บทที่ 7
ทฤษฎีเครื่องปฏิกรณ์นิวเคลียร์
(Nuclear Reactor Theory)

วัตถุประสงค์

เพื่อให้นักศึกษามีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับ

1. สมการของเครื่องปฏิกรณ์ที่ใช้นิวตรอนกลุ่มเดียว
2. เครื่องปฏิกรณ์แบบต่าง ๆ
3. เครื่องปฏิกรณ์ที่ใช้เทอร์มอลนิวตรอน
4. การคำนวณภาวะวิกฤตของเครื่องปฏิกรณ์

ในบทที่ 5 ได้กล่าวถึงเครื่องปฏิกรณ์นิวเคลียร์และองค์ประกอบพื้นฐานที่สามารถทำให้เครื่องปฏิกรณ์เริ่มทำงานได้ซึ่งกล่าวถึงในหัวข้อ 5.1 เมื่อเครื่องปฏิกรณ์เข้าสู่ภาวะวิกฤตหมายถึงเครื่องปฏิกรณ์เริ่มทำงานได้เราอาจเรียกว่าเครื่องปฏิกรณ์เกิดวิกฤต(critical reactor)ซึ่งจะมีดุล (balance)ระหว่างนิวตรอนที่เกิดขึ้นจากการแบ่งแยกตัวและจำนวนนิวตรอนที่สูญเสียไปเนื่องจากการดูดกลืนในเครื่องปฏิกรณ์หรือการรั่วไหลออกจากเครื่องปฏิกรณ์ มีหลายปัญหาในการออกแบบเครื่องปฏิกรณ์อย่างหนึ่งคือการคำนวณขนาดและองค์ประกอบของระบบที่จำเป็นเพื่อให้เกิดดุลดังกล่าวข้างต้นซึ่งจะเป็นหัวข้อหลักในบทนี้

การคำนวณเงื่อนไขที่จำเป็นเพื่อให้เกิดภาวะวิกฤตปกติจะใช้วิธีการแพร่แบบแบ่งกลุ่มดังกล่าวมาพอเป็นพื้นฐานในบทที่ 6 ในบทนี้จะกล่าวต่อเนื่องในการคำนวณที่พิจารณานิวตรอนกลุ่มเดียว ดังนั้นเราอาจเรียกการคำนวณ(แบบ)กลุ่มเดียว(one-group calculation) ซึ่งการคำนวณแบบนี้เหมาะอย่างยิ่งสำหรับเครื่องปฏิกรณ์ที่ใช้นิวตรอนเร็ว(fast reactor)อย่างไรก็ตามสามารถนำมาปรับปรุงใช้กับเครื่องปฏิกรณ์ที่ใช้เทอร์มอลนิวตรอน(thermal reactor)ได้ด้วย

7.1 สมการของเครื่องปฏิกรณ์ที่ใช้นิวตรอนกลุ่มเดียว
(One Group Reactor Equation)

พิจารณาเครื่องปฏิกรณ์ที่ใช้นิวตรอนเร็วเกิดวิกฤต (critical fast reactor) ที่มีเชื้อเพลิงและตัวระบายความร้อนรวมกันเป็นสารผสมเนื้อเดียว(homogeneous mixture) การคำนวณจะสะดวกขึ้นถ้าเราสมมุติว่าเครื่องปฏิกรณ์นี้มีขอบเขตดังกล่าวนี้ขอบเขตเดียวไม่มีทั้งแบลเคท(ตัว

$$D\nabla^2\phi - \Sigma_a\phi = -s \qquad (7.1)$$

โดยทุกอย่างจะเกี่ยวข้องกับนิวตรอนกลุ่มเดียวซึ่งบางครั้งอาจละนิวตรอนไว้เหลือเป็น

ϕ = ฟลักซ์กลุ่มเดียว (one group flux)

D = สัมประสิทธิ์การแพร่กลุ่มเดียว (one group diffusion coefficient)

Σ_a = ภาคตัดขวางมหภาคของการดูดกลืนกลุ่มเดียว (ของสารผสมเนื้อเดียวระหว่างเชื้อเพลิงและตัวทำให้เย็น)

และ s = ความหนาแน่นนิวตรอนจากแหล่งกำเนิดต่อวินาทีซึ่งมีหน่วยเป็น neutrons/(cm^3 s)

ตัวเลขของภาคตัดขวางแบบต่าง ๆ ที่เกิดจากนิวตรอนกลุ่มเดียวของบางธาตุและบางไอโซโทป กรณีนิวตรอนเร็วดูได้จากตารางที่ 7-1 ในเครื่องปฏิกรณ์ที่เกิดวิกฤตนิวตรอนถูกปลดปล่อยออก

ตารางที่ 7-1

ภาคตัดขวางและค่าคงตัวกลุ่มเดียวของบางธาตุและบางไอโซโทป

กรณีเครื่องปฏิกรณ์ที่ใช้นิวตรอนเร็ว

ธาตุหรือไอโซโทป (element or isotope)	σ_γ	σ_f	σ_a	σ_{tr}	ν	η
Na	0.0008	0	0.0008	3.3	—	—
Al	0.002	0	0.002	3.1	—	—
Fe	0.006	0	0.006	2.7	—	—
^{235}U	0.25	1.4	1.65	6.8	2.6	2.2
^{238}U	0.16	0.095	0.255	6.9	2.6	0.97
^{239}Pu	0.26	1.85	2.11	6.8	2.98	2.61

*From *Reactor Physics Constants*, 2nd ed., Argonne National Laboratory report ANL-5800, 1963.

มาจากแหล่งกำเนิดเนื่องจากการแบ่งแยกตัว ในการคำนวณหาค่า s ทำได้โดยให้

Σ_{aF} = ภาคตัดขวางมหภาคของการดูดกลืนกลุ่มเดียวของเชื้อเพลิง(Fuel)

η = ค่าเฉลี่ยของนิวตรอนที่เกิดจากการแบ่งแยกตัวต่อนิวตรอนที่ถูกดูดกลืนในเชื้อเพลิง ดังนั้นพจน์ของแหล่งกำเนิดนิวตรอน

$$s = \eta\Sigma_{aF}\phi \qquad (7.2)$$

หรืออาจเขียนเป็น

$$s = \eta f \Sigma_a\phi \qquad (7.3)$$

เมื่อให้

$$f = \Sigma_{aF} / \Sigma_a \qquad (7.4)$$

โดยที่ f เป็นเศษส่วนแสดงการใช้ประโยชน์จากเชื้อเพลิง (fuel utilization) ซึ่งหาค่าจากภาคตัดขวางการดูดกลืนของเชื้อเพลิง(Σ_{aF})ต่อภาคตัดขวางของการดูดกลืนของของสารผสมระหว่างเชื้อเพลิงและตัวทำให้เย็น(Σ_a) นั่นคือ f เป็นเศษส่วนของนิวตรอนที่ถูกดูดกลืนโดยเชื้อเพลิงในเครื่องปฏิกรณ์

พจน์แหล่งกำเนิดตามสมการ(7.3)ยังสามารถเขียนในพจน์ของตัวประกอบการคูณซึ่งนิยมไว้ในบทที่ 5 โดยการพิจารณาเครื่องปฏิกรณ์ขนาดอนันต์ซึ่งมีส่วนประกอบแบบเดียวกับแบร์รีแอคเตอร์ดังกล่าว ในแบร์รีแอคเตอร์ขนาดอนันต์จะไม่มีนิวตรอนหลุดออกจากผิวไปได้โดยนิวตรอนทุกตัวจะถูกดูดกลืนในเชื้อเพลิงหรือในตัวทำให้เย็นและยังมีฟลักซ์นิวตรอนที่มีค่าคงที่ไม่ขึ้นกับตำแหน่ง ในทุกตำแหน่งของระบบนี้จะมีนิวตรอนถูกดูดกลืน $\Sigma_a\phi$ [neutrons/(cm^3 s)] ในจำนวนนี้จะมี

จำนวนนิวตรอนถูกดูดกลืนในเชื้อเพลิง = $f\Sigma_a\phi$

จำนวนนิวตรอนถูกปลดปล่อยออกมาจากการแบ่งแยกตัว = $\eta f\Sigma_a\phi$

ซึ่งจำนวนนิวตรอนเหล่านี้จะถูกดูดกลืนหลังเกิดไม่นานหรือในภายหลังในเครื่องปฏิกรณ์ ดังนั้นการดูดกลืนนิวตรอนจำนวน $\Sigma_a\phi$ ในชั่วรุ่นหนึ่ง(one generation)จะนำไปสู่การดูดกลืน $\eta f \Sigma_a\phi$ ในชั่วรุ่นต่อไป ดังนั้นอาศัยนิยามในหัวข้อ 5.1 สมการ(5.1)จะได้ตัวประกอบการคูณของแบร์รีแอคเตอร์ขนาดอนันต์(k_∞) มีค่า

k_∞ = จำนวนนิวตรอนในชั่วรุ่นที่ (n+1) / จำนวนนิวตรอนในชั่วรุ่น n

$$= \eta f \Sigma_a\phi / (\Sigma_a\phi) = \eta f \qquad (7.5)$$

ตัวอย่างที่ 7.1

ให้คำนวณหาค่า f และ k_∞ ของสารผสมระหว่าง ^{235}U และ โซเดียมซึ่งมียูเรเนียม 1 $^w/_o$ (หรือ 1 $^o/_o$ ของมวลทั้งหมด)

วิธีทำ

จากสมการ(7.4)จะได้

$$f = \Sigma_{aF} / \Sigma_a = \Sigma_{aF} / (\Sigma_{aF} + \Sigma_{as})$$

เมื่อ Σ_{aF} = ภาคตัดขวางมหภาคของการดูดกลืนของ ^{235}U

Σ_{as} = ภาคตัดขวางมหภาคของการดูดกลืนของโซเดียม

f อาจเขียนใหม่ได้เป็น

$$f = 1/ [1+(\Sigma_{as} /\Sigma_{aF})] = 1/ [1+(N_S/N_F)(\sigma_{aS}/\sigma_{aF})]$$

เมื่อ N_F = ความหนาแน่นอะตอม(atoms/cm^3)ของ ^{235}U

N_S = ความหนาแน่นอะตอมของโซเดียม

σ_{aF} = ภาคตัดขวางจุลภาคของการดูดกลืนของ ^{235}U

σ_{aS} = ภาคตัดขวางจุลภาคของการดูดกลืนของโซเดียม

และกำหนดให้

ρ_F และ ρ_S คือมวล(g)ของ ^{235}U และโซเดียมตามลำดับต่อ cm^3 ในสารผสม ดังนั้นจะได้

$$N_S/N_F = (\rho_S/\rho_F)(M_F/M_S)$$

เมื่อ M_F และ M_S คือน้ำหนักอะตอมของ ^{235}U และโซเดียมตามลำดับ และเมื่อ 1 $^w/_o$ ของสารผสมเป็นเชื้อเพลิง ^{235}U หมายถึง

$$\rho_F /(\rho_F + \rho_S) = 1/ [1+ (\rho_S /\rho_F)] = 1/100$$

หรือ

$$\rho_S /\rho_F = 99$$

ดังนั้นเมื่อ M_F = 235 และ M_S = 23 จะได้ N_S/N_F = 99(235/23) เมื่อแทนค่า σ_{aF} และ σ_{aS} จากตาราง 7-1 จะได้

$$f = 1/ [1+ 99(235/23)(0.0008/1.65)] = 0.671$$

และจากตาราง 7-1 แทนค่า η ของ ^{235}U จะได้

$$k_\infty = \eta f = 2.2 \times 0.671 = 1.476$$

ดังนั้นเครื่องปฏิกรณ์ขนาดอนันต์ที่มีองค์ประกอบดังกล่าวเมื่อมีตัวประกอบการคูณ(k_∞)>1 จึงอยู่ในภาวะเหนือวิกฤต(supercritical)

เนื่องจาก η และ f เป็นค่าคงตัวที่ขึ้นกับเฉพาะสมบัติของสารที่เป็นองค์ประกอบของเครื่องปฏิกรณ์ ค่า k_∞ จะมีค่าเหมือนกันสำหรับแบร์รีแอคเตอร์เช่นเดียวกันกับเครื่องปฏิกรณ์ขนาดอนันต์ที่มีองค์ประกอบเหมือนกัน ดังนั้นพจน์แหล่งกำเนิดตามสมการ(7.3)จึงเขียนได้เป็น

$$s = k_\infty \Sigma_a\phi \qquad (7.6)$$

เมื่อใช้สมการ(7.6)ลงในสมการการแพร่ของนิวตรอนกลุ่มเดียวจะได้

$$D\nabla^2\phi - \Sigma_a\phi = - k_\infty \Sigma_a\phi$$

หรือ

$$D\nabla^2\phi + (k_\infty - 1)\Sigma_a\phi = 0 \qquad (7.7)$$

หรือ

$$\nabla^2\phi + (k_\infty - 1)\phi/ L^2 = 0 \qquad (7.8)$$

เมื่อ

$$L^2 = D / \Sigma_a \qquad (7.9)$$

L^2 คือพื้นที่การแพร่กลุ่มเดียว(one group diffusion area) และจะสะดวกกว่าเดิมยิ่งขึ้นถ้าให้พารามิเตอร์ B^2 มีค่า

$$B^2 = (k_\infty - 1)/ L^2 \qquad (7.10)$$

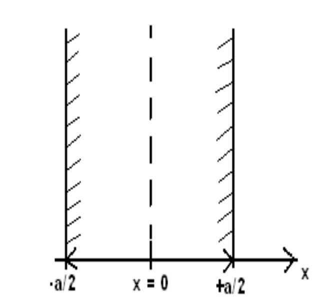
เมื่อแทนลงในสมการ(7.8)จะได้สมการของเครื่องปฏิกรณ์ที่ใช้นิวตรอนกลุ่มเดียว คือ

$$\nabla^2\phi + B^2\phi = 0 \qquad (7.11)$$

สมการ(7.11)นี้เมื่อแก้สมการหาผลเฉลย ϕ ภายใต้เงื่อนไขขอบเขตปกติแล้วไม่เพียงแต่หาขนาดของฟลักซ์(ϕ) ในเครื่องปฏิกรณ์ได้แล้วยังนำไปสู่เงื่อนไขที่สอดคล้องกับที่ทำให้เครื่องปฏิกรณ์เกิดวิกฤตซึ่งจะเห็นในหัวข้อต่อไป

7.2 เครื่องปฏิกรณ์แบบแผ่นแบนขนาดอนันต์
(The Infinite Slab Reactor)

เหมือนกรณีของแบร์รีแอคเตอร์พิจารณาระบบที่ประกอบด้วยแผ่นแบนไม่มีสิ่งปกปิดขนาดอนันต์(infinite bare slab)ที่หนา a ดังรูปที่ 7-1 สำหรับสมการของเครื่องปฏิกรณ์กรณีนี้อาศัยสมการ(7.11) มาพิจารณาในแนวแกน x อย่างเดียวจะได้



รูปที่ 7-1 เครื่องปฏิกรณ์แบบแผ่นแบนขนาดอนันต์หนา a

$$d^2\phi/dx^2 + B^2\phi = 0 \qquad (7.12)$$

เมื่อ x วัดจากศูนย์กลางแผ่น

ในการคำนวณหาฟลักซ์ภายในเครื่องปฏิกรณ์สมการ(7.12)จะต้องมี ϕ สอดคล้องกับเงื่อนไขขอบเขตที่ว่า ϕ จะหายไปที่ระยะการประมาณค่านอกช่วงจากผิวของแผ่นแบน นั่นคือ

$$\phi(x=\frac{a}{2}+d) = \phi(x=-\frac{a}{2}-d) = 0$$

อย่างไรก็ตามเพื่อความสะดวกในการแก้ปัญหาในทางปฏิบัติส่วนใหญ่จะพิจารณาว่า d มีค่าน้อยเมื่อเทียบกับขนาดของเครื่องปฏิกรณ์ ดังนั้นเงื่อนไขขอบเขตจึงกลายเป็น

$$\phi(x=\frac{a}{2}) = \phi(x= -\frac{a}{2}) = 0 \qquad (7.13)$$

เนื่องจากปัญหามีลักษณะสมมาตร ตามรูปที่ 7-1 จึงไม่มีการไหลสุทธิของนิวตรอนที่จุดศูนย์กลางแผ่นแบนและเนื่องจากความหนาแน่นของกระแสนิวตรอนเป็นสัดส่วนกับอนุพันธ์ของ ϕ นั่นคือ

$$d\phi(x=0)/dx = 0 \qquad (7.14)$$

เงื่อนไขตามสมการ(7.14)นี้สมมูลกับ $\phi(x)$ เป็นฟังก์ชันคู่(even function) นั่นคือ

$$\phi(x) = \phi(-x) \qquad (7.15)$$

และอนุพันธ์มีค่าต่อเนื่องภายในเครื่องปฏิกรณ์ ผลเฉลยทั่วไปของสมการ(7.12)คือ

$$\phi(x) = A \cos Bx + C \sin Bx \qquad (7.16)$$

เมื่อ A และ C คือค่าคงตัวที่จะต้องหา เมื่อหาอนุพันธ์สมการ(7.16)เทียบกับ x และที่ x = 0 จะได้ C = 0 ดังนั้นสมการ(7.16)จึงเหลือเป็น

$$\phi(x) = A \cos Bx$$

ต่อไปใช้เงื่อนไขขอบเขตตามสมการ(7.13) ที่ x = a/2 หรือ x = -a/2 (ซึ่งจะได้ค่าเหมือนกันเนื่องจากเป็นฟังก์ชันคู่)จะได้

$$\phi(x=a/2) = A \cos (Ba/2) \qquad (7.17)$$

สมการนี้จะสอดคล้องเมื่อให้ A = 0 แต่จะไม่มีผลเฉลยเหลือเนื่องจาก $\phi(x) = 0$ ดังนั้นต้องให้

$$\cos (Ba/2) = 0 \qquad (7.18)$$

ซึ่งจะเป็นจริงเมื่อให้

$$B = B_n = n\pi/a \qquad , \quad n = 1,3,5,\ldots\ldots\ldots \qquad (7.19)$$

ค่าคงตัว B_n เหล่านี้เรียกว่าค่าลักษณะเฉพาะ(eigen values) และฟังก์ชันที่สอดคล้อง $\cos B_n x$ เรียกฟังก์ชันลักษณะเฉพาะ(eigen functions)ถ้าเครื่องปฏิกรณ์นี้ไม่เกิดวิกฤตฟลักซ์ที่ได้อาจเป็นผลรวมของฟังก์ชันลักษณะเฉพาะทั้งหมด โดยแต่ละฟังก์ชันคูณด้วยฟังก์ชันที่ขึ้นกับเวลา แต่อย่างไรก็ตามถ้าเครื่องปฏิกรณ์เกิดวิกฤตฟังก์ชันเหล่านี้ยกเว้นฟังก์ชันแรกจะหายไปกับเวลา โดยฟังก์ชันแรกที่เหลือจะมีรูปเป็นสถานะคงตัว(steady state)โดยฟังก์ชันลักษณะเฉพาะแรกนี้คือ

$$\phi(x) = A \cos B_1 x = A \cos \pi x/a \qquad (7.20)$$

นี่คือฟลักซ์ในเครื่องปฏิกรณ์แบบแผ่นแบนที่เกิดวิกฤต

ค่าเฉพาะต่ำสุดยกกำลังสอง B_1^2 เรียกว่าบัคลิง(buckling)ของเครื่องปฏิกรณ์ จุดเริ่มของพจน์นี้พบจากการแก้สมการที่สอดคล้องกับฟลักซ์ หรือจาก

$$d^2\phi/dx^2 + B_1^2\phi = 0 \qquad (7.21)$$

จะได้ $$B_1^2 = -(1/\phi)\, d^2\phi/dx^2$$

ขวามือของสมการนี้เป็นสัดส่วนกับความโค้งของฟลักซ์ในเครื่องปฏิกรณ์ซึ่งก็คือการวัดส่วนโค้งของฟลักซ์ที่ยืดขยายออกไป เนื่องจากในเครื่องปฏิกรณ์แบบแผ่นแบนมีบัคลิง

$$B_1^2 = (\pi/a)^2 \tag{7.22}$$

ซึ่งมีค่าลดลงเมื่อ a เพิ่มขึ้น นั่นคือเมื่อ a หรือขนาดของเครื่องปฏิกรณ์เป็นอนันต์จะได้ $B_1^2 = 0$ นั่นคือ ϕ มีค่าคงตัวจะไม่มีส่วนโค้งของฟลักซ์ที่ยืดขยายออกไป

ข้อสังเกตคือค่าคงตัว A ในสมการ(7.20)ซึ่งเป็นตัวบอกขนาดของ ϕ เรายังไม่ได้หาค่าออกมา ซึ่งตามรูปแบบคณิตศาสตร์แล้วสมการ(7.11)หรือ(7.12)เมื่อเราคูณด้วยค่าคงที่ใด ๆ ϕ ก็ยังคงเป็นผลเฉลยของสมการ ขนาดของฟลักซ์ในเครื่องปฏิกรณ์นั้นพิจารณาจากกำลัง(power)ที่ระบบปฏิบัติการอยู่ ดังนั้นการหาค่า A จึงจำเป็นต้องแยกการคำนวณหากำลังออกมา โดยการพิจารณาจากการแบ่งแยกตัวในเครื่องปฏิกรณ์ดังนี้

ที่ตำแหน่ง x มีการแบ่งแยกตัวจำนวน = $\Sigma_f\phi(x)$ [fissions/(cm^3 s)]

เมื่อ Σ_f = ภาคตัดขวางการแบ่งแยกตัวแบบมหภาค(macroscopic fission cross section)

และถ้าให้

E_R = พลังงานที่ปลดปล่อยออกมาต่อการแบ่งแยกตัว = 200 MeV/fission

= 3.2×10^{-11} J/fission

ดังนั้นกำลังทั้งหมดที่เกิดขึ้นต่อพื้นที่แผ่นแบน(watts/cm^2)มีค่า

$$P = E_R \Sigma_f \int_{-a/2}^{a/2} \phi(x)\, dx \tag{7.23}$$

แทนค่า $\phi(x)$ จากสมการ(7.20) แล้วทำการอินทิเกรตในที่สุดจะได้

$$P = 2a\, E_R\, \Sigma_f\, A/\pi$$

จะได้ค่าคงตัว A มีค่า

$$A = \pi P/(2a\, E_R\, \Sigma_f) \tag{7.24}$$

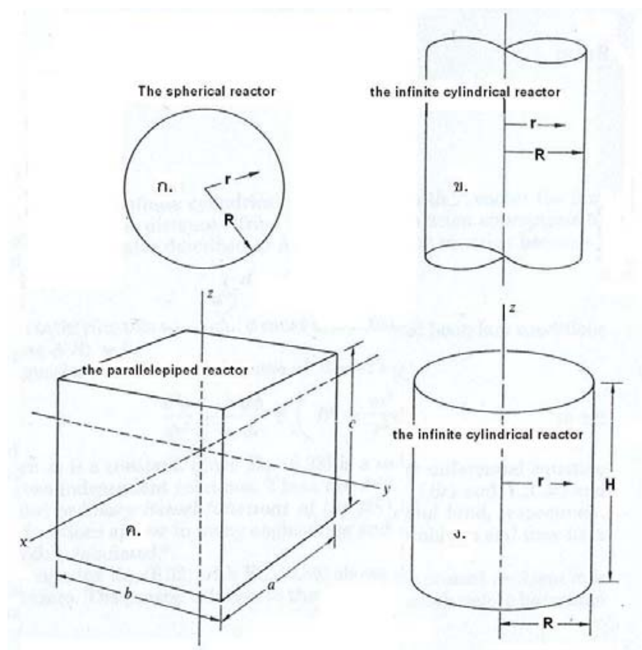
แทนค่าคงตัว A ตามสมการ(7.24)ลงในสมการ(7.20)จะได้ฟลักซ์เทอร์มอลนิวตรอนในเครื่องปฏิกรณ์แบบแผ่นแบนมีค่า

$$\phi(x) = [\pi P/(2a\, E_R\, \Sigma_f)] \cos \pi x/a \tag{7.25}$$

7.3 รูปทรงเครื่องปฏิกรณ์แบบอื่น ๆ

(Other Reactor Shapes)

เป็นไปไม่ได้ที่เราจะสร้างเครื่องปฏิกรณ์แบบแผ่นแบนขนาดอนันต์ ดังนั้นจึงจำเป็นที่เราจะนำผลที่ได้จากหัวข้อที่ได้มาแล้วมาใช้กับเครื่องปฏิกรณ์ที่มีรูปทรงแบบอื่น ๆ และเครื่องปฏิกรณ์



รูปที่ 7-2 เครื่องปฏิกรณ์รูปทรงต่าง ๆ

ก. เครื่องปฏิกรณ์แบบทรงกลม

ข. เครื่องปฏิกรณ์แบบทรงกระบอกขนาดอนันต์

ค. เครื่องปฏิกรณ์แบบทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก

ง. เครื่องปฏิกรณ์แบบทรงกระบอกขนาดจำกัด

ในตำราเล่มนี้จะขอยกตัวอย่างเครื่องปฏิกรณ์แบบทรงกลมรัศมี R ที่มีฟลักซ์เป็นฟังก์ชันขึ้นกับ r หรือ $\phi(r)$ โดยมีสมการของเครื่องปฏิกรณ์ในพิกัดทรงกลมเป็น

$$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{d\phi(r)}{dr}\right) + B^2\phi(r) = 0 \qquad (7.26)$$

โดยพจน์แรกที่ได้นั้นมาจากการใช้ $\nabla^2\phi(r)$ในพิกัดทรงกลม จากสมการ(7.26)นี้ $\phi(r)$ จะมีเงื่อนไขขอบเขตเป็น

$$\phi(r=R) = 0$$

โดยละระยะการประมาณค่านอกช่วงและ $\phi(r)$ นี้มีค่าจำกัดภายในเครื่องปฏิกรณ์

การแก้สมการ(7.26)ทำได้โดยการแทนค่า $\phi(r) = w/r$ ลงไปเหมือนที่เคยทำมาแล้วในหัวข้อ 6.5.2 จะได้ผลเฉลยทั่วไปเป็น

$$\phi(r) = A\,(\sin Br)/r + C\,(\cos Br)/r$$

เมื่อ A และ C เป็นค่าคงตัว เมื่อพิจารณาว่า $r \to 0$ จะทำให้พจน์ที่ 2 เป็นค่าอนันต์ ดังนั้นจึงต้องให้ C = 0 ผลเฉลยจึงเหลือเป็น

$$\phi(r) = A\,(\sin Br)/r \qquad (7.27)$$

อาศัยเงื่อนไขขอบเขต $\phi(r=R) = 0$ จะได้ผลเฉลยที่สอดคล้องเมื่อให้ B มีค่าใดค่าหนึ่งของค่าลักษณะเฉพาะ

$$B_n = n\pi/R \quad , \quad n = 1,3,5,\ldots\ldots\ldots..$$

อย่างไรก็ตามเหมือนที่อธิบายไว้ในหัวข้อที่แล้วมีเพียงค่าลักษณะเฉพาะค่าแรกที่เกี่ยวข้องกับกรณีเครื่องปฏิกรณ์เกิดวิกฤต นั่นคือเมื่อ n = 1 จะได้ค่าบัคลิงเป็น

$$B_1 = (\pi/R)^2 \qquad (7.28)$$

และจะได้ฟลักซ์มีค่า

$$\phi(r) = (A/r)\sin(\pi r/R) \qquad (7.29)$$

ค่าคงตัว A หาแบบเดิมคือจากกำลังที่เกิดในเครื่องปฏิกรณ์

$$P = E_R\,\Sigma_f \int \phi(r)\,dV \qquad (7.30)$$

เมื่อ dV คือส่วนของปริมาตรเชิงอนุพันธ์ โดย $dV = 4\pi r^2 dr$ ตามลักษณะเรขาคณิตของปัญหา ดังนั้นสมการ(7.30)จึงเขียนได้เป็น

$$P = 4\pi E_R\,\Sigma_f \int_0^R r^2 \phi(r)\,dr$$

เมื่อแทนค่า $\phi(r)$ ตามสมการ(7.29)แล้วอินทิเกรตจะได้

$$P = 4E_R\,\Sigma_f\,AR^2$$

จะได้

$$A = P/\,(4E_R\,\Sigma_f\,R^2)$$

ดังนั้นจะได้ฟลักซ์สมการ(7.29) เมื่อแทนค่า A ลงไปจะได้ผลเฉลยสุดท้ายเป็น

$$\phi(r) = [P/\,(4E_R\,\Sigma_f\,R^2 r)]\sin(\pi r/R) \qquad (7.31)$$

เครื่องปฏิกรณ์รูปทรงอื่น ๆ ที่เหลือไม่ขอกล่าวถึงในที่นี้ อย่างไรก็ตามค่าบัคลิงและฟลักซ์ของเครื่องปฏิกรณ์เหล่านี้ดูได้จากตารางที่ 7-2 ซึ่งสรุปผลเฉลยที่ได้ออกมาส่วนค่า Ω หรือ ϕ_{max} / ϕ_{av} ดูจากหัวข้อต่อไป

ตารางที่ 7-2

ค่าบัคลิงและฟลักซ์ของแบร์รีแอคเตอร์ที่เกิดวิกฤต

เรขาคณิต (geometry)	มิติ(dimensions)	บัคลิง(buckling)	ฟลักซ์(flux)	A	ϕ_{max}/ϕ_{av}
แผ่นแบนขนาดอนันต์	หนา a	$\left(\frac{\pi}{a}\right)^2$	$A\cos\left(\frac{\pi x}{a}\right)$	$1.57P/aE_R\Sigma_f$	1.57
ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก	$a\times b\times c$	$\left(\frac{\pi}{a}\right)^2+\left(\frac{\pi}{b}\right)^2+\left(\frac{\pi}{c}\right)^2$	$A\cos\left(\frac{\pi x}{a}\right)\cos\left(\frac{\pi y}{b}\right)\cos\left(\frac{\pi z}{c}\right)$	$3.87P/VE_R\Sigma_f$	3.88
ทรงกระบอกขนาดอนันต์	รัศมี R	$\left(\frac{2.405}{R}\right)^2$	$AJ_0\left(\frac{2.405r}{R}\right)$	$0.738P/R^2E_R\Sigma_f$	2.32
ทรงกระบอกขนาดจำกัด	รัศมี R สูง H	$\left(\frac{2.405}{R}\right)^2+\left(\frac{\pi}{H}\right)^2$	$AJ_0\left(\frac{2.405r}{R}\right)\cos\left(\frac{\pi z}{H}\right)$	$3.63P/VE_R\Sigma_f$	3.64
ทรงกลม	รัศมี R	$\left(\frac{\pi}{R}\right)^2$	$A\frac{1}{r}\sin\left(\frac{\pi r}{R}\right)$	$P/4R^2E_R\Sigma_f$	3.29

7.4 ฟลักซ์สูงสุดต่อฟลักซ์เฉลี่ย

(Maximum to Average Flux, ϕ_{max} / ϕ_{av})

ค่าฟลักซ์สูงสุด(ϕ_{max})ในแบร์รีแอคเตอร์แบบเอกรูป(uniform)มักจะพบที่จุดศูนย์กลางเครื่องปฏิกรณ์ เมื่อความหนาแน่นของกำลัง(power density, W/cm^3)ที่เกิดเป็นสัดส่วนกับฟลักซ์ จึงได้ว่าความหนาแน่นของกำลังมีค่าสูงสุดที่จุดศูนย์กลางเครื่องปฏิกรณ์ด้วย จึงมีการคำนวณหาอัตราส่วนของฟลักซ์สูงสุดต่อฟลักซ์เฉลี่ย(ϕ_{av})ทั่วบริเวณของเครื่องปฏิกรณ์โดยให้แทนด้วยสัญญลักษณ์ Ω นั่นคือ

$$\Omega = \phi_{max} / \phi_{av}$$

พิจารณากรณีเครื่องปฏิกรณ์แบบทรงกลมที่ไม่มีสิ่งปกปิด(bare spherical reactor) ค่า ϕ_{max} หาได้จากให้ขีดจำกัดของสมการ(7.31)มี $r\rightarrow 0$ ดังนั้น

$$\phi_{max} = [P/ (4E_R \Sigma_f R^2)] \lim_{r\rightarrow 0} [\sin (\pi r/R)]/r$$

$$= \pi P/ (4E_R \Sigma_f R^3) \qquad (7.32)$$

ส่วนค่าฟลักซ์เฉลี่ย

$$\phi_{av} = (1/V) \int \phi(r)\, dV \qquad (7.33)$$

เป็นอินทิกรัลตลอดปริมาตรทรงกลม อย่างไรก็ตามอินทิกรัลนี้เป็นสัดส่วนกับกำลังของเครื่องปฏิกรณ์ กล่าวคือจาก

$$P = E_R \Sigma_f \int \phi\, dV$$

จะได้

$$\int \phi\, dV = P/(E_R \Sigma_f)$$

ดังนั้นสมการ(7.33)จึงมีค่า

$$\phi_{av} = P/(VE_R \Sigma_f) = 3P/(4\pi R^3 E_R \Sigma_f) \qquad (7.34)$$

ผลที่ได้เป็นจริงกับเรขาคณิตทุกแบบ ดังนั้นจากสมการ(7.32)และ(7.34)จะได้

$$\Omega = \phi_{max} / \phi_{av} = \pi^2 / 3 = 3.29$$

ค่า Ω ของแบร์รีแอคเตอร์แบบต่าง ๆ ดูในตารางที่ 7-2

ตัวอย่างที่ 7-2

แบร์รีแอคเตอร์แบบทรงกลมรัศมี R = 50 cm เดินเครื่องที่ระดับกำลัง 100 MW ถ้า $\Sigma_f = 0.0047\ cm^{-1}$ ให้หาฟลักซ์เฉลี่ยในเครื่องปฏิกรณ์นี้

วิธีทำ

ค่าฟลักซ์สูงสุดหาได้จากสมการ(7.32) นั่นคือ

$$\phi_{max} = \pi P / (4E_R \Sigma_f R^3)$$

โดยมี $P = 100\ MW = 10^8\ J/s$ $E_R = 3.2 \times 10^{-11}$ J/fission $\Sigma_f = 0.0047\ cm^{-1}$

และ $R = 50$ cm

จะได้ $$\phi_{max} = 4.18 \times 10^{15}\ neutrons / (cm^2\ s)$$

เมื่อ 1 fission เกิดจาก 1 neutron จึงเปลี่ยนหน่วยให้เหมาะสมกับความหมาย ส่วนฟลักซ์เฉลี่ย ϕ_{av} หาได้จากความสัมพันธ์ $\Omega = \phi_{max} / \phi_{av}$ อาศัย Ω จากตาราง 7-2 กรณีทรงกลมมีค่า $\Omega = 3.29$ ดังนั้น

$$\phi_{av} = \phi_{max} / 3.29 = 1.27 \times 10^{15}\ neutrons / (cm^2\ s)$$

7.5 เครื่องปฏิกรณ์ที่ใช้เทอร์มอลนิวตรอน (Thermal Reactors)

เครื่องปฏิกรณ์แบบนี้มีส่วนประกอบหลักเป็นเชื้อเพลิง ตัวทำความเย็น วัสดุโครงสร้างอื่น ๆ และมอเดอเรเตอร์ที่หน่วงความเร็วนิวตรอนที่เกิดจากการแบ่งแยกตัวให้มีพลังงานลดลงเป็นเทอร์มอลนิวตรอน ดังนั้นเพื่อความสะดวกในการคำนวณเราจะให้มีเฉพาะเชื้อเพลิงกับส่วนอื่นให้เป็นมอเดอเรเตอร์

7.5.1 สูตรของสี่ตัวประกอบ (The Four – Factor Formula)

การศึกษาเครื่องปฏิกรณ์ที่ใช้เทอร์มอลนิวตรอนมักใช้สูตรของสี่ตัวประกอบมาเกี่ยวข้อง ดังนั้นเราจะหาสูตรนี้ โดยเริ่มจากการพิจารณาเครื่องปฏิกรณ์ขนาดอนันต์ที่ประกอบด้วยเชื้อเพลิง

และมอเดอเรเตอร์รวมกันเป็นสารผสมเนื้อเดียว(homogeneous fuel-Moderator mixture) ถ้าให้

$\bar{\Sigma}_a$ = ภาคตัดขวางการดูดกลืนเทอร์มอลนิวตรอนแบบมหภาคของสารผสม (macroscopic thermal absorption cross section)

นั่นคือ

$$\bar{\Sigma}_a = \bar{\Sigma}_{aF} + \bar{\Sigma}_{aM} \qquad (7.35)$$

เมื่อ $\bar{\Sigma}_{aF}$ และ $\bar{\Sigma}_{aM}$ คือภาคตัดขวางการดูดกลืนเทอร์มอลนิวตรอนแบบมหภาคของเชื้อเพลิงและมอเดอเรเตอร์ตามลำดับ ดังนั้นจะได้

อัตราการดูดกลืนเทอร์มอลนิวตรอนต่อลูกบาศก์เซนติเมตรในเครื่อปฏิกรณ์ทั้งหมด

$$= \bar{\Sigma}_a \phi_T \qquad [\text{neutrons} / (\text{cm}^3\ \text{s})]$$

เมื่อ ϕ_T คือฟลักซ์เทอร์มอลนิวตรอน ในจำนวนนี้มีเศษส่วน

$$f = \bar{\Sigma}_{aF} / \bar{\Sigma}_a = \bar{\Sigma}_{aF} / (\bar{\Sigma}_{aF} + \bar{\Sigma}_{aM}) \qquad (7.36)$$

ที่จะถูกดูดกลืนในเชื้อเพลิง พารามิเตอร์ f เคยเรียกมาแล้วในสมการ(7.4)ว่าคือเศษส่วนแสดงการใช้ประโยชน์จากเชื้อเพลิง กรณีตามสมการ(7.36)นี้เรียกว่าเศษส่วนแสดงการใช้ประโยชน์จากเทอร์มอลนิวตรอน(thermal utilization)ในเครื่องปฏิกรณ์ที่ใช้เทอร์มอลนิวตรอน ดังนั้นจะมี

จำนวนนิวตรอนถูกดูดกลืนในเชื้อเพลิง = $f\,\bar{\Sigma}_a \phi_T$ [neutrons / (cm^3 s)]

จึงเป็นผลให้เกิดนิวตรอนจากการแบ่งแยกตัวขึ้นในเชื้อเพลิงหรือ

จำนวนนิวตรอนที่ถูกปล่อยออกมาจากการแบ่งแยกตัว = $\eta_T f \bar{\Sigma}_a \phi_T$ [neutrons / (cm^3 s)]

เมื่อ η_T = ค่าเฉลี่ยของจำนวนนิวตรอนที่ถูกปล่อยออกมาต่อจำนวนเทอร์มอลนิวตรอนที่ถูกดูดกลืนในเชื้อเพลิง ซึ่งค่านี้คำนวณจาก

$$\eta_T = \frac{\int \eta(E)\sigma_{aF}(E)\phi(E)dE}{\int \sigma_{aF}(E)\phi(E)dE} \qquad (7.37)$$

เมื่อ $\phi(E)$ คือฟลักซ์ของนิวตรอนตามฟังก์ชันแมกซ์เวลเลียน (Maxwellian function) ที่เคยกล่าวมาแล้วตามสมการ(6.47)หรือ

$$\phi(E) = [2n/(\pi)^{1/2}](1/kT)^{3/2}(2/m)^{1/2}\,Ee^{-E/kT}$$

ส่วนค่า η_T ดูได้จากตารางที่ 7-3 จะสังเกตเห็นว่าค่า η_T จะเป็นฟังก์ชันที่แปรผันช้า ๆ กับอุณหภูมิ T

ในเครื่องปฏิกรณ์ที่ใช้เทอร์มอลนิวตรอนการแบ่งแยกตัวจะเกิดในเชื้อเพลิงที่เป็นฟิซไซล์ไอโซโทป(fissile isotopes) แต่ในวัสดุที่ไม่ใช่ฟิซไซล์(nonfissile material) เช่น ^{235}U มีเศษส่วนจำนวนน้อยที่เกิดการแบ่งแยกตัวได้เมื่อนิวตรอนเร็วเกิดอันตรกิริยากับนิวไคลด์ (nuclide) ของ

ตารางที่ 7-3

ค่าเฉลี่ยของจำนวนนิวตรอนที่เกิดจากการแบ่งแยกตัวต่อ

จำนวนนิวตรอนที่ถูกดูดกลืนในเชื้อเพลิงที่อุณหภูมิ T (η_T)

T, °C	^{233}U	^{235}U	^{239}Pu
20	2.284	2.065	2.035
100	2.288	2.063	1.998
200	2.291	2.060	1.947
400	2.292	2.050	1.860
600	2.292	2.042	1.811
800	2.292	2.037	1.785
1000	2.292	2.033	1.770

^{238}U ดังนั้นเราอาจกล่าวว่ามีการแบ่งแยกตัวจากนิวตรอนเร็วด้วยตัวประกอบ ε ซึ่งเรียกว่าตัวประกอบการแบ่งแยกตัวจากนิวตรอนเร็ว(fast fission factor)โดย

ε = จำนวนนิวตรอนที่เกิดจากการแบ่งแยกตัวทั้งหมด(both fast and thermal fission)ต่อ

จำนวนนิวตรอนที่เกิดจากการแบ่งแยกตัวจากเทอร์มอลนิวตรอน (thermal fission)

ดังนั้นในเครื่องปฏิกรณ์ที่ใช้เทอร์มอลนิวตรอนขนาดอนันต์(infinite thermal reactor)อาศัยนิยามดังกล่าวมาจะมี

จำนวนนิวตรอนที่เกิดจากการแบ่งแยกตัวทั้งหมด = $\varepsilon\eta_T f\bar{\Sigma}_a\phi_T$ [neutrons / (cm^3 s)]

โดยในเครื่องปฏิกรณ์ที่ใช้เชื้อเพลิงจากยูเรเนียมธรรมชาติที่ได้รับการเสริมสมรรถนะเล็กน้อย (slightly enriched uranium)จะมีค่า $\varepsilon \approx$ 1.02-1.08

ในเครื่องปฏิกรณ์ขนาดอนันต์จะไม่มีการรั่วไหลของนิวตรอน โดยนิวตรอนทุกตัวที่เกิดจากการแบ่งแยกตัวจะถูกดูดกลืนสักแห่งภายในเครื่องปฏิกรณ์ ในเครื่องปฏิกรณ์ที่ใช้เทอร์มอลนิวตรอนนั้นนิวตรอนส่วนใหญ่จะถูกดูดกลืนหลังจากถูกหน่วงจนเป็นเทอร์มอลนิวตรอน อย่างไรก็ตามยังมีนิวตรอนบางส่วนถูกดูดกลืนขณะถูกหน่วงให้ความเร็วลดลง โดยนิวคลีไอ(nuclei)ที่มีเรโซแนนซ์การดูดกลืน(absorption resonance)นิวตรอนที่มีพลังงานสูงกว่าย่านเทอร์มอล ถ้าให้

P = ความน่าจะเป็นที่นิวตรอนจากการแบ่งแยกตัวหลุดพ้นจากเรโซแนนซ์

(resonsnce escape probability)

ซึ่งเป็นหนึ่งในตัวประกอบสำคัญในการออกแบบเครื่องปฏิกรณ์ ดังนั้นจะมี

จำนวนนิวตรอนที่ถูกหน่วงจนเป็นเทอร์มอลนิวตรอน = $p\varepsilon\eta_T f\bar{\Sigma}_a\phi_T$

และจำนวนนิวตรอนที่กลายเป็นเทอร์มอลนิวตรอนใหม่นี้จะถูกดูดกลืนหมดในเครื่องปฏิกรณ์ขนาดอนันต์ ดังนั้นจะได้ตัวประกอบการคูณของเครื่องปฏิกรณ์ตามนิยามในสมการ(5.1)เป็น

$$k_\infty = p\varepsilon\eta_T f\bar{\Sigma}_a \phi_T /(\bar{\Sigma}_a \phi_T) = \eta_T f\, p\varepsilon \qquad (7.38)$$

ซึ่งก็เหมือนเดิมจะเป็นจริงสำหรับเครื่องปฏิกรณ์ขนาดอนันต์จึงเรียก k_∞ ตามสมการ(7.45)ว่าสูตรของสี่ตัวประกอบ(the four factor formula)ซึ่งเรียงตามลำดับตัวประกอบในการนำไปใช้ประโยชน์ตามปกติ

7.5.2 การคำนวณภาวะวิกฤต(Critical Calculation)

วิธีการจัดกลุ่มนิวตรอนกลุ่มเดียวในบทที่ 6 และการนำมาใช้ในการคำนวณหาสมการของเครื่องปฏิกรณ์ได้กล่าวถึงในตอนต้นของบทนี้เป็นการประมาณอย่างหยาบเพื่อหาขนาดวิกฤตหรือองค์ประกอบของเครื่องปฏิกรณ์ที่ใช้เทอร์มอลนิวตรอน(thermal reactor)โดยอาศัยความจริงที่ว่าถึงแม้ส่วนใหญ่ของนิวตรอนที่เกิดจากการแบ่งแยกตัว(fission neutrons)ในที่สุดจะถูกดูดกลืนที่พลังงานระดับเทอร์มอล นิวตรอนเหล่านี้จะแพร่ไปได้ระยะทางไกลขณะที่ถูกหน่วงก่อนถูกดูดกลืนดังนั้นต้องนำการแพร่ของนิวตรอนเหล่านั้นมาพิจารณาด้วยดังได้กล่าวไว้ในหัวข้อ 6.8 ปกติการอธิบายเครื่องปฏิกรณ์ที่ใช้เทอร์มอลนิวตรอนจะต้องกล่าวถึงนิวตรอน 2 กลุ่มเป็นอย่างน้อย โดยกลุ่มหนึ่งคือนิวตรอนเร็วซึ่งเป็นพวกมีพลังงานเหนือย่านเทอร์มอลและกลุ่มที่สองเป็นเทอร์มอลนิวตรอน

ในการคำนวณ 2 กลุ่ม(two-group calculation) จะมีการสมมุติว่าไม่มีการดูดกลืนนิวตรอนในกลุ่มนิวตรอนเร็ว มีการนำความน่าจะเป็นของการหลุดพ้นจากเรโซแนนซ์ (resonance escape probability) จากการดูดกลืนแบบเรโซแนนซ์ (resonance absorption)
มาพิจารณาร่วมด้วย ดังนั้นนิวตรอนจะหลุดพ้นจากกลุ่มนิวตรอนเร็วได้กรณีเดียวคือเนื่องจากผลของการกระเจิงเข้าสู่กลุ่มเทอร์มอล ดังได้กล่าวไว้แล้วในหัวข้อ 6.8 ว่ามี

จำนวนนิวตรอนที่กระเจิงออกจากกลุ่มเร็ว $= \Sigma_1 \phi_1$ (neutrons/cm^{3}s)

เมื่อ ϕ_1 คือฟลักซ์นิวตรอนเร็ว เช่นกันในเครื่องปฏิกรณ์ที่ใช้เทอร์มอลนิวตรอนเราสามารถกล่าวได้ว่าการแบ่งแยกตัวส่วนมากเกิดจากการเหนี่ยวนำ มีการแบ่งแยกตัวส่วนน้อยที่เกิดจากนิวตรอนเร็วซึ่งพิจารณาจากตัวประกอบการแบ่งแยกตัวจากนิวตรอนเร็ว (fast fission factor, ε)ซึ่งผลตามมาคือจะมี

จำนวนนิวตรอนที่เกิดจากการแบ่งแยกตัว $= \eta_T f\varepsilon\bar{\Sigma}_a\phi_T = (k_\infty/p)\bar{\Sigma}_a\phi_T$ (neutrons/cm^{3}s)

โดยที่นิวตรอนที่เกิดจากการแบ่งแยกตัวเหล่านี้จะปรากฏเป็นนิวตรอนของแหล่งกำเนิดในกลุ่มนิวตรอนเร็ว ดังนั้นจะได้ความหนาแน่นของแหล่งกำเนิด(source density)ต่อวินาทีของกลุ่มนิวตรอนเร็วมีค่า

$$s_1 = (k_\infty/p)\bar{\Sigma}_a\phi_T$$

แทนค่าสมการนี้ลงในสมการการแพร่แบบแบ่งกลุ่มจะได้กรณีกลุ่มนิวตรอนเร็ว(fast group) เป็น

$$D_1\nabla^2\phi_1 - \Sigma_1\phi_1 + (k_\infty/p)\bar{\Sigma}_a\phi_T = 0 \qquad (7.39)$$

เมื่อพิจารณาว่าไม่มีการดูดกลืนเรโซแนนซ์ นิวตรอนเร็วทุกตัวที่มีการกระเจิงออกจากกลุ่มนิวตรอนเร็วจำนวน $\Sigma_1\phi_1$ (neutrons/cm^{3}s) จะกลายเป็นแหล่งกำเนิดในสมการของฟลักซ์เทอร์มอล อย่างไรก็ตามถ้ามีการดูดกลืนแบบเรโซแนนซ์จะมีเพียง $p\Sigma_1\phi_1$ (neutrons/cm^{3}s) ที่จะกลายเป็นแหล่งกำเนิดในกลุ่มเทอร์มอล (thermal group) ดังนั้นจะได้

$$s_T = p\Sigma_1\phi_1$$

เมื่อใช้สมการนี้จะได้สมการการแพร่ของเทอร์มอลนิวตรอน(thermal diffusion equation)มีรูปเป็น

$$\bar{D}\nabla^2\phi_T - \bar{\Sigma}_a\phi_T + p\Sigma_1\phi_1 = 0 \qquad (7.40)$$

สมการ(7.39)และ(7.40)เป็นสมการแบบแบ่งนิวตรอนเป็น 2 กลุ่ม(two-group equations) ที่ใช้อธิบายเครื่องปฏิกรณ์ที่ใช้เทอร์มอลนิวตรอนแบบไม่มีสิ่งปกปิด (bare thermal reactor) หรือแบร์รีแอคเตอร์ที่ใช้เทอร์มอลนิวตรอน ฟลักซ์ 2 กลุ่มที่ใช้อาจเขียนได้เป็น

$$\phi_1 = A_1\phi \qquad (7.41)$$

$$\phi_T = A_2\phi \qquad (7.42)$$

เมื่อ A_1 และ A_2 คือค่าคงตัว โดยมี ϕ สอดคล้องกับสมการ

$$\nabla^2\phi + B^2\phi = 0 \qquad (7.43)$$

เมื่อแทนสมการทั้งสามนี้ลงในสมการ(7.39)และ(7.40)จะได้

$$-(D_1B^2 + \Sigma_1)A_1 + (k_\infty/p)\bar{\Sigma}_a A_2 = 0 \qquad (7.44)$$

และ

$$p\Sigma_1A_1 - (\bar{D}B^2 + \bar{\Sigma}_a)A_2 = 0 \qquad (7.45)$$

สมการ(7.51)และ(7.52)เป็นสมการพีชคณิตเชิงเส้นเอกพันธ์(homogeneous linear algebraic equations) โดยมีค่าคงตัวที่ยังไม่ทราบค่า A_1 และ A_2 เมื่ออาศัยกฎของเครเมอร์(Cramer's rule) สมการทั้งสองนี้จะมีผลเฉลยที่มีคุณค่า (nontrivial solutions) ก็ต่อเมื่อตัวกำหนด (determinant) ของสัมประสิทธิ์ที่คูณ A_1 และ A_2 หายไปนั่นคือถ้า

$$\begin{vmatrix} -(D_1B^2 + \Sigma_1) & k_\infty\bar{\Sigma}_a/p \\ p\Sigma_1 & -(\bar{D}B^2 + \bar{\Sigma}_a) \end{vmatrix} = 0$$

ซึ่งจะได้

$$k_\infty\bar{\Sigma}_a\Sigma_1 - (\bar{D}B^2 + \bar{\Sigma}_a)(D_1B^2 + \Sigma_1) = 0$$

หรือจัดใหม่จะได้

$$(k_\infty \bar{\Sigma}_a \Sigma_1) / [(\bar{D} B^2+\bar{\Sigma}_a)(D_1B^2 + \Sigma_1)] = 1$$

และในที่สุดจะได้

$$k_\infty /[(1+B^2L_T^2)(1+B^2\tau_T)] = 1 \qquad (7.46)$$

เมื่อ

$$L_T^2 = (\bar{D}/\bar{\Sigma}_a) \qquad (7.47)$$

ดังที่เคยกล่าวมาแล้วในหัวข้อ 6.7 สมการ(6.59) ซึ่งเรียกว่าพื้นที่การแพร่เทอร์มอลและ τ_T คือพารามิเตอร์ที่เรียกอายุนิวตรอนซึ่งนิยามไว้หัวข้อ 6.8 สมการ(6.64) ว่า $\tau_T = D_1/\Sigma_1$

สมการ(7.46)คือสมการวิกฤต 2 กลุ่ม(two-group critical equation)ของแบร์รีแอคเตอร์ที่ใช้เทอร์มอลนิวตรอน โดยมีตัวประกอบ

$$P_T = 1/(1+B^2L_T^2) \qquad (7.48)$$

คือความน่าจะเป็นที่เทอร์มอลนิวตรอนจะไม่รั่วออกจากเครื่องปฏิกรณ์นี้ และตัวประกอบ

$$P_F = 1/(1+B^2\tau_T) \qquad (7.49)$$

คือความน่าจะเป็นที่นิวตรอนที่เกิดจากการแบ่งแยกตัวจะไม่หลุดออกจากเครื่องปฏิกรณ์ขณะถูกลดความเร็ว ดังนั้นสมการ(7.46)หรือสมการวิกฤต 2 กลุ่มเมื่อ k = 1 ด้านซ้ายมือจะเป็นตัวประกอบการคูณ (multiplication factor) ของเครื่องปฏิกรณ์มีค่าตามสมการ

$$K = k_\infty P_T P_F \qquad (7.50)$$

เนื่องจากทุกเครื่องปฏิกรณ์ถูกออกแบบมาให้มีการรั่วไหลของนิวตรอนให้น้อยที่สุดเท่าที่จะเป็นไปได้ ดังนั้นทั้ง P_T และ P_F ปกติจึงมีค่าเข้าใกล้ 1 นั่นคือปริมาณ $B^2L_T^2$ และ $B^2\tau_T$ จึงมีค่าน้อย และเมื่อพิจารณาส่วนของสมการ(7.46)จะได้

$$(1+B^2L_T^2)(1+B^2\tau_T) = 1+ B^2L_T^2 + B^2\tau_T + B^4L_T^2\tau_T$$

เราจึงตัดพจน์ $B^4L_T^2\tau_T$ ออกไปได้เนื่องจากมีค่าน้อย สมการ(7.46)จึงเหลือเป็น

$$k_\infty /[1+B^2 (L_T^2 + \tau_T)] = 1 \qquad (7.51)$$

หรือ

$$k_\infty /[1+B^2 M_T^2] = 1 \qquad (7.52)$$

เมื่อ

$$M_T^2 = L_T^2 + \tau_T \qquad (7.53)$$

เรียกสมการ(7.53)ว่าพื้นที่การเคลื่อนย้ายเทอร์มอลนิวตรอน(thermal migration area)

ขอย้อนกลับไปพิจารณาสมการของเครื่องปฏิกรณ์ที่ใช้นิวตรอนกลุ่มเดียวหัวข้อ 7.1 เราจะพบว่าเงื่อนไขจำเป็นที่เครื่องปฏิกรณ์จะเกิดวิกฤตพิจารณาจาก B^2 ตามที่นิยามไว้ในสมการ

(7.10) คือ

$$B^2 = (k_\infty - 1)/ L^2$$

ซึ่งเป็นฟังก์ชันกับสมบัติของวัสดุในระบบจะต้องมีค่าเท่ากับกำลังสองของค่าเฉพาะค่าแรก(the first eigen value) B_1^2 ซึ่งขึ้นกับเพียงขนาดและเรขาคณิตของเครื่องปฏิกรณ์ หรือ

$$B_1^2 = (k_\infty - 1)/ L^2 \qquad (7.54)$$

สมการนี้พิจารณาจากเงื่อนไขของแบร์รีแอคเตอร์ที่กำหนดให้ที่จะเกิดวิกฤต ยกตัวอย่างเมื่อกำหนดสมบัติกายภาพของเครื่องปฏิกรณ์มาให้ นั่นคือทำให้เรารู้ค่าด้านขวาของสมการ(7.54) และเมื่อปรับขนาดของเครื่องปฏิกรณ์จะทำให้ได้ B_1^2 ที่สอดคล้องกับสมการ หรือในทางตรงข้าม ถ้ากำหนดขนาดมาให้และรู้ค่า B_1^2 ต้องปรับสมบัติของเครื่องปฏิกรณ์ด้านขวามือของสมการให้เท่ากับด้านซ้ายและเมื่อจัดสมการนี้เสียใหม่โดยละตัวห้อยของค่าเฉพาะค่าแรกฐานที่เข้าใจแล้ว และ B^2 ก็คือบัคลิงจะได้

$$k_\infty /[1+B^2 L^2] = 1 \qquad (7.55)$$

สมการ(7.62)นี้เป็นที่รู้กันว่าคือสมการวิกฤตกลุ่มเดียว(one group critical equation)ของแบร์รีแอคเตอร์

เมื่อเปรียบเทียบสมการ(7.52)จะมีรูปแบบเหมือนกันกับสมการ(7.55)ด้วยเหตุผลนี้สมการ(7.52)จึงเป็นที่รู้กันว่าคือสมการวิกฤตกลุ่มเดียวที่ดัดแปรแล้ว(modified one group critical equation)ดัดแปรตรงที่ใช้ M_T^2 แทน L^2 ในสมการวิกฤตกลุ่มเดียว ยิ่งไปกว่านั้นจากสมการ(7.42)และ(7.43)ซึ่งมีฟลักซ์เทอร์มอลนิวตรอนจะได้จากสมการเดียวกันกับการคำนวณกลุ่มเดียว กล่าวคือ

$$\nabla^2\phi_T + B^2\phi_T = 0 \qquad (7.56)$$

โดย B^2 คือค่าบัคลิงที่กำหนดไว้ในตารางที่ 7-2 ดังนั้นความแตกต่างอย่างเดียวระหว่างการคำนวณกลุ่มเดียวที่ดัดแปรแล้วของแบร์รีแอคเตอร์ที่ใช้เทอร์มอลนิวตรอนก็คือการแทน L_T^2 ด้วย M_T^2 ส่วนฟลักซ์และบัคลิงมีค่าเหมือนกัน

เป็นที่น่าสังเกตว่าถ้า $\tau_T << L_T^2$ แล้วสมการ (7.52) จะกลายเป็นสมการวิกฤตกลุ่มเดียวหรือสมการ (7.55) ในกรณีนี้สามารถอธิบายเครื่องปฏิกรณ์ด้วยทฤษฎีกลุ่มเดียว เมื่อเปรียบเทียบค่าของ L_T^2 และ τ_T ในตารางที่ 6-2 และ 6-3 แล้วจะพบว่านอกจากน้ำแล้ว L_T^2 มีค่ามากกว่า τ_T สำหรับเครื่องปฏิกรณ์ทั่วไป และ L_T^2 จะมีค่ามากกว่ามากสำหรับ D_2O และแกรไฟต์ ดังนั้นจะมีค่าผิดมากที่จะใช้การคำนวณกลุ่มเดียวปกติโดยละ τ_T สำหรับเครื่องปฏิกรณ์ที่ใช้น้ำเป็นตัวหน่วงความเร็ว

ตัวอย่างที่ 7-3

เครื่องปฏิกรณ์ที่เร็วที่ประกอบขึ้นด้วยสารผสมเนื้อเดียวของ ^{239}Pu และโซเดียมซึ่งสร้าง

ขึ้นในรูปทรงกลมไม่มีสิ่งปกปิด (bare sphere) เมื่อความหนาแน่นอะตอมของส่วนประกอบนี้มีค่า N_F = 0.00395 x 10^{24} atoms/cm^3 สำหรับ ^{239}Pu และ N_S = 0.0234 x 10^{24} atoms/cm^3 สำหรับโซเดียม ให้ประมาณรัศมีวิกฤตของเครื่องปฏิกรณ์

วิธีทำ

ใช้ค่า $B_1^2 = (\pi/R)^2$ สำหรับทรงกลมตามสมการ(7.28) แทนลงในสมการ(7.54)แล้วหาค่า R จะได้

$$R = \pi \,[L^2/ (k_\infty - 1)]^{1/2}$$

ดังนั้นต้องหาค่า k_∞ และ L^2 เสียก่อนเพื่อหาค่า R โดยใช้ภาคตัดขวางในตารางที่ 7-1 จะได้

$$\Sigma_{aF} = 0.00395 \times 2.11 \text{ cm}^{-1} = 0.00833 \text{ cm}^{-1}$$

$$\Sigma_{aS} = 0.0234 \times 0.0008 \text{ cm}^{-1} = 0.000019 \text{ cm}^{-1}$$

$$\Sigma_a = \Sigma_{aF} + \Sigma_{aS} = 0.00835 \text{ cm}^{-1}$$

ดังนั้นจากสมการ(7.4)จะได้

$$f = 0.00833 / 0.00835 \approx 1$$

และจะได้

$$k_\infty = \eta f \approx 2.61$$

ในการหาค่า $L^2 = D/\Sigma_a$ จำเป็นต้องรู้ค่า D จากสมการ (6.11) และ (6.12) จะได้

$$D = 1/(3\Sigma_{tr})$$

เมื่อ Σ_{tr} คือภาคตัดขวางการนำพามหภาค เมื่ออาศัย σ_{ts} จากตารางที่ 7-1 จะได้

$$\Sigma_{tr} = 0.00395 \times 6.8 + 0.0234 \times 3.3 = 0.104 \text{ cm}^{-1}$$

ดังนั้นจะได้

$$D = 1 \text{ cm}/(3 \times 0.104) = 3.21 \text{ cm}$$

ในที่สุดจะได้

$$L^2 = (3.21 / 0.00835) \text{ cm}^2 = 384 \text{ cm}^2$$

เมื่อแทนค่า k_∞ และ L^2 ลงในสมการหาค่า R จะได้

$$R = \pi \,[384\text{cm}^2/ (2.61 - 1)]^{1/2} = 48.5 \text{ cm}$$

7.5.3 การนำมาประยุกต์ใช้ (Application)

ทีนี้จะขอกล่าวถึงการนำผลที่ได้ในหัวข้อ 7.5 เกี่ยวกับเครื่องปฏิกรณ์ที่ใช้เทอร์มอลนิวตรอนมาใช้คำนวณหาองค์ประกอบวิกฤตหรือขนาดวิกฤตของเครื่องปฏิกรณ์ที่ใช้เทอร์มอลนิวตรอนที่ไม่มีสิ่งปกปิด เพื่อง่ายแก่การคำนวณเราจะพิจารณาว่าเครื่องปฏิกรณ์นี้ไม่มีตัวดูดกลืนเรโซแนนซ์หรือไม่มีนิวคลีไอที่เกิดการแบ่งแยกตัวด้วยนิวตรอนเร็ว กล่าวโดยสรุปว่าเครื่อง

$$k_\infty = \eta_T f \qquad (7.57)$$

เครื่องปฏิกรณ์ที่มีการดูดกลืนเรโซแนนซ์และเกิดการแบ่งแยกตัวด้วยนิวตรอนเร็ว(fast fission)จะเกิดในเครื่องปฏิกรณ์วิวิธพันธุ์หรือไม่เป็นเนื้อเดียวกัน(heterogeneous reactors)

คงจำได้ว่ามี 2 สถานะที่ต้องพิจารณาคือ

1. ขนาดทางกายภาพของเครื่องปฏิกรณ์ที่ระบุให้และองค์ประกอบวิกฤตที่ต้องหาค่าหรือ
2. องค์ประกอบของเครื่องปฏิกรณ์ที่ระบุให้และขนาดวิกฤตที่ต้องหาค่า

กรณีที่ 1 กำหนดขนาดให้(Size specified)

เมื่อกำหนดขนาดให้เราก็สามารถหาค่า B^2 ได้จากตารางที่ 7-2 ดังนั้นสามารถหาค่าองค์ประกอบที่ทำห้ k_∞ และ M_T^2 มีค่าสอดคล้องกับสมการวิกฤต(7.52) เพื่อความสะดวกเราให้พารามิเตอร์ Z มีค่า

$$Z = \Sigma_{aF} / \Sigma_{aM} = (N_F \bar{\sigma}_{aF})/(N_M \bar{\sigma}_{aM}) \qquad (7.58)$$

โดยตัวห้อย F และ M แทนเชื้อเพลิงและมอเดอเรเตอร์ตามลำดับ ดังนั้นจากสมการ(7.36) เศษส่วนการใช้ประโยชน์จากเทอร์มอลจึงเขียนได้เป็น

$$f = Z/(Z+1) \qquad (7.59)$$

และจะได้

$$k_\infty = \eta_T f = \eta_T Z/(Z+1) \qquad (7.60)$$

เมื่อหาพื้นที่การแพร่เทอร์มอลนิวตรอน L_T^2 ซึ่งเป็นหนึ่งในสองตัวประกอบที่จะใช้หาค่า M_T^2 ตามสมการ(7.53) โดยใช้สมการ(7.47)

$$L_T^2 = \bar{D} / \bar{\Sigma}_a$$

เมื่อ $\bar{D}$ และ $\bar{\Sigma}_a$ อ้างอิงถึงสารผสมเนื้อเดียวของเชื้อเพลิงและมอเดอเรเตอร์ อย่างไรก็ตาม $\bar{D}$ จำเป็นต้องเท่ากับ $\bar{D}_M$ (หรือสัมประสิทธ์การแพร่ในมอเดอเรเตอร์) เนื่องจากความเข้มข้นของเชื้อเพลิงในมอเดอเรเตอร์มีค่าน้อยในเครื่องปฏิกรณ์(ที่ใช้เทอร์มอลนิวตรอน)เนื้อเดียวดังนั้นจะได้

$$L_T^2 = \bar{D}_M / \bar{\Sigma}_a = \bar{D}_M / (\bar{\Sigma}_{aF} + \bar{\Sigma}_{aM})$$

จัดใหม่โดยอาศัยนิยาม Z ตามสมการ(7.58) จะได้

$$L_T^2 = (L_{TM})^2 / (Z+1) \qquad (7.61)$$

เมื่อ $(L_{TM})^2$ คือพื้นที่การแพร่ของเทอร์มอลนิวตรอนของมอเดอเรเตอร์ เมื่อแก้สมการ(7.59)

จะได้ (Z+1) = 1/(1-f) เมื่อแทนค่าลงในสมการ(7.61)จะได้

$$L_T^2 = (1-f)(L_{TM})^2 \tag{7.62}$$

ค่า τ_T เหมือน $\bar{D}$ ขึ้นอยู่กับสมบัติการกระเจิงของตัวกลางในเครื่องปฏิกรณ์เนื้อเดียวที่พิจารณานี้มีวัสดุฟิชไซล์น้อยมากและภาคตัดขวางการกระเจิงของอะตอมฟิชไซล์มีค่าไม่มากเหมือนของมอเดอเรเตอร์ทั่วไป ดังนั้นเป็นไปได้ที่จะใช้ค่า τ_T ของมอเดอเรเตอร์อย่างเดียว นั่นคือใช้ τ_{TM} ที่กำหนดให้ในตาราง 6-3 แทน

เมื่อแทนสมการ(7.60)และ(7.61)ลงในสมการวิกฤต(7.52)จะได้

$$\eta_T Z / [Z+1+B^2(L_{TM}^2 + Z\tau_{TM} + \tau_{TM})] = 1$$

เมื่อแก้สมการหาค่า Z จะได้

$$Z = [1+B^2(L_{TM}^2 + \tau_{TM})]/(\eta_T - 1 - B^2\tau_{TM}) \tag{7.63}$$

นี่คือค่าของ Z ที่ทำให้เครื่องปฏิกรณ์เกิดวิกฤตเมื่อกำหนดค่า B^2 ให้

ในการนำค่า Z ไปใช้หามวลทั้งหมดของเชื้อเพลิงที่จำเป็นเพื่อให้เกิดภาวะวิกฤต (Criticality) นั่นคือหามวลวิกฤต (critical mass) วิธีการหาทำได้โดยอาศัยสมการ (7.58) ความหนาแน่นอะตอมของเชื้อเพลิงมีค่า

$$N_F = ZN_M(\bar{\sigma}_{aM}/\bar{\sigma}_{aF}) \tag{7.64}$$

จำนวนอะตอมของเชื้อเพลิงทั้งหมดในเครื่องปฏิกรณ์ = N_FV

เมื่อ V คือปริมาตรของเครื่องปฏิกรณ์

จำนวนโมล(moles)ของเชื้อเพลิงทั้งหมดในเครื่องปฏิกรณ์ = N_FV/N_A

เมื่อ N_A คือเลขอโวกาโดร์(Avogadro's number)และถ้าให้ M_F เป็นน้ำหนักอะตอมเป็นกรัม (gram atomic weight)ของเชื้อเพลิงจะได้มวลของเชื้อเพลิง m_F มีค่า

$$m_F = N_FVM_F/N_A \tag{7.65}$$

หรือ

$$m_F = Z(\bar{\sigma}_{aM}/\bar{\sigma}_{aF})VM_FN_M/N_A \tag{7.66}$$

อย่างไรก็ตามมวลของมอเดอเรเตอร์ทั้งหมดมีค่า

$$m_M = N_MVM_M/N_A$$

ดังนั้นสมการ(7.66)จึงอาจเขียนได้เป็น

$$m_F = Z(\bar{\sigma}_{aM}/\bar{\sigma}_{aF})M_Fm_M/N_M \tag{7.67}$$

เมื่อแทนค่า $\bar{\sigma}_{aM}$ และ $\bar{\sigma}_{aF}$ โดยอาศัยสมการ(6.49)ในที่สุดจะได้

$$m_F = Z\sigma_{aM}(E_o)M_Fm_M/[g_{aF}(T)\,\sigma_{aF}(E_o)M_M] \tag{7.68}$$

โดยที่ตัวประกอบที่ไม่ผกผันกับความเร็วของนิวตรอนของมอเดอเรเตอร์ $g_{aM}(T)$ มักให้มีค่าเท่ากับ 1 เมื่อภาคตัดขวางวัดที่นิวตรอนพลังงาน E_o = 0.0253 eV เนื่องจากความเข้มข้นของเชื้อเพลิงปกติมีค่าน้อยมากมวลของมอเดอเรเตอร์จึงคำนวณได้จากการใช้ความหนาแน่นปกติ ให้ดูตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 7-4

เครื่องปฏิกรณ์ที่ใช้เทอร์มอลนิวตรอนแบบทรงกลมที่ไม่มีสิ่งปกปิด (bare spherical thermal reactor)เครื่องหนึ่งมีรัศมี 100 cm ประกอบด้วยสารผสมเนื้อเดียว(homogeneous mixture)ของ ^{235}U และแกรไฟต์ เครื่องปฏิกรณ์เกิดวิกฤตและเดินเครื่องที่ระดับกำลัง100กิโลวัตต์ความร้อน(thermal kilowatts) ให้ใช้ทฤษฎีหนึ่งกลุ่มที่ดัดแปรแล้วหาค่า

ก. บัคลิง(buckling) ข. มวลวิกฤต ค. k_∞ ง. L_T^2

จ. ฟลักซ์ของเทอร์มอลนิวตรอน

เมื่อ ^{235}U มี $g_{aF}(T)$ = 0.978 และ $g_{fF}(T)$ = 0.976 และแกรไฟต์มี $\sigma_{aM}(E_o)$ = 0.0034 b และความหนาแน่น 1.60 g/cm^3

วิธีทำ

ก. จากตารางที่ 7-2 จะได้บัคลิง

$$B^2 = (\pi/R)^2 = (\pi/100\text{ cm})^2 = 9.88 \times 10^{-4}\text{ cm}^{-2}$$

ข. จากตารางที่ 6-1, 6-2 และ 7-3 จะได้ค่า

$$L_{TM}^2 = 3{,}500\text{ cm}^2 \qquad \tau_{TM} = 368\text{ cm}^2 \quad \text{และ } \eta_T = 2.065$$

ดังนั้น สมการ(7.63) จะได้

$$Z = [1+9.88\times10^{-4}(3{,}500+368)] / [2.065 -1-9.88\times10^{-4} \times 368] = 6.87$$

แทนค่า $\sigma_{aM}(E_o)$, $g_{aF}(T)$ และ $\sigma_{aF}(E_o)$ = 681 b ลงในสมการ(7.68)จะได้มวลวิกฤต

$$M_F = 6.87\times0.0034\times10^{-24}\times235\ m_M / (0.978\times681\times10^{-24}\times12)$$
$$= 6.87\times10^{-4}\ m_M$$

ความหนาแน่นของแกรไฟต์ที่ให้มา ρ = 1.60 g/cm^3

ปริมาตรของเครื่องปฏิกรณ์ $V = (4/3)\pi R^3$

ดังนั้นจะได้มวลของแกรไฟต์ทั้งหมด m_M ในเครื่องปฏิกรณ์มีค่า

$$m_M = \rho V = (1.60\text{ g/cm}^3)(4/3)\pi(100\text{cm})^3 = 6{,}700\text{ kg}$$

ดังนั้นจะได้มวลวิกฤตของ ^{235}U มีค่า

$$m_F = 6.87\times10^{-4} \times 6{,}700\text{ kg} = 4.60\text{ kg}$$

ค. จากสมการ(7.59)

$$f = Z/(Z+1) = 6.87/(6.87+1) = 0.873$$

จะได้

$$k_\infty = \eta_T f = 2.065 x 0.873 = 1.803$$

ง. จากสมการ(7.62)

$$L_T^2 = (1\text{-}f)(L_{TM})^2 = (1\text{-}0.873) x 3{,}500 \text{ cm}^2 = 444 \text{ cm}^2$$

จ. ฟลักซ์ของเทอร์มอลนิวตรอน จากตารางที่ 7-2 มีค่า

$$\phi_T = (A\sin Br)/r \quad \text{และ} \quad A = P/(4R^2 E_R \bar{\Sigma}_f)$$

เมื่อ $P = 100 \text{ kW} = 10^5 \text{ J/s}$ $E_R = 3.2 x 10^{-11} \text{ J}$

และ

$$\bar{\Sigma}_f = N_F \bar{\sigma}_f = m_F N_A \bar{\sigma}_f / (VM_F) = m_F N_A x 0.886\ g_{fF}(T)\sigma_f(E_o) / (VM_F)$$

เมื่อ $\sigma_f(E_o) = 582$ b , $N_A = 0.602 x 10^{24}$ /mol ดังนั้นจะได้

$$\bar{\Sigma}_f = 1.41 x 10^{-3} \text{ cm}^{-1}$$

และจะได้ $A = 5.54 x 10^{13}$ และในที่สุดจะได้ฟลักซ์ของเทอร์มอลนิวตรอน

$$\phi_T(r) = (5.54 x 10^{13} \sin Br) / r$$

โดยที่จะมีค่าสูงสุดที่จุดศูนย์กลาง(r=0) ของเครื่องปฏิกรณ์ นั่นคือจากข้อ ก. จะได้

$B = 3.14 x 10^{-2} \text{ cm}^{-1}$ ดังนั้น $r \to 0$ จะได้

$$\phi_T(r \to 0) = 5.54 x 10^{13}\ B = 1.74 x 10^{12} \text{ neutrons/(cm}^2 \text{ s)}$$

กรณีที่ 2 กำหนดองค์ประกอบให้

เมื่อกำหนดองค์ประกอบของเครื่องปฏิกรณ์มาให้เราก็สามารถหาขนาดวิกฤตของเครื่องปฏิกรณ์ได้ โดยค่า K_∞ และ M_T^2 หาจากการคำนวณโดยตรง ดังนั้นค่าของ B^2 จึงหาได้จากสมการ (7.52) ซึ่งจะได้

$$B^2 = (K_\infty - 1) / M_T^2 \tag{7.69}$$

ถ้ากำหนดรูปแบบเรขาคณิตของเครื่องปฏิกรณ์มาให้ ขนาดของเครื่องปฏิกรณ์ก็สามารถหาได้จากสูตร B^2 ในตารางที่ 7-2 เช่น กรณีเครื่องปฏิกรณ์ทรงลูกบาศก์ (cubical reactor) ที่มีด้านยาว a จาก $B^2 = 3(\pi/a)^2$ จะได้

$$a = \pi\, 3^{1/2} / B$$

กรณีเครื่องปฏิกรณ์เป็นแบบทรงกลมจะมีบัคลิง $B^2 = (\pi/R)^2$ จะได้รัศมีวิกฤต(critical radius) R ของเครื่องปฏิกรณ์มีค่า $R = \pi / B$

อย่างไรก็ตามกรณีทรงกระบอกขนาดจำกัดรัศมี R สูง H มีบัคลิง

$$B^2 = (2.405 /R)^2 + (\pi / H)^2$$

เมื่อเครื่องปฏิกรณ์เกิดวิกฤตก็หา R และ H ที่สอดคล้องกับสมการทำให้ปริมาตรของเครื่อง

ปฏิกรณ์แตกต่างกันไปซึ่งเป็นผลทำให้มวลวิกฤตแตกต่างกันไปด้วย แต่ก็ไม่เป็นการยากที่จะแสดงว่ามวลที่น้อยที่สุดจะสอดคล้องกับความสัมพันธ์ H = 1.82R ส่วนแบบทรงท่อด้านขนานนั้นจะมีปริมาตรน้อยที่สุดก็คือพิจารณาเป็นลูกบาศก์

7.6 เครื่องปฏิกรณ์ที่มีตัวสะท้อน

(Reflected Reactor)

การนำนิวตรอนที่เกิดจากการแบ่งแยกตัวมาใช้ประโยชน์ให้ได้มากที่สุดก็คือการล้อมรอบเครื่องปฏิกรณ์ด้วยตัวสะท้อน(reflector)นั่นคือมีตัวหน่วงความเร็วที่ไม่มีเชื้อเพลิงและหนาพอที่จะทำให้นิวตรอนบางส่วนที่หลุดจากเครื่องปฏิกรณ์เข้าสู่ตัวสะท้อนนี้แล้วแพร่กลับคืนสู่แกนเครื่องปฏิกรณ์ ผลที่เกิดขึ้นนี้จะทำให้ลดมวลวิกฤตของระบบได้

การคำนวณภาวะวิกฤตสำหรับเครื่องปฏิกรณ์ที่มีตัวสะท้อนนี้อาจพิจารณาจากทฤษฎีการแพร่กลุ่มเดียว คงจำกันได้ว่าวิธีนี้สามารถประยุกต์ใช้กับการคำนวณของเครื่องปฏิกรณ์ที่ใช้นิวตรอนเร็วและเครื่องปฏิกรณ์ที่ใช้เทอร์มอลนิวตรอนเร็วกรณีที่มีตัวหน่วงความเร็วเป็น D_2O หรือแกรไฟต์ที่มี $\tau_T << L_T^2$

พิจารณาตัวอย่างที่เราต้องการศึกษาคือเครื่องปฏิกรณ์แบบทรงกลมรัศมี R ล้อมรอบด้วยตัวสะท้อนขนาดอนันต์ ในการวิเคราะห์ต่อไปนี้พารามิเตอร์ที่อ้างอิงถึงแกน (core) และตัวสะท้อน (reflector) จะห้อยด้วยสัญลักษณ์ c และ r ตามลำดับ

ตามทฤษฎีกลุ่มเดียว(one group theory)ฟลักซ์ในแกน ϕ_c สอดคล้องกับสมการ(7.11)

$$\nabla^2\phi_c + B^2\phi_c = 0 \qquad (7.70)$$

เมื่อ

$$B^2 = (K_\infty - 1) / L_c^2 \qquad (7.71)$$

เนื่องจากไม่มีเชื้อเพลิงในตัวสะท้อน ฟลักซ์ในตัวสะท้อน (ϕ_r) สอดคล้องกับสมการการแพร่กลุ่มเดียว

$$\nabla^2\phi_r + \phi_r / L_r^2 = 0 \qquad (7.72)$$

เมื่อต้องการหาฟลักซ์ทั่วเครื่องปฏิกรณ์และมีเงื่อนไขภาวะวิกฤตจำเป็นต้องแก้สมการ(7.70) และ(7.72)หาค่า ϕ_c และ ϕ_r ภายใต้เงื่อนไขขอบเขตที่ว่า ϕ_c ต้องไม่เป็นค่าอนันต์ที่แกนเครื่องปฏิกรณ์และ ϕ_r ต้องมีค่าจำกัดเมื่อ $r \to \infty$ และทั้งคู่มีค่าต่อเนื่องกันที่ระหว่างหน้า ผลเฉลยทั่วไปของสมการ(7.70)เหมือนที่เคยได้มาแล้วคือ

$$\phi_c = (A \sin Br)/r + (C \cos Br)/r$$

เมื่อ A และ C คือค่าคงตัว เมื่อ ϕ_c ต้องไม่เป็นค่าอนันต์ที่แกนเครื่องปฏิกรณ์(ที่ r= 0) เราต้องให้

C = 0 ดังนั้น ϕ_c จึงเหลือเป็น

$$\phi_c = (A \sin Br)/r \qquad (7.73)$$

ผลเฉลยทั่วไปของสมการ(7.72)คือ

$$\phi_r = [A' \exp(-r/L_r)]/r + [C' \exp(r/L_r)]/r$$

เมื่อ A' และ C' คือค่าคงตัว เมื่อ ϕ_r ยังคงมีค่าจำกัดที่ $r \rightarrow \infty$ เราต้องให้ $C' = 0$ ฟลักซ์ในตัวสะท้อน ϕ_r จึงมีค่า

$$\phi_r = [A' \exp(-r/L_r)]/r \qquad (7.74)$$

ฟังก์ชันϕ_c และ ϕ_r ยังต้องสอดคล้องกับเงื่อนไขขอบเขตระหว่างหน้า นั่นคือมีค่าต่อเนื่องของฟลักซ์นิวตรอนและกระแสที่ระหว่างหน้าแกนและตัวสะท้อน นั่นคือที่ r = R จะมี

$$\phi_c(R) = \phi_r(R) \qquad (7.75)$$

และ

$$J_c(R) = J_r(R)$$

หรือ

$$D_c\, d\phi_c(R)/dr = D_r d\phi_r(R)/dr \qquad (7.76)$$

เมื่อแทนสมการ(7.73)และ(7.74)ลงในสมการ(7.75)จะได้

$$(A/R) \sin BR = (A'/R) \exp(-R/L_r) \qquad (7.77)$$

เมื่อหาอนุพันธ์สมการ(7.73)และ(7.74)แล้วแทนลงในสมการ(7.76)จะได้

$$(AD_c/R)[B \cos BR - (\sin BR)/R] = -(A' D_r/R)[(1/L_r) + (1/R)] \exp(-R/L_r) \qquad (7.78)$$

สมการ(7.77)และ(7.78)เป็นสมการเชิงเส้นเอกพันธ์(homogeneous linear equations)ที่มีตัวไม่ทราบค่า A และ A' สมการทั้งสองมีผลเฉลยที่มีคุณค่า(nontrivial solutions)ก็ต่อเมื่อตัวกำหนด (determinant)ของสัมประสิทธ์หายไป เมื่อคูณกันหาค่าตัวกำหนดออกมา(ซึ่งสมมูลกับหารด้วยอีกสมการหนึ่ง)จะได้

$$B \cot BR - 1/R = -(D_r/D_c)(R/L_r + 1) \qquad (7.79)$$

เพื่อความสะดวกในการคำนวณจึงจัดเสียใหม่ในรูป

$$BR \cot BR - 1 = -(D_r/D_c)[(R/L_r) + 1] \qquad (7.80)$$

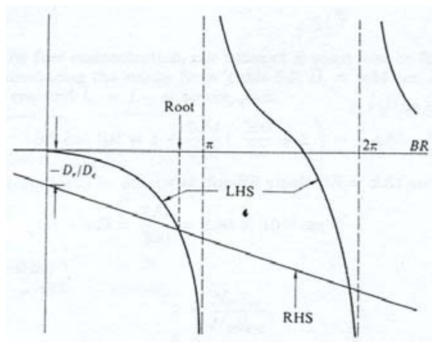
สมการ(7.80)ต้องสอดคล้องกับกรณีเครื่องปฏิกรณ์เกิดวิกฤต ตัวอย่างคือถ้ากำหนดองค์ประกอบของแกนเครื่องปฏิกรณ์มาให้แล้วค่า B หาได้จากสมการ(7.71)และ R คำนวณจากสมการ(7.80)ในทางตรงข้ามถ้ากำหนด R มาให้แล้ว B หาได้จากสมการ(7.80)และองค์ประกอบวิกฤตของแกนเครื่องปฏิกรณ์หาได้จากสมการ(7.71) ลักษณะเด่นที่ทำให้ยุ่งยากแก่การคำนวณเหล่านี้ซึ่งไม่ปรากฏกับแบร์รีแอคเตอ์มาก่อนก็คือสมการ(7.80)ยากแก่การเข้าใจได้

มีการแนะนำให้พิจารณาสมการ(7.80)โดยใช้กราฟ ถ้าสมมุติว่ากำหนดองค์ประกอบของ

แกนทำให้รู้ค่า B แล้ว รัศมีแกนเครื่องปฏิกรณ์ที่เกิดวิกฤตจะพบได้จากการเขียนกราฟด้านซ้ายมือ (LHS)และด้านขวามือ(RHS)ของสมการ(7.80)โดยแยกกันเป็นฟังก์ชันของ BR ดังรูปที่ 7-4 โดย LHS จะมีจำนวนอนันต์เส้น แต่ละเส้นอยู่ในความกว้างช่วง π ขณะที่ฟังก์ชันของ BR กรณี

$$RHS = -(D_r/D_c)[(BR/BL_r) + 1]$$

จะเป็นเส้นตรงมีความชัน $-D_r/D_cBL_r$ โดยมีจุดตัดหรืออินเตอร์เซกชัน(intersection)กับแกนตั้งที่ $-D_r/D_c$ ทุกค่าของ BR ที่สมนัยกับจุดตัดของLHS และ RHS เป็นราก(root)หรือผลเฉลยของสมการ(7.80)และเนื่องจากมีจุดตัดอยู่อนันต์จุดจึงทำให้มีผลเฉลยอยู่จำนวนอนันต์เช่นกัน อย่างไรก็ตามดังได้กล่าวไว้ก่อนหน้านี้แล้วว่ามีเพียงผลเฉลยแรกเท่านั้นที่เกี่ยวข้อง



รูปที่ 7-4 กราฟ 2 ด้านของสมการ(7.80)

กับเครื่องปฏิกรณ์ที่เกิดวิกฤต รากหรือผลเฉลยที่สูงกว่าจะค่อย ๆ หายไปกับเวลา ด้วยค่าที่ได้จากจุดตัดและ B ที่ได้ทำให้เราสามารถคำนวณหารัศมีวิกฤตได้

เป็นที่น่าสังเกตว่าตามรูปที่ 7-4 นี้ จุดตัดแรกของ LHS และ RHS เกิดขึ้นที่ค่าของ $BR < \pi$ ซึ่งกรณีแบร์รีแอคเตอร์(ซึ่งไม่มีตัวสะท้อน)จะมีค่าเท่ากับ π ดังนั้นรัศมีแกนเครื่องปฏิกรณ์ที่เกิดวิกฤตกรณีมีตัวสะท้อนจะน้อยกว่ารัศมีของแบร์รีแอคเตอร์ที่มีองค์ประกอบหมือนกัน ผลที่ได้มานี้เป็นไปดังที่คาดไว้ตามหลักการทางฟิสิกส์

อนึ่งถ้ามอเดอเรเตอร์ในแกนเครื่องปฏิกรณ์และตัวสะท้อนเป็นชนิดเดียวกันจะได้ $D_r = D_c$ สมการ(7.80)จะลดรูปเป็น

$$B \cot BR = - 1/L_r \tag{7.81}$$

ซึ่งเป็นสมการที่ไม่เกินความเข้าใจที่จะหาค่า R ได้ ดังนั้นเมื่อทราบค่า B ก็หา R ได้โดยตรง

ในการหาค่าคงที่ A และ A' เพื่อหาค่าฟลักซ์จะเห็นว่าสมการ(7.77)และ(7.78)มีความสัมพันธ์กับสมการ(7.80) ดังนั้นจะเป็นไปได้ที่จะหา A' ในพจน์ของ A หรือ A ในพจน์ของ A' แต่ค่าคงตัวทั้งคู่ไม่เป็นอิสระ ดูตัวอย่างจากสมการ(7.77)

$$A' = A \exp(r/L_r) \sin BR \tag{7.82}$$

โดย BR เป็นผลเฉลยที่เราทราบค่าจากสมการ(7.80)

ค่าคงตัว A เป็นตัวบอกขนาดของฟลักซ์ทั่วทั้งเครื่องปฏิกรณ์ หาได้จากกำลังเครื่องปฏิกรณ์เหมือนที่เคยทำมาคือ

$$P = E_R \Sigma_F \int \phi_c \, dV \tag{7.83}$$

เมื่ออินทิกรัลขยายไปทั่วแกนเครื่องปฏิกรณ์ซึ่งก่อเกิดกำลัง แทนค่า ϕ_c จากสมการ(7.73)และใช้ $dV = 4\pi r^2 dr$ จะได้

$$P = 4\pi E_R \Sigma_F A \int_0^R r \sin Br \, dr$$

$$= (4\pi E_R \Sigma_F A/B^2)(\sin BR - BR \cos BR)$$

ดังนั้นจะได้ A มีค่า

$$A = PB^2 / [4\pi E_R \Sigma_F (\sin BR - BR \cos BR) \tag{7.84}$$

วิธีการดังกล่าวมานี้เป็นการแก้สมการที่เกี่ยวข้องกับตัวสะท้อนและแกนเครื่องปฏิกรณ์ซึ่งสมการต้องสอดคล้องกับภาวะวิกฤตและการหาค่าคงตัวของฟลักซ์อยู่ในพจน์ของกำลังเครื่องปฏิกรณ์ แต่ที่กล่าวมาไม่ได้รวมกรณีเครื่องปฏิกรณ์ที่สำคัญ 2 แบบคือแบบทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากและแบบทรงกระบอกที่มีตัวสะท้อน ในทางปฏิบัติสมบัติของเครื่องปฏิกรณ์ทั้งสองอาจประมาณได้จากการคำนวณแบบเครื่องปฏิกรณ์แบบทรงกลมที่มีองค์ประกอบและปริมาตรเหมือนกัน

มีข้อสังเกตุอีกอย่างคือที่เราวิเคราะห์เครื่องปฏิกรณ์ที่มีตัวสะท้อนดังกล่าวมานี้ไม่ได้กล่าวถึงเครื่องปฏิกรณ์ใช้นิวตรอนเร็วหรือเทอร์มอลนิวตรอน ในการใช้สูตรต่าง ๆ ที่กล่าวมานี้กับเครื่องปฏิกรณ์ทั้งสองแบบสามารถใช้ได้เป็นนจริงทั้งคู่ ตัวอย่างเครื่องปฏิกรณ์ที่ใช้เทอร์มอลนิวตรอนทำได้โดยแทนพารามิเตอร์ของเครื่องปฏิกรณ์โดยใช้ค่าเฉลี่ยของเทอร์มอลนิวตรอนให้เหมาะสม เช่น ฟลักซ์กลุ่มเดียวก็ใช้ฟลักซ์ของเทอร์มอลนิวตรอน ให้ดูตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 7-5

แกนของเครื่องปฏิกรณ์ที่ใช้เทอร์มอลนิวตรอนเป็นแบบทรงกลมรัศมี 300 cm เป็นสารผสมเนื้อเดียวของ ^{235}U และ D_2O เครื่องปฏิกรณ์นี้ถูกล้อมรอบด้วยตัวสะท้อนที่เป็นแกรไฟต์ขนาดอนันต์ ให้คำนวณที่อุณหภูมิห้อง(20 ^{o}C)หา

ก. ความเข้มข้นวิกฤตของ ^{235}U (กรัม/ลิตร)

ข. มวลวิกฤต

เมื่อความหนาแน่นโมเลกุลของ D_2O (มี H_2O ปนอยู่ 0.25 $^{w}/_{o}$) มีค่า 0.03323 x 10^{24} molecules/cm^3 และ D_2O มีความหนาแน่น 1.1 g/cm^3

วิธีทำ

ก. ในการคำนวณหาความเข้มข้นของเชื้อเพลิงจะต้องหาค่า B จากสมการ(7.87)ก่อน โดยอาศัยค่าต่าง ๆ จากตารางที่ 6-2 $\bar{D}_r$ = 0.84 cm , $\bar{D}_c$ = 0.87 cm และ R = 300 cm ดังนั้นจะได้

$$BR \cot BR = 1-(0.84/0.87)[(300/59)+1] = -4.88$$

แก้สมการโดยอาศัยกราฟหรือวิธีอื่นเพื่อหาค่า BR จะได้ BR = 2.64 ดังนั้น

$$B = (2.64/300cm) = 8.80 \times 10^{-3}\ cm^{-1}$$

และจากสมการ(7.65)

$$Z = (N_f \bar{\sigma}_{af})/(N_M \bar{\sigma}_{aM})$$

และจากหัวข้อ 7.5 เรื่องเครื่องปฏิกรณ์ที่ใช้เทอร์มอลนิวตรอน สมการ(7.67)

$$k_\infty = \eta_T Z/(Z+1)$$

และสมการ(7.69)

$$L_T^2 = (1-f)(L_{TM})^2 = (L_{TM})^2/(Z+1)$$

แทนสมการเหล่านี้ในนิยามของ B^2 ซึ่งกำหนดเป็น

$$B^2 = (k_\infty - 1)/ L_T^2$$

แล้วหาค่า Z จะได้

$$Z = (1 + B^2 L_{TM}^2)/(\eta_T - 1)$$

แทนค่า B = 8.80×10^{-3} cm^{-1} , $L_{TM}^2 = 9.4 \times 10^3\ cm^2$ และ η = 2.065 ลงไปจะได้

$$Z = 1.622$$

กนิยามของ Z และสูตรที่ใช้หาความหนาแน่นทางฟิสิกส์จะได้ อัตราส่วนความหนาแน่นของเชื้อเพลิง(ρ_F)ต่อความหนาแน่นของมอเดอเรเตอร์(ρ_M)มีค่า

$$\rho_F/\rho_M = ZM_F \bar{\sigma}_{aM} /(M_M \bar{\sigma}_{aF})$$

$$= ZM_F\sigma_{aM}(E_o) / [M_M\, g_{aF}(20\,^oC)\sigma_{aF}(E_o)]$$

เมื่อ M_M คือน้ำหนักโมเลกุลของ D_2O และภาคตัดขวางการดูดกลืนวัดที่นิวตรอนมีพลังงาน E_o = 0.0253 eV ใช้ค่า M_F = 253 และ

$$\sigma_{aM}(E_o) = (2/\pi^{1/2})(\bar{\sigma}_{aM}/N) = 1.128 \times 9.3 \times 10^{-5}\ b /0.03323$$

$$= 3.16 \times 10^{-3}\ b$$

ใช้ค่า M = 20 และจากตารางที่ 6-1 ค่า $g_{aF}(20\,^oC)$ = 0.978 และภาคตัดขวางการดูดกลืนของ ^{235}U ที่เกิดกับเทอร์มอลนิวตรอน $\sigma_{aF}(E_o)$ = 681 b จะได้

$$\rho_F/\rho_M = 1.622 \times 235 \times 3.16 \times 10^{-3} / (20 \times 0.978 \times 681)$$

$$= 9.04 \times 10^{-5}$$

เมื่อ ρ_M = ความหนาแน่นของ D_2O = 1.1 g/cm^3 จะได้ความหนาแน่นของเชื้อเพลิงในเครื่องปฏิกรณ์

$$\rho_F = 9.04 \times 10^{-5} \times 1.1 \text{ g/cm}^3 = 9.94 \times 10^{-5} \text{ g/cm}^3$$

หรือคิดเป็นความเข้มข้นวิกฤตของ ^{235}U มีค่า 0.994 g/litre

ข. มวลวิกฤตมีค่า

$$M_F = V\rho_F = (4/3)\pi R^3\rho_F = (4\pi/3)(100 \text{ cm})^3 \times 9.94 \times 10^{-5} \text{ g/cm}^3$$

$$= 11.24 \text{ kg}$$

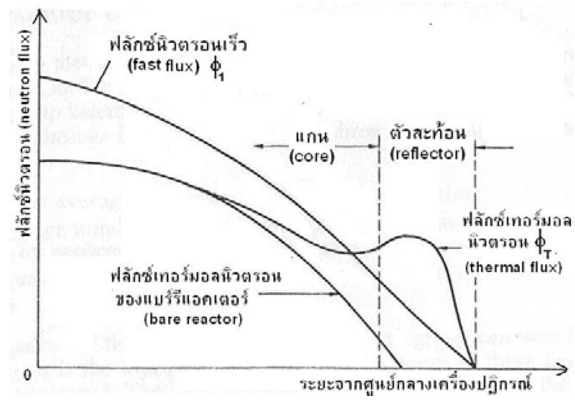
7.7 ฟลักซ์นิวตรอนในเครื่องปฏิกรณ์

(Neutron Fluxes in Reactors)

ถึงแม้การคำนวณกลุ่มเดียวจะสมเหตุสมผลในการหาค่ามวลวิกฤต แต่การคำนวณแบบนี้ไม่สามารถหาฟลักซ์ทั่วทั้งเครื่องปฏิกรณ์ได้ถูกต้องโดยเฉพาะกรณีเครื่องปฏิกรณ์ที่ใช้เทอร์มอลนิวตรอน เพื่อจะให้ได้ค่าที่ถูกต้องนั้นต้องใช้การคำนวณ 2 กลุ่มหรือหลายกลุ่ม(multigroup calculation)ซึ่งการคำนวณดังกล่าวนี้เกินหลักสูตรที่จะเขียนในตำราเล่มนี้จึงไม่ขอกล่าวถึง โดยผลที่ได้จากการคำนวณนั้นจะมีส่วนสำคัญในการออกแบบเครื่องปฏิกรณ์ที่ใช้เทอร์มอลนิวตรอน

กรณีการคำนวณ 2 กลุ่มของระบบที่มีตัวสะท้อนนั้นให้ฟลักซ์นิวตรอนเร็วเป็น ϕ_1 ซึ่งจะเป็นฟังก์ชันอธิบายพฤติกรรมของนิวตรอนเร็ว ส่วนเทอร์มอลนิวตรอนจะอยู่ในฟลักซ์ของเทอร์มอลนิวตรอน ϕ_T ผลเด่นของการคำนวณตามวิธีนี้จะพบว่าฟลักซ์ของเทอร์มอลนิวตรอนจะมีค่าสูงขึ้นใกล้ ๆ รอยต่อระหว่างแกนและตัวสะท้อน(core - reflector interface)โดยจะมียอดสูงในตัวสะท้อนดังรูปที่ 7-5 พฤติกรรมของ ϕ_T ที่ได้นี้ไม่อาจทำนายได้ในทฤษฎีกลุ่มเดียวแต่เป็นฟลักซ์ที่เกิดจากนิวตรอนที่ถูกทำให้เป็นเทอร์มอลนิวตรอน(thermalization)ในตัวสะท้อน โดยนิวตรอนที่เข้ามาเป็นนิวตรอนเร็วที่หลุดออกจากแกนนิวตรอนที่ถูกทำให้เป็นเทอร์มอลนิวตรอนเหล่านี้ไม่ถูกดูดกลืนอย่างรวดเร็วในตัวสะท้อนเหมือนอย่างเทอร์มอลนิวตรอนในแกน ทั้งนี้เป็นเพราะในตัวสะท้อนไม่มีเชื้อเพลิงปนอยู่จึงมีภาคตัดขวางการดูดกลืนน้อยกว่ามากจึงทำให้มีเทอร์มอลนิวตรอนสะสมอยู่ในตัวสะท้อนจนกว่าจะมีการรั่วกลับคืนสู่แกนหรือหลุดออกไปด้านนอกของตัวสะท้อนหรือถูกดูดกลืน

การเพิ่มขึ้นของฟลักซ์เทอร์มอลนิวตรอนในตัวสะท้อนมีผลที่สำคัญคือทำให้ฟลักซ์เทอร์มอลนิวตรอนมีการแจกแจงที่สูงราบขึ้นในแกนซึ่งจะเห็นได้ในรูปที่ 7-5 เมื่อเทียบกับเครื่องปฏิกรณ์ที่ไม่มีตัวสะท้อนหรือแบร์รีแอคเตอร์ ฟลักซ์ในแกนใกล้ ๆ กับรอยต่อระหว่างแกนและตัวสะท้อน



รูปที่ 7-5 ฟลักซ์นิวตรอนในเครื่องปฏิกรณ์ที่มีและไม่มีตัวสะท้อน

จะมีค่าสูงขึ้นเนื่องจากการไหลของเทอร์มอลนิวตรอนออกจากตัวสะท้อน ตัวสะท้อนไม่เพียงลดขนาดและมวลวิกฤตแล้วยังลดอัตราส่วนของฟลักซ์สูงสุดต่อฟลักซ์เฉลี่ยด้วย

การลดขนาดวิกฤตของแกนเครื่องปฏิกรณ์อันเป็นผลจากมีตัวสะท้อนเรียกการสะสมของตัวสะท้อน(reflector savings) ดังนั้นเครื่องปฏิกรณ์แบบทรงกลม(spherical reactor)ที่มีแกนไม่มีสิ่งปกปิดหรือตัวสะท้อน(bare core)รัศมี R_o และรัศมี R กรณีมีตัวสะท้อนจะได้การสะสมของตัวสะท้อนนิยามว่าคือ

$$\delta_{sph} = R_o - R \qquad (7.85)$$

กรณีเครื่องปฏิกรณ์แบบแผ่นแบน(slab reactor)ที่ไม่มีตัวสะท้อนมีความหนา a_o ตอนมีตัวสะท้อนหนา a จะมีการสะสมของตัวสะท้อนนิยามว่าคือ

$$\delta_{sl} = (1/2)(a_o - a) \qquad (7.86)$$

ที่มีตัวประกอบ(1/2) เพราะแผ่นแบนมี 2 ด้าน

ถ้าเรารู้ค่าการสะสมของตัวสะท้อน (δ) การคำนวณหาขนาดวิกฤตของเครื่องปฏิกรณ์ที่มีตัวสะท้อนก็ง่ายขึ้นโดยอาศัยเพียงผลเฉลยของแบร์รีแอคเตอร์ก็ใช้ได้ โดยเครื่องปฏิกรณ์แบบทรงกลมที่มีตัวสะท้อนก็ใช้เพียงหาค่ารัศมีวิกฤตแบบไม่มีตัวสะท้อน R_o จะได้รัศมีวิกฤตที่มีตัวสะท้อน $R = R_o - \delta_{sph}$ แน่นอนในการหาค่า δ จำเป็นต้องรู้ทั้งผลเฉลย
ของการวิเคราะห์หรือจากการทดลองของปัญหาเครื่องปฏิกรณ์ที่มีตัวสะท้อน สิ่งสำคัญในทางที่เกี่ยวข้องกับค่าการสะสมของตัวสะท้อน δ นี้ก็คือการเปลี่ยนแปลงค่าค่อนข้างจะไวไปกับองค์ประกอบของเครื่องปฏิกรณ์ นั่นหมายถึงว่าค่า δ ที่คำนวณได้จากเครื่องปฏิกรณ์หนึ่งสามารถนำไปใช้ได้กับเครื่องปฏิกรณ์ที่แตกต่างแต่มีองค์ประกอบเหมือนกัน

ในการคำนวณอย่างหยาบของขนาดและ/หรือมวลวิกฤตของเครื่องปฏิกรณ์ที่ใช้เทอร์มอลนิวตรอนที่มีตัวสะท้อน(ยกเว้นกรณีตัวหน่วงความเร็วหรือตัวสะท้อนที่เป็น H_2O)อาจใช้สูตรง่าย ๆ ในการประมาณค่า

$$\delta \approx \bar{D}_c L_{Tr} / \bar{D}_r \qquad (7.87)$$

สัญลักษณ์แทนค่าเหมือนเดิม สมการ(7.91)นี้เป็นจริงเฉพาะตัวสะท้อนที่มีความหนามาก ๆ หลาย ๆ เท่าของความยาวการแพร่ ตัวสะท้อนในกรณีนี้มีขนาดอนันต์นั่นคือการเพิ่มความหนาของตัวสะท้อนไม่ได้ลดขนาดวิกฤตของแกน ในทางปฏิบัติทุกเครื่องปฏิกรณ์จึงเสมือนมีตัวสะท้อนขนาดอนันต์

ดังกล่าวมาแล้วว่าการคำนวณกลุ่มเดียวที่ใช้กับเครื่องปฏิกรณ์ที่มีตัวสะท้อนใช้ไม่ถูกต้องกับระบบที่มีน้ำเป็นตัวสะท้อนและตัวหน่วงความเร็วเนื่องจากความจริงที่ว่า $\tau_T >> L_T^2$ อย่างไรก็ตามมีสูตรเชิงประสบการณ์(empirical formula)ซึ่งพัฒนาขึ้นโดย R.W. Deutsch เพื่อหาค่าการสะสมของตัวสะท้อนได้เป็น

$$\delta = 7.2 + 0.01(M_T^2 - 40) \qquad (7.88)$$

โดย δ มีหน่วยเป็น cm แต่ใช้ตัวเลขของ M_T^2 ซึ่งมีหน่วยเป็น cm^2 ให้ดูตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 7-6

ให้คำนวณหารัศมีแกนเครื่องปฏิกรณ์ที่เกิดวิกฤตและมวลวิกฤตของเครื่องปฏิกรณ์แบบทรงกลมที่มีตัวสะท้อนและตัวหน่วงความเร็วเป็นน้ำที่มีความหนาแน่น 1 g/cm^3 แกนมี ^{235}U เข้มข้น 0.0145 g/cm^3 เมื่อกำหนดเศษส่วนการใช้ประโยชน์จากเทอร์มอลนิวตรอนหรือ f = 0.526

วิธีทำ

จากสมการ(7.53) $M_T^2 = L_T^2 + \tau_T$ และจากตารางที่ 6-1 $L_{TM}^2(H_2O) = 8.1\ cm^2$ จะได้

$$L_T^2 = (1-f)\, L_{TM}^2 = (1- 0.526) \times 8.1\ cm^2 = 3.84\ cm^2$$

เมื่ออายุนิวตรอนจากตารางที่ 6-2 มีค่า $\tau_T = 27\ cm^2$ จะได้

$$M_T^2 = (3.84+27)\ cm^2 = 30.8\ cm^2$$

ดังนั้นจากสมการ(7.88)จะได้

$$\delta = 7.2 + 0.01(30.8 - 40)\ cm = 6.3\ cm$$

และจาก

$$k_\infty = \eta_T f = 2.065 \times 0.526 = 1.0862$$

จะได้

$$B^2 = (k_\infty - 1) / M_T^2 = (1.0862)/ 30.8\ cm^2 = 2.80 \times 10^{-3}\ cm^{-2}$$

แ $B = 0.0529$

ดังนั้นจะได้จะได้ รัศมีวิกฤตของเครื่องปฏิกรณ์ที่ไม่มีตัวสะท้อน

$$R_o = \pi / B = \pi \text{ cm} / 0.0529 = 59.4 \text{ cm}$$

กรณีมีตัวสะท้อนจะได้ รัศมีวิกฤต

$$R = R_o - \delta = (59.4 - 6.3) \text{ cm} = 53.1 \text{ cm}$$

มวลวิกฤต m_F มีค่า

$$m_F = \rho V = 0.0145 \text{ (g/cm}^3\text{)} \times (4/3)\pi(53.1\text{cm})^3$$

$$= 9.09 \text{ kg}$$

ซึ่งแน่นอนค่านี้มีค่าน้อยกว่าเครื่องปฏิกรณ์แบบเดียวกันที่ไม่มีตัวสะท้อน

สรุปเนื้อหาในบทที่ 7

1. เครื่องปฏิกรณ์ที่ใช้นิวตรอนเร็วเกิดวิกฤตที่มีเชื้อเพลิงและตัวระบายความร้อนรวมกันเป็นสารผสมเนื้อเดียว(homogeneous mixture)หรือเครื่องปฏิกรณ์แบบไม่มีสิ่งปกปิดหรือเรียกทับศัพท์ว่าแบร์รีแอคเตอร์(bare reactor)สามารถใช้การคำนวณโดยอาศัยสมการการแพร่ของนิวตรอนกลุ่มเดียว

$$D\nabla^2\phi - \Sigma_a\phi = -s$$

เมื่อ ϕ = ฟลักซ์กลุ่มเดียว (one group flux)

D = สัมประสิทธิ์การแพร่กลุมเดียว (one group diffusion coefficient)

Σ_a = ภาคตัดขวางมหภาคของการดูดกลืนกลุ่มเดียว (ของสารผสมเนื้อเดียวระหว่างเชื้อเพลิงและตัวทำให้เย็น)

และ s = ความหนาแน่นนิวตรอนจากแหล่งกำเนิดต่อวินาทีซึ่งมีหน่วยเป็น neutrons/(cm^3 s)

2. $$s = \eta\Sigma_{aF}\phi$$

เมื่อ Σ_{aF} = ภาคตัดขวางมหภาคของการดูดกลืนกลุ่มเดียวของเชื้อเพลิง(Fuel)

η = ค่าเฉลี่ยของนิวตรอนที่เกิดจากการแบ่งแยกตัวต่อนิวตรอนที่ถูกดูดกลืนในเชื้อเพลิง

หรือ $$s = \eta f \Sigma_a\phi$$

$$f = \Sigma_{aF} / \Sigma_a$$

เป็นเศษส่วนแสดงการใช้ประโยชน์จากเชื้อเพลิง(fuel utilization)ซึ่งหาค่าจากภาคตัดขวางการดูดกลืนของเชื้อเพลิง(Σ_{aF})ต่อภาคตัดขวางการดูดกลืนของของสารผสมระหว่างเชื้อเพลิงและตัวทำให้เย็น(Σ_a)นั่นคือ f เป็นเศษส่วนของนิวตรอนที่ถูกดูดกลืนโดยเชื้อเพลิงในเครื่องปฏิกรณ์

3. จำนวนนิวตรอนถูกดูดกลืนในเชื้อเพลิง = $f\Sigma_a\phi$

จำนวนนิวตรอนถูกปลดปล่อยออกมาจากการแบ่งแยกตัว = $\eta f\Sigma_a\phi$

ตัวประกอบการคูณของแบร์รีแอคเตอร์ขนาดอนันต์(k_∞) มีค่า

k_∞ = จำนวนนิวตรอนในชั่วรุ่นที่ (n+1) / จำนวนนิวตรอนในชั่วรุ่น n

$= \eta f \Sigma_a\phi / (\Sigma_a\phi) = \eta f$

4. η และ f เป็นค่าคงตัวที่ขึ้นกับเฉพาะสมบัติของสารที่เป็นองค์ประกอบของเครื่องปฏิกรณ์ ค่า k_∞ จะมีค่าเหมือนกันสำหรับแบร์รีแอคเตอร์ เช่นเดียวกันกับเครื่องปฏิกรณ์ขนาดอนันต์ที่มีองค์ประกอบเหมือนกัน ดังนั้นพจน์แหล่งกำเนิดจึงเขียนได้เป็น

$$s = k_\infty \Sigma_a\phi$$

สมการการแพร่ของนิวตรอนกลุ่มเดียวจะได้

$$\nabla^2\phi + (k_\infty - 1)\phi / L^2 = 0 \qquad \text{เมื่อ} \qquad L^2 = D / \Sigma_a$$

L^2 คือพื้นที่การแพร่กลุ่มเดียวและจะสะดวกกว่าเดิมยิ่งขึ้นถ้าให้พารามิเตอร์ B^2 มีค่า

$$B^2 = (k_\infty - 1)/ L^2$$

จะได้สมการของเครื่องปฏิกรณ์ที่ใช้นิวตรอนกลุ่มเดียว คือ

$$\nabla^2\phi + B^2\phi = 0$$

5. เครื่องปฏิกรณ์แบบแผ่นแบนไม่มีสิ่งปกปิดขนาดอนันต์ที่หนา a สามารถใช้สมการของเครื่องปฏิกรณ์ที่ใช้นิวตรอนกลุ่มเดียวมาคำนวณได้โดยอาศัยเงื่อนไขขอบเขตที่ว่า ϕ จะหายไปที่ระยะการประมาณค่านอกช่วง(d)จากผิวของแผ่นแบนนั้นคือ

$$\phi(x=\frac{a}{2}+d) = \phi(x=-\frac{a}{2}-d) = 0$$

จะได้ฟลักซ์ในเครื่องปฏิกรณ์แบบแผ่นแบนที่เกิดวิกฤต

$$\phi(x) = A\cos B_1 x = A\cos \pi x/a$$

ค่าเฉพาะต่ำสุดยกกำลังสอง B_1^2 เรียกว่าบัคลิง(buckling)ของเครื่องปฏิกรณ์ ซึ่ง

$$B_1^2 = -(1/\phi)\, d^2\phi/dx^2 \qquad \text{จะได้} \qquad B_1^2 = (\pi/a)^2$$

6. ในแบร์รีแอคเตอร์แบบเอกรูป(uniform)อัตราส่วนของฟลักซ์สูงสุดต่อฟลักซ์เฉลี่ยทั่วบริเวณของเครื่องปฏิกรณ์มีค่า = $\Omega = \phi_{max} / \phi_{av}$

7. เครื่องปฏิกรณ์ที่ใช้เทอร์มอลนิวตรอนมักต้องใช้สูตรของสี่ตัวประกอบ เครื่องปฏิกรณ์ขนาดอนันต์ที่ประกอบด้วยเชื้อเพลิงและมอเดอเรเตอร์รวมกันเป็นสารผสมเนื้อเดียว ถ้าให้

$\bar{\Sigma}_a$ = ภาคตัดขวางการดูดกลืนเทอร์มอลนิวตรอนแบบมหภาคของสารผสม

โดย $\bar{\Sigma}_a = \bar{\Sigma}_{aF} + \bar{\Sigma}_{aM}$

เมื่อ $\bar{\Sigma}_{aF}$ และ $\bar{\Sigma}_{aM}$ คือภาคตัดขวางการดูดกลืนเทอร์มอลนิวตรอนแบบมหภาคของเชื้อเพลิงและมอเดอเรเตอร์ตามลำดับ จะได้

อัตราการดูดกลืนเทอร์มอลนิวตรอนต่อลูกบาศก์เซนติเมตรในเครื่องปฏิกรณ์ทั้งหมด = $\bar{\Sigma}_a \phi_T$ [neutrons / (cm^3 s)]

เมื่อ ϕ_T คือฟลักซ์เทอร์มอลนิวตรอน ในจำนวนนี้มีเศษส่วน

$$f = \bar{\Sigma}_{aF} / \bar{\Sigma}_a = \bar{\Sigma}_{aF} / (\bar{\Sigma}_{aF} + \bar{\Sigma}_{aM})$$

ที่จะถูกดูดกลืนในเชื้อเพลิง พารามิเตอร์ f คือเศษส่วนแสดงการใช้ประโยชน์จากเทอร์มอลนิวตรอน(thermal utilization)

8. ในเครื่องปฏิกรณ์ที่ใช้เทอร์มอลนิวตรอนจะมีจำนวนนิวตรอนถูกดูดกลืนในเชื้อเพลิง = f $\bar{\Sigma}_a \phi_T$

[neutrons / (cm^3 s)]

จำนวนนิวตรอนที่ถูกปล่อยออกมาจากการแบ่งแยกตัว = $\eta_T f \bar{\Sigma}_a \phi_T$ [neutrons / (cm^3 s)]

เมื่อ η_T = ค่าเฉลี่ยของจำนวนนิวตรอนที่ถูกปล่อยออกมาต่อจำนวนเทอร์มอลนิวตรอนที่ถูกดูดกลืนในเชื้อเพลิง

9. ตัวประกอบการแบ่งแยกตัวจากนิวตรอนเร็ว = ε = จำนวนนิวตรอนที่เกิดจากการแบ่งแยกตัวทั้งหมดต่อจำนวนนิวตรอนที่เกิดจากการแบ่งแยกตัวจากเทอร์มอลนิวตรอน
ในเครื่องปฏิกรณ์ที่ใช้เทอร์มอลนิวตรอนขนาดอนันต์จะมี

จำนวนนิวตรอนที่เกิดจากการแบ่งแยกตัวทั้งหมด = $\varepsilon\eta_T f \bar{\Sigma}_a \phi_T$ [neutrons / (cm^3 s)]

10. p = ความน่าจะเป็นที่นิวตรอนจากการแบ่งแยกตัวหลุดพ้นจากเรโซแนนซ์

จำนวนนิวตรอนที่ถูกหน่วงจนเป็นเทอร์มอลนิวตรอน = $p\varepsilon\eta_T f \bar{\Sigma}_a \phi_T$

11. ตัวประกอบการคูณของเครื่องปฏิกรณ์ $k_\infty = p\varepsilon\eta_T f \bar{\Sigma}_a \phi_T / (\bar{\Sigma}_a \phi_T) = \eta_T f p\varepsilon$
เรียก k_∞ ว่าสูตรของสี่ตัวประกอบ(the four factor formula)ซึ่งเรียงตามลำดับตัวประกอบในการนำไปใช้ประโยชน์ตามปกติ

12. ในการคำนวณภาวะวิกฤตมี 2 สถานะที่ต้องพิจารณาคือ
    1. ขนาดทางกายภาพของเครื่องปฏิกรณ์ที่ระบุให้และองค์ประกอบวิกฤตที่ต้องหาค่า
    2. องค์ประกอบของเครื่องปฏิกรณ์ที่ระบุให้และขนาดวิกฤตที่ต้องหาค่า

13. การนำนิวตรอนที่เกิดจากการแบ่งแยกตัวมาใช้ประโยชน์ให้ได้มากที่สุดก็คือการล้อมรอบเครื่องปฏิกรณ์ด้วยตัวสะท้อน(reflector)นั่นคือมีตัวหน่วงความเร็วที่ไม่มีเชื้อเพลิงและหนาพอที่จะทำให้นิวตรอนบางส่วนที่หลุดจากเครื่องปฏิกรณ์เข้าสู่ตัวสะท้อนนี้แล้วแพร่กลับคืนสู่แกนเครื่องปฏิกรณ์ ผลที่เกิดขึ้นนี้จะทำให้ลดมวลวิกฤตของระบบได้

14. การคำนวณภาวะวิกฤตสำหรับเครื่องปฏิกรณ์ที่มีตัวสะท้อนนี้อาจพิจารณาจากทฤษฎีการแพร่กลุ่มเดียว วิธีนี้สามารถประยุกต์ใช้กับการคำนวณของเครื่องปฏิกรณ์ที่ใช้นิวตรอนเร็วและเครื่องปฏิกรณ์ที่ใช้เทอร์มอลนิวตรอนกรณีที่มีตัวหน่วงความเร็วเป็น D_2O หรือ แกรไฟต์ที่มี $\tau_T << L_T^2$

แบบฝึกหัดบทที่ 7

7.1 เครื่องปฏิกรณ์นิวเคลียร์เครื่องหนึ่งมีตัวประกอบการคูณยังผล $k = 1.03$ ถึงชั่วรุ่นที่เท่าไรที่ทำให้มีจำนวนนิวตรอนเพิ่มเป็น 2 เท่า และใช้เวลานานเท่าใด เมื่อสมมุติว่าพลังงานเริ่มต้นมีค่า 1.5 MeV และระยะทางเฉลี่ยก่อนการแบ่งแยกตัว 8.0 cm

7.2 ให้คำนวณหาเศษส่วนการใช้ประโยชน์จากเชื้อเพลิง(fuel utilization , f) และตัวประกอบการคูณของเครื่องปฏิกรณ์ขนาดอนันต์(k_∞) สำหรับเครื่องปฏิกรณ์เร็วที่มีเชื้อเพลิงเป็นสารผสมของโซเดียมเหลวและพลูโตเนียม โดยมีพลูโตเนียม อยู่ 3.0 $^w/_o$ ความหนาแน่นของสารผสมประมาณ 1 g/cm^3

7.3 เครื่องปฏิกรณ์กำลังเครื่องหนึ่งเดินเครื่องที่ระดับกำลัง 10^5 W เกิดภาวะวิกฤตทันที (prompt critical)เนื่องจากระบบแท่งควบคุมชำรุด สมมุติว่าตัวประกอบการคูณมีค่า 1.09 และปฏิกิริยาหยุดลงเนื่องจากอุณหภูมิลดลงในเวลา 5 ms ให้ประมาณพลังงานที่ปลดปล่อยออกมาในช่วงเวลาที่เกิดเหตุการณ์นี้

7.4 เครื่องปฏิกรณ์แบบทรงกลมรัศมี 45 cm มีความหนาแน่นของอัตราการแบ่งแยกตัว 2.5×10^{11} fissions/(cm^3 s) ณ จุดที่ห่าง 35 cm จากจุดศูนย์กลางเครื่องปฏิกรณ์ ให้หา

ก. กำลังสถานะคงตัวของเครื่องปฏิกรณ์ขณะเดินเครื่อง

ข. ความหนาแน่นของอัตราการแบ่งแยกตัวที่จุดศูนย์กลางเครื่องปฏิกรณ์

7.5 ในเครื่องปฏิกรณ์แบบผลิตเชื้อเพลิงมีการใช้เชื้อเพลิงฟิชไซล์(Fissile fuel) มาช่วยเพื่อให้เกิดกระบวนการเปลี่ยน(conversion process) จะมีพารามิเตอร์ C ที่เรียกว่า อัตราส่วนการเปลี่ยน(conversion ratio)หรืออัตราส่วนบรีดดิง(breeding ratio)โดย

C = จำนวนเฉลี่ยของฟิชไซล์อะตอมที่เกิด/ จำนวนฟิชไซล์อะตอมของเชื้อเพลิงที่ใช้

เมื่อเชื้อเพลิงในเครื่องปฏิกรณ์ที่ใช้ยูเรเนียมธรรมชาติเกิดวิกฤตพบว่าทุก ๆ นิวตรอนที่ถูกดูดกลืนใน ^{235}U มี 0.254 ของนิวตรอนถูกดูดกลืนในเรโซแนนซ์ของ ^{238}U และ 0.640 นิวตรอนถูกดูดกลืนโดย ^{238}U

ก. อัตรส่วนการเปลี่ยนของเครื่องปฏิกรณ์นี้มีค่าเท่าใด

ข. จะมี ^{235}U กี่อะตอมที่หายไปเมื่อใช้ ^{235}U 1 kg

ค. จาก ข. จะเกิด ^{239}Pu ตามสมการ(3.6) กี่กิโลกรัม

7.6 ถ้า 57.5 % ของนิวตรอนที่เกิดจากการแบ่งแยกตัวหลุดออกจากเครื่องปฏิกรณ์แบบทรงกลมที่ใช้ ^{235}U ที่ไม่มีตัวสะท้อนหรือสิ่งปกปิด ให้หาตัวประกอบการคูณของเครื่องปฏิกรณ์แบบทรงกลมนี้ เมื่อระบบนี้มีค่าเฉลี่ย $\eta = 2.31$

7.7 เครื่องปฏิกรณ์ที่ใช้เทอร์มอลนิวตรอนแบบทดลองกำลัง 5 W ถูกสร้างเป็นแบบทรงกระบอก

ใช้เชื้อเพลิงเป็นสารผสมเนื้อเดียว(homogeneous mixture)ของ ^{235}U และ น้ำ(H_2O) โดยมีความเข้มข้นของเชื้อเพลิง 0.0145 g/cm^3 เนื่องจากมีกำลังต่ำระบบจึงเดินเครื่องที่อุณหภูมิห้องและความดันบรรยากาศได้ กำหนดให้ ^{235}U มี $\bar{\sigma}_{aF}$= 590 b และ H_2O มี $\bar{\sigma}_{aM}$= 0.588 b ให้คำนวณหา

ก. ขนาดของทรงกระบอกที่มีมวลวิกฤตน้อยที่สุด

ข. มวลวิกฤต

7.8 แกนของเครื่องปฏิกรณ์ที่ใช้นิวตรอนเร็วประกอบด้วยแท่งเชื้อเพลิงยูเรเนียมจุ่มอยู่ในโซเดียมเหลว(liquid sodium)โดยเชื้อเพลิงได้รับการเสริมสมรรถนะให้มี ^{235}U 25.6 $^w/_o$ และคิดเป็น 37 % ของปริมาตรแกนเครื่องปฏิกรณ์ ให้คำนวณหา

ก. ความหนาแน่นอะตอมเฉลี่ยของโซเดียม ^{235}U และ ^{238}U

ข. เศษส่วนการใช้ประโยชน์จากเชื้อเพลิง

ค. ค่า η

ง. ตัวประกอบการคูณสำหรับเครื่องปฏิกรณ์ขนาดอนันต์ (k_∞)

7.9 เครื่องปฏิกรณ์ที่ใช้เทอร์มอลนิวตรอนแบบทรงกลม(spherical thermal reactor)ขนาดใหญ่ใช้แกรไฟต์ขนาดอนันต์เป็นตัวหน่วงความเร็วและตัวสะท้อน ใช้เชื้อเพลิง ^{235}U ที่มีความเข้มข้น 2×10^{-4} g/cm^3 ให้คำนวณที่อุณหภูมิห้องหา

ก. รัศมีวิกฤต(critical radius)ของแกนเครื่องปฏิกรณ์

ข. รัศมีวิกฤตถ้าเครื่องปฏิกรณ์ไม่มีตัวสะท้อน

7.10 ให้แสดงว่าในรูปแบบการคำนวณแบบกลุ่มเดียว (one-group model) กำลังที่ผลิตได้จากเครื่องปฏิกรณ์ต่อมวลของวัสดุฟิชไซล์(fissile material)มีค่ากำหนดเป็น

$$\text{kW/ kg} = 3.2 \times 10^{-11}\, \sigma_f\, \bar{\phi}\, N_A/M_F$$

เมื่อ σ_f คือ ภาคตัดขวางการแบ่งแยกตัวแบบกลุ่มเดียว

$\bar{\phi}$ คือ ฟลักซ์แบบกลุ่มเดียวเฉลี่ย(average one-group flux)

N_A คือ เลขอาโวการ์โด และ M_F คือน้ำหนักเชิงอะตอมของเชื้อเพลิง

7.11 จุดกำเนิดนิวตรอนปลดปล่อย S (neutrons/s)ออกรอบตัวเหมือนกันทุกทิศทาง(isotropically) ในสุญญากาศขนาดอนันต์

ก. ให้แสดงว่าฟลักซ์นิวตรอนที่ระยะทาง r จากจุดกำเนิดมีค่า $\phi(r) = S/(4\pi r^2)$

ข. ให้หาเวกเตอร์ความหนาแน่นกระแสนิวตรอน(neutron current density vector)ที่จุดเดียวกัน

(ข้อสังเกตุ นิวตรอนไม่แพร่ในสุญญากาศ)

7.12 เครื่องปฏิกรณ์วิจัยขนาดใหญ่ประกอบด้วยแท่งยูเรเนียมธรรมชาติรวมกันเป็นลูกบาศก์อยู่ในมอเดอเรเตอณ์ที่เป็นแกรไฟต์ เครื่องปฏิกรณ์มีแต่ละด้านยาว 25 ฟุตและเดินเครื่องด้วยกำลัง 20 MW มี $\bar{\Sigma}_f = 2.5 \times 10^{-3}\ cm^{-1}$ ให้คำนวณหา

ก. บัคลิง(buckling)

ข. ฟลักซ์ของเทอร์มอลนิวตรอน

ค. อัตราการใช้ ^{235}U ในเครื่องปฏิกรณ์