

บทที่ 3

การลดพลังงานของนิวตรอน

วัตถุประสงค์

เมื่อศึกษาบทนี้แล้วจะสามารถ

1. เปรียบเทียบการชนระหว่างนิวตรอนกับธาตุใดๆ ในระบบปฏิบัติการ และระบบศูนย์กลางมวล เพื่อคำนวณหาพลังงานของนิวตรอนหลังชนกับธาตุใดๆ ได้
2. คำนวณหาอัตราส่วนลดความเร็วได้

3.1 พลังงานที่สูญเสียไปในการชนแล้วกระเจิง

(Energy Loss in Scattering Collisions)

ปฏิกริยาระหว่างนิวตรอนกับสสารต่างจากอนุภาคที่มีประจุหรือรังสีแกมมา เพราะนิวตรอนเป็นอนุภาคที่ไม่มีประจุ พลังงานที่นิวตรอนสูญเสียไปแต่ละครั้งของการชนหาได้จากหลักการอนุรักษ์พลังงาน และหลักการอนุรักษ์โมเมนตัม มี 2 ระบบที่ใช้อ้างอิงเพื่อศึกษาการชนของนิวตรอนกับนิวเคลียสของอะตอมแล้วกระเจิง คือ

3.1.1 ระบบปฏิบัติการ หรือ L-System (Laboratory system) มีหลักการดังนี้

ขณะเกิดการชน นิวตรอนวิ่งเข้าชนเป้าซึ่งอยู่นิ่ง

หลังการชน นิวตรอนและนิวเคลียสกระเด็นไปข้างหน้าทำมุมกับทิศทางการเคลื่อนที่ของนิวตรอนก่อนเกิดการชน ไม่มีข้อกำหนดที่แน่นอนว่า นิวตรอนกระเจิงไปข้างหน้าในทิศทางใด

3.1.2 ระบบศูนย์กลางมวล หรือ C-System (Center of mass system)

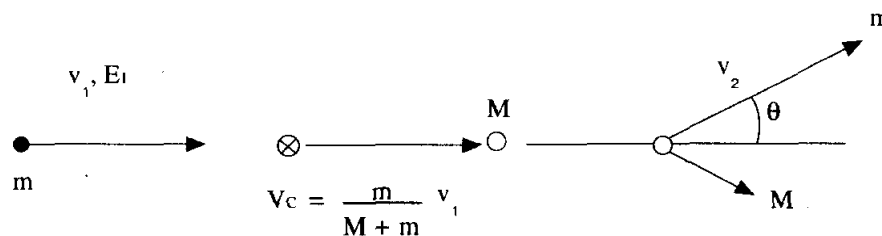
ขณะเกิดการชน ทั้งนิวตรอนและนิวเคลียสของเป้าวิ่งเข้าหากัน

หลังการชน ศูนย์กลางมวลของนิวตรอนและนิวเคลียสของเป้าหยุดนิ่ง หลังจากนั้นก็กระเจิงออกไปในทิศทางตรงกันข้าม มุมกระเจิงคือมุมระหว่างทิศทางการเคลื่อนที่ของนิวตรอนก่อนและหลังชน 1 ครั้ง

ความสัมพันธ์ระหว่างระบบปฏิบัติการ และระบบศูนย์กลางมวลได้แสดงไว้ในรูปที่ 3.1

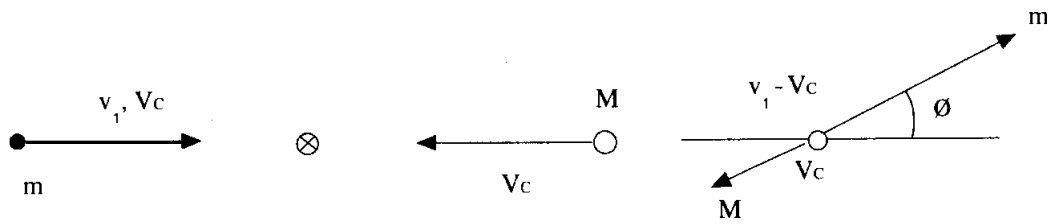
ระบบปฏิบัติการ

ก่อนชน นิวตรอนมวล m , เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว v_1 , โมเมนตัม mv_1 , พลังงาน E_1 และนิวเคลียส M , อยู่นิ่ง



ระบบปฏิบัติการก่อนชน

ระบบปฏิบัติการหลังชน



ระบบศูนย์กลางมวลก่อนชน

ระบบศูนย์กลางมวลหลังชน

รูปที่ 3.1 การชนแบบยืดหยุ่นแล้วกระเจิงระหว่างนิวตรอนกับนิวเคลียส อธิบายในระบบปฏิบัติการ และอ้างอิงระบบศูนย์กลางมวล

ความเร็วของศูนย์กลางมวลคือ V_c

$$V_c = \frac{m}{M+m} v_1 \quad \dots (3.1)$$

หลังชน นิวตรอนเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว v_2 , พลังงาน E_2 แล้วกระเจิงออกไปทำมุม θ กับทิศทางการเคลื่อนที่เดิม และนิวเคลียสกระเด็นออกไปเป็นมุม μ หนึ่งจากทิศทางเดิมของนิวตรอน

ระบบศูนย์กลางมวล

ก่อนชน นิวตรอนเคลื่อนที่ไปทางขวาด้วยความเร็ว $v_1 - V_c$

$$v_1 - V_c = \frac{M}{M+m} v_1 \quad (3.2)$$

นิวเคลียสเคลื่อนที่ไปทางซ้ายด้วยความเร็ว V_c

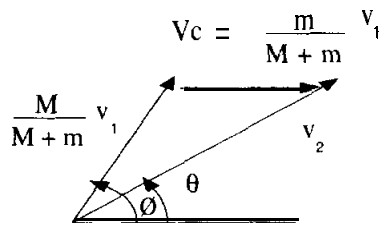
$$V_c = \frac{m}{M+m} v_1$$

หลังชน โมเมนตัมรวม = 0 = โมเมนตัมรวมก่อนชน

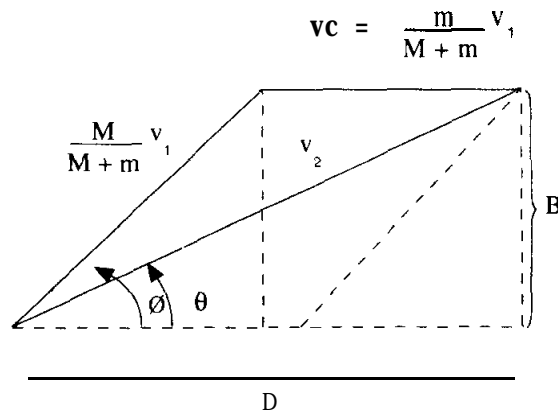
โมเมนตัมรวมทั้งหมดที่วัดในระบบศูนย์กลางมวล คือ

$$m \left(\frac{M}{M+m} v_1 \right) - M \left(\frac{m}{M+m} v_1 \right) = 0$$

โมเมนตัมเป็นปริมาณเวกเตอร์ ความเร็วของนิวเคลียสมีทิศทางตรงกันข้ามกับความเร็วของนิวตรอน หลังการชน นิวตรอนเคลื่อนที่เป็นมุม θ กับทิศทางการเคลื่อนที่เดิม เนื่องจากมีการอนุรักษ์โมเมนตัม หลังการชน โมเมนตัมรวมต้องเป็นศูนย์ และดังนั้นนิวเคลียสจึงเคลื่อนที่ออกไปด้วยมุม $(180 + \theta)$ กับทิศทางการเคลื่อนที่เดิมของนิวตรอน ผู้สังเกตเห็นว่าอนุภาคกับนิวเคลียสเคลื่อนที่ไปในทิศทางตรงกันข้าม ในการชนแบบยืดหยุ่น พลังงานจลน์ยังคงอนุรักษ์ ความเร็วของอนุภาคในระบบศูนย์กลางมวลจะเหมือนกันทั้งก่อนชนและหลังชน นอกจากนี้จะมีการเปลี่ยนแปลงพลังงานจลน์รวมของทั้งสองอนุภาค ผลที่เกิดขึ้นในระบบศูนย์กลางมวล จึงเป็นการเปลี่ยนทิศทางการเคลื่อนที่เท่านั้น โดยมีขนาดของความเร็วคงเดิม ส่วนในระบบปฏิบัติการ นิวเคลียสเดิมอยู่นิ่ง หลังการชนความเร็วเปลี่ยนแปลง นิวตรอนกระเจิงไปตามมุม θ ความเร็วคือ v_2 ซึ่งเป็นผลรวมทางเวกเตอร์ของความเร็วของนิวตรอนและความเร็วของศูนย์กลางมวลในระบบศูนย์กลางมวล ความสัมพันธ์ระหว่างความเร็วที่ต่างกัน ได้แสดงไว้ในรูปที่ 3.2



รูปที่ 3.2 แสดงแผนผังทางเวกเตอร์สำหรับความเร็วของนิวตรอนหลังการชนในระบบปฏิบัติการ และระบบศูนย์กลางมวล



รูปที่ 3.3 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างมุมกระเจิงในระบบศูนย์กลางมวลและระบบปฏิบัติการ

กรณีที่น่าสนใจ คือการหาความเร็วของนิวตรอนหลังชน

เมื่อมุม $\theta = 0$, ความเร็วของนิวตรอนคือ

$$v_2 = \frac{M}{M+m} v_1 + \frac{m}{M+m} v_1 = v_1$$

นิวตรอนจะไม่สูญเสียพลังงานในการชน คือ $E_2 = E_1$

เมื่อมุม $\theta = 180^\circ$, ความเร็วของนิวตรอนคือ

$$v_2 = \frac{M}{M+m} v_1 - \frac{m}{M+m} v_1 = \left(\frac{M-m}{M+m}\right) v_1$$

หรือ $\frac{(E_2)_{\min}}{E_1} = \frac{\frac{1}{2} m v_2^2}{\frac{1}{2} m v_1^2} = \left(\frac{M-m}{M+m}\right)^2$ (3.3)

เมื่อนิวตรอนกระเด็นออกไปเป็นมุม 180° เป็นการชนแบบกลับทิศ (head on collision) นิวตรอนสูญเสียพลังงานมากที่สุด พลังงานของนิวตรอนหลังการชนจึงมีค่าน้อยที่สุด

ตัวอย่างที่ 3.1

จงหาพลังงานของนิวตรอนที่สูญเสียไปในการชนกับตัวกลางคือกราไฟท์

มวล = 12

$$\begin{aligned} \frac{(E_2)_{\min}}{E_1} &= \left(\frac{M-m}{m+m}\right)^2 = \left(\frac{12-1}{12+1}\right)^2 \\ &= \left(\frac{11}{13}\right)^2 = 0.72 \end{aligned}$$

แสดงว่า นิวตรอนสูญเสียพลังงาน 28% ในการชนกับนิวเคลียสของคาร์บอน ตัวอย่าง เช่น ถ้าพลังงานเดิมของนิวตรอน คือ 1 เมกะอิเล็กตรอนโวลต์ จะสูญเสียพลังงานไป 0.28 เมกะอิเล็กตรอนโวลต์

กรณีที่ใช่อิโตรเจนเป็นตัวลดความเร็ว $A = 1$ สำหรับการชนแบบกลับทิศ จะทำให้นิวตรอนหยุดทันที

จากรูปที่ 3.3 จะหาค่าของมุม θ ได้โดยกำหนดให้

$$\begin{aligned} D &= v_1 \left(\frac{M}{M+m}\right) \cos \theta + v_1 \left(\frac{m}{M+m}\right), \\ B &\pm v_1 \left(\frac{M}{M+m}\right) \sin \theta \end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น } v_2^2 = D^2 + B^2$$

$$v_2^2 = \left[v_1 \left(\frac{M}{M+m} \right) \cos \theta + v_1 \left(\frac{m}{M+m} \right) \right]^2 + \left[v_1 \left(\frac{M}{M+m} \right) \sin \theta \right]^2$$

$$v_2^2 = v_1^2 \left(\frac{M}{M+m} \right)^2 \cos^2 \theta + v_1^2 \left(\frac{m}{M+m} \right)^2 + 2 v_1^2 \frac{Mm}{(M+m)^2} \cos \theta + v_1^2 \left(\frac{M}{M+m} \right)^2 \sin^2 \theta$$

$$= \frac{v_1^2}{(M+m)} \left[M^2 \cos^2 \theta + m^2 + 2 Mm \cos \theta + M^2 \sin^2 \theta \right]$$

$$= \frac{v_1^2}{(M+m)^2} \left[M^2 (\cos^2 \theta + \sin^2 \theta) + m^2 + 2 Mm \cos \theta \right]$$

$$v_2^2 = \frac{v_1^2}{(M+m)^2} \left[M^2 + m^2 + 2 Mm \cos \theta \right]$$

อัตราส่วนของพลังงานของนิวตรอนหลังชนและก่อนชนคือ

$$\frac{E_2}{E_1} = \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^2 = \frac{1}{(M+m)^2} \left[M^2 + m^2 + 2 Mm \cos \theta \right] \quad \dots (3.4)$$

อัตราส่วนของมวลของตัวลดความเร็วต่อมวลของนิวตรอนคือ $\frac{M}{m}$ มีค่าเกือบเท่ากับ A เพราะนิวตรอนมีมวลเกือบเท่ากับ 1 สมการ (3.4) จึงเขียนใหม่ได้ดังนี้

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{A^2 + 2 A \cos \theta + 1}{(A+1)^2} \quad \dots (3.5)$$

ถ้ากำหนดให้ α = พารามิเตอร์สำหรับการชน (collision parameter) แสดงถึงการเปลี่ยนแปลงพลังงานสำหรับการชน 1 ครั้ง

$$\alpha = \left(\frac{A-1}{A+1} \right)^2 \quad \dots (3.6)$$

พลังงานที่นิวตรอนสูญเสียไปในการชน 1 ครั้ง คือ

$$\frac{E_2}{E_1} = \left(\frac{1+\alpha}{2} \right) + \left(\frac{1-\alpha}{2} \right) \cos \theta \quad \dots (3.7)$$

นิวตรอนเสียพลังงานมากที่สุดเมื่อ $\theta = 180^\circ$, ซึ่งมีค่า $\cos \theta = -1$

$$E_2 = \alpha E_1$$

ถ้า $\theta = 0$, $\cos \theta = 1$, $E_2 = E_1$

การหาค่าพลังงานเฉลี่ยของนิวตรอนที่กระเจิงออกมาโดยนิวคลีไอเบาๆ สำหรับพลังงานของนิวตรอนที่น่าสนใจในเครื่องปฏิกรณ์นิวเคลียร์ประมาณได้ โดยใช้สูตร

$$\overline{E_2} = \frac{E_1 + E_2}{2} = \frac{1}{2} (1 + \alpha) E_1 \quad \dots (3.8)$$

$$\overline{\Delta E_1} = E_1 - \overline{E_2}$$

$$= E_1 - \frac{1}{2} (1 + \alpha) E_1$$

$$= \frac{1}{2} (1 - \alpha) E_1 \quad (3.9)$$

ส่วนของพลังงานที่สูญเสียไปต่อพลังงานเดิม

$$\frac{\overline{\Delta E_1}}{E_1} = \frac{1}{2} (1 - \alpha) \quad \dots (3.10)$$

สมการ (3.10) จะใช้ได้สำหรับนิวคลีไอหนักที่มีพลังงานไม่สูงมากนัก เพราะค่าพลังงานขีดเริ่มเปลี่ยน (threshold energy) สำหรับการกระเจิงแบบไม่ยืดหยุ่นมีค่าต่ำ เป็นผลให้มีการกระเจิงแบบไม่ยืดหยุ่นเกิดขึ้นด้วย แต่สำหรับธาตุเบา พลังงานขีดเริ่มเปลี่ยน สำหรับการกระเจิงแบบไม่ยืดหยุ่นมีค่าสูงมาก จึงไม่ค่อยเกิด ดังนั้นปฏิกิริยาการกระเจิงแบบยืดหยุ่นจึงมีความสำคัญกับนิวเคลียสเบา

ตารางที่ 3.1 แสดงพารามิเตอร์สำหรับการชน

นิวเคลียส	เลขมวล	α	ξ
ไฮโดรเจน	1	0	1.000
น้ำ		*	0.920 †
ดิวเทอเรียม	2	0.111	0.725
น้ำหนัก		*	0.509 †
เบอริลเลียม	9	0.640	0.209
คาร์บอน	12	0.716	0.158
ออกซิเจน	16	0.779	0.120
โซเดียม	23	0.840	0.0825
เหล็ก	56	0.931	0.0357
ยูเรเนียม	238	0.983	0.00838

† หมายถึงค่าเฉลี่ยโดยประมาณ

* ยังไม่ได้คำนวณ

จากสมการ (3.6) และตาราง 3.1 สังเกตได้ว่า ค่าพารามิเตอร์สำหรับการชนมีค่าเป็นศูนย์สำหรับธาตุที่มีค่า $A=1$ คือ ธาตุไฮโดรเจน และเมื่อเลขมวลของธาตุมีค่าเพิ่มขึ้น ค่าพารามิเตอร์สำหรับการชนจะเพิ่มขึ้น

สำหรับธาตุไฮโดรเจน ค่าเฉลี่ยของพลังงานที่สูญเสียไปมีค่าเป็น $\frac{1}{2}$ เท่าของพลังงานเดิม สำหรับธาตุคาร์บอน,

$$\alpha = 0.716$$

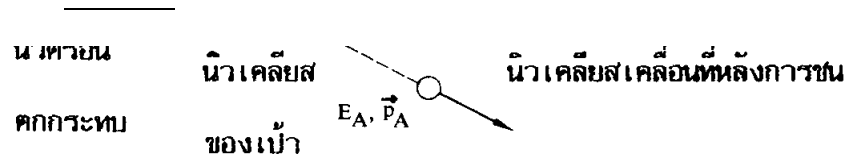
โดยการใช้สมการ (3.10),

$$\text{พลังงานของนิวตรอนสูญเสียไป} = \frac{1}{2} (1-0.716)$$

$$= 0.142 \text{ ของพลังงานเดิม}$$

$$\text{หรือสูญเสียพลังงานในการชน} = 14.2\% \text{ ของพลังงานเดิม}$$

$$\text{สำหรับธาตุยูเรเนียม, } \alpha = 0.983$$



รูปที่ 3.4 แสดงการชนแบบยืดหยุ่นของนิวตรอนกับนิวเคลียสของเป้้า

สมมุติให้ E_1, \vec{p}_1 และ E_2, \vec{p}_2 เป็นพลังงานจลน์และโมเมนตัมของนิวตรอนก่อนชนและหลังการชนตามลำดับ และ

E_A, \vec{p}_A เป็นพลังงานจลน์และโมเมนตัมของนิวเคลียสที่เคลื่อนที่ตามมุม ϕ
 θ เป็นมุมที่นิวตรอนกระเจิงไป ในระบบปฏิบัติการ (L-system) ตามรูปที่ 3.4
 การชนเป็นแบบยืดหยุ่น,
 จากหลักการอนุรักษ์พลังงาน

$$E_1 = E_2 + E_A \quad \dots (3.11)$$

