$$\delta J_h = \frac{e}{V} \left( \frac{dv}{dk} \right)_{k_1} \frac{dk}{dt} \delta t$$

จากสมการของความเร็วกลุ่มแทนค่า จะได้

$$\delta J_h = \frac{e}{V} \cdot \frac{F \delta t}{m_e^*(k_1)} = \frac{1}{V} \left( \frac{-e^2}{m_e^*(k_1)} \right) \epsilon \delta t$$

โดยที่  $m_e^*(k_1)$  คือมวลยังผลของอิเล็กตรอนที่สถานะ  $k_1$  สมการนี้แสดงค่ากระแสเนื่องจากโฮล ซึ่งจะต้องเป็นค่าที่สามารถวัดได้จริงๆ ดังนั้นถ้าเราพิจารณากรณีที่โฮลเกิดขึ้นบริเวณคอนบนของแถบวาเลนซ์ (ซึ่งจริงๆ ก็เป็นเช่นนั้น) เนื่องจาก  $m_e^*$  ของอิเล็กตรอนในคอนบนของแถบพลังงานมีค่าเป็นลบ ดังนั้นจึงเป็นการสะดวกที่จะให้โฮลมีมวลเป็นบวกที่บริเวณคอนบนของแถบพลังงาน เพื่อที่กระแสจากโฮลจะได้มีทิศไปตามสนามไฟฟ้าตามที่ควรจะเป็น และเราจะพูดถึงโฮลว่าเป็น "อนุภาคที่มีประจุ  $+e$  และมีมวลเป็นบวกที่คอนบนของแถบพลังงาน" หรือ

$$m_h^*(k) = - m_e^*(k) \quad \dots\dots\dots(2-18)$$

และเขียนสมการของกระแสจากโฮลเป็น

$$\frac{1}{V} \left( \frac{+e^2}{m_e^*} \right) \epsilon \delta t \quad \dots\dots\dots(2-19)$$

ซึ่งกระแสนี้จะอยู่ในทิศทางของสนามไฟฟ้า

ตาราง 2.1

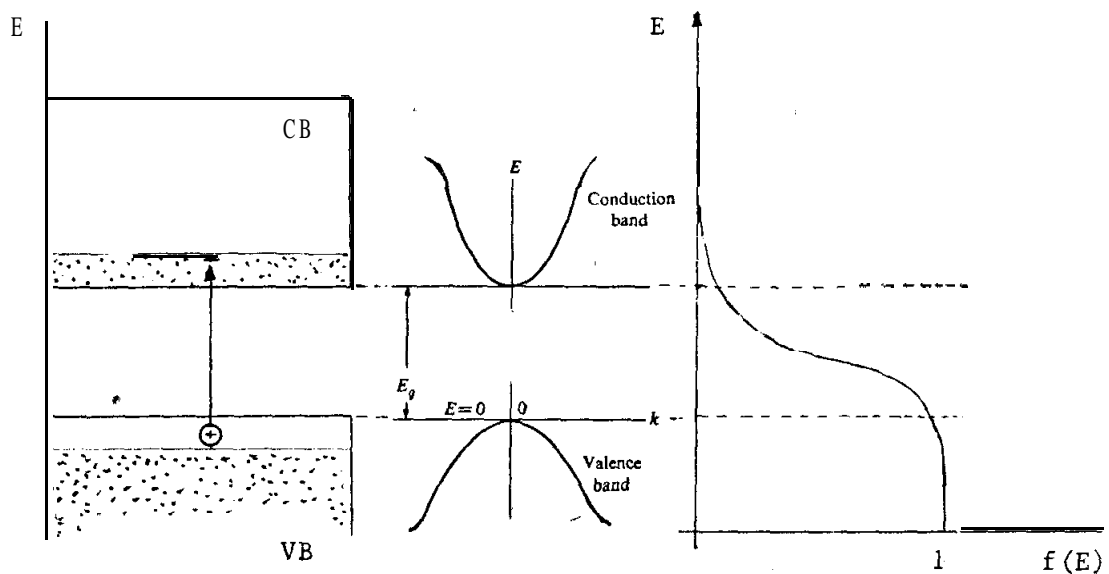
ค่าช่องว่างแถบพลังงาน และมวลยังผลของอิเล็กตรอนและโฮลในสารกึ่งตัวนำ

Group	Crystal	$E_g, \text{eV}$	Effective mass, $m/m_0$	
			Electrons	Holes
IV	C	5.3		
	Si	1.1	$m_t = 0.97, m_l = 0.19$	0.5, 0.16
	Ge	0.7	$m_t = 1.6, m_l = 0.08$	<b>0.3, 0.04</b>
	$\alpha$ Sn	0.08		
III-V	GaAs	1.4	0.07	0.09
	GaP	2.3	0.12	0.50
	GaSb	0.7	0.20	0.39
	InAs	0.4	0.03	0.02
	InP	1.3	0.07	0.69
	InSb	0.2	0.01	0.18
II-VI	CdS	2.6	0.21	0.80
	CdSe	1.7	0.13	0.45
	CdTe	1.5	0.14	0.37
	ZnS	3.6	0.40	5.41
	ZnSe	2.7	0.10	0.60
	ZnTe	2.3	0.10	0.60
IV-VI	PbS	0.4	0.25	0.25
	PbSe	0.3	0.33	0.34
	PbTe	0.3	0.22	0.29

### 2.3 พลังงานของอิเล็กตรอนและโฮลอิสระในสารกึ่งตัวนำ

โครงสร้างแถบพลังงานที่สำคัญในสารกึ่งตัวนำคือแถบความนำและแถบวาเลนซ์ เนื่องจากอิเล็กตรอนและโฮลที่มีการเคลื่อนย้ายจะอยู่ในแถบพลังงานทั้งสองนี้ โครงสร้างพลังงานแบบที่ง่ายที่สุดแสดงไว้ในรูป 2.11 ซึ่งคิดว่าอิเล็กตรอนในแถบความนำและโฮลในแถบวาเลนซ์มีพฤติกรรม

เช่นเดียวกับอนุภาคอิสระที่มีมวลเป็นมวลยังผล ( $m_e^*$  และ  $m_h^*$ ) ความคิดนี้สมเหตุสมผล เพราะว่า ในแถบความนำเราสนใจเฉพาะตอนล่างๆ ของแถบ ซึ่งอิเล็กตรอนอิสระเกือบทั้งหมดอยู่ที่นั่น (ดูฟังก์ชันการกระจายของเฟอร์มี-ดิแรค และหัวข้อ 3.1) ขณะเดียวกันในแถบวาเลนซ์เราก็สนใจเฉพาะตอนบนๆ ของแถบพลังงานซึ่งโฮลอิสระส่วนใหญ่อยู่ที่นั่น และจากในภาพเราจะเห็นว่าพลังงานของอิเล็กตรอนและโฮลเหล่านี้ยังคงมีรูปเป็นพาราโบลา ดังนั้นสมการพลังงานของอิเล็กตรอนในแถบความนำและโฮลในแถบวาเลนซ์จึงเขียนได้ดังนี้ (โดยให้ระดับพลังงาน = 0 อยู่ที่บนสุดของแถบวาเลนซ์)



รูป 2.11 พลังงานของอิเล็กตรอนในแถบความนำ และของโฮลในแถบวาเลนซ์ และฟังก์ชันการกระจายของเฟอร์มี-ดิแรค

$$E_c(k) = E_g + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_e^*} \dots\dots\dots (2-20)$$

$$E_v(k) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_h^*} \dots\dots\dots (2-21)$$

โดยที่  $m_e^*$ ,  $m_h^*$  คือมวลยังมีผลของอิเล็กตรอนและโฮล  $E_g$  คือความกว้างของช่องว่างแถบ  
พลังงาน

## บทสรุป

### โครงสร้างแถบพลังงาน

หาได้โดยการแก้สมการ ชโรดิงเงอร์ สำหรับสารกึ่งตัวนำที่  $T > 0^\circ\text{K}$  จากฟังก์ชัน เฟอร์มี-ดิแรค จะได้ว่าอิเล็กตรอนในแถบความนำจะอยู่ที่ตอนล่างของแถบความนำ ซึ่งสถานะดังกล่าวสมการของพลังงานจะคล้ายกับอนุภาคอิสระที่มีมวลเป็นมวลยังผล ส่วนโฮล ก็เป็นเช่นเดียวกัน ดังนั้นถ้าเราให้  $E = 0$  อยู่ที่บนสุดของแถบวาเลนซ์ เราจะได้สมการพลังงานของอิเล็กตรอนและโฮลอิสระในสารกึ่งตัวนำดังนี้

$$E_e = E_g + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_e^*}$$

$$E_h = - \frac{\hbar^2 k^2}{2m_h^*}$$

### อิเล็กตรอนกับโฮลและมวลยังผล

การเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนในสารกึ่งตัวนำโดยอาศัยทฤษฎีแถบพลังงาน จะได้

$$v = \frac{1}{\hbar} \frac{dE}{dk}$$

$$m_e^* = \left( \frac{1}{2} \frac{d^2 E}{dk^2} \right)^{-1}$$

สำหรับโฮลสมการของ  $v$  และ  $m^*$  ยังคงเป็นเช่นของอิเล็กตรอน โฮลมีประจุ  $+e$

และ

$$m_h^*(\vec{k}) = -m_e^*(\vec{k})$$

## คำถามท้ายบท

3. จงพิสูจน์ว่า  $m_h^*(k) = -m_e^*(k)$