

บทที่ 2

ภาคตัดขวางนิวเคลียร์ (Nuclear Cross Sections)

วัตถุประสงค์

เพื่อให้ นักศึกษามีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับ

1. ความหมายของภาคตัดขวางนิวเคลียร์
2. ความแตกต่างระหว่างภาคตัดขวางจุลภาคและภาคตัดขวางมหภาค
3. การหาค่าภาคตัดขวางของสาร
4. การนำเอาสารหรือวัสดุที่มีภาคตัดขวางต่าง ๆ ไปใช้งานที่เกี่ยวข้องกับเครื่องปฏิกรณ์นิวเคลียร์

ความน่าจะเป็น (probability) ที่นิวตรอนจะก่อให้เกิดปฏิกิริยานิวเคลียร์แบบใด กับ ธาตุหรือ สารใด มากน้อยแค่ไหน พิจารณาจากปริมาณที่เรียกว่า ภาคตัดขวางนิวเคลียร์ ซึ่งเป็นผลจากการทดลอง และ คำนวณประกอบ

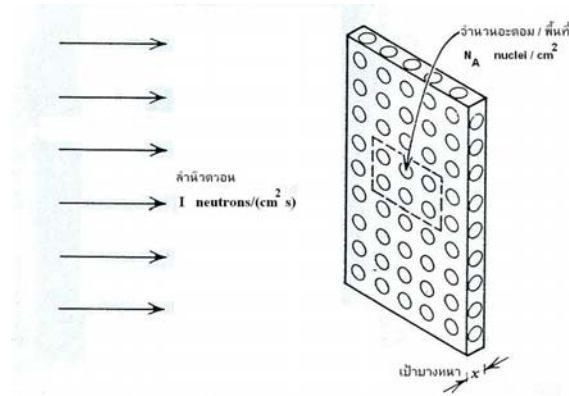
2.1 ภาคตัดขวางจุลภาค (Microscopic Cross Sections)

เริ่มต้นจากการพิจารณาลำนิวตรอน (neutron beam) มีจำนวนนิวตรอนต่อลูกบาศก์เซนติเมตรหรือ n ($\frac{\text{neutrons}}{\text{cm}^3}$) ถ้าให้นิวตรอนทั้งหมดมีพลังงานระดับเดียวกัน หรือ มีความเร็วเท่ากัน เป็น v (cm/s) ในทิศทางเดียวกัน เราจึงอาจหาความเข้มของลำนิวตรอน (I_0) หรือจำนวนนิวตรอน ต่อ ตารางเซนติเมตร ต่อ วินาที มีค่า

$$I_0 = nv \left(\frac{\text{neutrons}}{\text{cm}^2 \text{s}} \right) \quad (2.1)$$

ถ้าให้ลำนิวตรอนความเข้ม I_0 เข้าชนเป้าในแนวตั้งฉาก ถ้าพิจารณาว่าเป้ามียาวมาก สมมุติว่าหนาเท่ากับแต่ละอะตอมของวัสดุนั้น ดังรูปที่ 2-1 ตามข้อสมมุตินี้หมายความว่าไม่นิวเคลียสใดถูกบังจากการกระทบของนิวตรอน เราจะได้อัตราการเกิดปฏิกิริยานิวเคลียร์ จากนิวตรอน (neutron-nuclear reactions) ต่อพื้นที่มีค่า R เป็นสัดส่วนกับความเข้ม I_0 ของลำนิวตรอนที่เข้าชนเป้า และ จำนวนอะตอมหรือนิวเคลียสต่อพื้นที่ที่ลำนิวตรอนตกกระทบ (N_A) หรือ

$$R \propto I_0 N_A$$



รูปที่ 2-1 ลำนิวตรอนที่มีพลังงานระดับหนึ่งเข้าชนเป้าในแนวตั้งฉาก

นั่นคือ

$$R = \sigma I_0 N_A \quad (2.2)$$

เมื่อ σ คือค่าคงที่ของสัดส่วนเรียกกันว่าภาคตัดขวางจุลภาค (microscopic cross section) ของการเกิดปฏิกิริยาใดๆ กับ นิวเคลียสที่เกิดจากนิวตรอนระดับพลังงานหนึ่ง เมื่อเขียนในรูปหน่วยสมการ (2.2) สามารถเขียนได้เป็น

$$\begin{aligned} &\text{จำนวนปฏิกิริยานิวเคลียร์ที่เกิดในวัสดุ}/(\text{cm}^2 \text{ s}) \\ &= \text{cm}^2 [\text{นิวตรอน}(ที่เข้าชน)/(\text{cm}^2 \text{ s})] \text{ นิวเคลียส } / \text{cm}^2 \end{aligned}$$

นั่นคือ หน่วยของภาคตัดขวางจุลภาค (σ) มีหน่วยเป็นพื้นที่ของแต่ละนิวเคลียส ของ วัสดุที่เกิดปฏิกิริยา กับ นิวตรอนที่เข้าชน หรือ cm^2 ซึ่งค่าภาคตัดขวางนี้ จะบ่งบอกถึงความน่าจะเป็นที่นิวเคลียสในวัสดุจะเกิดปฏิกิริยานิวเคลียร์กับนิวตรอนที่เข้าชน ถ้ามีค่ามากหมายถึงโอกาสเกิดปฏิกิริยาก็มาก ถ้ามีค่าน้อยโอกาสเกิดปฏิกิริยาก็น้อย แต่ σ ไม่เหมือนความน่าจะเป็นตามแบบคณิตศาสตร์ เนื่องจากมีหน่วยติดตัวมาด้วย (ดังที่ได้กล่าวมาแล้ว) และภาคตัดขวางทั้งหมดไม่เท่ากับหนึ่ง ดังนั้นค่า σ จึงเป็นเพียงพื้นที่ภาคตัดขวางยังผล (effective cross-sectional area) ของนิวเคลียสซึ่งเรียกว่าภาคตัดขวาง จากสมการ (2.2) เราจัดเสียใหม่จะได้ภาคตัดขวางจุลภาค มีค่า

$$\begin{aligned} \sigma &= \frac{\text{จำนวนปฏิกิริยาที่เกิด} / \text{นิวเคลียส} / \text{วินาที}}{\text{จำนวนนิวตรอนที่เข้าชน} / \text{เซนติเมตร}^2 / \text{วินาที}} \\ &= \left(\frac{R / N_A}{I} \right) \end{aligned} \quad (2.3)$$

กรณีทั่วไปเราอาจแทน I_0 ด้วย I หน่วยของภาคตัดขวางจุลภาคของนิวเคลียสมักนิยมใช้หน่วย barns(b) โดย $1 \text{ b} = 10^{-24} \text{ cm}^2$ ถ้าพื้นที่เป้าทั้งหมดที่ลำนิวตรอนตกกระทบ คือ A เราจะได้

ความน่าจะเป็นที่นิวตรอนตัวหนึ่งในลำนิวตรอนจะเกิดอันตรกิริยากับนิวเคลียส

$$= \frac{\sigma}{A} \quad (2.4)$$

ที่กล่าวมาเราสมมุติว่าเป้าที่ลำนิวตรอนตกกระทบเป็นเป้าบางมาก และ ลำนิวตรอนพลังงานระดับหนึ่งตกกระทบในแนวตั้งฉาก ซึ่งถ้านิวตรอนมีพลังงานเปลี่ยนไป ค่าภาคตัดขวางก็จะเปลี่ยนไปด้วย ส่วนมุมที่ลำนิวตรอนตกกระทบเป้าหมายมีผลไม่มาก ในกรณีที่เกิดในเครื่องปฏิกรณ์ อาจละไว้ได้ กรณีที่เป้าหมายมีความหนา x และ ความหนาแน่นอะตอมหรือนิวเคลียส มีค่า N (nuclei/cm³) และเป้าหมายมีพื้นที่โดนลำนิวตรอน A ดังนั้นอัตราการเกิดปฏิกิริยาในเป้าหมายทั้งหมด (R_t) หรือ จำนวนนิวตรอนที่ชนนิวเคลียสในเป้าหมายทั้งหมดต่อวินาที จึงมีค่าเป็นสัดส่วนกับความเข้มข้นนิวตรอน (I_0) ความหนาแน่นอะตอม N รวมทั้งพื้นที่ A และ ความหนาแน่น x ของเป้า ดังนั้น

$$\text{อัตราการเกิดปฏิกิริยาในเป้าหมายทั้งหมด} = R_t = \sigma I_0 N A x \quad (2.5)$$

ซึ่งจะได้หน่วยของภาคตัดขวางจุลภาค σ (cm²) เหมือนที่ได้มาแล้วโดยที่ $N A x$ ในสมการ (2.5) คือจำนวนนิวเคลียสทั้งหมดในเป้า และ จำนวนปฏิกิริยาที่เกิด หรือ จำนวนการชนต่อนิวเคลียสเดี่ยว (a single nucleus) ต่อวินาทีก็คือ σI_0 จะเหมือนกรณีที่เราได้มาแล้วเมื่อ $A I_0$ คือจำนวนที่นิวตรอนตกกระทบเป้าหมายทั้งหมดต่อวินาที ดังนั้นจะได้

ความน่าจะเป็นที่นิวตรอนตัวหนึ่งในลำนิวตรอนจะชนกับนิวเคลียสหนึ่ง = $\frac{\sigma I}{A I} = \frac{\sigma}{A}$ ซึ่งก็คือสมการ (2.4) ดังกล่าวมาแล้ว

ตามที่กล่าวมานี้เป็นการพิจารณาโดยรวมไม่เฉพาะเจาะจงลงไปว่าภาคตัดขวางจุลภาคที่ได้เป็นของปฏิกิริยาแบบใด ซึ่งความจริงต้องระบุด้วยว่าเป็นปฏิกิริยานิวเคลียร์แบบใด เกิดจากนิวตรอนพลังงานเท่าไร และ เกิดกับนิวไคลด์ หรือธาตุใด ถึงตอนนี้จะกล่าวถึงภาคตัดขวางจุลภาคที่แทนปฏิกิริยา 3 แบบ ดังที่กล่าวมาแล้วในบทที่ 1 คือ

σ_t = ภาคตัดขวางทั้งหมด (Total Cross Section)

σ_a = ภาคตัดขวางของการดูดกลืน (Absorption Cross Section)

σ_s = ภาคตัดขวางของการกระเจิง (Scattering Cross Section)

โดยที่ $\sigma_t = \sigma_s + \sigma_a \quad (2.6)$

และ $\sigma_s = \sigma_e + \sigma_{in} \quad (2.7)$

ซึ่ง σ_e = ภาคตัดขวางของการกระเจิงแบบยืดหยุ่น (elastic scattering cross section)

σ_{in} = ภาคตัดขวางของการกระเจิงแบบไม่ยืดหยุ่น (inelastic scattering cross section)

และ ภาคตัดขวางของการดูดกลืนนิวตรอนแล้วเกิดปฏิกิริยาต่างๆ

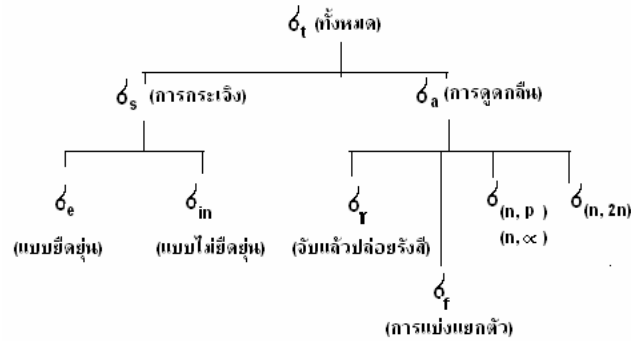
$$\sigma_a = \sigma_\gamma + \sigma_f + \sigma_p + \sigma_\alpha + \quad (2.8)$$

โดยที่

σ_γ = ภาคตัดขวางของการดูดกลืนแล้วปล่อยรังสี (radiative capture cross section)

σ_f = ภาคตัดขวางของการแบ่งแยกตัว (fission cross section)

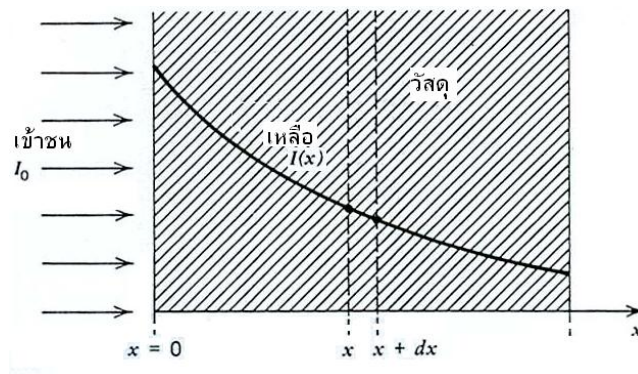
σ_p และ σ_α คือภาคตัดขวางของปฏิกิริยา (n,p) และ (n, α) ตามลำดับ
สรุปให้เห็นภาพโดยรวมของภาคตัดขวางจุลภาคแบบต่างๆ ให้ดูรูปที่ 2.2



รูปที่ 2.2 ภาคตัดขวางจุลภาคแบบต่างๆ

2.2 ภาคตัดขวางมหภาค (Macroscopic Cross Section)

ในการพิจารณาเป้าที่มีความหนาที่รับลำนิวตรอนเข้ามากระทบ นิวเคลียสที่อยู่ใกล้ผิวจะบังนิวเคลียสที่อยู่ด้านในถัดไป ในแต่ละปฏิกิริยาหรือการที่นิวตรอนชนนิวเคลียสจะทำให้นิวตรอนหายไปหรือกระเจิงไปจากลำนิวตรอน จึงทำให้ความเข้มของลำนิวตรอนลึกเข้าไปในเป้าหมายมีค่าน้อยลงเรื่อยๆ สมมุติว่าที่ผิวเป้าหมายนิวตรอนมาตกกระทบในแนวตั้งฉากมีความเข้ม I_0 ดังรูปที่ 2.3 และให้ $I(x)$ เป็นความเข้มของลำนิวตรอนภายในเป้าที่ระยะ x ใดๆ ถ้าเราพิจารณาที่แผ่นหนาน้อยๆ dx ห่างจากผิวระยะ x



รูปที่ 2.3 ลำนิวตรอนพลังงานค่าหนึ่งเข้าชนเป้าหมายในแนวตั้งฉาก

ดังนั้นความเข้มของลำนิวตรอนที่เหลือที่ระยะ $x + dx$ จึงมีค่า

$$I(x+dx) = I(x) + (dI(x)/dx)dx \quad (2.9)$$

โดยที่พจน์ $dI(x)/dx$ มีค่าติดลบเนื่องจากความเข้มของลำนิวตรอนมีค่าลดลงเมื่อระยะทาง (ความหนา) เพิ่มขึ้น เมื่อเราพิจารณาที่ความหนาน้อยๆ dx เหมือนตอนต้นในหัวข้อที่แล้ว ความเข้มที่ลดลงเมื่อเคลื่อนที่ผ่านเป้าจะมีค่าเท่ากับจำนวนของปฏิกิริยาที่เกิดขึ้นต่อพื้นที่ต่อเวลา หรือเท่ากับ $\sigma_t N_A I(x)$ และ เนื่องจาก

$$N_A = Ndx$$

เมื่อ N_A = จำนวนอะตอมต่อพื้นที่ของเป้า และ

N = ความหนาแน่นของอะตอม (หรือนิวเคลียสต่อปริมาตร) ของเป้าตามที่เคยกล่าวมาแล้ว ดังนั้นเราจะได้

$$-dI(x) = N\sigma_t I(x)dx \quad (2.10)$$

ซึ่งหน่วยความเข้ม $I(x)$ ก็คือ นิวตรอน/(cm^2 วินาที) เราแก้สมการ (2.10) โดยอาศัยเงื่อนไขขอบเขต (boundary condition) ที่ว่าความเข้มของลำนิวตรอนจะเท่าเดิมเมื่อยังไม่ผ่านเป้า หรือ $I(x=0) = I_0$ และ ความเข้มของลำนิวตรอนจะลดลงเมื่อผ่านเป้า ดังนั้นเมื่อให้ N และ σ_t มีค่าคงที่จะได้

$$\int_{I_0}^I \frac{dI(x)}{I(x)} = -N\sigma_t \int_{x=0}^x dx$$

$$\ln \frac{I(x)}{I_0} = -N\sigma_t x$$

หรือ

$$I(x) = I_0 e^{-N\sigma_t x} \quad (2.11)$$

โดยให้ $\sigma_t = \sigma$ คือภาคตัดขวางจุลภาคทั้งหมด จากสมการ (2.11) จะเห็นว่า ความเข้มของลำนิวตรอนจะมีค่าลดลงแบบเอ็กโพเนนเชียล (Exponentially) กับระยะทางที่เพิ่มขึ้นในเป้า และ ในการศึกษาปฏิกิริยาในเครื่องปฏิกรณ์นิวเคลียร์มักจะพบ $N\sigma_t$ บ่อยๆ จึงนิยามว่า

$$\Sigma_t = N\sigma_t = N\sigma \quad (2.12)$$

คือภาคตัดขวางมหภาคทั้งหมด (total macroscopic cross section) เป็นตัวบอกว่าเมื่อนิวตรอนผ่านเข้าไปในเป้า แล้วมีความน่าจะเป็นที่จะเกิดปฏิกิริยาในเป้าทั้งชิ้นมากน้อยแค่ไหน ตามสมการ (2.12) หน่วยของ Σ_t คือ $\{ (\text{นิวเคลียส}/\text{cm}^3) / (\text{cm}^2/\text{นิวเคลียส}) \} = \text{cm}^{-1}$ ซึ่งหน่วยจะไม่สอดคล้องกับคำว่าภาคตัดขวางนัก คำอธิบายที่เหมาะสมอาจพิจารณาจากสมการ (2.10) ที่ว่าการเปลี่ยนแปลงแบบเศษส่วนระหว่างความเข้มที่ลดลงจากเดิม กับ ระยะทางที่เพิ่มขึ้น มีค่า

$$[-dI/I] / dx = \Sigma_t \quad (2.13)$$

ดังนั้น จากสมการ (2.13) จะได้ว่าความหมายว่า $\Sigma_t = \Sigma$ เป็นความน่าจะเป็นที่จะเกิดปฏิกิริยากับนิวเคลียสต่อระยะทางที่นิวเคลียสผ่านเข้าไปในเป้า ดังนั้นจากความหมายนี้จะได้ว่า

$e^{-\Sigma x}$ = ความน่าจะเป็นที่นิวตรอนเคลื่อนที่ไปได้ระยะทาง dx โดยยังไม่เกิดอันตรกิริยาใดๆกับนิวเคลียส (no interaction)

$\Sigma e^{-\Sigma x} dx$ = ความน่าจะเป็นที่นิวตรอนเกิดอันตรกิริยาแรกในระยะทาง dx
= $p(x) dx$

จากความน่าจะเป็นของการเกิดอันตรกิริยาดังกล่าวนี้นี้ เราสามารถคำนวณหาระยะทางเฉลี่ยที่นิวตรอนจะเคลื่อนที่ไปได้ก่อนเกิดอันตรกิริยานิวเคลียสในเป้า (mean free path) $\bar{x}$ ตามสมการ

$$\bar{x} = \frac{\int_0^\infty x \cdot p(x) dx}{\int_0^\infty p(x) dx}$$

ดังนั้นเมื่อแทนค่า $p(x)dx$ ลงไปแล้วอินทิเกรต จะได้

$$\bar{x} = \frac{1}{\Sigma} \quad (2.14)$$

นี่คือระยะทางเฉลี่ยก่อนการเกิดปฏิกิริยา หมายถึงว่ามีการเกิดปฏิกิริยาที่ระยะน้อยกว่าหรือมากกว่าระยะดังกล่าวนี้ได้

ตัวอย่างที่ 2.1

จงหาความเข้มของลำนิวตรอนที่ระยะ $x = \bar{x}$ ในเป้า

วิธีทำ

จาก $I/I_0 = e^{-\Sigma x}$

ดังนั้นจากสมการ (2.14) จะได้

$$I/I_0 = e^{-1} = 1 / 2.71828 \\ \approx 0.368$$

นั่นคือในเป้าใดๆที่ระยะทางเฉลี่ยที่นิวตรอนจะเคลื่อนที่ไปได้ก่อนเกิดอันตรกิริยากับนิวเคลียส จะมีความเข้มของลำนิวตรอนลดลงเหลือประมาณ 36.8% ของความเข้มของลำนิวตรอนที่เข้ามาก่อนกระทบเป้า

2.3 ความหนาแน่นอะตอม (Atom Density)

ความหนาแน่นอะตอมหรืออาจเรียกความหนาแน่นนิวเคลียสก็ได้เพราะหนึ่งอะตอมมีหนึ่งนิวเคลียส หมายถึงจำนวนอะตอมต่อปริมาตร เราให้หน่วยเป็น $\text{atoms} / \text{cm}^3$ หรือ $\text{nuclei} / \text{cm}^3$ บางครั้งเมื่อเราพิจารณาโมเลกุล เราก็ต้องใช้ความหนาแน่นของโมเลกุลในวัสดุนั้น ถ้าวัสดุ

ประกอบด้วยอะตอมชนิดเดียว (monoatomic material) จะได้ความหนาแน่นอะตอม

$$N = (\rho N_{AV}) / A \quad (2.15)$$

เมื่อ ρ คือความหนาแน่นของวัสดุ

N_{AV} คือเลขของอาโวกาโดร์ (Avogadro's Numbers) มีค่า = 0.6022×10^{24} อะตอม/โมล (หรือ atoms/mole) และ A คือน้ำหนักเชิงอะตอม (atomic weight)

หรือ ในพจน์ของภาคตัดขวางมหภาค

$$\Sigma = (0.602 \times 10^{24} \sigma \rho) / A \quad (\text{cm}^{-1}) \quad (2.16)$$

ตัวอย่างที่ 2.2

ลำนิวตรอนที่มีพลังงานระดับหนึ่งมีความเข้ม 4×10^{10} neutrons/(cm² s) ชนกับเป้าพื้นที่ 1 cm² ซึ่งหนา 0.1 cm ถ้าในเป้าหมายมีความหนาแน่นอะตอม 0.048×10^{24} atoms/cm³ โดยมีภาคตัดขวางจุลภาคของการเกิดปฏิกิริยาทั้งหมด $\sigma_t = 4.5\text{b}$ จงหา

ก. ภาคตัดขวางมหภาคทั้งหมด (Σ_t)

ข. อัตราการเกิดจากนิวตรอน (neutron interaction) ต่อวินาทีในเป้า

ค. ความน่าจะเป็นที่นิวตรอนในลำนิวตรอนจะชนกับนิวเคลียส (เกิดปฏิกิริยาหรืออันตรกิริยา) ในเป้า

วิธีทำ

โจทย์กำหนดให้

$$I_0 = 4 \times 10^{10} \text{ neutrons}/(\text{cm}^2 \text{ s}), \quad A = 1 \text{ cm}^2, \quad x = 0.1 \text{ cm}$$

$$N = 0.048 \times 10^{24} \text{ นิวเคลียส}/\text{cm}^3 \quad \text{และ} \quad \sigma_t = 4.5 \times 10^{-24} \text{ cm}^2/\text{นิวเคลียส}$$

ดังนั้น

$$\text{ก. จากสมการ (2.12)} \quad \Sigma_t = N\sigma_t = 0.048 \times 10^{24} \times 4.5 \times 10^{-24} = 0.216 \text{ cm}^{-1}$$

ข. จากสมการ (2.5)

$$\begin{aligned} \text{อัตราการเกิดปฏิกิริยาในเป้าทั้งหมด} &= R_t = N\sigma_t I_0 A_x \\ &= (0.216/\text{cm}) \times \{4 \times 10^{10} \text{ neutrons} / (\text{cm}^2 \text{ s})\} \times 1 \text{ cm}^2 \times 0.1 \text{ cm} \\ &= 0.864 \times 10^9 \text{ neutrons/s} \end{aligned}$$

นั่นคือจำนวนนิวตรอนชนนิวเคลียสในเป้าซึ่งก็คือจำนวนปฏิกิริยาที่เกิดในเป้าทั้งหมดต่อวินาที

ค. ความน่าจะเป็นที่นิวตรอนตัวหนึ่งจะเกิดปฏิกิริยา หรือ เกิดอันตรกิริยากับอะตอม หรือนิวเคลียสในเป้า

$$\begin{aligned} &= (\text{จำนวนปฏิกิริยาที่เกิดขึ้นทั้งหมด/วินาที}) / (\text{จำนวนนิวตรอนที่เข้าชนเป้า/วินาที}) \\ &= (0.864 \times 10^9 \text{ neutrons/s}) / \{4 \times 10^{10} (\text{neutrons}/\text{cm}^2 \text{ s}) \times 1 \text{ cm}^2\} = 2.16 \times 10^{-2} \end{aligned}$$

นั่นคือนิวตรอนเข้าชนเป้า 100 ตัว จะเกิดการชนนิวเคลียส 2 ตัว ตามตัวอย่างที่ 2.2 นี้แสดงว่าภาคตัดขวางของลำนิวตรอนโตกว่าพื้นที่เป้า กรณีที่โจทย์กำหนดภาคตัดขวางของลำนิวตรอนให้มีขนาดเล็กกว่าพื้นที่เป้า เราจะต้องพื้นที่เป้าที่ถูกนิวตรอนชนเท่ากับภาคตัดขวางของลำนิวตรอน หรือ เลือกพื้นที่ (cm^2) ที่เล็กกว่า

2.4 ภาคตัดขวางของสารผสม (Cross Sections of Mixtures)

จากภาคตัดขวางและความหนาแน่นของอะตอมของวัสดุ หรือ สารที่มีอะตอมแบบเดียว กรณีที่วัสดุใดที่มีอะตอมที่แตกต่างกันมาผสมอยู่ อาจเป็นสารผสมเนื้อเดียว (homogeneous mixture) ที่มีนิวไคลด์ต่างกันมารวมกันอยู่ หรือ อยู่ในรูปโมเลกุล (molecule) จะทำให้เกิดภาคตัดขวางทั้งหมดที่ต้องพิจารณารวมแต่ละชนิดเข้าไว้ด้วยกัน

พิจารณาสารผสมที่มีนิวไคลด์ j ชนิดอยู่ด้วยกัน ดังนั้นจะได้ภาคตัดขวางมหภาคของสารผสมในปฏิกิริยา x ใดๆ มีค่า $\Sigma_{x,\text{ผสม}}$ เป็นผลรวมของภาคตัดขวางมหภาคของนิวไคลด์ หรือนิวเคลียสแต่ละชนิด Σ_{xi} เมื่อ $i = 1, 2, 3, \dots, j$ นั่นคือ

$$\Sigma_{x,\text{ผสม}} = \Sigma_{x1} + \Sigma_{x2} + \dots + \Sigma_{xj} \quad (2.17)$$

โดยที่ $\Sigma_{xi} = N_i \sigma_{xi}$ เหมือนสมการ (2.12)

โดย $i = 1, 2, 3, \dots, j$

และ N_i คือความหนาแน่นอะตอมชนิด i ตามแบบที่เคยได้ตามสมการ (2.15) ดังนั้นเมื่อแทนค่า Σ_{xi} นี้ลงในสมการ (2.17) จะได้

$$\Sigma_{x,\text{ผสม}} = N_1\sigma_{x1} + N_2\sigma_{x2} + \dots + N_j\sigma_{xj} \quad (2.18)$$

ตัวอย่างที่ 2.3

ก. ความหนาแน่นของโซเดียม (sodium, Na) เท่ากับ 0.97 g/cm^3 ให้คำนวณหาความหนาแน่นอะตอม กำหนดน้ำหนักเชิงอะตอมของโซเดียมเท่ากับ 22.990

ข. ความหนาแน่นของผลึกโซเดียมคลอไรด์ (sodium chloride crystal, NaCl) เท่ากับ 2.17 g/cm^3 ให้คำนวณหาความหนาแน่นอะตอมของ Na และ Cl กำหนดน้ำหนักเชิงอะตอมของ Na และ Cl คือ 22.990 และ 35.453 ตามลำดับ

วิธีทำ

ก. จากสมการ (2.15) จะได้ความหนาแน่นอะตอมโซเดียม มีค่า

$$\begin{aligned} N &= (\rho N_A / A) = (0.97 \text{ g/cm}^3) \times (0.6022 \times 10^{24} \text{ atoms/mol}) \times (1 \text{ mol} / 22.990 \text{ g}) \\ &= 2.54 \times 10^{22} \text{ atoms/cm}^3 \end{aligned}$$

แต่มักจะให้เป็น $N = 0.0254 \times 10^{24} \text{ atoms/cm}^3$ เพื่อจะได้ตัดกับ 10^{-24} ของค่าภาคตัดขวางเมื่อนำมาคำนวณหาค่าต่างๆ

ข. น้ำหนักเชิงโมเลกุล (molecular weight) ของ NaCl นี้มีค่า $22.990 + 35.453 = 58.443$

ดังนั้นแทนค่านี้ลงในสมการ (2.15) จะให้ความหนาแน่นโมเลกุล NaCl เป็น

$$N = (2.17 \times 0.6022 \times 10^{24}) / 58.443 = 0.0224 \times 10^{24} \text{ molecules/cm}^3$$

เนื่องจากมี Na และ Cl อย่างละอะตอมใน 1 โมเลกุล จึงให้ความหนาแน่นอะตอมค่าดังกล่าวเท่ากันในหน่วย atoms/cm³

ถ้าหากว่าใน 1 โมเลกุลมีจำนวนอะตอมแตกต่างกัน เราต้องปรับสมการ (2.15) ใหม่โดยให้ v_i เป็นจำนวนอะตอมของธาตุที่ i ในโมเลกุล และให้ M คือน้ำหนักเชิงโมเลกุล ดังนั้นจะได้ความหนาแน่นอะตอมของธาตุที่ i มีค่า

$$N_i = (\rho N_{AV} v_i) / M \quad \text{เมื่อ } i = 1, 2, 3, \dots, j \quad (2.19)$$

ดังนั้นจะได้ภาคตัดขวางมหภาคของโมเลกุลที่จะเกิดปฏิกิริยาแบบ x มีค่า

$$\Sigma_{x, \text{โมเลกุล}} = (\rho N_{AV} / M) (v_1 \sigma_{x1} + v_2 \sigma_{x2} + \dots + v_j \sigma_{xj}) \quad (2.20)$$

โดยสารประกอบใดมี 2 ธาตุ $X_m Y_n$ จะมีน้ำหนักเชิงโมเลกุล

$$M = mA_x + nA_y \quad (2.21)$$

เมื่อ A_x และ A_y คือน้ำหนักเชิงอะตอมของธาตุ x และ y ตามลำดับ

ตัวอย่างที่ 2.4

ก. จงคำนวณหาความหนาแน่นอะตอมของไฮโดรเจน (H) และ ออกซิเจน (O) ในโมเลกุลน้ำ (H_2O) เมื่อกำหนดให้น้ำหนักเชิงอะตอมของไฮโดรเจนเท่ากับ 1.00797 และ ของออกซิเจนเท่ากับ 15.9994

ข. ถ้าความอุดมสมบูรณ์ (relative abundance) ของดิวทีเรียม (2_1H) ในน้ำมีค่า 0.015% ให้หาความหนาแน่นอะตอมดิวทีเรียม

วิธีทำ

ก. น้ำหนักเชิงโมเลกุลของน้ำ (H_2O) มีค่า

$$M(H_2O) = (2 \times 1.00797) + 15.9994 = 18.0153 \text{ g/mol}$$

เมื่อหาความหนาแน่นโมเลกุล H_2O จะได้

$$\begin{aligned} N(H_2O) &= (1 \text{ g/cm}^3) \times 0.6022 \times 10^{24} \text{ (molecules/mol)} / (18.0153 \text{ g/mol}) \\ &= 0.03343 \times 10^{24} \text{ molecules/cm}^3 \end{aligned}$$

ดังนั้นเมื่อ 1 โมเลกุล มี ไฮโดรเจน 2 อะตอม จึงให้ความหนาแน่นอะตอม H มีค่า

$$N(H) = 2 \times 0.03343 \times 10^{24} = 0.6686 \times 10^{24} \text{ atoms/cm}^3$$

และเมื่อ 1 โมเลกุลมีออกซิเจน 1 อะตอม จึงให้ความหนาแน่นอะตอม O มีค่า

$$N(O) = 0.03343 \times 10^{24} \text{ atoms/cm}^3$$

ข. เมื่อความอุดมสัมพัทธ์ (relative abundance) ของ ดิวทีเรียมในน้ำซึ่งมีไฮโดรเจนอยู่มีค่า 0.015% ดังนั้นเมื่อเทียบกับความหนาแน่นของอะตอมไฮโดรเจนทั้งหมด จะได้ความหนาแน่นอะตอมของ ${}^2_1\text{H}$ มีค่า

$$\begin{aligned} N({}^2_1\text{H}) &= (0.015/100) \times N(\text{H}) \\ &= 1.0029 \times 10^{-5} \times 10^{24} \text{ atoms/cm}^3 \end{aligned}$$

ในการพิจารณาส่วนประกอบเชิงเคมีของสารผสมของธาตุต่างๆ เช่น โลหะเจือ (metallic alloys) มักจะใช้เปอร์เซ็นต์ของน้ำหนักของส่วนประกอบต่างๆ ถ้าให้ ρ เป็นความหนาแน่นเชิงกายภาพของสารผสม ดังนั้น ความหนาแน่นเฉลี่ยขององค์ประกอบที่ i จะมีค่า

$$\rho_i = w_i \rho / 100 \quad (2.22)$$

เมื่อ w_i คือเปอร์เซ็นต์น้ำหนัก (weight percent, $^w/\%$) ขององค์ประกอบนั้น ดังนั้นจากสมการ (2.15) จะได้ความหนาแน่นอะตอมขององค์ประกอบนี้มีค่า

$$N_i = w_i \rho N_{AV} / (100 A_i) \quad (2.23)$$

เมื่อ A_i คือน้ำหนักเชิงอะตอมขององค์ประกอบที่ i

ในสารที่มีส่วนประกอบเป็นสูตรเคมี (chemical formula) น้ำหนักเปอร์เซ็นต์ของธาตุใดมีค่าเท่ากับอัตราส่วนของน้ำหนักอะตอมของธาตุนั้นในสารประกอบ (compound) ต่อน้ำหนักโมเลกุลทั้งหมดในสารประกอบนั้น ดังนั้นถ้าสารประกอบใดมี 2 ธาตุ $X_m Y_n$ จะมีค่าตามสมการ (2.21) ดังนั้นน้ำหนักเปอร์เซ็นต์ของธาตุ X มีค่า

$$^w/\%(x) = \{ m M_x / (m M_x + n M_y) \} \times 100 \% \quad (2.24)$$

ตัวอย่างของการนำไปประยุกต์ใช้ทางนิวเคลียร์ เช่น ยูเรเนียม (uranium) ที่ถูกนำไปใช้เป็นเชื้อเพลิงในเครื่องปฏิกรณ์นิวเคลียร์จะต้องเป็นยูเรเนียมที่ถูกเสริมสมรรถนะ (enriched) ให้มีไอโซโทป ${}^{235}\text{U}$ ที่เพียงพอ ซึ่งในทางปฏิบัติจะระบุบอกว่าเสริมสมรรถนะให้มีเปอร์เซ็นต์น้ำหนักเท่าใด โดยน้ำหนักอะตอมของยูเรเนียมที่เสริมสมรรถนะแล้วสามารถคำนวณได้ดังต่อไปนี้ เริ่มจากความหนาแน่นอะตอมของยูเรเนียมทั้งหมด

$$N = \sum N_i$$

เมื่อ $i = 1, 2, 3, \dots, j$

เมื่อ $\sum$ ในที่นี้คือผลรวม(summation) และ N_i คือความหนาแน่นอะตอมของไอโซโทปที่ i เมื่อใช้ค่า N ตามสมการ (2.15) และ สมการ (2.23) จะได้

$$1/M = (1/100) \sum_{i=1}^j (w_i/A_i) \quad (2.25)$$

สมการ (2.23) และ (2.25) มักจะนำไปประยุกต์ใช้กับการคำนวณที่เกี่ยวข้องกับยูเรเนียมที่ได้รับการเสริมสมรรถนะ (enriched uranium)

ตัวอย่างที่ 2.5

เครื่องปฏิกรณ์นิวเคลียร์เครื่องหนึ่งมีแท่งเชื้อเพลิงยูเรเนียม 1,500 kg ที่ได้รับการเสริมสมรรถนะให้มียูเรเนียม-235 คิดเป็น 20% น้ำหนัก ($20\% \text{ }^{235}\text{U}$) ส่วนที่เหลือเป็นยูเรเนียม-238 เมื่อความหนาแน่นของยูเรเนียมมีค่า 19.1 g/cm^3 จงหาว่า

ก. มี ^{235}U อยู่เท่าใดในเครื่องปฏิกรณ์นี้

ข. ในแท่งเชื้อเพลิงมีความหนาแน่นอะตอม ^{235}U และ ^{238}U เท่าใด เมื่อนำหนักเชิงอะตอมของ ^{235}U และ ^{238}U มีค่า 235.0439 และ 238.0508 ตามลำดับ

ค. ให้หาภาคตัดขวางการกระเจิงมหภาค (macroscopic scattering cross section) ของแท่งเชื้อเพลิง ถ้าภาคตัดขวางการกระเจิงของ ^{235}U และ ^{238}U มีค่า 15 b และ 13.8 b ตามลำดับ

วิธีทำ

ก. การเสริมสมรรถนะ ^{235}U ให้มี 20% หมายถึง 20% ของมวลยูเรเนียมทั้งหมดเป็น ^{235}U ดังนั้น จะมี ^{235}U อยู่ $(20/100) \times 1500 \text{ kg} = 300 \text{ kg}$

ข. จากสมการ (2.23) จะได้

$$\begin{aligned} N(^{235}\text{U}) &= (20/100) \times (19.1 \text{ g/cm}^3) \times \{0.6022 \times 10^{24} (\text{atoms/mol}) / (235.0439 \text{ g/mol})\} \\ &= 0.00979 \times 10^{24} \text{ atoms/cm}^3 \end{aligned}$$

ที่เหลือเป็น ^{238}U นั่นคือเหลือ 80% จะได้ $N(^{238}\text{U}) = 0.0386 \times 10^{24} \text{ atoms/cm}^3$

ค. จากสมการ (2.20) จะได้

$$\begin{aligned} \Sigma_s(\text{U}) &= N(^{235}\text{U}) \times \sigma_s(^{235}\text{U}) + N(^{238}\text{U}) \times \sigma_s(^{238}\text{U}) \\ &= (0.00979 \times 10^{24} \times 15 \times 10^{-24} + (0.0386 \times 13.8 \times 10^{-24})) \text{ cm}^{-1} \\ &= (0.14685 + 0.53268) \text{ cm}^{-1} = 0.679 \text{ cm}^{-1} \end{aligned}$$

มีการตั้งข้อสังเกตว่าในการหาค่าภาคตัดขวางมหภาคของปฏิกิริยาใดๆ ตามสมการ (2.20) ทุกอะตอมต่างเป็นอิสระต่อกัน และ ไม่มีอันตรกิริยาต่อกัน และ มักจะใช้ได้กับนิวตรอนพลังงานสูง และ ไม่ควรนำมาใช้กับนิวตรอนพลังงานต่ำ เพราะกรณีหลังไม่สามารถละผลของปรากฏการณ์การยึดเหนี่ยวทิ้งได้ ให้ดูจากตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 2.6

ให้คำนวณหาภาคตัดขวางมหภาคของน้ำ (H_2O) ตามตัวอย่างที่ 2.4 ถ้าภาคตัดขวางจุลภาคของการกระเจิงของ H และ O ที่เกิดกับเทอร์มอลนิวตรอน (อัตราเร็ว 2,200 m/s หรือพลังงานจลน์ 0.0253 eV) มีค่า 38 b และ 4.2 b ตามลำดับ (เป็นค่าจากตารางแนบท้าย)

วิธีทำ

ตามสมการ (2.20) จะได้

$$\Sigma_s(\text{H}_2\text{O}) = \{ \rho N_{\text{AV}} / M(\text{H}_2\text{O}) \} \times (V_{\text{H}} \sigma_{\text{sH}} + V_{\text{O}} \sigma_{\text{sO}})$$

$$\text{โดย } \sigma_s(\text{H}_2\text{O}) = v_H \sigma_{sH} + v_O \sigma_{sO}$$

ดังนั้นจะได้

$$\begin{aligned} \Sigma_s(\text{H}_2\text{O}) &= N(\text{H}_2\text{O}) \times \sigma(\text{H}_2\text{O}) \\ &= 0.03343 \times 10^{24} \times (2 \times 38 + 1 \times 4.2) \times 10^{-24} \text{ cm}^{-1} \\ &= 2.68 \text{ cm}^{-1} \end{aligned}$$

ค่าที่ได้นี้ค่อนข้างจะต่างไปจากค่าที่ได้จากการทดลองตามตารางที่ 2-1 ซึ่งได้ค่า 3.45 cm^{-1}

ตารางที่ 2-1 ภาคตัดขวางของวัสดุที่ใช้ในเครื่องปฏิกรณ์ ที่เกิดปฏิกิริยากับเทอร์มอลนิวตรอน

(Thermal ($=2200 \text{ m/s}^{-1}$) Neutron Cross Sections for Some
Common Reactor Materials)

Material	σ_a (b)	σ_s (b)	N (nuclei/ $\text{cm}^3 \times 10^{24}$	Σ_a (cm^{-1})	Σ_s (cm^{-1})	$\bar{x}_a$ (cm)	$\bar{x}_s$ (cm)
Be	0.01	7.0	0.1236	124†	0.865	8×10^2	1.15
C	0.004	4.8	0.0803	32.0†	0.385	3.13×10^3	2.6
H ₂ O	0.66	103	0.0335*	0.022	3.45	45.5	0.29
D ₂ O	0.001	13.6	0.0331*	3.3†	0.449	3×10^4	2.23
Th	7.56	12.6	0.0293	0.222	0.369	4.505	2.71
Natural U	7.68	8.3	0.0478	0.367	0.397	2.725	2.52
Natural Pu	1026	9.6	0.0498	51.1	0.478	0.0196	2.09

*molecules/cm³.

†value has been multiplied by 10⁵.

ในตารางที่ 2-1 มีค่าภาคตัดขวางจุลภาคและมหภาค ของการดูดกลืนและการกระเจิงที่เกิดจากเทอร์มอลนิวตรอน ซึ่งมีอัตราเร็ว $2,200 \text{ m/s}$ หรือ พลังงานจลน์ขนาด 0.0253 eV ที่เกิดในวัสดุที่ใช้ในเครื่องปฏิกรณ์ ในตารางนี้ยังให้ค่าความหนาแน่นนิวเคลียส (nuclei/cm³) และระยะทางเฉลี่ยก่อนการเกิดปฏิกิริยาการดูดกลืน ($\bar{x}_a$) และ การกระเจิง ($\bar{x}_s$) ส่วนกับวัสดุอื่นๆ ให้ดูจากตารางแนบท้าย

2.5 ภาคตัดขวางที่แปรผันกับพลังงานของนิวตรอน

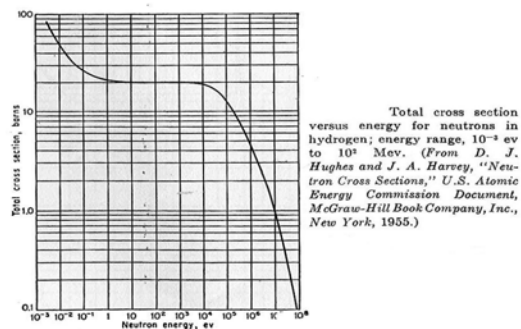
(Variation of Cross Sections with Neutron Energy)

จากที่กล่าวมาในหัวข้อก่อนหน้านี้ เราพิจารณาว่านิวตรอนที่เข้ามาชนเป้ามีพลังงานระดับเดียว ความจริงแล้วภาคตัดขวางดังกล่าวยังแปรผันไปกับพลังงานของอนุภาคที่เข้ามาชนเป้า รวมทั้งชนิดของเป่าด้วย แม้แต่ธาตุชนิดเดียวกัน แต่ต่างไอโซโทปก็จะมีค่าภาคตัดขวางของ

ภาคตัดขวางที่แปรผันกับพลังงานของนิวตรอนยากในการที่จะทำนาย หรือ คำนวณได้ จึงมักพิจารณาจากผลของการทดลอง แต่ก็ยังมีภาคตัดขวางบางช่วงที่อาจอธิบายได้ จากสมการ ภายใต้เงื่อนไขที่กำหนดให้กับการทดลอง

รูปที่ได้ต่อไปนี้เป็นภาคตัดขวางที่ได้จากการทดลองให้นิวตรอนพลังงานต่างๆเข้าชนเป้าที่แตกต่างกัน และ จะเน้นเป็นภาคตัดขวางทั้งหมด σ_t ตามสมการ (2.6) คือ

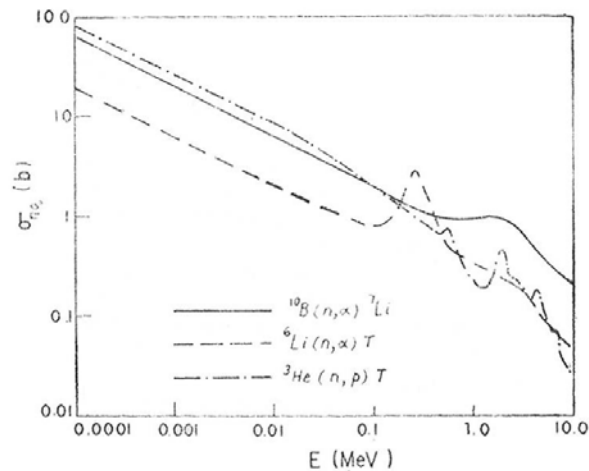
$$\sigma_t = \sigma_s + \sigma_a$$



รูปที่ 2.4 ภาคตัดขวางทั้งหมดของไฮโดรเจนจากนิวตรอนพลังงานช่วง 10^{-3} eV ถึง 10^2 MeV

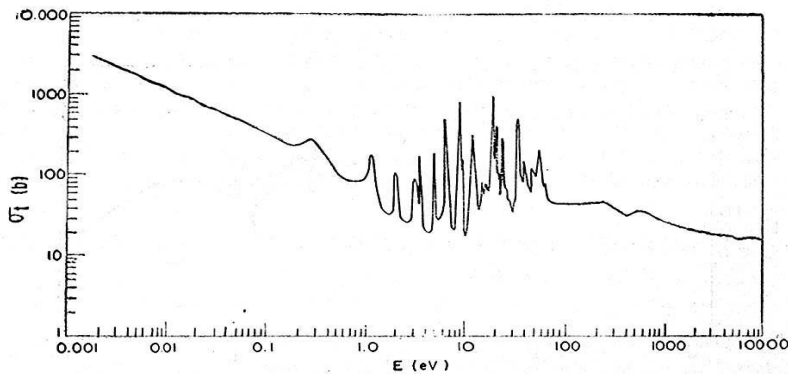
เนื่องจากในการทดลองวัดสามารถกระทำได้ซึ่งไม่เหมือนการวัดภาคตัดขวางของแต่ละปฏิกิริยาซึ่งเป็นปัญหาที่ซับซ้อนมาก รูปที่ 2.4 เป็นภาคตัดขวางทั้งหมดของไฮโดรเจน หน่วย b แกน y จากนิวตรอนพลังงานต่างๆ (eV) แกน x ซึ่งส่วนใหญ่เกิดจากการกระเจิงแบบยืดหยุ่นกับ โปรตอน (^1H) หรือ นิวเคลียสของอะตอมไฮโดรเจน

รูปที่ 2.5 เป็นภาคตัดขวางของปฏิกิริยาการปลดปล่อยอนุภาคประจุ เมื่อนิวตรอนพลังงานต่างๆชนกับ ^3He , ^6Li และ ^{10}B แล้วให้อนุภาคประจุออกมาตามปฏิกิริยา (charged particle reactions) (n, α) และ (n, p) จากรูปจะพบว่าค่าภาคตัดขวางมีค่าค่อนข้างสูง จึงทำให้วัสดุทั้ง 3 อย่างนี้เหมาะในการนำไปใช้เป็นตัวดูดกลืน (absorbers) นิวตรอนพลังงานต่ำในเครื่องปฏิกรณ์และยังนำปฏิกิริยา $^{10}\text{B}(n, \alpha)^7\text{Li}$ และ $^6\text{Li}(n, \alpha)\text{T}$ ไปเป็นตัววัดการเกิดนิวตรอนได้ และปฏิกิริยานิวตรอนกับ ^6Li ยังเป็นตัวผลิตทริเทียม (tritium, T) หรือ ^3_1H ได้ด้วยตามปฏิกิริยา $^3\text{He}(n, p)\text{T}$



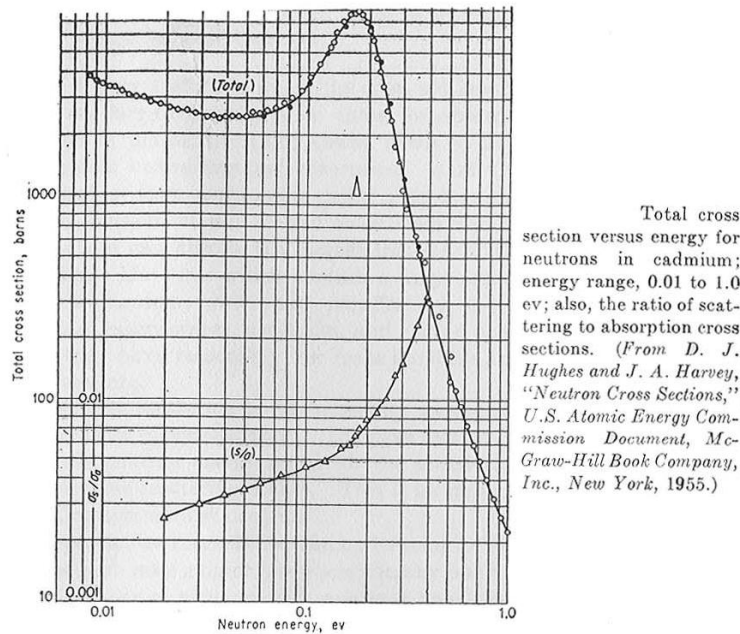
รูปที่ 2.5 ภาคตัดขวางที่แปรผันกับพลังงานของนิวตรอนของการเกิดปฏิกิริยาการปลดปล่อยอนุภาคประจุ จาก ^{10}B , ^6Li และ ^3He

รูปที่ 2.6 เป็นภาคตัดขวางทั้งหมดแบบจุลภาค (microscopic total cross section) ของ ^{235}U ซึ่งพอจะแบ่งให้เห็นความเด่นชัดที่แตกต่างกัน 3 ย่านของพลังงานนิวตรอน



รูปที่ 2.6 ภาคตัดขวางทั้งหมดแบบจุลภาคที่แปรผันไปกับพลังงานนิวตรอนของ ^{235}U

อีกตัวอย่างคือภาคตัดขวางทั้งหมดที่แปรผันกับพลังงานของนิวตรอนของแคดเมียม (cadmium) ดูรูปที่ 2.7 โดยพลังงานของนิวตรอนอยู่ในช่วง 0.01 ถึง 1 eV โดยในรูปแสดงภาคตัดขวางทั้งหมด และ อัตราส่วนของภาคตัดขวางของการกระเจิงต่อภาคตัดขวางของการดูดกลืน (s/a) ของปฏิกิริยา (n, γ) ใน ^{113}Cd ปฏิกิริยานี้แสดงให้เห็นว่าภาคตัดขวางจะมีค่าเพิ่มขึ้น



รูปที่ 2.7 ภาคตัดขวางทั้งหมดแปรผันกับพลังงานของนิวตรอน

อย่างเห็นได้ชัดในช่วงปลายพลังงานของเทอร์มอลนิวตรอน

2.6 ภาคตัดขวางจากเทอร์มอลนิวตรอน

(Thermally Averaged Cross Section)

ให้ $\sigma(v_r)$ คือ ภาคตัดขวางของปฏิกิริยาหนึ่ง อาจเป็นการกระเจิงหรือการดูดกลืน ที่เกิดจากนิวตรอนเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วสัมพัทธ์ v_r ($= |\vec{v} - \vec{V}|$) เมื่อ $\vec{v}$ คือความเร็วจริงของนิวตรอน และ $\vec{V}$ คือความเร็วของนิวเคลียส เทียบกับนิวเคลียสของเป้า ถ้า N คือ ความหนาแน่นนิวเคลียส ดังนั้นจะได้ความถี่ของอันตรกิริยาต่อหน่วยปริมาตรของเป้าในปฏิกิริยาใดๆ มีค่า $v_r N \sigma(v_r)$ ถ้าให้ $\bar{\sigma}(v)$ เป็นภาคตัดขวางเฉลี่ยจากเทอร์มอลนิวตรอนที่มีความเร็ว $\vec{v}$ ซึ่งเป็นค่าที่ได้จากการเฉลี่ยความถี่ของอันตรกิริยาคอบคลุมการแจกแจงความเร็วของอะตอม $P(\vec{V}) dV$ ดังนั้นจะได้

อันตรกิริยาที่เกิดขึ้นต่อวินาทีต่อปริมาตรของเป้า

$$= v N \bar{\sigma}(v) = N \int v_r \sigma(v_r) P(\vec{V}) dV$$

หรือ

$$\bar{\sigma}(v) = (1/v) \int v_r \sigma(v_r) P(\vec{V}) dV \quad (2.26)$$

ค่าเฉลี่ยดังกล่าวจำเป็นต้องทำเพื่อให้เปรียบเทียบได้กับค่าภาคตัดขวางที่เกิดจากนิวตรอนที่วัดได้จากการทดลอง

จากสมการ (2.26) ในการคำนวณค่า $\bar{\sigma}(v)$ เราต้องรู้ฟังก์ชันการแจกแจงความเร็ว $P(\vec{V}) dV$ ซึ่งโดยทั่วไปจะเป็นฟังก์ชันที่ซับซ้อนขึ้นกับ $\vec{V}$ ซึ่งขึ้นกับว่าวัสดุที่เป็นเป้าเป็นของแข็งของเหลว หรือ แก๊ส อย่างไรก็ตาม จุดประสงค์ส่วนใหญ่แล้วพอประมาณได้ดีว่าให้ใช้การแจกแจงแมกเวลล์-โบลต์ซมันน์ (Maxwell-Boltzmann distribution) ที่อุณหภูมิ T ของตัวกลางตามฟังก์ชัน

$$P(\vec{V}) dV = \{M / (2\pi kT)\}^{3/2} \exp[-MV^2 / (2kT)] dV \quad (2.27)$$

โดย M คือ มวลของอะตอม ตามสมการ (2.27) เป็นฟังก์ชันที่ใช้ได้ดีสำหรับแก๊ส แต่ก็พอประมาณใช้ได้กับของแข็ง เช่น ยูเรเนียม ยูเรเนียมออกไซด์ (uranium oxide) และ ทอเรียม (thorium) แม้ที่อุณหภูมิห้อง ในการคำนวณอินทิกรัล ตามสมการ (2.26) นี้

$$dV = 2\pi V^2 dV d\cos\theta$$

เมื่อ θ คือมุมระหว่าง $\vec{v}$ และ $\vec{V}$ โดยมีขีดจำกัดของ V ตั้งแต่ $0 \rightarrow \infty$ และ θ ตั้งแต่ $0 \rightarrow 180^\circ$ และ $v_r^2 = v^2 + V^2 - 2vV\cos\theta$

สรุปเนื้อหาในบทที่ 2

1. ความเข้มของลำนิวตรอน (I_0) หรือ จำนวนนิวตรอน ต่อ ตารางเซนติเมตร ต่อ วินาที มีค่า

$$I_0 = nv \left(\frac{\text{neutrons}}{\text{cm}^2 \text{s}} \right)$$

2. จำนวนอะตอมหรือนิวเคลียสต่อพื้นที่ที่ลำนิวตรอนตกกระทบ (N_A) หรือ $R \propto I_0 N_A$
นั่นคือ $R = \sigma I_0 N_A$ เมื่อ σ คือภาคตัดขวางจุลภาค ซึ่งจะบ่งบอกถึงความน่าจะเป็นที่นิวเคลียสในวัสดุจะเกิดปฏิกิริยานิวเคลียร์กับนิวตรอนที่เข้าชน

3. ให้ σ_t = ภาคตัดขวางทั้งหมด σ_a = ภาคตัดขวางของการดูดกลืน

$$\sigma_s = \text{ภาคตัดขวางของการกระเจิง}$$

โดยที่ $\sigma_t = \sigma_s + \sigma_a$ และ $\sigma_s = \sigma_e + \sigma_{in}$ ซึ่ง σ_e = ภาคตัดขวางของการกระเจิงแบบยืดหยุ่น

σ_{in} = ภาคตัดขวางของการกระเจิงแบบไม่ยืดหยุ่น

และ ภาคตัดขวางของการดูดกลืนนิวตรอนแล้วเกิดปฏิกิริยาต่างๆ

$$\sigma_a = \sigma_\gamma + \sigma_f + \sigma_p + \sigma_\alpha + \dots$$

4. ความเข้มของลำนิวตรอนจะลดลงเมื่อผ่านเป้า $I(x)$ [นิวตรอน/(cm^2 วินาที)] ความเข้มของลำนิวตรอนจะเท่าเดิมเมื่อยังไม่ผ่านเป้า หรือ $I(x=0) = I_0$ ตามความสัมพันธ์

$$I(x) = I_0 e^{-N\sigma x} \quad \text{เมื่อ } \sigma_t = \sigma \text{ คือภาคตัดขวางจุลภาคทั้งหมด}$$

โดย $\Sigma_t = N\sigma_t = N\sigma$ คือภาคตัดขวางมหภาคทั้งหมด

5. ระยะทางเฉลี่ย(mean free path) ที่นิวตรอนจะเคลื่อนที่ไปได้ก่อนเกิดอันตรกิริยากับนิวเคลียสในเป้า

$$\frac{1}{x} = \frac{\int_0^\infty x \cdot p(x) dx}{\int_0^\infty p(x) dx} = \frac{1}{\Sigma}$$

6. หนาแน่นอะตอม $N = (\rho N_{AV}) / A$ เมื่อ ρ คือความหนาแน่นของวัสดุ

N_{AV} คือเลขของอาโวกาโดร์ และ A คือน้ำหนักเชิงอะตอม

7. ให้ v_i เป็นจำนวนอะตอมของธาตุที่ i ในโมเลกุล และให้ M คือน้ำหนักเชิงโมเลกุลจะได้ความหนาแน่นอะตอมของธาตุที่ i มีค่า $N_i = (\rho N_{AV} v_i) / M$ เมื่อ $i = 1, 2, 3, \dots, j$

ภาคตัดขวางมหภาคของโมเลกุลที่จะเกิดปฏิกิริยาแบบ x มีค่า

$$\Sigma_{x, \text{โมเลกุล}} = (\rho N_{AV} / M) (v_1 \sigma_{x1} + v_2 \sigma_{x2} + \dots + v_j \sigma_{xj})$$

8. ถ้าให้ p เป็นความหนาแน่นเชิงกายภาพของสารผสม จะได้ความหนาแน่นเฉลี่ยขององค์ประกอบที่ i จะมีค่า $p_i = w_i p / 100$ เมื่อ w_i คือเปอร์เซ็นต์น้ำหนัก (weight percent, $\%$)

ขององค์ประกอบนั้น และจะได้ความหนาแน่นอะตอมขององค์ประกอบนี้มีค่า

$$N_i = w_i \rho N_{AV} / (100 A_i) \quad \text{เมื่อ } A_i \text{ คือน้ำหนักเชิงอะตอมขององค์ประกอบที่ } i$$

9. ให้ $\bar{\sigma}(v)$ เป็นภาคตัดขวางเฉลี่ยจากเทอร์มอลนิวตรอนที่มีความเร็ว $\vec{v}$ ซึ่งเป็นค่าที่ได้จากการเฉลี่ยความถี่ของอันตรกิริยาครอบคลุมการแจกแจงความเร็วของอะตอม $P(V)dV$ จะได้

$$\bar{\sigma}(v) = (1/v) \int v_r \sigma(v_r) P(V) dV$$

10. การแจกแจงแมกเวลล์-โบลต์ซมันน์ (Maxwell-Boltzmann distribution) ที่อุณหภูมิ T ของตัวกลางตามฟังก์ชัน $P(V)dV = \{M / (2\pi kT)\}^{3/2} \exp [-MV^2 / (2kT)] dV$ โดย M คือมวลของอะตอม

แบบฝึกหัดบทที่ 2

2.1 ให้คำนวณหาภาคตัดขวางการกระเจิงแบบมหภาคของยูเรเนียมธรรมชาติ กำหนดให้ความหนาแน่น $\rho = 18.9 \text{ g/cm}^3$ เปอร์เซนต์น้ำหนัก(weight percent) 0.713 % เป็น ^{235}U ในยูเรเนียมธรรมชาติที่เหลือเป็น ^{238}U ภาคตัดขวางจุลภาคของ ^{235}U และ ^{238}U มีค่า 15 b และ 13.8 b ตามลำดับ

2.2 ลำนิวตรอนพลังงานเดียวมีความเข้ม $4 \times 10^{10} \text{ neutrons/(cm}^2 \text{ s)}$ ถูกยิงไปตกบนพื้นที่เป้า 1 cm^2 ซึ่งหนา 1 cm เมื่อเป้านี้มีความหนาแน่นอะตอม $N = 0.048 \times 10^{24} \text{ atoms/cm}^3$ และมีภาคตัดขวางทั้งหมดที่พลังงานนี้ $\sigma_t = 4.5 \text{ b}$ ให้หา

ก. ภาคตัดขวางทั้งหมดแบบมหภาค

ข. อัตราการเกิดปฏิกิริยาในเป้า(interactions/s)

ค. ความหนาแน่นของการชน

2.3 ถ้าน้ำในแก้วหนึ่งมีไฮโดรเจนอยู่ 6.6×10^{24} อะตอม จะมีอะตอมของดิวทีเรียม (^2_1H) อยู่เท่าใดถ้าความอุดมสัมพัทธ์(relative abundance)ของดิวทีเรียมในน้ำ(H_2O)ซึ่งมีไฮโดรเจนอยู่มีค่า 0.015 %

2.4 จากตารางต่อไปนี้เป็นไอโซโทปของไฮโดรเจนที่มีอยู่ในธรรมชาติ

ไอโซโทป (isotopes)	ความอุดม (abundance , %)	น้ำหนักอะตอม (atomic weight)
^1H	99.985	1.007825
^2H	0.015	2.01410

ให้คำนวณหาน้ำหนักโมเลกุลของ ก. H_2 ข. H_2O ค. H_2O_2

2.5 จากตารางต่อไปนี้เป็นไอโซโทปของออกซิเจนที่มีอยู่ในธรรมชาติ

ไอโซโทป (isotopes)	ความอุดม (abundance , %)	น้ำหนักอะตอม (atomic weight)
^{16}O	99.75	15.99492
^{17}O	0.037	16.99913
^{18}O	0.204	17.99916

ให้คำนวณหา

ก. น้ำหนักอะตอมของออกซิเจนที่มีอยู่ในธรรมชาติ (หาค่าเฉลี่ยของน้ำหนักอะตอมของของสารผสมนี้)

- ข. น้ำหนักโมเลกุลของออกซิเจนที่มีอยู่ในธรรมชาติ
- 2.6 แก้วใบหนึ่งบรรจุน้ำ (H_2O) ที่มีมวล 50 g จงหา
- จำนวนโมล(moles)
 - จำนวนอะตอมของไฮโดรเจน
 - จำนวนอะตอมของดิวทีเรียม
- 2.7 เมื่อ σ_γ มีสภาพแปรผันกับ $1/v$ เมื่อ v คือความเร็วของนิวตรอน จะมีความสัมพันธ์
- $$\sigma_\gamma(E) = \sigma_\gamma(E_0) (E_0/E)^{1/2} \text{ เมื่อกำหนดให้ } \sigma_\gamma(E_0 = 0.0253 \text{ eV}) = 0.332 \text{ b ให้หา}$$
- $$\sigma_\gamma(E = 1 \text{ eV})$$
- 2.8 เมื่อตัวกำบังเทอร์มอลนิวตรอนชนิดหนึ่งมีค่า $\Sigma_t = 104 \text{ cm}^{-1}$ จงหาความหนาที่จะกั้นลำเทอร์มอลนิวตรอนให้เหลือเป็น 0.01 ของความเข้มเริ่มต้นที่เข้าชน
- 2.9 ภาคตัดขวางการดูดกลืนของ ^{235}U และ ^{238}U ที่นิวตรอนพลังงาน 0.0253 eV มีค่า 680.8 b และ 270 b ตามลำดับ ให้คำนวณหา ภาคตัดขวางการดูดกลืนแบบมหภาคของยูเรเนียมธรรมชาติ
- 2.10 ความเข้มของเทอร์มอลนิวตรอนในตัวกลางชนิดหนึ่งที่ดูดกลืนมีค่าลดลงด้วยตัวประกอบ 0.45 ภายในระยะ 10 cm ให้คำนวณหาเส้นทางเฉลี่ย(mean free path)ก่อนถูกดูดกลืน
- 2.11 ให้คำนวณหา เส้นทางเฉลี่ยก่อนเกิดปฏิกิริยากับเทอร์มอลนิวตรอนในแกรไฟต์ เมื่อกำหนดให้ ภาคตัดขวางการกระเจิงแบบจุลภาคในคาร์บอน $\sigma_s = 4.8 \text{ b}$ และ ภาคตัดขวางการดูดกลืนแบบจุลภาคมีค่าน้อยโดย $\sigma_a = 4.0 \times 10^{-3} \text{ b}$ ถ้าแกรไฟต์มีความหนาแน่น $\rho = 1.60 \text{ g/cm}^3$ และมีความหนาแน่นอะตอม $N = 0.0803 \times 10^{24} \text{ atoms/cm}^3$
- 2.12 ให้คำนวณหาระยะทางเฉลี่ยก่อนชนของนิวตรอนที่มีพลังงาน 1 eV ในแกรไฟต์ เมื่อภาคตัดขวางทั้งหมดของคาร์บอนที่พลังงานนี้มีค่า 4.8 b และ ให้หาความน่าจะเป็นที่นิวตรอนตัวหนึ่งจะเคลื่อนที่ไปได้ระยะทางเท่ากับระยะทางเฉลี่ยก่อนเกิดการชน(ก่อนเกิดอันตรกิริยา)ในตัวกลางนี้
- 2.13 ลำนิวตรอนพลังงาน 1 MeV ความเข้ม $5 \times 10^8 \text{ neutrons/(cm}^2 \text{ s)}$ เข้าชนเป้า ^{12}C พื้นที่เป้า 0.5 cm^2 และหนา 0.05 cm ภาคตัดขวางของลำนิวตรอนมีค่า 0.1 cm^2 (เล็กกว่าพื้นที่เป้า) ที่นิวตรอนพลังงาน 1 MeV นี้ ^{12}C มีภาคตัดขวางจุลภาคทั้งหมด 26 b กำหนดให้ความหนาแน่นอะตอมมีค่า $N = 0.080 \times 10^{24} \text{ atoms/cm}^3$ ให้หา
- อัตราที่เกิดอันตรกิริยาในเป้า
 - ความน่าจะเป็นที่นิวตรอนในลำนิวตรอนจะชน(หรือเกิดปฏิกิริยา)ในเป้า
 - ให้หาภาคตัดขวางมหภาคทั้งหมด
 - ให้หาความหนาแน่นของการชนในเป้า
- 2.14 ลำนิวตรอนขนาดใหญ่มีความเข้ม I_0 เข้ากระทบเป้าหมายที่มี $\sigma_a \gg \sigma_s$ เมื่อเป้าหมายมีพื้นที่ A

และหา x ให้หาอัตราที่นิวตรอนจะถูกดูดกลืนในปฏิกิริยา

- 2.15 มีอันตรกิริยาการดูดกลืน 2 ชนิดคือ การดูดกลืนแล้วปล่อยรังสีและการดูดกลืนแล้วเกิดการแบ่งแยกซึ่งจะเกิดขึ้นได้เมื่อนิวตรอนพลังงานประมาณ 0.0253 eV เกิดอันตรกิริยากับ ^{235}U โดยมีภาคตัดขวาง $\sigma_\gamma = 99 \text{ b}$ และ $\sigma_f = 582 \text{ b}$ จงหา ความน่าจะเป็นที่จะเกิดการแบ่งแยกตัว

- 2.16 จากตารางต่อไปนี้เป็นไอโซโทปของยูเรเนียมที่มีอยู่ในธรรมชาติ

ไอโซโทป (isotopes)	ความอุดม (abundance , ^a /%)	น้ำหนักอะตอม (atomic weight)
^{234}U	0.0057	234.0409
^{235}U	0.72	235.0439
^{238}U	99.27	238.0508

ให้คำนวณหา น้ำหนักอะตอมของยูเรเนียมที่มีอยู่ในธรรมชาติ

- 2.17 แท่งเชื้อเพลิงของเครื่องปฏิกรณ์มียูเรเนียมไดออกไซด์(uranium dioxide , UO_2) ซึ่งมีความหนาแน่น $\rho = 10.5 \text{ g/cm}^3$ ถ้าเป็นยูเรเนียมได้รับการเสริมสมรรถนะให้มี ^{235}U 30 % ให้หา

- น้ำหนักโมเลกุลของ UO_2
- น้ำหนักคิดเป็นเปอร์เซ็นต์ของยูเรเนียมใน UO_2
- ความหนาแน่นเฉลี่ยของยูเรเนียม
- ความหนาแน่นของ ^{235}U
- ความหนาแน่นอะตอมของ ^{235}U ในเชื้อเพลิง

- 2.18 ให้หาระยะทางเฉลี่ยก่อนเกิดปฏิกิริยาของนิวตรอนที่มีพลังงาน 100 keV ใน โซเดียมเหลว (liquid sodium)เมื่อมีภาคตัดขวางทั้งหมด 3.4 b (คำตอบ 11.6 cm)

- 2.19 ถ้าภาคตัดขวางของการกระเจิงแบบยืดหยุ่น(σ_s)ของเป้าที่เกิดจากการกระเจิงแบบศักย์ (potential scattering)ของนิวตรอนพลังงานต่ำ(~0.02 eV-0.01 MeV) มีค่าคงที่ประมาณ 4.8 b และ ความสัมพันธ์ระหว่างภาคตัดขวางและรัศมีนิวเคลียส(R)ของเป้าประมาณจากสมการ $\sigma_s = 4\pi R^2$ จงประมาณรัศมีนิวเคลียสของ ^{12}C เมื่อนิวตรอนพลังงานต่ำเข้าชน

- 2.20 มีการใช้ยูเรเนียมคาร์ไบด์(uranium carbide , UC) เป็นเชื้อเพลิงเริ่มต้นในเครื่องปฏิกรณ์ผลิตเชื้อเพลิง(breeder reactor)โดยให้การเสริมสมรรถนะให้มียูเรเนียมถึง 25 % เมื่อความหนาแน่นของ UC มีค่า 13.6 g/cm^3 ให้คำนวณหา

- น้ำหนักเชิงอะตอมของยูเรเนียม
- ความหนาแน่นอะตอมของ ^{235}U