บทที่ 1
ภาคตัดขวางทางนิวเคลียร์

วัตถุประสงค์

เมื่อศึกษาบทนี้แล้วจะสามารถ

1. หาค่าภาคตัดขวางทั้งหมดที่แต่ละพลังงานได้
2. หาปฏิกิริยาการชนที่เกิดขึ้นในเป้าได้
3. หาความเข้มของลำแสงที่ผ่านออกมาจากวัสดุที่นำมากั้นลำแสงได้

1.1 แนวคิดสำหรับความน่าจะเป็น

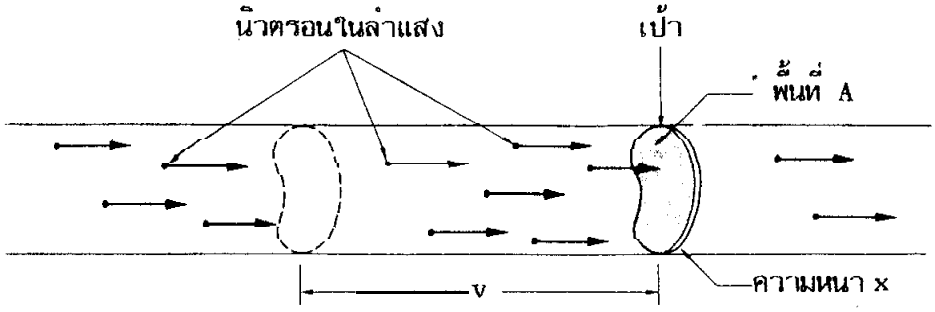
ความน่าจะเป็นของการเกิดปฏิกิริยานิวเคลียร์ มีความสัมพันธ์ใกล้ชิดกับภาคตัดขวาง ซึ่งเป็นมิติของพื้นที่ โดยมีต้นกำเนิดมาจากความจริงที่ว่า ความน่าจะเป็นสำหรับการเกิดปฏิกิริยาระหว่างอนุภาคที่เข้าชนกับนิวเคลียสของเป้า เป็นปฏิภาคโดยตรงกับพื้นที่ภาคตัดขวางของนิวเคลียสของเป้า

เมื่อนำนิวคลีไอของธาตุอาบรังสีด้วยลำแสงนิวตรอน อัตราการเกิดปฏิกิริยานิวเคลียร์จะขึ้นกับ จำนวนนิวตรอน, ความเร็ว, และธรรมชาติของนิวคลีไอนั้น ภาคตัดขวางสำหรับนิวเคลียสของเป้าสำหรับแต่ละปฏิกิริยา เป็นคุณสมบัติเฉพาะของนิวเคลียสและพลังงานของนิวตรอน

1.2 ภาคตัดขวางสำหรับปฏิกิริยานิวเคลียร์

การศึกษาปฏิกิริยานิวเคลียร์ ต้องทราบถึงปริมาณที่ใช้วัดความน่าจะเป็นที่จะเกิดปฏิกิริยา เป็นปริมาณที่วัดได้จากการทดลอง และสามารถเปรียบเทียบค่าที่ได้จากทฤษฎี ปริมาณที่มักใช้กัน คือ ภาคตัดขวาง (cross section) ของนิวเคลียส สำหรับแต่ละปฏิกิริยามักใช้สัญลักษณ์ σ และมีอักษรข้างท้ายเพื่อแสดงว่าเป็นค่าภาคตัดขวางสำหรับปฏิกิริยานิวเคลียร์ชนิดใด

พิจารณาลำแสงนิวตรอนพลังงานเดียว วิ่งเข้าชนเป้าบาง (thin target) ความหนา x, พื้นที่หน้าตัด A, ในทิศทางตั้งได้ฉากกับพื้นที่หน้าตัดของเป้า ลำแสงส่วนหนึ่งจะเข้าทำปฏิกิริยาในเป้า ส่วนที่ไม่ได้ทำปฏิกิริยาจะผ่านออกมา ดังรูปที่ 1.1



รูปที่ 1.1 แสดงลำแสงนิวตรอนวิ่งเข้าชนเป้า

ถ้า n คือจำนวนนิวตรอนในลำแสง มีหน่วยเป็น นิวตรอน/เซนติเมตร^3

v คือความเร็วของนิวตรอน มีหน่วยเป็น เซนติเมตร/วินาที

และ I คือความเข้มของลำแสง มีหน่วยเป็น นิวตรอน/เซนติเมตร^2/วินาที

ปริมาณความเข้มของลำแสง $I = nv$ ..... (1.1)

เนื่องจาก นิวตรอนเคลื่อนที่ได้ระยะทาง v เซนติเมตร ในเวลา 1 วินาที

ทุกนิวตรอนในปริมาตร vA ซม.^{3} ที่อยู่ด้านหน้าของเป้า จะเข้าชนเป้าในเวลา 1 วินาที

nvA คือจำนวนนิวตรอนทั้งหมดที่วิ่งเข้าชนเป้าต่อวินาที $= IA$

I จึงเป็นจำนวนนิวตรอน ที่เข้าชนเป้า 1 หน่วยพื้นที่ในเวลา 1 วินาที

เนื่องจากนิวคลีไอมีขนาดเล็ก, และสมมุติว่าเป้าบาง นิวตรอนส่วนมากจะชนเป้า แล้วผ่านออกไปโดยไม่ได้ทำปฏิกิริยากับนิวคลีไอ จากการทดลองพบว่า จำนวนการชนเป็นปฏิภาคกับความเข้มของลำแสง, ความหนาแน่นอะตอมของเป้า, พื้นที่ของเป้า และความหนาของเป้า

ดังนั้น

ถ้า N = จำนวนอะตอมของเป้า/เซนติเมตร^3

A = พื้นที่ของเป้าส่วนที่ลำแสงตกกระทบ

x = ความหนาของเป้า

จำนวนการชนในเป้าต่อวินาที จะเป็นสัดส่วนกับความเข้มของลำแสง,
ความหนาแน่นอะตอมของเป้า,
พื้นที่ของเป้า
และความหนาของเป้า

จากข้อมูลเหล่านี้พอที่จะสรุปได้ดังสมการ

จำนวนการชนในเป้าต่อวินาที $= \sigma I N A x$ ..... (1.2)

เมื่อ σ = พื้นที่ภาคตัดขวางของเป้า เรียกภาคตัดขวางจุลภาค (microscopic cross section)

สรุปได้ว่า ภาคตัดขวางจุลภาคของเป้าเป็นพื้นที่ของเป้าส่วนที่ทำให้เกิดปฏิกิริยาต่อ 1 นิวเคลียส มีหน่วยเป็น เซนติเมตร^2 ภาคตัดขวางขึ้นกับพลังงานของอนุภาคที่เข้าชน, นิวเคลียสของเป้า, และชนิดของปฏิกิริยานิวเคลียร์ สมการ (1.2) แสดงว่า ใน 1 วินาทีมีนิวตรอนเข้าชนเป้า $= \sigma I N A x$ นิวตรอน

(ถ้าเป็นการวัดความน่าจะเป็นที่เกิดขึ้นสำหรับทุกๆปฏิกิริยาที่เกิดขึ้นจะแทน σ ด้วย σ_t)

เมื่อ Ax คือปริมาตรของเป้า (ซม.^{3}) และ

F คือจำนวนการชนในเป้า/ซม.^{3}/วินาที

$$F = \Sigma I \quad \text{..... (1.3)}$$

การชนเป้า/ซม.^{3}/วินาที สำหรับทุกปฏิกิริยาที่เกิดขึ้น $= \Sigma_t I$ ..... (1.4)

เมื่อ Σ_t คือภาคตัดขวางมหัพภาคทั้งหมด (total macroscopic cross section)

1.3 ความน่าจะเป็นที่นิวตรอนในลำแสงเข้าชนนิวเคลียสของเป้า

นิวตรอนทั้งหมดที่วิ่งเข้าชนเป้าต่อวินาที = IA

นิวตรอนที่ทำปฏิกิริยากับเป้า ต่อวินาที = σI

ดังนั้น $$\frac{\sigma I}{IA} = \frac{\sigma}{A} \quad \text{..... (1.5)}$$

สมการ (1.5) คือความน่าจะเป็นที่นิวตรอนในลำแสงเข้าชนนิวเคลียสของเป้าแล้วเกิดปฏิกิริยา

σ จะเป็นพื้นที่ภาคตัดขวางที่แท้จริง (effective cross-sectional area) ของนิวเคลียส

1.4 หน่วยของภาคตัดขวาง

หน่วยที่ใช้ในการคำนวนคือ เซนติเมตร^2 แต่มักพบเสมอในหน่วย บาร์น (barns) ใช้สัญลักษณ์ "b" โดยกำหนดว่า

1 บาร์น = 10^{-24} เซนติเมตร^2

หน่วยที่เล็กลงไปคือ มิลลิบาร์น,

1 มิลลิบาร์น = 10^{-27} เซนติเมตร^2

1.5 ภาคตัดขวางสำหรับแต่ละปฏิกิริยา

ปฏิกิริยานิวเคลียร์เกิดขึ้นจากการชนของอนุภาคกับนิวเคลียสของเป้าทำให้เกิดปฏิกิริยาชนิดต่างๆ เช่น ปฏิกิริยาการชนแล้วกระเจิง, อาจเป็นการกระเจิงแบบยืดหยุ่น หรือการกระเจิงแบบไม่ยืดหยุ่น เรียกภาคตัดขวางสำหรับการกระเจิงแบบยืดหยุ่น คือ σ_{se} และการกระเจิงแบบไม่ยืดหยุ่นคือ σ_{si}, ปฏิกิริยา การจับนิวตรอนแล้วให้รังสีแกมมา (radiative capture) คือ (n, γ) ใช้ภาคตัดขวางของการจับนิวตรอน (capture cross section) คือ σ_r, ปฏิกิริยาการแบ่งแยกตัว ใช้ภาคตัดขวางสำหรับการแบ่งแยกตัว σ_f และปฏิกิริยาอื่นๆ ก็จะใช้อักษรใส่ไว้ด้านล่างเพื่อแสดงว่าเป็นภาคตัดขวางสำหรับปฏิกิริยานั้น ผลรวมของค่าภาคตัดขวางสำหรับทุกปฏิกิริยาเรียกว่า ภาคตัดขวางทั้งหมด ใช้สัญลักษณ์ σ_t เขียนได้ว่า

$$\sigma_t = \sigma_a + \sigma_s \quad \text{..... (1.6)}$$

เมื่อ $$\sigma_s = \sigma_{se} + \sigma_{si} \quad \text{..... (1.7)}$$

และ $$\sigma_a = \sigma_r + \sigma_f + \sigma_p + \sigma_\alpha + \ldots \quad \text{..... (1.8)}$$

σ_p และ σ_α เป็นภาคตัดขวางสำหรับปฏิกิริยา (n, p) และ (n, α)

1.6 การคำนวณหาค่าภาคตัดขวางของนิวตรอนที่พลังงานใด ๆ กับนิวเคลียสของเป้า

จำนวนการชนในเป้าต่อวินาที $= \sigma_t\ I\ N\ A\ x$

ตามรูปที่ 1.1 นั้น ลำแสงนิวตรอนเข้าชนเป้าทั้งหมด แต่มีหลายการทดลองที่ลำแสงนิวตรอน มีเส้นผ่าศูนย์กลางเล็กกว่าเส้นผ่าศูนย์กลางของเป้า กรณีนี้ยังคงใช้สมการ (1.2) แต่พื้นที่ A จะใช้พื้นที่ของลำแสงแทนพื้นที่ของเป้า

จากสมการ (1.2)

จำนวนการชนในเป้า ต่อวินาที $= I\ N\ \sigma_t\ .\ A\ x$ ..... (1.9)

เมื่อ σ_t เป็นภาคตัดขวางที่วัดความน่าจะเป็นของการเกิดการชนทุกปฏิกิริยาที่เกิดขึ้น Ax เป็นปริมาตรทั้งหมดของเป้า

จำนวนการชนในเป้า/เซนติเมตร^3/วินาที $= I\ N\ \sigma_t$ ..... (1.10)

สมการ (1.10) เรียกว่า **ความหนาแน่นของการชน** (collision density) ใช้สัญลักษณ์ F ผลคูณของความหนาแน่นอะตอม N กับภาคตัดขวาง σ_t มักพบบ่อยในการคำนวณทางนิวเคลียร์ ใช้แทนด้วยสัญลักษณ์ Σ_t เรียก ภาคตัดขวางมหัพภาคทั้งหมด

$$\Sigma_t = N\sigma_t \qquad \text{..... (1.11)}$$

สำหรับการกระเจิง ใช้ $N\sigma_s$ เรียก ภาคตัดขวางมหัพภาคสำหรับการกระเจิง (macroscopic scattering cross section)

เนื่องจาก	N มีหน่วย อะตอม/ซม.^{3}	และ
	σ มีหน่วยเป็น	ซม.^{2}/อะตอม
ดังนั้น	Σ จึงมีหน่วยเป็น	ซม.$^{-1}$

ความหนาแน่นของการชน จึงเขียนได้ว่า

$$F = \Sigma_t\ I \qquad \text{. . (1.12)}$$

1.7 การคำนวณหาภาคตัดขวางมหัพภาค

จากสมการ (1.11), $\Sigma_t = N\sigma_t$ ซม.$^{-1}$

ถ้าเป้าเป็นธาตุที่มีมวลอะตอม = A

ความหนาแน่น = ρ กรัม/ซม.^{3}

จำนวนกรัมอะตอม/ซม.^{3} = $\frac{\rho}{A}$

จำนวนนิวคลีไอ/ซม.^{3} คือ $N = \rho \frac{N_A}{A}$ ..... (1.13)

N_A คือ เลขอาโวกาโดร = 0.602×10^{24} อะตอม ต่อกรัมอะตอม

สมการ (1.11) อาจเขียนได้ คือ

$$\Sigma_i = \frac{\rho N_A}{A} \cdot \sigma_i \quad \text{..... (1.14)}$$

ภาคตัดขวางจุลภาคมีหน่วยเป็น บาร์น เป็นหน่วยที่ต้องคูณด้วย 10^{-24} เพื่อให้มีหน่วยเป็น เซนติเมตร^2

N เป็นตัวเลข ที่ต้องคูณด้วย 10^{24} สังเกตว่า กำลัง 10^{-24} ในภาคตัดขวาง กับ 10^{24} ในความหนาแน่นอะตอมจะตัดกันหมดไป

สำหรับสารประกอบ น้ำหนักโมเลกุล M, ความหนาแน่น ρ กรัม/ซม.^{3}

จำนวนอะตอมของธาตุที่ i ที่มีอยู่ในสารประกอบ = Ni อะตอม/ซม.^{3}

จะเขียนสมการ (1.13) ได้ คือ

$$Ni = \rho \frac{N_A \upsilon_i}{M},$$

เมื่อ υ_i คือ จำนวนอะตอมชนิดที่ i ใน 1 โมเลกุลของสารประกอบนั้น

M คือ น้ำหนักโมเลกุลของสารประกอบ

ภาคตัดขวางมหัพภาคสำหรับแต่ละธาตุในสารประกอบ คือ

$$\Sigma_i = Ni\ \sigma_i = \frac{\rho N_A}{M} \upsilon_i \sigma_i$$

เมื่อ σ_i คือภาคตัดขวางจุลภาคของธาตุที่ i

สำหรับสารประกอบ, ค่าภาคตัดขวางมหัพภาค คือ

$$\Sigma = N_1 \sigma_1 + N_2 \sigma_2 + \ldots \quad N_i \sigma_i + \ldots$$

$$= \frac{\rho N_A}{M} (\upsilon_1 \sigma_1 + \upsilon_2 \sigma_2 + \upsilon_3 \sigma_3) + \ldots \upsilon_i \sigma_i$$

(1.15)

ตัวอย่างที่ 1.1

ลำแสงนิวตรอน พลังงาน 1 เอมอีวี ความเข้ม 5×10^8 นิวตรอน/ซม.^{2}/วินาที เข้าชนเป้าบาง พื้นที่ของเป้า 0.5 ซม.^{2} หนา 0.05 ซม. ลำแสงมีพื้นที่ภาคตัดขวาง 0.1 ซม.^{2} พบอัตราการเกิดปฏิกิริยาในเป้า = 5.2×10^5 นิวตรอนต่อวินาที จงหา

(ก) ภาคตัดขวางทั้งหมดของนิวตรอนพลังงาน 1 เอมอีวีกับเป้า

(ข) ความน่าจะเป็นที่นิวตรอนในลำแสงจะชนกับเป้า

กำหนด ความหนาแน่นอะตอมของเป้า = 0.0803×10^{24} อะตอม/ซม.^{3}

(ก) ปฏิกิริยาการชนที่เกิดขึ้นในเป้า = σ I N A x นิวตรอน/วินาที

$$\sigma = \frac{\text{ปฏิกิริยาการชนที่เกิดขึ้นในเป้า}}{\text{I N A x}}$$

แทนค่า I = 5×10^8 นิวตรอน/ซม.^{2}/วินาที, N = 0.0803×10^{24} อะตอม/ซม.^{3}

A = 0.1 ซม.^{2}, x = 0.05 ซม.

$$\sigma = \frac{5.21 \times 10^5}{5 \times 10^8 \times 0.0803 \times 10^{24} \times 0.1 \times 0.05}$$

$= 2.6 \times 10^{-24}$ ซม.^{2}

= 2.6 บาร์น

(ข) นิวตรอนชนเป้าทั้งหมด = IA = $5 \times 10^8 \times 0.1 = 5 \times 10^7$ นิวตรอน/วินาที

นิวตรอนชนเป้าแล้วเกิดปฏิกิริยา = 5.21×10^5 นิวตรอน/วินาที

(การชนจะเกิดขึ้นบริเวณที่ลำแสงนิวตรอนชนเป้าเท่านั้น)

ความน่าจะเป็นที่นิวตรอนในลำแสงจะชนเป้า = $\frac{5.21 \times 10^5}{5 \times 10^7}$

$= 1.04 \times 10^{-2}$

แสดงว่ามีนิวตรอนเพียง 1 ตัวใน 100 ตัวเท่านั้น ที่จะเกิดการชนเมื่อวิ่งผ่านเป้า

ตัวอย่างที่ 1.2

ปฏิกิริยา (n, γ) และ (n, f) เกิดขึ้นเมื่อนิวตรอนมีพลังงาน 0.0253 อีวี เข้าชนกับยูเรเนียม -235 ภาคตัดขวางของปฏิกิริยาคือ 99 บาร์นและ 582 บาร์น ตามลำดับ จงหาความน่าจะเป็นของการเกิดการแบ่งแยกตัวเมื่อนิวตรอนถูกดูดกลืนโดยยูเรเนียม-235

เนื่องจาก σ_r และ σ_f เป็นปฏิภาคกับความน่าจะเป็นของการจับนิวตรอน แล้วเกิดรังสีแกมมา และการเกิดการแบ่งแยกตัว

ความน่าจะเป็นของการเกิดการแบ่งแยกตัว คือ $\frac{\sigma_f}{\sigma_f+\sigma_r} = \frac{\sigma_f}{\sigma_a}$

$= \frac{582}{681} =$ 85.5 เปอร์เซ็นต์

ตัวอย่างที่ 1.3

ลำแสงนิวตรอนความเข้ม 5×10^8 นิวตรอน/ซม.^{2}/วินาที เข้าชนเป้าทำด้วยกราไฟท์ จงหา

(ก) ภาคตัดขวางมหัพภาคทั้งหมดของกราไฟท์

(ข) ความหนาแน่นของการชนในเป้า

กำหนด ความหนาแน่นอะตอมของกราไฟท์ = 0.0803×10^{24} อะตอม/ซม.^{3}

ภาคตัดขวางจุลภาคทั้งหมด = 2.6×10^{-24} ซม.^{2}

(ก) $\Sigma_t = N \sigma_t$

$= 0.0803 \times 10^{24} \times 2.6 \times 10^{-24}$

$= 0.21$ ซม.$^{-1}$

(ข) $F = \Sigma I$

$= 0.21 \times 5 \times 10^8$

$= 1.05 \times 10^8$ นิวตรอน/ซม.^{3}/วินาที

ตัวอย่างที่ 1.4

ภาคตัดขวางจุลภาคสำหรับการจับเทอร์มาลนิวตรอนโดยไฮโดรเจน คือ 0.33 บาร์น, สำหรับ ออกซิเจน คือ 2×10^{-4} บาร์น จงคำนวณหา ภาคตัดขวางมหัพภาคสำหรับการจับเทอร์มาลนิวตรอนของน้ำ

น้ำหนักโมเลกุลของน้ำ $M = 18$

ความหนาแน่นของน้ำ $\rho = 1.0$ กรัม/ซม.^{3}

1 โมเลกุลของน้ำประกอบด้วย ไฮโดรเจน 2 อะตอม และออกซิเจน 1 อะตอม จากสมการ (1.15)

$$\Sigma = \rho \frac{N_A}{M} (\upsilon_1 \sigma_1 + \upsilon_2 \sigma_2)$$

$$\Sigma_{H_2O} = \frac{1 \times N_A}{18} (2 \sigma_H + \sigma_0)$$

$$= \frac{0.602 \times 10^{24}}{18} (2 \times 0.33 + 2 \times 10^{-4}) 10^{-24}$$

$= 0.022$ ซม.$^{-1}$

สำหรับของผสม ไม่ว่าจะเป็นธาตุหลายๆ ชนิด หรือสารประกอบที่มีคุณสมบัติทางนิวเคลียร์ต่างกัน ภาคตัดขวางมหัพภาคเขียนได้ดังนี้

$$\Sigma = N_1 \sigma_1 + N_2 \sigma_2 + N_i \sigma_i \qquad (1.16)$$

เมื่อ $N_1, N_2 \ldots N_i$ ขึ้นกับจำนวนอะตอม/ซม.^{3} ของแต่ละธาตุในของผสมนั้น

ตัวอย่างที่ 1.5

ถ้าไม่คิดปริมาณของยูเรเนียม-234 ที่มีอยู่ในธรรมชาติ ยูเรเนียมธรรมชาติจะเป็นของผสมเนื้อเดียวกัน มียูเรเนียม-238 99.28 เปอร์เซ็นต์, ยูเรเนียม-235 0.72 เปอร์เซ็นต์ กำหนด,

σ_a^{238} = 2.71 บาร์น, σ_a^{235} = 683 บาร์น,

ความหนาแน่นของยูเรเนียมธรรมชาติ = 19.0 กรัม/ซม.^{3} จงหา

(ก) ภาคตัดขวางมหัพภาคสำหรับการดูดกลืนของยูเรเนียมธรรมชาติ

(ข) ภาคตัดขวางจุลภาคสำหรับการดูดกลืนของยูเรเนียมธรรมชาติ

(ก) $N = \frac{\upsilon \rho N_A}{M}$; υ = เปอร์เซ็นต์อบันแดนซ์

$$N^{238} = \frac{99.28}{100}\left(\frac{19.0 \times 0.602 \times 10^{24}}{238}\right)$$

$$= 4.77 \times 10^{22} \quad \text{อะตอม/ซม.}^3$$

$$N^{235} = \frac{0.72}{100}\left(\frac{19.0 \times 0.602 \times 10^{24}}{235}\right)$$

$$= 3.5 \times 10^{20} \quad \text{อะตอม/ซม.}^3$$

$$\Sigma \text{ (ยูเรเนียมธรรมชาติ)} = N^{238} \sigma_a^{238} + N^{235} \sigma_a^{235}$$

$$= (4.77 \times 10^{22})(2.71 \times 10^{-24}) +$$

$$(3.5 \times 10^{20})(683 \times 10^{-24})$$

$$= 0.368 \quad \text{ซม.}^{-1}$$

(ข) σ (ยูเรเนียมธรรมชาติ) = $\frac{\Sigma \text{ (ยูเรเนียมธรรมชาติ)}}{N^{238} + N^{235}}$

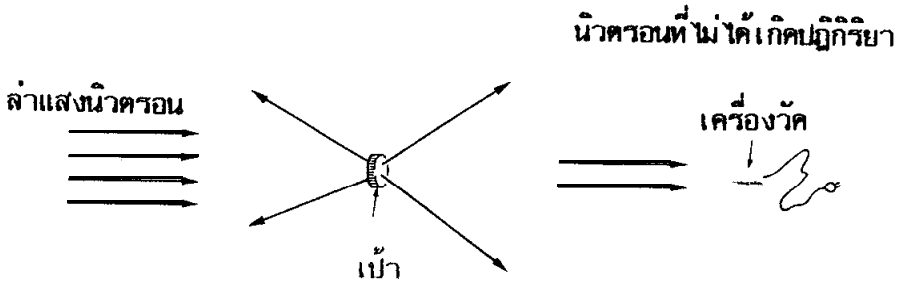
= $\frac{0.368}{4.80 \times 10^{22}}$

= 7.7×10^{-24} ซม.^{2}

= 7.1 บาร์น

1.8 การหาค่าภาคตัดขวางโดยวิธีผ่านลำแสง

การทดลองหาค่าภาคตัดขวางโดยวิธีผ่านลำแสง ทำได้โดยการให้ลำแสงนิวตรอนผ่านเป้า แล้ววัดลำแสงนิวตรอนที่ผ่านออกมาจากวัสดุที่ใช้เป็นเป้าที่มีความหนาจำกัดหลังจากที่เกิดปฏิกิริยาในเป้าแล้ว



รูปที่ 1.2 การดูดกลืนลำแสงนิวตรอนเมื่อเป้าเป็นแผ่นสแลบ

สมมุติให้ลำแสงนิวตรอนความเข้ม Io เข้าชนวัสดุที่ใช้เป็นเป้า ในทิศทางตั้งได้ฉากกับพื้นที่หน้าตัดของเป้า

x คือความหนาของเป้า

I คือความเข้มของลำแสงนิวตรอนที่ผ่านเป้าหนา x ออกมาแล้ว

พิจารณาชั้นบางๆ ของเป้า ขนานกับผิว ความหนา dx ตามรูปที่ 1.2

ถ้า - dI เป็นจำนวนนิวตรอนที่ลดลงเป็นผลมาจากลำแสงผ่านเป้าความหนา dx,

- dI มีค่าแปรตามความเข้ม I, จำนวนอะตอม/ซม.^{3} ของเป้าและความหนา dx

ดังนั้น $$- dI = N \sigma I dx$$

$$\frac{dI}{I} = - N \sigma dx$$

โดยการอินทิเกรต ตลอดความหนาของวัสดุที่ใช้เป็นเป้า, จะได้

$$I = Io\ e^{- N \sigma x}$$

$$I = Io\ e^{- \Sigma x} \qquad \text{..... (1.17)}$$

การทดลองวัดค่าภาคตัดขวางโดยให้ลำแสงผ่านเป้า จะใช้แผ่นสแลบวางระหว่างต้นกำเนิดนิวตรอนและเครื่องวัด นิวตรอนที่กระเจิงและถูกดูดกลืนในวัสดุที่เป็นเป้า จะไม่ผ่านเข้าไปในเครื่องวัด ภาคตัดขวางที่ได้จึงเป็นภาคตัดขวางทั้งหมด การหาค่าภาคตัดขวางตามสมการที่ (1.17) ไม่จำเป็นต้องทราบค่าที่แท้จริงของ Io เพราะความเข้มของลำแสงที่ผ่านออกมาเป็นอัตราส่วนกับปริมาณลำแสงเดิม

โดยใช้ลำแสงที่มีความเข้มเท่ากัน ผ่านไปยังเป้าที่เป็นวัสดุชนิดเดียวกัน แต่ความหนาต่างกัน วัดความเข้มของลำแสงที่ผ่านออกมา สำหรับแต่ละความหนา คือ I_1 และ I_2 เมื่อความหนาคือ x_1 และ x_2 ตามลำดับ สมการ (1.17) จะเขียนได้ว่า

$$I_1 = Io\ e^{- N \sigma x_1}$$

$$I_2 = Io\ e^{- N \sigma x_2}$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{e^{- N \sigma x_1}}{e^{- N \sigma x_2}} \qquad \text{..... (1.18)}$$

สมการ (1.18) สามารถคำนวณหาภาคตัดขวางสำหรับปฏิกิริยาการดูดกลืนทั้งหมดที่เกิดขึ้นได้

สมการ (1.17) ยังใช้หาจำนวนปฏิกิริยาที่เกิดขึ้นต่อหน่วยเวลาได้ คือ

$$Io - I = Io\ (1 - e^{-\Sigma x}) \qquad \text{..... (1.19)}$$

เมื่อ Io - I คือลำแสงที่หายไปเมื่อผ่านเป้า

ถ้า Io คือความเข้มของลำแสงนิวตรอนก่อนกระทบเป้า มีหน่วยเป็น นิวตรอน/วินาที

I เป็นความเข้มของลำแสงนิวตรอนเมื่อผ่านเป้าหนา x ออกมาแล้ว มีหน่วยเป็น นิวตรอน/วินาที

สังเกตว่า Io และ I จะมีหน่วยเหมือนกัน

Σ คือภาคตัดขวางมหัพภาคทั้งหมด มีหน่วยเป็น ซม.$^{-1}$

x คือความหนาของเป้า มีหน่วยเป็น เซนติเมตร

Σx จะต้องเป็นตัวเลขที่ไม่มีหน่วย

ตัวอย่างที่ 1.6

จงหาค่าภาคตัดขวางของทอง-197 โดยการผ่านลำแสงเทอร์มาลนิวตรอน กำหนดให้แผ่นทองหนา 0.3 มิลลิเมตร, พื้นที่หน้าตัด 5 ซม.^{2}, ความหนาแน่นของทอง-197 = 19.3 กรัม/ซม.^{3}, มวลอะตอมเท่ากับ 197.2, ความเข้มของลำแสงที่ผ่านออกมา = 83.95% ของความเข้มเดิม

ความเข้มของลำแสงที่ผ่านออกมา, $I = \frac{83.95}{100} Io$

ความหนาแน่นอะตอมของทอง, $N = \frac{\rho N_A}{A}$

$= \frac{19.3 \times 0.602 \times 10^{24}}{197.2}$

$= 0.0589 \times 10^{24}$ อะตอม/ซม.^{3}

ความหนา, $x = 0.03$ ml.

สมการ (1.17), $I = Io\, e^{-\Sigma x}$

$\frac{I}{IO} = e^{\Sigma x}$

$\ln \frac{I}{10} = -N \sigma x$

$\ln \frac{83.95}{100} = 0.0589 \times 10^{24} \times \sigma \times 0.03$

$-0.1749 = 1.767 \times IO^{-} \times 10^{24} \sigma$

$\sigma = 98.98 \times 10^{-24}$ ซม.^{2}

ภาคตัดขวางของทองสำหรับปฏิกิริยานี้ = 99.98 บาร์น

ตัวอย่างที่ 1.7

จงหาความเข้มของลำแสงนิวตรอนที่ผ่านออกมาจากตัวกลาง ซึ่งเป็นน้ำหนักหนา 30 เซนติเมตร, กำหนด ความหนาแน่นอะตอม = 0.0335×10^{24} โมเลกุล/ซม.^{3}

ภาคตัดขวางจุลภาคสำหรับการดูดกลืนนิวตรอน = 0.66 บาร์น

$$I = Io\ e^{-\Sigma X}$$

$$\frac{I}{Io} = e^{-N\sigma x}$$

$N = 0.0335 \times 10^{24}$ อะตอม/ซม.^{3}, $\sigma = 0.66 \times 10^{-24}$ ซม.^{2}, $x = 30$ ซม

$$\frac{I}{i\,i} = e^{-0.0335 \times 0.66 \times 30}$$

$$= e^{-0.6633}$$

$$= 0.515$$

ลำแสงนิวตรอนผ่านออกมาได้ 51.5% ของความเข้มเดิม

ตัวอย่างที่ 1.8

ลำแสงนิวตรอนพลังงาน 0.0253 อีวี ความเข้ม 10^7 นิวตรอน/ซม.^{2}/วินาที วิ่งเข้าชนเป้าทำด้วยอะลูมิเนียมหนา 20 เซนติเมตร พื้นที่หน้าตัด 5 ซม.^{2} ภาคตัดขวางสำหรับการดูดกลืนนิวตรอนที่พลังงาน 0.0253 อีวี ของอะลูมิเนียม = 0.24 บาร์น ความหนาแน่นของอะลูมิเนียม = 2.699 กรัม/ซม.^{3} มวลอะตอม = 26.98 จงหาความเข้มของลำแสงที่ผ่านออกมา

จำนวนอะตอมของอะลูมิเนียม $= \rho \frac{N_A}{A}$

$$= \frac{2.699 \times 0.602 \times 10^{24}}{26.98}$$

$= 0.0602 \times 10^{24}$ อะตอม/ซม.^{3}

ความหนา, $x = 20$ ซม. ,

ความเข้มของลำแสงที่ผ่านเข้ามา, $Io = 5 \times 10^7$ นิวตรอน/วินาที

ความเข้มของลำแสงที่ผ่านออกมา, $I = Io\ e^{-\Sigma x}$

$\Sigma = N\sigma$

$= 0.0602 \times 10^{24} \times 0.24 \times 10^{-24}$ ซม.$^{-1}$

$= 0.0144$

แทนค่า $I = 5 \times 10^7\ e^{-0.0144 \times 20}$

$I = 5 \times 10^7\ e^{-0.2880}$

$= 5 \times 10^7 \times 0.7497$

$= 3.75 \times 10^7$ นิวตรอน/วินาที

สังเกตว่า 10^{-24} ในภาคตัดขวาง จะตัดกับ 10^{24} ในความหนาแน่นอะตอมหมดไป

ตัวอย่างที่ 1.9

จงเปรียบเทียบความหนาของทองแดงและสังกะสี ที่จะกั้นลำแสงนิวตรอนพลังงาน 0.025 อีวี กำหนด ภาคตัดขวางสำหรับการดูดกลืนของทองแดงและสังกะสีที่พลังงาน 0.025 อีวี เท่ากับ 3.85 และ 1.10 บาร์น ตามลำดับ, ความหนาแน่นอะตอมของทองแดง = 0.0849 อะตอม/ซม.^{3} และสังกะสี = 0.0657 อะตอม/ซม.^{3}

$$\Sigma = N\sigma$$

สำหรับทองแดง, $\Sigma_1 = 0.0849 \times 3.85 = 0.3268$ ซม.$^{-1}$

สำหรับสังกะสี, $\Sigma_2 = 0.0657 \times 1.10 = 0.0722$ ซม.$^{-1}$

จาก $I = Io\ e^{-\Sigma X}$

เปรียบเทียบความหนาของทองแดงและสังกะสีเมื่อความเข้มของลำแสงผ่านออกมาเท่าๆ กัน = I

ทองแดง, $I = Io\ e^{-0.3268\ x_1}$ ... (1)

สังกะสี, $I = Io\ e^{-0.0722\ x_2}$ ... (2)

$$\frac{(1)}{(2)} \qquad I = \frac{e^{-0.3268\ x_1}}{e^{-0.0722\ x_2}}$$

$$e^{-0.0722\ x_2} = e^{-0\ 3268 x_1}$$

$$0.0722\ x_2 = (1.3268\ x_1$$

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{0.0722}{0.3268} = 0.2209$$

หรือ $$\frac{x_2}{x_1} = \frac{0.3268}{0.0722} = 4.5$$

ความหนาของสังกะสี = 4.5 เท่าของความหนาของทองแดง แสดงว่า ธาตุที่มีภาคตัดขวางสำหรับการดูดกลืนสูง จะกำบังนิวตรอนได้ดีกว่าธาตุที่มีภาคตัดขวางสำหรับการดูดกลืนต่ำกว่า

ตัวอย่างที่ 1.10

จงหาความหนาของเหล็ก ที่นำมากั้นลำแสงนิวตรอนไว้ได้ 60% ของความเข้มเดิม กำหนดค่าภาคตัดขวางสำหรับการดูดกลืนนิวตรอนของเหล็ก = 2.62 บาร์น ความหนาแน่นของเหล็ก = 0.0848×10^{24} อะตอม/ซม.^{3}

$$I = Io\ e^{-\Sigma X}$$

ลำแสงที่ผ่านออกมา, $I = \frac{40}{100} Io$,

$\sigma = 2.62 \times 10^{-24}$ ซม.^{2}

$$N = 0.0848 \times 10^{24} \quad \text{อะตอม/ซม.}^3$$

แทนค่าต่างๆ จะได้

$$\frac{40}{100} I_o = I_o e^{-0.0848 \times 2.62x}$$

$$\ln 0.4 = -0.2221 x$$

$$-0.9162 = -0.2221 x$$

$$x = 4.1 \quad \text{เซนติเมตร}$$

1.9 ภาคตัดขวางของเทอร์มาลนิวตรอน

(Thermal Neutron Cross Sections)

ภาคตัดขวางจุลภาคสำหรับการกระเจิง (σ_s) และภาคตัดขวางจุลภาคสำหรับการดูดกลืน (σ_a) สำหรับนิวตรอนความเร็ว 2,200 เมตร ต่อวินาที สำหรับบางธาตุที่เกี่ยวข้องกับเครื่องปฏิกรณ์นิวเคลียร์ ได้แสดงไว้ในตารางที่ 1.1 ส่วนธาตุอื่นๆ จะหาได้จากตารางท้ายเล่ม

ตารางที่ 1.1 ภาคตัดขวางของนิวตรอนที่ความเร็ว 2,200 เมตร/วินาที

ธาตุ	σ_s (บาร์น)	σ_a (บาร์น)
อะลูมิเนียม	1.4	0.24
เบอร์ริลเลียม	7.0	0.10
บิสมัท	9	0.034
โบรอน	4	755
แคดเมียม	7	2450
คาร์บอน	4.8	0.0034
ดิวทีเรียม	7	0.0005
ฮีเลียม	0.8	0.007
ไฮโดรเจน	38-100	0.33
เหล็ก	11	2.62
ตะกั่ว	11	0.17
ไนโตรเจน	10	1.88
ออกซิเจน	4.2	0.0002
โซเดียม	4	0.53
ยูเรเนียม	8.3	7.68
เซอร์โคเนียม	8	0.185

สังเกตว่า ภาคตัดขวางสำหรับการกระเจิงสำหรับไฮโดรเจนมีค่า 38 จนถึง 100 บาร์น ค่านี้ขึ้นกับสภาวะของไฮโดรเจนที่แสดงว่า ไฮโดรเจนอะตอมอยู่ในสภาวะเสรี หรือโมเลกุลถูกยึดไว้ด้วยคุณสมบัติทางเคมี และยังขึ้นกับพลังงานของเทอร์มาลนิวตรอน

ภาคตัดขวางสำหรับการดูดกลืนของธาตุโบรอนและแคดเมียมมีค่าสูง จึงเหมาะที่จะใช้เป็นธาตุดูดกลืนนิวตรอนในเครื่องปฏิกรณ์ เรียก แท่งบังคับ (control rod)

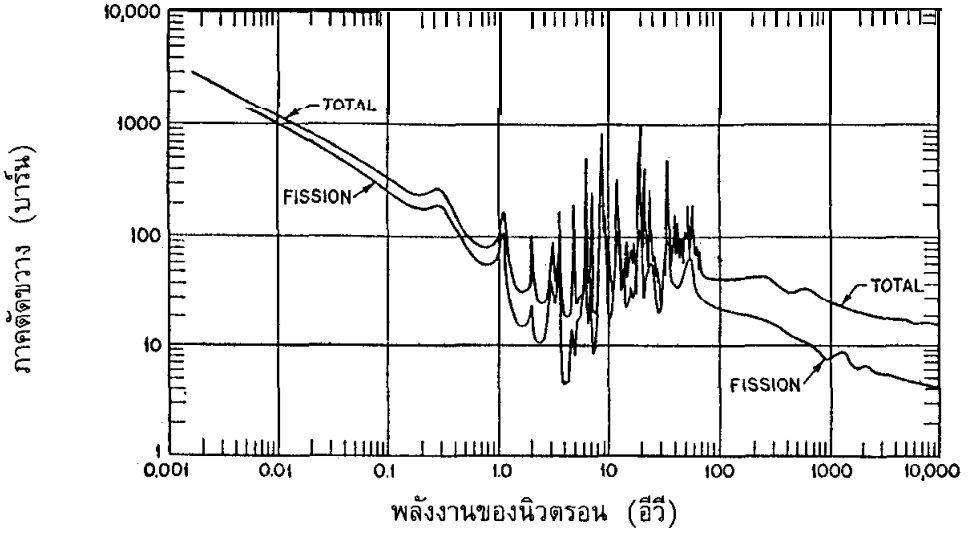
สำหรับดิวทิเรียม หรือไฮโดรเจนหนัก (heavy hydrogen), เบอร์ริลเลียม และคาร์บอน หรือกราไฟท์ มักใช้เป็นตัวลดความเร็ว (moderator) ในเครื่องปฏิกรณ์

ธาตุที่มีค่าภาคตัดขวางสำหรับการดูดกลืนนิวตรอนต่ำ เช่น อะลูมิเนียม, เซอร์โคเนียม และเหล็ก มักใช้เป็นวัสดุโครงสร้าง น้ำ, โซเดียมเหลว หรือโลหะผสมโซเดียมโปตัสเซียม, แก๊สอากาศ, คาร์บอนไดออกไซด์, ฮีเลียม มักใช้เป็นตัวทำให้เย็นในเครื่องปฏิกรณ์นิวเคลียร์

1.10 ภาคตัดขวางสำหรับการแบ่งแยกตัว

(Fission Cross Sections)

สำหรับ ยูเรเนียม-233, ยูเรเนียม-235 และพลูโตเนียม-239 ซึ่งเกิดแบ่งแยกตัวโดยนิวตรอนช้า (slow neutrons), ภาคตัดขวางสำหรับการแบ่งแยกตัว จะแปรเปลี่ยนไปตามพลังงานของนิวตรอน ได้แสดงค่าภาคตัดขวางสำหรับการแบ่งแยกตัวของยูเรเนียม-235 เป็นฟังก์ชันของพลังงานของนิวตรอน ไว้ในรูปที่ 1.3



รูปที่ 1.3 แสดงภาคตัดขวางทั้งหมดและภาคตัดขวางสำหรับการแบ่งแยกตัวของยูเรเนียม-235 เป็นฟังก์ชันของพลังงานของนิวตรอน

ได้แสดงค่าภาคตัดขวางของนิวตรอนกับธาตุที่สำคัญ สำหรับงานของเครื่องปฏิกรณ์นิวเคลียร์ ไว้ในตารางที่ 1.2

ตารางที่ 1.2 แสดงค่าภาคตัดขวางของนิวตรอนสำหรับนิวไคลด์ที่แบ่งแยกตัวได้ที่พลังงาน 2,200 เมตร/วินาที

นิวเคลียส	σ_f (บาร์น)	σ_r (บาร์น)	σ_t (บาร์น)
ยูเรเนียม-233	527	54	581
ยูเรเนียม-235	577	106	683
พลูโตเนียม-239	742	287	1029
ยูเรเนียม-238	-	2.71	2.71
ยูเรเนียมธรรมชาติ	4.2	3.5	7.7

สรุป

1. ภาคตัดขวางสำหรับการเกิดปฏิกิริยานิวเคลียร์ มีหน่วยเป็น เซนติเมตร^2 เป็นค่าที่ขึ้นกับพลังงานของอนุภาค นิวเคลียสที่อนุภาคเข้าชน และชนิดของปฏิกิริยานิวเคลียร์
2. เมื่ออนุภาคเข้าชนเป้า ปฏิกิริยาการชนที่เกิดขึ้นในเป้ามีค่าเท่ากับ σ I N A x อะตอม/ซม.^{3}/วินาที
3. เมื่อนำวัสดุมากั้นลำแสง ความเข้มของลำแสงที่ผ่านออกมาจากวัสดุที่นำมากั้น หาได้จาก $I = Io\ e^{-\Sigma x}$

ในการคำนวณ การหาความเข้มของลำแสงที่ผ่านออกมาจะเป็นอัตราส่วนกับความเข้มเดิม ถ้าเป็นการเปรียบเทียบความหนาของวัสดุ เมื่อปริมาณลำแสงที่ผ่านออกมามีค่าเท่ากัน ไม่จำเป็นต้องกำหนดความเข้มของลำแสงก่อนผ่านเป้า ก็จะหา ความสัมพันธ์ระหว่างความหนาของวัสดุทั้งสองได้

แบบฝึกหัด

ข้อ 1.1 ลำแสงเทอร์มาลนิวตรอน ความเข้ม 5×10^8 นิวตรอน/ซม.^{2}/วินาที เข้าชนเป้าทำด้วยเบอร์ริลเลียมออกไซด์ มีพื้นที่หน้าตัด 0.5 ซม.^{2} หนา 0.05 ซม. ลำแสงมีพื้นที่ภาคตัดขวาง 0.1 ซม.^{2} ภาคตัดขวางจุลภาคสำหรับการเกิดปฏิกิริยาของเบอร์ริลเลียมออกไซด์กับเทอร์มาลนิวตรอนเท่ากับ 6.81 บาร์น จงหา

(ก) ภาคตัดขวางมหัพภาคสำหรับการเกิดปฏิกิริยานี้

(ข) จำนวนการชนในเป้า ต่อวินาที

(ค) ความน่าจะเป็นที่นิวตรอนมีการชนในเป้า

กำหนดเลขมวลของ Be = 9, O = 16, ความหนาแน่นของเบอร์ริลเลียมออกไซด์ = 3.025 กรัม/ซม.^{3}

ข้อ 1.2 จงหาค่าภาคตัดขวางมหัพภาคสำหรับการดูดกลืนเทอร์มาลนิวตรอนโดยน้ำหนัก (D_2O) กำหนดค่าภาคตัดขวางจุลภาคสำหรับการดูดกลืนเทอร์มาลนิวตรอน สำหรับ H^2 = 0.00053 บาร์น, O^{16} = 0.00027 บาร์น, ความหนาแน่นของน้ำหนัก = 1.1 กรัม/ซม.^{3}

ข้อ 1.3 ลำแสงนิวตรอนพลังงานเดียว มีความหนาแน่น 10^5 นิวตรอน/ซม.^{3} วิ่งด้วยความเร็ว 2,200 เมตร/วินาที ผ่านตัวกลางซึ่งเป็นน้ำหนัก (D_2O) ความหนาแน่น 1.1 กรัม/ซม.^{3} ภาคตัดขวางจุลภาคสำหรับการกระเจิงที่พลังงานนี้ = 13.6 บาร์น, ภาคตัดขวางจุลภาคสำหรับการดูดกลืน = 0.001 บาร์น จงหา

(ก) ความเข้มของลำแสงนิวตรอน

(ข) ภาคตัดขวางมหัพภาคสำหรับการกระเจิงและการดูดกลืน

(ค) ปฏิกิริยาที่เกิดขึ้นในตัวกลางนี้

ข้อ 1.4 ลำแสงเทอร์มาลนิวตรอน ความเข้ม 10^9 นิวตรอน/ซม.^{2}/วินาที วิ่งผ่านเป้าซึ่งเป็นธาตุอินเดียม มี อินเดียม-115 อยู่ 95.8% ทำเป็นแผ่นหนา 0.3 เซนติเมตร พื้นที่หน้าตัด 5 ซม.^{2} ค่าภาคตัดขวางทั้งหมดสำหรับเทอร์มาลนิวตรอนกับ อินเดียม-115 เท่ากับ 193.2 บาร์น, ความหนาแน่นของอินเดียม = 7.28 กรัม/ซม.^{3} จงหาจำนวนปฏิกิริยาที่เกิดขึ้นในแผ่นอินเดียมนี้

ข้อ 1.5 ลำแสงนิวตรอนพลังงานเดียว วิ่งผ่านเป้าทำด้วยอะลูมิเนียม-27 หนา 0.2 ซม. พื้นที่หน้าตัด 3 ซม.^{2} หนัก 1.62 กรัม กำหนดค่าภาคตัดขวางทั้งหมดของลำแสงและเป้าที่พลังงานเดียวกัน = 1.64 บาร์น จงหา

(ก) ความเข้มของลำแสงนิวตรอนที่ผ่านเป้า

(ข) ความเข้มของลำแสงนิวตรอนที่ถูกดูดกลืน