# บทที่ 4
# กฎการเปลี่ยนแปลงของธาตุกัมมันตรังสี และการแผ่กัมมันตภาพรังสีตามธรรมชาติ
# THE LAWS OF RADIOACTIVE TRANSFORMATION AND THE NATURAL RADIOACTIVITY

## วัตถุประสงค์

การศึกษาบทนี้เพื่อให้สามารถ

1. คำนวณหาความแรงของการแผ่กัมมันตภาพรังสีขณะใด ๆ และความแรงของธาตุใหม่ที่เกิดขึ้นได้ และสามารถคำนวณหาจำนวนอะตอมของธาตุขณะนั้นได้
2. นำหน่วยที่ใช้วัดความแรงมาใช้ได้อย่างถูกต้อง
3. หาค่าคงที่ของการสลาย, ครึ่งชีวิต, อายุเฉลี่ย ของธาตุกัมมันตรังสีได้
4. หาจำนวนอะตอมของธาตุที่เกิดใหม่จากการสลายของธาตุกัมมันตรังสีที่สลายเองตามธรรมชาติได้
5. คำนวณหาจำนวนอะตอมของธาตุที่เกิดใหม่ลำดับที่ 2,3,4,5... จนถึง n ได้โดยใช้สูตรของเบทแมน
6. อธิบายและหาค่าครึ่งชีวิตสำหรับธาตุที่มีครึ่งชีวิตสั้นและครึ่งชีวิตยาวรวมอยู่ด้วยกันได้
7. อธิบายสภาวะการสมดุลของธาตุกัมมันตรังสีได้
8. อธิบายการจัดอนุกรมของธาตุกัมมันตรังสีได้
9. คำนวณหาค่าครึ่งชีวิตสำหรับแต่ละวิธีการสลายได้
10. คำนวณหาอายุวัตถุโบราณโดยอาศัยคุณสมบัติในการสลายของธาตุกัมมันตรังสีได้

## 4.1 รากฐานของทฤษฎี

จากการสังเกตธาตุกัมมันตรังสี ปรากฏว่า เมื่อปล่อยทิ้งไว้ ความแรง (activity) จะลดลงเรื่อย ๆ แต่ขณะเดียวกัน จะมีธาตุกัมมันตรังสีชนิดใหม่เกิดขึ้น ความแรงจะเพิ่มขึ้นตามเวลาที่ผ่านไป ถ้านำค่าความแรง และเวลามาเขียนกราฟ จะได้กราฟรูปเอ็กซ์โพเนนเชียล (exponential)

สำหรับความแรงของธาตุกัมมันตรังสีที่ปรากฏ เมื่อเวลาผ่านไป t เป็นไปตามสมการ

$$A(t) = A_0 e^{-\lambda t} \qquad \ldots (4.1)$$

เมื่อ $A_0$ คือความแรงของธาตุกัมมันตรังสี เมื่อเริ่มพิจารณา $t = 0$

$A(t)$ คือความแรงของธาตุกัมมันตรังสี เมื่อเวลา t

$\lambda$ = ค่าคงที่ของการสลาย (disintegration constant) เป็นคุณสมบัติเฉพาะของแต่ละพวกของธาตุกัมมันตรังสี (species)

เมื่อธาตุเดิมสลายไป เป็นผลให้มีธาตุใหม่เกิดขึ้น การเกิดธาตุใหม่หลังจากการสลายของธาตุกัมมันตรังสีเดิมนั้นเป็นไปตามสมการ

$$A(t) = A_0 (1-e^{-\lambda t}) \qquad \ldots (4.2)$$

ในการสังเกตผลที่ได้จากการทดลอง ทำให้รัทเธอร์ฟอร์ด และซอดดี้ สามารถสร้างทฤษฎีเกี่ยวกับการเปลี่ยนแปลงของธาตุกัมมันตรังสีได้ เป็นการแสดงว่า อะตอมของธาตุกัมมันต-รังสี เมื่อปล่อยทิ้งไว้จะสลายไปเรื่อย ๆ โดยการส่งอนุภาคแอลฟา หรืออนุภาคเบตา แล้วเปลี่ยนเป็นอะตอมชนิดใหม่ ความแรงของธาตุกัมมันตรังสี จึงเป็นสัดส่วนกับจำนวนอะตอมที่สลายได้ใน 1 หน่วยเวลา นั่นคือ ความแรงของธาตุกัมมันตรังสี จะมากหรือน้อยย่อมขึ้นกับจำนวนอะตอมที่มีอยู่ (N), เขียนความสัมพันธ์ได้ว่า

$$A = \lambda N \qquad \ldots (4.3)$$

และสมการ (4.1) อาจเขียนได้ดังนี้

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t} \qquad \ldots (4.4)$$

สมการ (4.4) ก็คือ

$$\frac{dN}{dt}(t) = -\lambda N_0 e^{-\lambda t}$$

$$\frac{dN}{dt}(t) = -\lambda N \qquad \ldots 4.5)$$

เครื่องหมายลบ แสดงว่า จำนวนอะตอมจะลดลงเรื่อย ๆ เมื่อเวลาผ่านไป

## 4.2 หน่วยวัดความแรงของธาตุกัมมันตรังสี

(1) $\frac{\text{อะตอม}}{\text{วินาที}}$ (disintegration per sec = dps.)

$$A = \lambda N$$

เมื่อ A = ความแรง หรืออัตราการสลาย (dps)

$\lambda$ = ค่าคงที่สำหรับการสลาย มีหน่วยเป็น วินาที$^{-1}$

N = จำนวนอะตอม

(2) คูรี (Curie = Ci) หมายถึง ความแรงที่ธาตุกัมมันตรังสีสลายได้ด้วยอัตรา $3.7 \times 10^{10}$ อะตอม/วินาที กำหนดว่าปริมาณกัมมันตรังสีนั้นมีความแรงเท่ากับ 1 คูรี

ถ้ามี x $\frac{\text{อะตอม}}{\text{วินาที}}$ จะมีค่า = $\frac{x}{3.7 \times 10^{10}}$ คูรี

หน่วยที่เล็กกว่า คูรี คือ มิลลิคูรี มีค่าเท่ากับ $10^{-3}$ คูรี และ 1 ไมโครคูรี = $10^{-6}$ คูรี

(3) รัทเธอร์ฟอร์ด (Rutherford) หมายถึง ความแรงของธาตุกัมมันตรังสีที่สลายได้ $10^6$ อะตอม/วินาที

(4) รองเกน (R) (Röntgen) มักใช้สำหรับรังสีเอ็กซ์ หรือรังสีแกมมาในอากาศ โดยกำหนดว่า

รังสีที่ทำให้อากาศหนัก 0.001293 กรัม แตกตัวเกิดประจุไฟฟ้า 1 อีเอสยู ปริมาณรังสีนั้นเท่ากับ 1 R.

(อากาศ 1 ลบ.ซม. ที่ NTP. มีน้ำหนัก 0.001293 กรัม)

(5) แรด ใช้ตัวย่อว่า Rad (Radiation absorbed dose) หมายถึง ปริมาณรังสีที่ถ่ายเทพลังงานให้แก่วัตถุมีค่า 100 เออร์ก/กรัม ของวัตถุ วัตถุนั้นจะได้รับรังสี 1 แรด

เนื่องจากเนื้อเยื่อต่างชนิดกัน เมื่อได้รับรังสีเป็นจำนวนแรดเท่ากัน ผลที่เกิดขึ้นทางด้านชีววิทยาจะไม่เท่ากัน จึงจำเป็นต้องมีหน่วยให้เหมาะสม ดังนี้

(ก) เรม = Rem เป็นค่าปริมาณที่เทียบไว้สำหรับมนุษย์ (dose equivalent man) มีค่าเท่ากับปริมาณที่ถูกดูดกลืน (absorbed dose D) คูณกับค่าทางชีววิทยา (Biological factor BF.), BF คือ แฟกเตอร์ที่ขึ้นกับคุณภาพ × แฟกเตอร์ของการแจกแจง

หรือ BF = Quality factor × distribution factor

แฟกเตอร์ที่ขึ้นกับคุณภาพ (Quality factor) คือ ปริมาณที่ขึ้นกับชนิดของรังสี เช่น รังสีเอ็กซ์, เบตา, แอลฟา, นิวตรอน หรือ โปรตอน เรม ใช้ในงานป้องกันรังสีเฉพาะคน ทำให้อาการที่เกิดขึ้นจากการได้รับรังสีเป็นจำนวนเรมเท่ากัน จะมีผลหรืออาการที่เหมือนกัน

**Rem** = **Rad × RBE ของรังสี**

RBE = ผลสัมพันธ์ทางชีววิทยาของรังสี (Relative biological effectiveness)

***ตารางที่ 4.1 แสดงค่า RBE สำหรับรังสีต่าง ๆ***

| รังสี | RBE |
|---|---|
| รังสีเอกซ์, รังสีแกมมา | 1 |
| รังสีเบตา และอิเล็กตรอน | 1 |
| เทอร์มาลนิวตรอน | 2.5 |
| นิวตรอนเร็ว | 10. |
| อนุภาคแอลฟา | 10 |
| โปรตอน | 10 |
| อิออนหนัก | 20 |

นิวตรอนพลังงาน 2 เอมอีวี ปริมาณ 1 แรด จะมีอันตรายเป็น 10 เท่าของรังสี-เอ็กซ์ ปริมาณ 1 แรด ดังนั้น 1 แรดของนิวตรอน จึงมีค่าประมาณ 10 เรม.

**(ข) เรพ = Rep** (Röntgen **equivalent physical**) **หมายถึง ปริมาณรังสี (ชนิดใดก็ได้) ซึ่งเป็นผลทำให้เกิดการดูดกลืนพลังงาน 93 เออร์ก/ 1 กรัม เนื้อเยื่อ**

ปริมาณรังสีที่กำหนดว่ามนุษย์จะได้รับมากที่สุด (ถ้าเกินกว่าปริมาณนี้ จะมีอาการเกิดขึ้น) เรียก **เอมพีดี** (Maximum Permissible dose = MPD)

# 4.3 การหาค่าคงที่ของการสลาย, ครึ่งชีวิต และอายุเฉลี่ยของธาตุกัมมันตรังสี

## การหาค่าคงที่ของการสลาย (λ) โดยวิธีกราฟ

จากสมการ (4.4)

$$\ln \frac{N(t)}{N_0} = -\lambda t \qquad \text{... (4.6)}$$

หรือ

$$2.3026 \log \frac{N(t)}{N_0} = -\lambda t \qquad \text{... (4.7)}$$

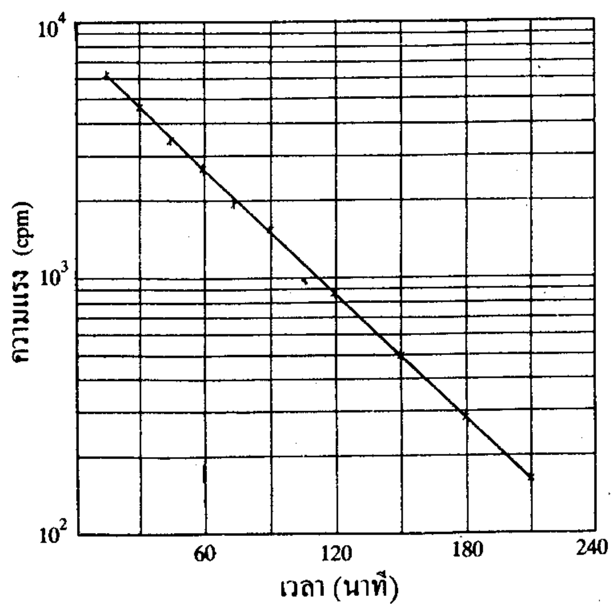
แต่จำนวนอะตอมเป็นสัดส่วนกับความแรงของธาตุกัมมันตรังสี
สมการ (4.7) จึงเขียนได้ว่า

$$2.3026 \log \frac{A(t)}{A_0} = -\lambda t \qquad \text{... (4.8)}$$

หรือ

$$\log \frac{A(t)}{A_0} = -0.4343\,\lambda t \qquad \text{... (4.9)}$$

เมื่อสร้างกราฟระหว่างลอกของความแรงกับเวลา จะได้กราฟเส้นตรง ดังรูปที่ 4.1




*รูปที่ 4.1 การหาค่าคงที่ของการสลายโดยวิธีกราฟ*

สมการ (4.9) คือ

$$\log A(t) = \log A_0 - 0.4343\,\lambda t \qquad \ldots (4.10)$$

อ่านค่าความชัน (slope) จากกราฟ (เป็นลบ)

$$\text{ความชัน} = -0.4343\,\lambda \qquad \ldots (4.11)$$

## การหาค่าครึ่งชีวิต (half life = $t_{1/2}$ หรือ T)

ครึ่งชีวิต หมายถึง เวลาที่อะตอมของธาตุกัมมันตรังสีใช้ในการสลายเพื่อให้มีปริมาณเหลือเพียงครึ่งหนึ่งของปริมาณเดิม

อัตราส่วนของจำนวนอะตอมเมื่อเวลาผ่านไปเท่ากับ 1 ครึ่งชีวิตต่อจำนวนอะตอมเดิม คือ

$$\frac{N(t)}{N_0} = \frac{1}{2}$$

ใช้สมการ (4.4), $\frac{N(t)}{N_0} = e^{-\lambda t}$

$$\log 2 = 0.4343\lambda t_{1/2}$$

$$t_{1/2} = \frac{0.693}{\lambda} \qquad (4.12)$$

**เมื่อเวลาผ่านไป n ครึ่งชีวิต จำนวนอะตอมจะเหลือ $(½)^n$ ของจำนวนอะตอมเดิม. แสดงว่า ไม่ว่าเวลานานเท่าไร จำนวนอะตอมจะไม่เป็นศูนย์ แต่จะลดลงเรื่อย ๆ**

### ตัวอย่างที่ 4.1

จงหาจำนวนอะตอมเมื่อเวลาผ่านไป 7 ครึ่งชีวิต และ 10 ครึ่งชีวิต

เมื่อเวลา 7 ครึ่งชีวิต, จำนวนอะตอมขณะนั้น $= \frac{1}{2^7} = \frac{1}{128}$ ของจำนวนอะตอมเดิม

เวลา 10 ครึ่งชีวิต, จำนวนอะตอมจะมีค่า $= \frac{1}{2^{10}} = \frac{1}{1024}$ ของจำนวนอะตอมเดิม

คือน้อยกว่า 0.001 ของจำนวนอะตอมเดิม

## การหาค่าอายุเฉลี่ยของธาตุกัมมันตรังสี ($\tau$)

**(Mean life หรือ average life)**

อายุเฉลี่ยหาได้จาก ผลรวมของเวลาที่ทุก ๆ อะตอมมีชีวิตอยู่ หารด้วยจำนวนอะตอมเดิม ตามวิธีคณิตศาสตร์, จำนวนอะตอมที่สลายไปในระหว่างเวลา t จนถึง t+dt คือ

$$dN = -\lambda N\, dt$$

**จำนวนอะตอมที่ยังมีชีวิตอยู่ เมื่อเวลา t คือ**

$$N = N_0 e^{-\lambda t}$$

**ดังนั้น** $$dN = -\lambda N_0 e^{-\lambda t} dt$$

**เครื่องหมายลบแสดงว่า จำนวนอะตอมลดลงไปตามเวลา**

**เนื่องจากกระบวนการสลาย เป็นลักษณะทางสถิติ แต่ละอะตอมอาจมีชีวิตอยู่ได้นาน ตั้งแต่ ศูนย์ จนถึงอนันต์ ดังนั้นอายุเฉลี่ย จึงหาได้โดย**

$$\tau = \frac{1}{N_0}\int_0^{\infty} N_0 \lambda t\, e^{-\lambda t}\, dt \qquad \ldots (4.13)$$

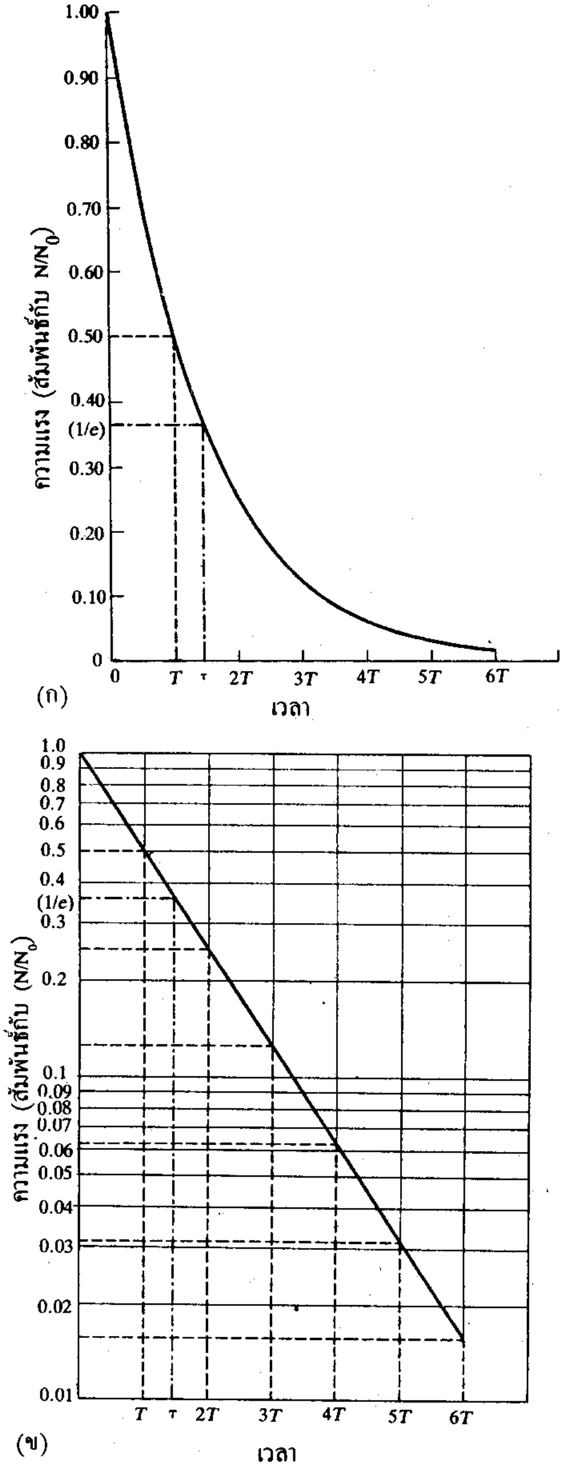
$$= \lambda \int_0^{\infty} t\, e^{-\lambda t}\, dt$$

$$\tau = \frac{1}{\lambda} \qquad \ldots (4.14)$$

**อายุเฉลี่ย จึงเป็นส่วนกลับของค่าคงที่ของการสลาย อาจเขียนความสัมพันธ์ระหว่าง อายุเฉลี่ย และครึ่งชีวิตได้ คือ**

$$t_{1/2} = 0.693\tau \qquad \ldots (4.15)$$

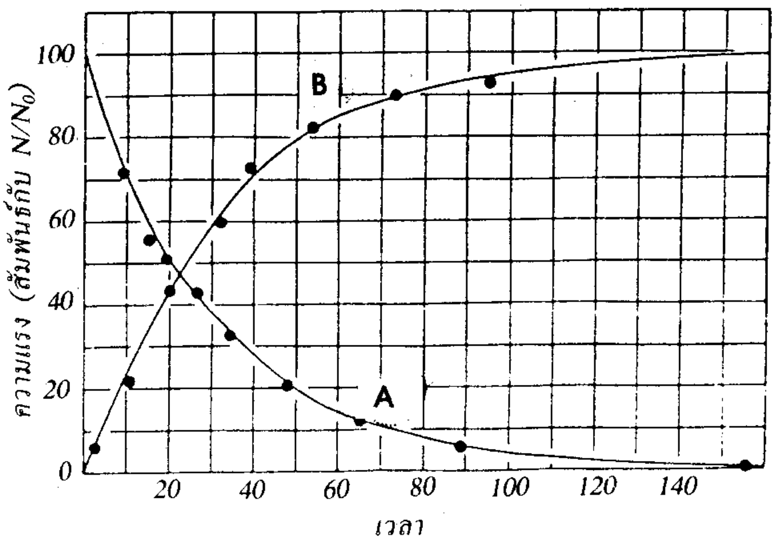
**โดยใช้สมการ (4.4), เมื่อเวลาผ่านไป $\tau$, จำนวนอะตอม $N_\tau = \frac{1}{e} N_0$**




***รูปที่ 4.2*** ***แสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนอะตอม ($N/N_0$) กับครึ่งชีวิต***

*(ก) บนกระดาษกราฟธรรมดา*

*(ข) บนกระดาษกึ่งลอก*




*รูปที่ 4.3 แสดงการเกิดธาตุใหม่จากการสลายของธาตุกัมมันตรังสีเดิม*

## 4.4 จำนวนธาตุกัมมันตรังสีที่เกิดขึ้นใหม่ในขณะใด ๆ

ถ้า $N$ เป็นจำนวนอะตอมของธาตุใหม่ที่เกิดขึ้นในเวลา $t$

$N_0$ เป็นจำนวนอะตอมของธาตุเดิม

$\lambda$ เป็นค่าคงที่ของการสลายของธาตุที่เกิดขึ้น

เมื่อเวลาผ่านไป $t$ มีธาตุใหม่เกิดขึ้น จากส่วนของธาตุเดิมด้วยอัตรา $Q$ อะตอม ต่อ 1 หน่วยเวลา แล้วสลายไปตามสมการ (4.5)

อัตราการสลายเมื่อเวลา $t$ คือ

$$\frac{dN}{dt} = Q - \lambda N \qquad \ldots (4.16)$$

$$\frac{dN}{dt} + \lambda N = Q$$

**คูณด้วย $e^{\lambda t}$ จะได้**

$$e^{\lambda t}\frac{dN}{dt} + \lambda N e^{\lambda t} = Q e^{\lambda t}$$

**หรือ** $$\frac{d}{dt}(N e^{\lambda t}) = Q e^{\lambda t} \qquad \dots (4.17)$$

**อินทิเกรตสมการ (4.17) จะได้**

$$N e^{\lambda t} = \frac{Q}{\lambda} e^{\lambda t} + C$$

**หรือ** $$N(t) = \frac{Q}{\lambda} + Ce^{-\lambda t} \qquad \dots (4.18)$$

**C คือค่าคงที่สำหรับการอินทิเกรต หาได้โดยการตั้งเงื่อนไขว่า**

**เมื่อเวลา t = 0, จำนวนอะตอม ชนิดใหม่ยังไม่เกิดขึ้นเลย**

$t = 0, N = 0, \quad C = -\frac{Q}{\lambda}$

แทนค่าในสมการ (4.18),

$$N(t) = \frac{Q}{\lambda} - \frac{Q}{\lambda} e^{-\lambda t}$$

$$N(t) = \frac{Q}{\lambda}(1 - e^{-\lambda t}) \qquad \dots (4.19)$$

$$N(t) = N_0 (1 - e^{-\lambda t}) \qquad \dots (4.20)$$

เมื่อ $N_0 = \frac{Q}{\lambda}$

**N(t) เป็นจำนวนอะตอมของธาตุใหม่ที่เกิดจากการสลายของธาตุกัมมันตรังสีเดิม ได้แสดงไว้ในกราฟรูปที่ 4.3**

การสลายของธาตุกัมมันตรังสี เป็นลักษณะทางสถิติ เป็นไปตามกฎของความน่าจะเป็นที่จะเกิดขึ้น ดังนั้นจำนวนอะตอมที่สลายได้ใน 1 หน่วยเวลาจึงมีค่าไม่เท่ากัน เมื่อเวลาเปลี่ยนไป ค่าความแรงก็จะแปรเปลี่ยนไป แต่ก็ยังใกล้เคียงกับค่า $\lambda N$ มักจะหาค่าเบี่ยงเบนนี้ตามวิชาสถิติ และนำผลการทดลองวัดค่าความแรงของธาตุกัมมันตรังสีมาประกอบการพิจารณา

**บางทีเครื่องมือที่ใช้วัด อาจมีความแม่นยำต่างกัน เรียก สัมประสิทธิ์ของเครื่องวัด (C) (detection coefficient) ขึ้นกับประสิทธิภาพของเครื่องมือ ดังนั้น การวัดค่าความแรง จึงมักใช้เครื่องมือชนิดเดียวกัน แต่วัดในเวลาต่างกัน ดังเช่น**

$$A(t_1) = C\lambda N(t_1)$$

$$A(t_2) = C\lambda N(t_2)$$

ในการคำนวณวัดค่าความแรงของธาตุกัมมันตรังสี ถ้าไม่กำหนดประสิทธิภาพของเครื่องมือ จะใช้ $C = 1$,

กรณีที่ไม่กำหนดเวลา จะได้ $$A = \lambda N \qquad \ldots (4.21)$$

## 4.5 การคำนวณหาจำนวนอะตอมของธาตุ

กำหนดให้ M เป็นมวลอะตอมของธาตุ หรือเลขมวล

W เป็นน้ำหนักของธาตุ (กรัม)

Na เป็นเลขอาโวกาโดร

ถ้า N เป็นจำนวนอะตอมของธาตุนั้น

$$N = \frac{W}{A} \text{ (กรัม อะตอม)} \cdot Na \left(\frac{\text{อะตอม}}{\text{กรัม อะตอม}}\right)$$

$$N = \frac{W}{A} \cdot Na \quad \text{อะตอม} \qquad \ldots (4.22)$$

ถ้าธาตุนั้นมีเปอร์เซ็นต์อบันแดนซ์ $= \nu$

$$N = \frac{\nu}{100} \cdot \frac{W}{A} Na \qquad \ldots (4.23)$$

## 4.6 การคำนวณหาน้ำหนักของธาตุกัมมันตรังสี

พิจารณาการสลายของธาตุกัมมันตรังสีที่มีครึ่งชีวิตสั้น เช่น $Pb^{214}$ มีครึ่งชีวิต 26.8 นาที

ถ้าต้องการ $Pb^{214}$ มีความแรง 1 คูรี จะหาน้ำหนักของธาตุเป็นกรัมได้ ดังต่อไปนี้

$$t_{1/2} = 26.8 \text{ นาที}$$

$$\lambda = \frac{0.693}{26.8 \times 60} = 4.31 \times 10^{-4} \text{ วินาที}^{-1}$$

ความแรงของธาตุกัมมันตรังสี 1 คูรี $= 3.7 \times 10^{10}$ อะตอม/วินาที

$$A = \lambda N = 3.7 \times 10^{10}$$

ถ้าน้ำหนักของ $Pb^{214} = W$ กรัม

$$N = \frac{W \cdot Na}{A}$$

$$= \frac{W}{214} \times 0.602 \times 10^{24} \quad \text{อะตอม}$$

$$(4.31 \times 10^{-4})(\frac{W}{214} \times 0.602 \times 10^{24}) = 3.7 \times 10^{10}$$

$$W = \frac{3.7 \times 10^{10} \times 214}{4.31 \times 10^{-4} \times 0.602 \times 10^{24}}$$

$$W = 3.1 \times 10^{-8} \quad \text{กรัม}$$

สำหรับธาตุที่มีครึ่งชีวิตยาว เช่น $U^{238}$ มีครึ่งชีวิต $4.5 \times 10^9$ ปี ถ้าต้องการความแรงที่เกิดจาก $U^{238}$ เท่ากับ 1 คูรี จะหาปริมาณของธาตุ $U^{238}$ เป็นกรัมได้ดังนี้

ครึ่งชีวิต $= 4.5 \times 10^9$ ปี $= 4.5 \times 10^9 \times 3.15 \times 10^7$ วินาที

$$\lambda = \frac{0.693}{t_{1/2}}$$

$$\lambda = \frac{0.693}{4.5 \times 10^9 \times 3.15 \times 10^7} \quad \text{วินาที}^{-1}$$

$$= 4.9 \times 10^{-18} \quad \text{วินาที}^{-1}$$

ความแรง 1 คูรี $= \lambda N = 3.7 \times 10^{10}$ $\frac{\text{อะตอม}}{\text{วินาที}}$

ถ้า W เป็นน้ำหนักของ $U^{238}$

$$N = \frac{W \cdot Na}{A}$$

$$= \frac{W}{238} \times 0.602 \times 10^{24} \quad \text{อะตอม}$$

$$(4.9 \times 10^{-18}) \cdot \frac{W}{238} \times 0.602 \times 10^{24} = 3.7 \times 10^{10}$$

$$W = \frac{3.7 \times 10^{10} \times 238}{4.9 \times 10^{-18} \times 0.602 \times 10^{24}}$$

$$= 3.2 \times 10^{6} \quad \text{กรัม}$$

สังเกตว่า ธาตุกัมมันตรังสีที่มีครึ่งชีวิตสั้น สลายได้อย่างรวดเร็ว จึงใช้ปริมาณน้อย ส่วนธาตุที่มีครึ่งชีวิตยาว มีการสลายช้า ปริมาณที่ต้องใช้เพื่อให้มีความแรงเท่ากัน จึงมีค่ามาก

## 4.7 สมการการสลายของธาตุกัมมันตรังสี

การสลายของธาตุกัมมันตรังสีเริ่มต้นด้วย

ธาตุแรก (parent) สลาย → ธาตุที่เกิดใหม่ (daughter) สลาย →---→---→---→ ธาตุที่มีเสถียรภาพ (stable)

กำหนดให้ $N_1^0$ คือจำนวนอะตอมของธาตุกัมมันตรังสีเดิมเมื่อเริ่มพิจารณา มีค่าคงที่ของการสลาย $\lambda_1$

ในเวลา t ต่อมา มีจำนวนอะตอมเป็น $N_1$,

$N_2$, $N_3$ เป็นจำนวนอะตอมของธาตุกัมมันตรังสีที่เกิดขึ้นใหม่ตามลำดับ โดยมี $\lambda_1$, $\lambda_2$ เป็นค่าคงที่ของการสลาย เขียนเป็นสมการได้ว่า

$$\frac{dN_1}{dt} = -\lambda_1 N_1 \qquad \ldots(4.24\,\text{ก.})$$

$$\frac{dN_2}{dt} = \lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2 \qquad \ldots(4.2441.)$$

ถ้า $N_3$ มีเสถียรภาพ , $$\frac{dN_3}{dt} = \lambda_2 N_2 \qquad \ldots(4.24\,\text{ค.})$$

ต้องการหาสูตรเพื่อใช้หาจำนวนอะตอมของธาตุกัมมันตรังสีที่เกิดขึ้นใหม่ เมื่อเวลาผ่านไป t

โดยใช้สมการ (4.24 ข.) และแทนค่า $N_1$ ตามสมการ (4.4)

$$\frac{dN_2}{dt} = A\, N_{1}^{0}\, e^{-\lambda_1 t} - \lambda_2 N_2$$

หรือ $$\frac{dN_2}{dt} + \lambda_2 N_2 = \lambda_1 N_1^0 e^{-\lambda_1 t} \qquad \ldots(4.25)$$

คูณด้วย $e^{\lambda_2 t}$

$$e^{\lambda_2 t} \frac{dN_2}{dt} + \lambda_2 N_2 e^{\lambda_2 t} = \lambda_1 N_1^0 e^{(\lambda_2 - \lambda_1) t}$$

หรือ $$\frac{d}{dt}(N_2 e^{\lambda_2 t}) = \lambda_1 N_1^0 e^{(\lambda_2 - \lambda_1) t}$$

อินทิเกรต จะได้

$$N_2 e^{\lambda_2 t} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_1^0 e^{(\lambda_2 - \lambda_1) t} + C$$

เมื่อ C เป็นค่าคงที่ของการอินทิเกรต

คูณตลอดด้วย $e^{-\lambda_2 t}$ จะได้

$$N_2(t) = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_1^0 e^{-\lambda_1 t} + C e^{-\lambda_2 t} \qquad \ldots (4.26)$$

ค่า C หาได้จากเงื่อนไขที่ว่า เมื่อเริ่มพิจารณา $t = 0,\ N_2(0) = N_2^0$
เมื่อ $N_2^0$ คือจำนวนอะตอมของธาตุกัมมันตรังสีชนิดที่ 2 ที่มีอยู่เดิม ก่อนที่จะมีจำนวนเพิ่มขึ้นจากการสลายของธาตุเดิม $N_1^0$

แทนค่าตามเงื่อนไขดังกล่าว ในสมการ (4.26), จะได้ค่าคงที่

$$C = N_2^0 - \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_1^0$$

แทนค่า C ในสมการ (4.26), แล้วจัดสมการใหม่ จะได้ $N_2$ เป็นฟังก์ชันของเวลา สมการการสลายจึงมีสูตรว่า

$$N_2(t) = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_1^0 (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}) + N_2^0 e^{-\lambda_2 t} \qquad \ldots (4.27)$$

โดยการแทนค่า $N_2$ ลงในสมการ (4.24 ค) จะหาจำนวนอะตอมของธาตุกัมมันตรังสีชนิดที่ 3 ได้

$$N_3(t) = \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_1^0 - N_2^0\right) e^{-\lambda_2 t} - \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} N_1^0 e^{-\lambda_1 t} + D \qquad \ldots (4.28)$$

เมื่อ D เป็นค่าคงที่ของการอินทิเกรต, หาได้โดยกำหนดว่า

เมื่อ $t = 0$, $N_3 = N_3^0$ (คือมีแต่ธาตุกัมมันตรังสีชนิดที่ 3 เดิม) จะได้

$$D = N_3^0 + N_2^0 + N_1^0$$

แทนค่า D ลงในสมการ (4.28), จะได้

$$N_3(t) = N_3^0 + N_2^0 (1 - e^{-\lambda_2 t}) + N_1^0 \left(1 + \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{-\lambda_2 t} - \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{-\lambda_1 t}\right) \qquad \ldots (4.29)$$

กรณีที่พบบ่อย ๆ คือ เมื่อเริ่มต้น ($t = 0$) มีแต่อะตอมของธาตุแรกที่จะสลายไปเป็นอะตอมของธาตุที่ 2 และธาตุที่ 3 เท่านั้น

$$N_2^0 = N_3^0 = 0$$

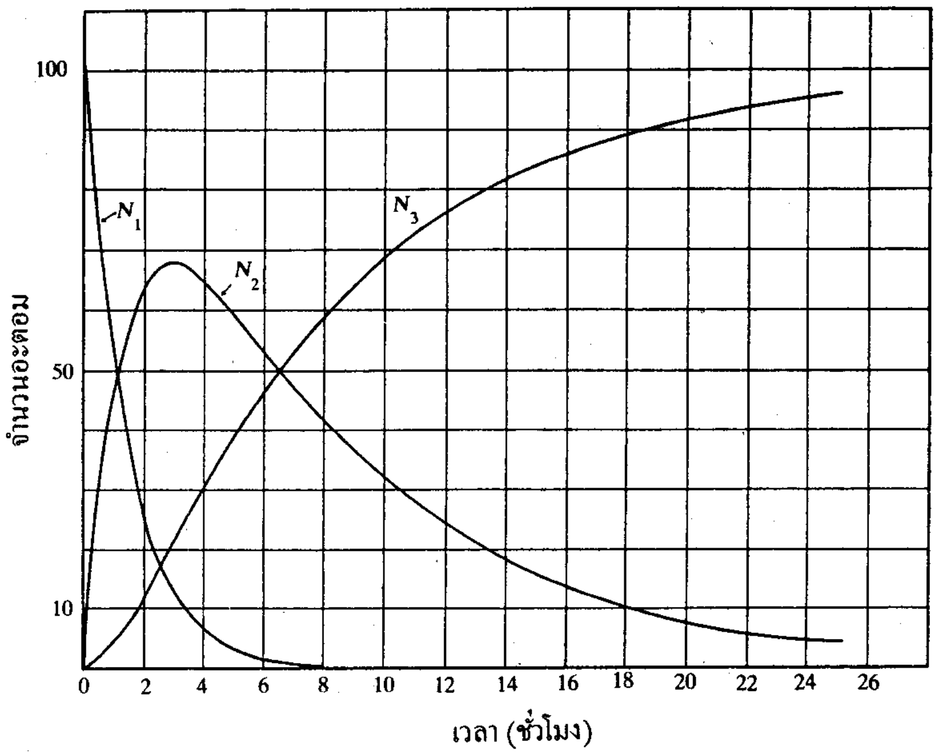
กรณีนี้ สูตรที่ใช้ในการคำนวณจึงเหลือเพียง

$$N_2(t) = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_1^0 (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}) \qquad \ldots (4.30)$$

$$N_3(t) = N_1^0 \left(1 + \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{-\lambda_2 t} - \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{-\lambda_1 t}\right) \qquad \ldots (4.31)$$

สมการ (4.4), (4.30) และ (4.31) แสดงด้วยกราฟรูปที่ 4.4

สังเกตว่า ขณะที่ธาตุ $N_1$ สลาย ธาตุ $N_2$ เกิดขึ้น แล้วสลายไป มีธาตุ $N_3$ เกิดขึ้น, $N_3$ เป็นธาตุเสถียรภาพ จึงไม่สลายต่อไปอีก




*รูปที่ 4.4 สารกัมมันตรังสีที่มีการสลายจาก $N_1 \rightarrow N_2 \rightarrow N_3$ เมื่อเริ่มต้นกำหนดให้มี $N_1$ (parent) อยู่ธาตุเดียว มีครึ่งชีวิต 1 ชั่วโมง ต่อมามี $N_2$ (daughter) เกิดขึ้น มีครึ่งชีวิต 5 ชั่วโมง และ $N_3$ เป็นธาตุที่มีเสถียรภาพ*

## 4.8 สูตรของเบทแมน (Bateman)

เบทแมนได้ตั้งสูตรเพื่อคำนวณหาจำนวนอะตอมของธาตุกัมมันตรังสีที่เกิดขึ้น โดยตั้งเงื่อนไขว่า เมื่อเริ่มต้น มีแต่อะตอมของธาตุแรกเท่านั้น

นั่นคือ $t = 0,\ N_1 = N_1^0,\ N_2^0 = N_3^0 = \text{----------}\ N_n^0 = 0$ ... (4.32)

สูตรของเบทแมนเพื่อใช้หาจำนวนอะตอมของธาตุกัมมันตรังสีที่ n คือ

$$N_n(t) = C_1e^{-\lambda_1 t} + C_2e^{-\lambda_2 t} + C_3e^{-\lambda_3 t} + \cdots C_ne^{-\lambda_n t} \tag{4.33}$$

เมื่อ

$$C_1 = \frac{\lambda_1 \lambda_2 \cdots \lambda_{n-1}}{(\lambda_2 - \lambda_1)(\lambda_3 - \lambda_1) \cdots (\lambda_n - \lambda_1)} \cdot N_1^0$$

$$C_2 = \frac{\lambda_1 \lambda_2 \cdots \lambda_{n-1}}{(\lambda_1 - \lambda_2)(\lambda_3 - \lambda_2) \cdots (\lambda_n - \lambda_2)} \cdot N_1^0$$

$$C_n = \frac{\lambda_1 \lambda_2 \cdots \lambda_{n-1}}{(\lambda_1 - \lambda_n)(\lambda_2 - \lambda_n) \cdots (\lambda_{n-1} - \lambda_n)} \cdot N_1^0$$

... (4.34)

ตัวอย่างเช่น ต้องการหา $N_3$, แทน $n = 3$ ในสูตรของเบทแมน

สูตรของเบทแมน

$$N_3(t) = C_1e^{-\lambda_1 t} + C_2e^{-\lambda_2 t} + C_3e^{-\lambda_3 t}$$

$$C_1 = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{(\lambda_2 - \lambda_1)(\lambda_3 - \lambda_1)} \cdot N_1^0,$$

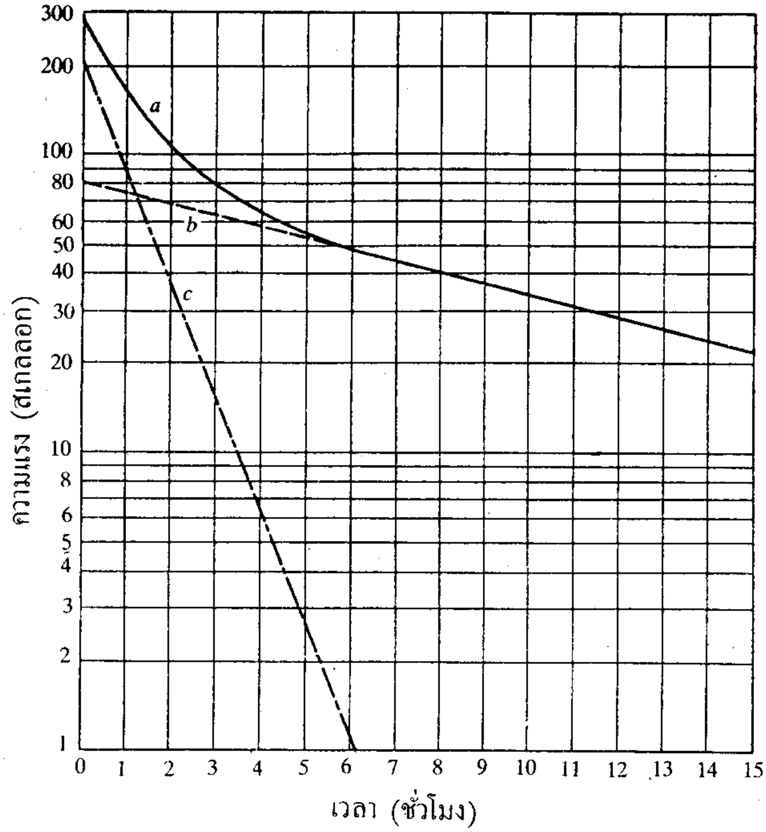
$$C_2 = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{(\lambda_1 - \lambda_2)(\lambda_3 - \lambda_2)} \cdot N_1^0$$

$$C_3 = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{(\lambda_1 - \lambda_3)(\lambda_2 - \lambda_3)} N_1^0,$$ แทนค่าในสูตร (4.33)

## 4.9 การหาค่าครึ่งชีวิตของธาตุกัมมันตรังสีสองพวกที่รวมกันอยู่

ถ้ามีธาตุกัมมันตรังสี 2 พวก รวมกันอยู่ จะมีความแรงรวมเกิดขึ้น เมื่อสร้างกราฟบนกระดาษกึ่งลอก จะเกิดเส้นทึบ ตามรูปที่ (4.5) เป็นรูปเว้าด้านบน กรณีที่ความแรงของแต่ละธาตุไม่ขึ้นแก่กัน ส่วนเว้าเกิดขึ้นเพราะ พวกที่มีครึ่งชีวิตสั้น จะสลายหมดไปก่อน ตามเส้น c เหลือพวกที่มีชีวิตยาว จะหาครึ่งชีวิตได้จากกราฟ b โดยใช้วิธีประมาณค่า (extrapolated) ต่อไปยังเวลา t = 0, นำค่าที่อ่านได้จากกราฟเส้น b ลบออกจากกราฟเส้นทึบ a ก็จะได้กราฟ c

โดยวิธีเดียวกันนี้ จะสามารถหาครึ่งชีวิตของธาตุกัมมันตรังสีหลาย ๆ ธาตุที่รวมกันอยู่ได้




*รูปที่ 4.5 แสดงความแรงของธาตุกัมมันตรังสี 2 ธาตุ ที่มีครึ่งชีวิตต่างกันกับเวลา(ชั่วโมง) ในกระดาษกึ่งลอก*

*(a) แสดงการสลายของธาตุกัมมันตรังสี 2 ธาตุ ที่มีครึ่งชีวิตสั้น และครึ่งชีวิตยาว*

*(b) ต่อส่วนของกราฟ (a)ไปยังแกน Y, จะได้กราฟที่แสดงการสลายของธาตุ-กัมมันตรังสีที่มีครึ่งชีวิตยาว*

*(c) แสดงการสลายของธาตุกัมมันตรังสีที่มีครึ่งชีวิตสั้น*

## 4.10 การสมดุลของธาตุกัมมันตรังสี

**(Radioactive equilibrium)**

การสมดุล หมายถึง สภาวะที่ไม่มีการสลายอีกต่อไป แม้ว่าเวลาจะผ่านไปนานเท่าไร แยกได้เป็น 3 กรณี คือ

### (1) การสมดุลแบบเซคิวลา

**(Secular equilibrium)**

หมายถึงกรณีที่ธาตุแรกมีการสลายช้ามาก ช้ากว่าการสลายของธาตุที่เกิดขึ้นใหม่มาก ($T_1 >> T_2$) ดังนั้น $\lambda_1 << \lambda_2$

**ตัวอย่างที่ 4.2**

$U^{238}$ สลายโดยมีครึ่งชีวิต $4.5 \times 10^9$ ปี โดยการส่งอนุภาคแอลฟา แล้วเกิดเป็น $Th^{234}$ ธาตุใหม่นี้สลายต่อไป โดยการส่งอนุภาคเบตา ด้วยครึ่งชีวิต 24.1 วัน

กรณีนี้อาจถือว่า อะตอม $N_1$ มีจำนวนคงที่ $\lambda_1 << \lambda_2$ สมการ (4.30), เมื่อมีการสมดุล จะประมาณได้ว่า

$$\lambda_1 N_1 = \lambda_2 N_2 = \text{---------} \ \lambda_n N_n \qquad \dots (4.35)$$

ในกรณีที่ธาตุแรกมีครึ่งชีวิตนานมาก ($t_{1/2} \approx \infty$) และธาตุใหม่มีครึ่งชีวิตสั้นมาก จะคิดว่า ธาตุใหม่ที่แยกออกจากธาตุเดิม เป็นธาตุบริสุทธิ์ จะหาจำนวนอะตอมของธาตุเดิม และธาตุใหม่ได้จากสมการ (4.4) และ (4.30)

สังเกตว่า $\lambda_1 \approx 0$, เมื่อเทียบกับ $\lambda_2$ ดังนั้น $\lambda_2 - \lambda_1 \approx \lambda_2$

$$e^{-\lambda_1 t} \approx 1$$

แทนค่าใน สมการ (4.4), จะได้

$$N_1(t) \approx N_1^0 \qquad \dots (4.36)$$

สมการ (4.30),

$$N_2(t) \approx \frac{\lambda_1}{\lambda_2} N_1^0 (1 - e^{-\lambda_2 t}) \qquad \dots (4.37)$$

หรือ

$$\lambda_2 N_2 \approx \lambda_1 N_1^0 (1 - e^{-\lambda_2 t}) \qquad \dots (4.38)$$

สมการ (4.38) แสดงความแรงของธาตุใหม่ เป็นฟังก์ชันของเวลา ในเทอมของความแรงของธาตุเดิม

$$\begin{aligned} A_{total} &= \lambda_1 N_1^0 + \lambda_2 N_2 \\ &\approx 2\lambda_1 N_1^0 - \lambda_1 N_1^0 e^{-\lambda_2 t} \qquad \dots (4.39) \end{aligned}$$

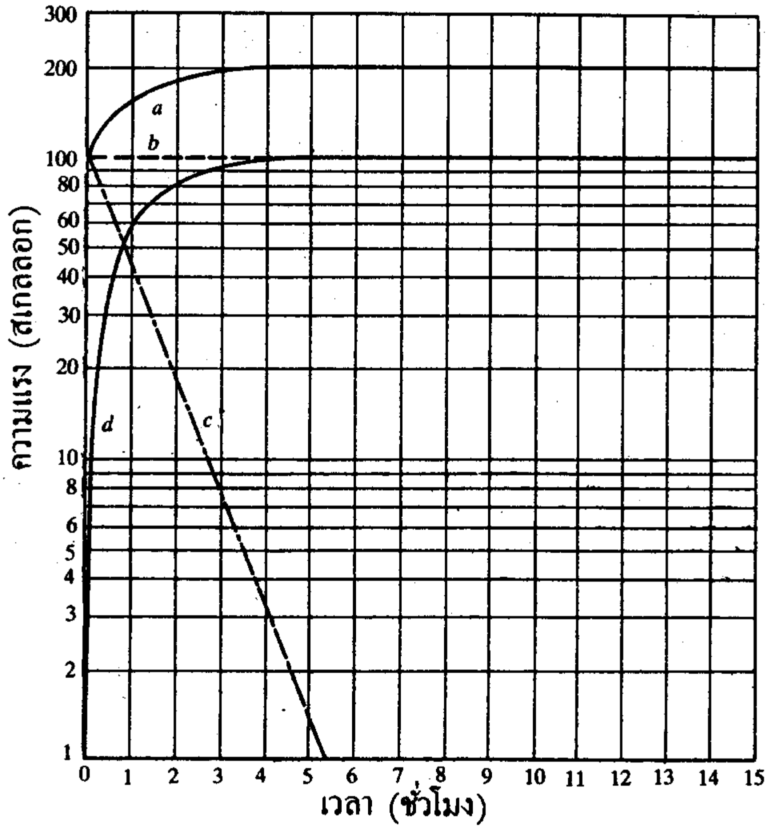
สมการ (4.38) แสดงว่า เมื่อเวลานานขึ้น ความแรงของธาตุใหม่ จะเพิ่มขึ้น เมื่อเวลาผ่านไปหลาย ๆ ครึ่งชีวิต, $\lambda_2 N_2$ จะมีค่าใกล้กับ $\lambda_1 N_1^0$

จากสมการ (4.39) , ถ้าเวลานานมาก , $e^{-\lambda_2 t}$ จะมีค่าเข้าใกล้ศูนย์

ดังนั้น

$$A_{total} \approx 2\lambda_1 N_1^0 \qquad \dots (4.40)$$

ความแรงทั้งหมด จะมีค่าเป็นสองเท่าของความแรงเดิม




***รูปที่ 4.6*** *แสดงการสมดุลแบบเซคิวลา*

*(a) ความแรงของธาตุกัมมันตรังสี จากจำนวนอะตอมของธาตุเดิม*

*(b) ส่วนที่ต่อจากเส้น (d) ไปยังจุดที่เวลาเป็นศูนย์ เป็นความแรงที่เกิดจากธาตุกัมมันตรังสีเดิม ($t_{½} = \infty$)*

*(c) การสลายของธาตุใหม่ที่เกิดขึ้น ($t_{½}$ = 0.80 ชั่วโมง)*

*(d) ความแรงของธาตุใหม่ที่เกิดจากธาตุเดิม*

## (2) การสมดุลแบบแทรนเซียนท์

**(Transient equilibrium)**

กรณีที่ธาตุแรกมีครึ่งชีวิตยาวกว่าครึ่งชีวิตของธาตุใหม่ ($T_1 > T_2$) แต่ไม่ยาวกว่ากันมากนัก $\lambda_1 < \lambda_2$ จะประมาณว่า $\lambda_1 = 0$ ไม่ได้ เพราะถ้าแยกธาตุแรก และธาตุใหม่ออกจากกัน จะประมาณว่าธาตุแรกบริสุทธิ์ จำนวนอะตอมหาได้จากสมการ (4.4) และ (4.30)

เมื่อเวลานาน, $e^{-\lambda_2 t}$ อาจตัดทิ้งได้ เมื่อเทียบกับ $e^{-\lambda_1 t}$ ดังนั้นจำนวนอะตอมของธาตุใหม่คือ

$$N_2 \approx \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_1^0 e^{-\lambda_1 t} \quad \text{... (4.41)}$$

**จากสมการ (4.41) แสดงว่า ธาตุใหม่มีการสลายด้วยครึ่งชีวิตเหมือนกับครึ่งชีวิตของธาตุแรก**

เนื่องจาก $N_1 = N_1^0 e^{-\lambda_1 t}$

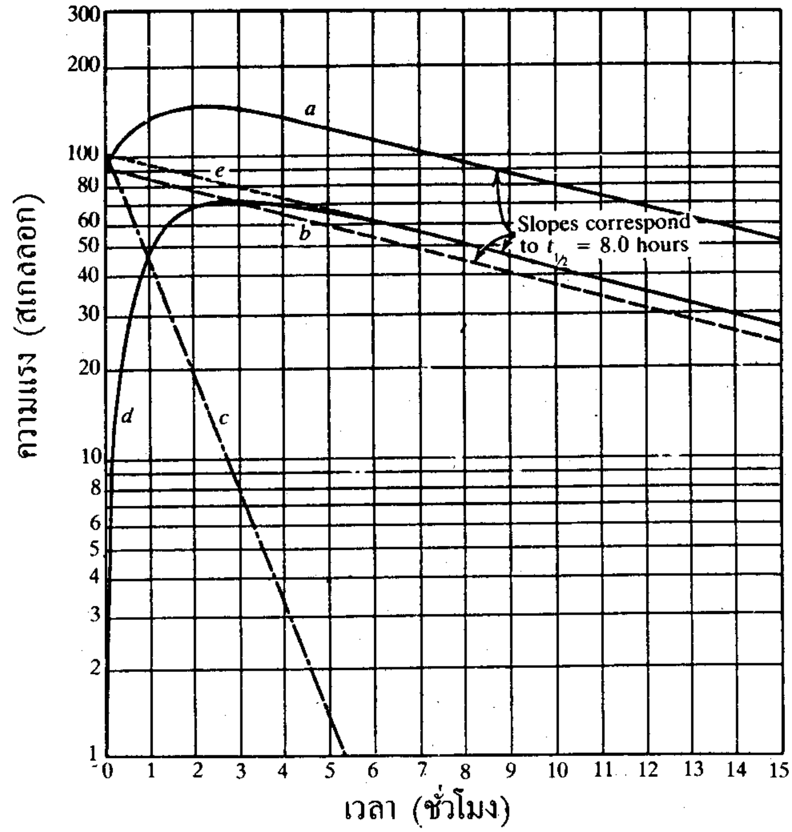
สมการ (4.41) จึงเขียนได้ว่า

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{\lambda_1} \quad \text{... (4.42)}$$

อัตราส่วนของความแรง ขณะที่อยู่ในลักษณะสมดุลคือ

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{\lambda_1 N_1}{\lambda_2 N_2} = \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{\lambda_2} \quad \text{... (4.43)}$$

ความแรงของธาตุใหม่ จะมากกว่าความแรงของธาตุแรก ด้วยจำนวน $\frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1}$ การสมดุลแบบแทรนเซียนท์ แทนได้ด้วยกราฟรูปที่ (4.7)




*รูปที่ 4.7 แสดงการสมดุลแบบแทรนเซียนท์*

*(a) ความแรงของธาตุกัมมันตรังสี จากจำนวนอะตอมของธาตุเดิม*

*(b) ความแรงของธาตุกัมมันตรังสีเดิม ($t_{1/2}$ = 8.0 ชั่วโมง)*

*(c) การสลายของธาตุใหม่ที่เกิดจากธาตุเดิม ($t_{1/2}$ = 0.80 ชั่วโมง)*

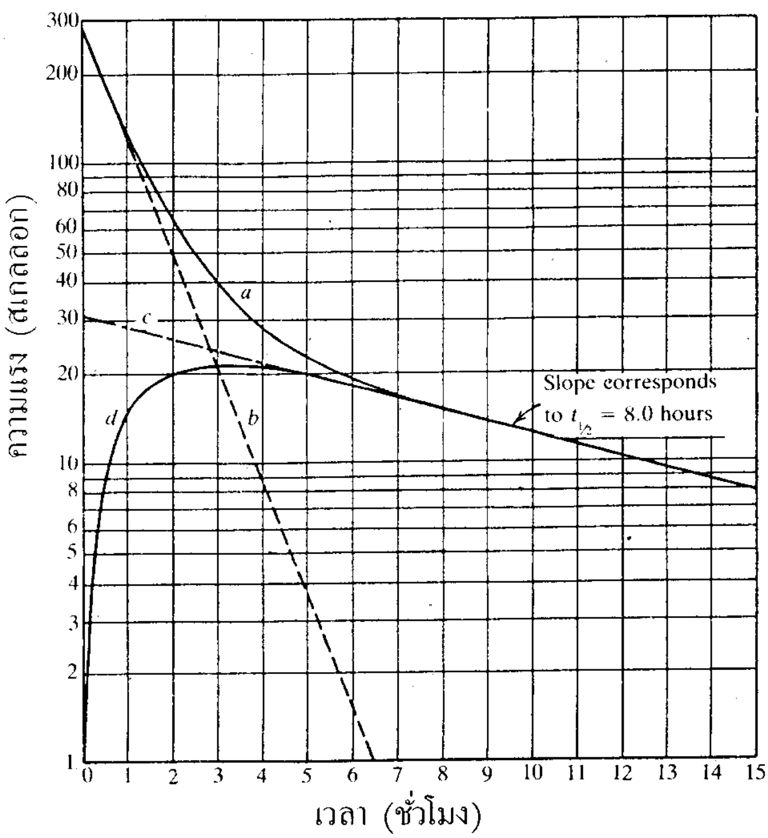
*(d) ความแรงของธาตุกัมมันตรังสีใหม่ ที่เกิดขึ้นจากธาตุเดิม*

*(e) ส่วนที่ต่อจากเส้น (d) แสดงถึงความแรง ของธาตุกัมมันตรังสีที่เกิดขึ้นใหม่ทั้งหมด*

## (3) กรณีไม่มีการสมดุล

**(No equilibrium)**

กรณีที่ไม่มีการสมดุลเกิดขึ้น เนื่องจากครึ่งชีวิตของธาตุแรก สั้นกว่าครึ่งชีวิตของธาตุใหม่ ($T_1 < T_2$) เมื่อแยกออกจากกันแล้ว ธาตุแรกจะสลายหมดไปก่อน เหลือแต่ตะตอมของธาตุใหม่ จึงสลายด้วยครึ่งชีวิตของธาตุใหม่แต่อย่างเดียว




*รูปที่ 4.8 กรณีที่ไม่มีการสมดุล*

*(a) แสดงความแรงทั้งหมดของธาตุเดิมที่มีครึ่งชีวิตสั้น และธาตุใหม่ที่มีครึ่งชีวิตยาวกว่า*

*(b) ความแรงที่เกิดจากการสลายของธาตุเดิม ($t_{1/2}$ = 0.80 ชั่วโมง)*

*(c) ส่วนที่ต่อจากกราฟ (a) (ส่วนที่เป็นเส้นตรง) ไปยังจุดที่เวลาเป็นศูนย์ แสดงความแรงของธาตุกัมมันตรังสีที่เกิดขึ้นใหม่*

*(d) ความแรงของธาตุใหม่ที่เกิดจากธาตุเดิม*

**สรุปได้ว่า ไม่ว่าจะเป็นการสมดุลชนิดใด เมื่อเกิดการสมดุล สูตรที่ใช้จะไม่มีเวลาเข้ามาเกี่ยวข้อง สมการ (4.30) เป็นสมการทั่ว ๆ ไปที่ใช้ในการคำนวณ ค่าที่น้อยมากจะถูกตัดทิ้งไปเอง**

## 4.11 การแบ่งพวกของธาตุกัมมันตรังสีตามธรรมชาติ

มีการจัดพวกของธาตุกัมมันตรังสีที่เกิดเองตามธรรมชาติไว้เป็น 3 อนุกรมด้วยกัน แต่ละอนุกรมมีการสลายตามลักษณะเฉพาะของอนุกรมนั้น ๆ เช่น อนุกรมยูเรเนียม (4n+2) (Uranium Series), อนุกรมแอกติเนียม (4 n+3) (Actinium Series), อนุกรมธอเรียม (4n) (Thorium Series) n เป็นจำนวนเต็มบวก

ลักษณะการสลาย, ครึ่งชีวิต และพลังงานสำหรับแต่ละธาตุกัมมันตรังสีแต่ละอนุกรม ได้แสดงไว้ในตารางที่ (4.2), (4.3) และ (4.4)

**ตารางที่ 4.2**

**อนุกรมยูเรเนียม (4n+2)**

| นิวไคลด์ | ชนิดของอนุภาค | ครึ่งชีวิต | พลังงานของอนุภาค |
|---|---|---|---|
| $_{92}U^{238}$ | α | $4.51 \times 10^{9}$ ปี | 4.19 |
| $_{90}Th^{234}$ | β | 24.1 วัน | 0.19, 0.10 |
| $_{91}Pa^{234}$ | β | 6.7 ชั่วโมง | 0.14, 0.28 |
| $_{92}U^{234}$ | α | $2.48 \times 10^{5}$ ปี | 4.77, 4.72 |
| $_{90}Th^{230}$ | α | $7.5 \times 10^{4}$ ปี | 4.68, 4.61 |
| $_{88}Ra^{226}$ | α | 1622 ปี | 4.78 |
| $_{86}Rn^{222}$ | α | 3.82 วัน | 5.49 |
| $_{84}Po^{218}$ | α | 3.05 นาที | 6.00 |
| $_{82}Pb^{214}$ | β | 26.8 นาที | 0.59, 0.65 |
| $_{85}At^{218}$ | α | 1.3 วินาที | 6.69 |
| $_{83}Bi^{214}$ | α, β | 19.7 นาที | β 1.51, 1.0, 3.18 |
| $_{84}Po^{214}$ | α | $1.6 \times 10^{-4}$ วินาที | 7.69 |
| $_{81}Tl^{210}$ | β | 1.3 นาที | 1.97 |
| $_{82}Pb^{210}$ | β | 22 ปี | 0.015, 0.061 |
| $_{83}Bi^{210}$ | β | 5.01 วัน | 1.16 |
| $_{84}Po^{210}$ | α | 138.4 วัน | 5.305 |
| $_{81}Tl^{206}$ | β | 4.3 นาที | 1.57 |
| $_{82}Pb^{206}$ | เสถียรภาพ | | |

## ตารางที่ 4.3

อนุกรมแอกติเนียม (4 n+3)

| นิวไคลด์ | ชนิดของอนุภาค | ครึ่งชีวิต | พลังงานของอนุภาค |
|---|---|---|---|
| ${}_{92}U^{235}$ | α | $7.13 \times 10^{8}$ ปี | 4.39 |
| ${}_{90}Th^{231}$ | β | 25.6 ชั่วโมง | 0.30, 0.22, 0.14 |
| ${}_{91}Pa^{231}$ | α | $3.48 \times 10^{4}$ ปี | 5.00, 4.94, 5.02, 4.72 |
| ${}_{89}Ac^{227}$ | α, β | 22 ปี | β 0.046 |
| ${}_{90}Th^{227}$ | α | 18.2 วัน | 5.98, 6.04 |
| ${}_{87}Fr^{223}$ | α, β | 22 นาที | β 1.15, α 5.34 |
| ${}_{88}Ra^{223}$ | α | 11.7 วัน | 5.71, 5.60 |
| ${}_{85}At^{219}$ | α, β | 0.9 นาที | α 6.27 |
| ${}_{86}Rn^{219}$ | α | 3.92 วินาที | 6.81 |
| ${}_{83}Bi^{215}$ | β | 8 นาที | β |
| ${}_{84}Po^{215}$ | α, β | 0.0018 วินาที | α 7.37 |
| ${}_{82}Pb^{211}$ | β | 36.1 นาที | 1.36 |
| ${}_{85}At^{215}$ | α | $10^{-4}$ วินาที | 8.00 |
| ${}_{83}Bi^{211}$ | α, β | 2.15 นาที | α 6.62, 6.28 |
| ${}_{84}Po^{211}$ | α | 0.52 วินาที | 7.448 |
| ${}_{81}Tl^{207}$ | β | 4.8 นาที | 1.44 |
| ${}_{82}Pb^{207}$ | เสถียรภาพ | | |

**ตารางที่ 4.4**

**อนุกรมธอเรียม (4n)**

| นิวไคลด์ | ชนิดของอนุภาค | ครึ่งชีวิต | พลังงานของอนุภาค |
|---|---|---|---|
| $_{90}Th^{232}$ | $\alpha$ | $1.39 \times 10^{10}$ ปี | 4.01, 3.95 |
| $_{88}Ra^{228}$ | $\beta$ | 6.7 ปี | 0.055 |
| $_{89}Ac^{228}$ | $\beta$ | 6.13 ช.ม. | 1.11, 0.45, 2.18 |
| $_{90}Th^{228}$ | $\alpha$ | 1.9 ปี | 5.42, 5.34 |
| $_{88}Ra^{224}$ | $\alpha$ | 3.64 วัน | 5.68 |
| $_{86}Rn^{220}$ | $\alpha$ | 54 วินาที | 6.28 |
| $_{84}Po^{216}$ | $\alpha, \beta$ | 0.16 วินาที | $\alpha$ 6.78 |
| $_{82}Pb^{212}$ | $\beta$ | 10.6 ช.ม. | 0.34, 0.58 |
| $_{85}At^{216}$ | $\alpha$ | $3 \times 10^{-4}$ วินาที | 7.79 |
| $_{83}Bi^{212}$ | $\alpha, \beta$ | 60.6 นาที | $\beta$ 2.25, $\alpha$ 6.05 |
| $_{84}Po^{212}$ | $\alpha$ | $3 \times 10^{-7}$ วินาที | 8.78 |
| $_{81}Tl^{208}$ | $\beta$ | 3.1 นาที | 1.79, 1.28, 1.52 |
| $_{82}Pb^{208}$ | เสถียรภาพ | | |

## 4.12 การสลายโดยการส่งอนุภาคต่างชนิดออกมาพร้อม ๆ กัน

บางนิวไคลด์กัมมันตรังสี มีวิธีการสลายเฉพาะของมัน เช่นอาจจะส่งทั้งอนุภาคแอลฟา และอนุภาคเบตา เป็นผลให้เกิดธาตุใหม่ที่มีคุณสมบัติต่างกัน เช่น ธาตุกัมมันตรังสี $Bi^{212}$ สลายด้วยครึ่งชีวิต 60.6 นาที โดยส่งอนุภาคเบตาออกมา 66.3 เปอร์เซ็นต์ นอกนั้นเป็นอนุภาคแอลฟา ในกรณีนี้ จะหาค่าคงที่ของการสลายโดยส่งอนุภาคทั้งสองได้จาก

$$\lambda = \frac{0.693}{t_{1/2}} = \frac{0.693}{60.6 \times 60} = 1.90 \times 10^{-4} \text{ วินาที}^{-1}$$

$$\lambda_\beta = \frac{66.3}{100} \times 1.9 \times 10^{-4} = 1.26 \times 10^{-4} \text{ วินาที}^{-1}$$

$$\lambda_\alpha = \frac{33.7}{100} \times 1.90 \times 10^{-4} = 6.42 \times 10^{-5} \text{ วินาที}^{-1}$$

$\lambda$ คือค่าคงที่ของการสลายทุกกระบวนการ

ครึ่งชีวิตในการสลายสำหรับแต่ละวิธีการสลาย เรียก **ครึ่งชีวิตสำหรับแต่ละวิธีการสลาย** (partial half life) ซึ่งจะหาได้จากสูตร

$$t_{1/2} = \frac{0.693}{\lambda}$$

และ

$$(t_{1/2})_{\beta} = \frac{0.693}{\lambda_{\beta}}$$

$$(t_{1/2})_{\alpha} = \frac{0.693}{\lambda_{\alpha}} \qquad \ldots (4.44)$$

ธาตุใหม่ที่เกิดขึ้นจากการสลายโดยการส่งอนุภาคเบตา คือ $Po^{212}$ แล้วส่งอนุภาคแอลฟา กลายเป็น $Pb^{208}$ ส่วนการสลายโดยการส่งอนุภาคแอลฟา จะได้ $Tl^{208}$ แล้วส่งอนุภาคเบตา กลายเป็น $Pb^{208}$ ดูรูปที่ 6.6 หน้า 143

## 4.13 การใช้คุณสมบัติทางรังสีหา "อายุ" ทางธรณีวิทยา (Isotopic dating in Geology)

การสลายของธาตุกัมมันตรังสี ไม่ขึ้นอยู่กับสภาวะแวดล้อม หรือปฏิกิริยาเคมี จึงสามารถคำนวณอายุของสิ่งที่มีชีวิต โดยใช้คุณสมบัติในการสลายของธาตุกัมมันตรังสี เช่น การวัดอัตราส่วนของธาตุยูเรเนียม ต่อตะกั่วที่พบ ณ จุดเดียวกัน ในก้อนหิน จะสามารถคำนวณหาอายุของก้อนหินได้

### ตัวอย่างที่ 4.3

จากหินตัวอย่างก้อนหนึ่ง พบว่า อัตราส่วนของมวลของ $Pb^{206}$ ต่อมวลของ $U^{238}$ เป็น 0.5 โดยคิดว่า หินนั้นไม่มีตะกั่วอยู่ก่อนเลย จงคำนวณหาอายุของหินก้อนนี้ (ครึ่งชีวิตของ $U^{238} = 4.5 \times 10^9$ ปี)

โดยการใช้หลักการสลายของธาตุกัมมันตรังสี

$$N = N_0 e^{-\lambda t}$$

เมื่อ $N_0$ เป็นปริมาณของ $U^{238}$

$N$ เป็นปริมาณของ $U^{238}$ ที่ยังเหลืออยู่ เมื่อเวลาผ่านไป $t$

เนื่องจาก $U^{238}$ สลายไปเป็น $Pb^{206}$, ปริมาณ $U^{238}$ ที่จะสลายไปในเวลา $t$ คือ

$$\left[ N_{U^{238}} + N_{Pb^{206}} \right] e^{-\lambda t}$$

หรือ

$$N(U^{238}) = \left[N(U^{238}) + N(Pb^{206})\right] e^{-\lambda t}$$

$$1 = \left[1 + \frac{N(Pb^{206})}{N(U^{238})}\right] e^{-\lambda t}$$

$$1 = (1 + 0.5)\, e^{-\lambda t}$$

$$e^{\lambda t} = 1.5$$

$$\lambda t = \ln 1.5$$

$$\frac{0.693 \times t}{4.5 \times 10^{9}} = 0.4054$$

$$t = 2.63 \times 10^{9} \text{ ปี}$$

อายุของหินก้อนนี้ = $2.63 \times 10^{9}$ ปี

**ตัวอย่างที่ 4.4**

ความแรงของธาตุกัมมันตรังสี $C^{14}$ ในต้นไม้ที่มีชีวิต จากตัวอย่างเพียง 1 มิลลิกรัม มีค่าเป็น 2 เท่าของความแรงของธาตุกัมมันตรังสี $C^{14}$ ในเศษไม้โบราณชนิดเดียวกันนี้ที่มีปริมาณเท่ากัน จงหาอายุของเศษไม้โบราณนั้น เมื่อครึ่งชีวิตของ $C^{14}$ = 5720 ปี

จาก

$$A = A_0 e^{-\lambda t}$$

$$\frac{A}{A_0} = e^{-\lambda t}$$

$$\ln \frac{A_0}{A} = \lambda t$$

เมื่อ $A_0 = 2A$

$$\ln 2 = \lambda t$$

$$\lambda = \frac{0.693}{5720} \text{ ปี}^{-1}$$

$$t = 5720 \text{ ปี}$$

อายุของเศษไม้โบราณ = 5720 ปี

## สรุป

1. เนื่องจากธาตุกัมมันตรังสีสลายได้ตามเวลา โดยมีค่าคงที่ของการสลายคงที่สำหรับแต่ละชนิดของนิวไคลด์ และความแรงจะลดลงเป็นแบบเอกซ์โพเนนเชียลตามเวลาที่ผ่านไป, ความแรงของธาตุกัมมันตรังสีขณะใด ๆ หาได้โดยใช้สูตร

$$A(t) = A_0 e^{-\lambda t}$$

ความแรงของธาตุใหม่ที่เกิดขึ้นก็คือความแรงของธาตุกัมมันตรังสีที่ลดลงจากความแรงเดิม หาได้โดยใช้สูตร

$$A(t) = A_0 (1-e^{-\lambda t})$$

**2. หน่วยที่จะต้องนำมาใช้เสมอคือ อะตอมต่อวินาที และคูรี โดยกำหนดว่า 1 คูรี = $3.7 \times 10^{10}$ อะตอม/วินาที**

3. ธาตุกัมมันตรังสีที่เกิดขึ้นเองตามธรรมชาติ จะมีการสลายเรื่อย ๆ ตามเวลา ขณะเดียวกันก็จะมีธาตุใหม่เกิดขึ้นและก็จะสลายต่อไปอีก เกิดธาตุใหม่อีกเรื่อยไป จนในที่สุดจะเกิดธาตุที่ไม่สลายต่อไปอีกแล้ว มีสูตรที่ต้องนำมาใช้หลายสูตรเช่นสมการที่ (4.27), (4.29) คือ

$$N_2(t) = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_1^0 (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}) + N_2^0 e^{-\lambda_2 t}$$

และ

$$N_3(t) = N_3^0 + N_2^0 (1 - e^{-\lambda_2 t}) + N_1^0 \left(1 + \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{-\lambda_2 t} - \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{-\lambda_1 t}\right)$$

จะเห็นว่า ถ้าธาตุใหม่ลำดับที่สูง ๆ ขึ้นไป การใช้วิธีอินทิเกรตจะยุ่งยาก จึงได้นำสูตรของเบทแมนมาใช้แทน

4. สูตรของเบทแมนนั้นมีเงื่อนไขว่า เมื่อเริ่มต้นจะมีแต่อะตอมของธาตุแรกธาตุเดียวเท่านั้น แล้วใช้สมการที่ (4.33) จำเป็นต้องทราบค่าคงที่คือ $C_1, C_2$.....จากสมการ (4.34) ซึ่งได้ยกตัวอย่างให้ดูแล้ว

5. การหาค่าครึ่งชีวิตสำหรับแต่ละวิธีการสลาย จำเป็นต้องหาค่าคงที่ของการสลายแต่ละกระบวนการให้ได้ก่อน จึงจะหาค่าครึ่งชีวิตของแต่ละวิธีการสลายได้

6. มีหลักที่จะต้องคำนึงไว้อย่างหนึ่งก็คือ ในการสลายของแต่ละธาตุกัมมันตรังสีนั้น เมื่อสิ้นสุดการสลายแล้ว จำนวนอะตอมใหม่ที่เกิดขึ้นทั้งหมดก็จะยังคงมีจำนวนเท่ากับจำนวนอะตอมเดิม

# แบบฝึกหัดบทที่ 4

4.1 จงหาน้ำหนักของสารเหล่านี้ ที่มีความแรง 1 คูรี

(ก) $Rn^{222}$

(ข) $P^{32}$

กำหนดครึ่งชีวิตของ $Rn^{222}$ = 3.82 วัน, $P^{32}$ = 14.3 วัน

4.2 $_{94}Pu^{239}$ ขนาด 0.1 มิลลิกรัม (สลายโดยการส่งอนุภาคแอลฟา) พบว่ามีอัตราการสลาย $1.40 \times 10^7$ อะตอมต่อนาที จงคำนวณหาครึ่งชีวิตของไอโซโทปนี้

$Pu^{239}$ เกิดจากการสลายของ $Np^{239}$ โดยการส่งอนุภาคเบตา จะต้องใช้ $Np^{239}$ กี่คูรี จึงจะเกิด $Pu^{239}$ 0.1 มิลลิกรัม

4.3 จงแสดงการหาค่า "ชีวิตเฉลี่ย" ของธาตุกัมมันตรังสี (โดยใช้วิธีทางคณิตศาสตร์)

4.4 $Po^{210}$ $1.0 \times 10^{-6}$ กรัม จงหาอัตราการสลาย (อะตอม/วินาที) เมื่อเวลาผ่านไป 10, 30, 100 วัน และจงหาความแรงเป็นคูรีและรัทเธอร์ฟอร์ด กำหนด ครึ่งชีวิตของ $Po^{210}$ = 138.4 วัน

4.5 $Po^{210}$ 1 ไมโครกรัม สลายโดยการส่งอนุภาคแอลฟา พลังงาน 5.3 เอมอีวี ด้วยครึ่งชีวิต 138.4 วัน จงหาอัตราการสลาย เมื่อเวลาผ่านไป 10 วัน และจงหาพลังงานที่จะวัดได้ในขณะนั้น (ในหน่วยเอมอีวี/วินาที)

4.6 เรดอน มีครึ่งชีวิต 3.82 วัน จงหา

(ก) ส่วนที่สลายออกมาจากนิวไคลด์นี้ ในเวลา 1 วัน, 4 วัน, 10 วัน ถ้าเรดอนมีจำนวน 1 ไมโครกรัม

(ก) ส่วนที่สลายออกมาจากนิวไคลด์นี้ ในเวลา 1 วัน, 4 วัน, 10 วัน ถ้าเรดอนมีจำนวน 1 ไมโครกรัม

(ข) จำนวนอะตอมที่สลายในระหว่างวันที่ 1, ระหว่างวันที่ 5 และระหว่างวันที่ 10

4.7 $In^{116}$ สลายด้วยครึ่งชีวิต 14 วินาที โดยการส่งอนุภาคเบตา และรังสีแกมมา ถ้ามี $In^{116}$ 1 กรัม จงหา

(ก) จำนวนอะตอมของธาตุ $In^{116}$

(ข) อัตราการสลายของ $In^{116}$ เมื่อเวลาผ่านไป 30 วินาที

(ค) เมื่อเวลาผ่านไป 30 วินาที สลายออกมาได้เป็นปริมาณเท่าไร

กำหนด $e^{-1.485} = 0.2265$

4.8 $Ra^{226}$ สลายให้ $Rn^{222}$ ด้วยครึ่งชีวิต 1622 ปี และ $Rn^{222}$ มีครึ่งชีวิต 3.82 วัน ถ้าเดิมมี $Ra^{226}$ 1 กรัม และ $Rn^{222}$ 1 ไมโครกรัม จงหาจำนวนนิวคลีไอ และอัตราการสลายของ $Rn^{222}$ เมื่อเวลาผ่านไป 30 นาที กำหนด $e^{-0.0037} = 0.9962$

4.9 $U^{235}$(ครึ่งชีวิต $7.13 \times 10^8$ ปี) 1 ไมโครกรัม สลายให้ $Th^{231}$ (ครึ่งชีวิต 25.6 ชั่วโมง) ถ้าปล่อย $U^{235}$ ไว้นาน 10 ชั่วโมง จงหา

(ก) จำนวนอะตอมของ $Th^{231}$

(ข) ความแรงทั้งหมดในขณะนั้น

4.10 โดยการใช้สูตรของเบทแมน จงหาจำนวนอะตอมของธาตุใหม่ที่เกิดขึ้น $(N_2, N_3, N_4)$ โดยกำหนดว่า เมื่อเริ่มต้น มีจำนวนอะตอมของธาตุเดิม $N_1^0$ อยู่อย่างเดียว

4.11 ซามาเรียมธรรมชาติ ส่งอนุภาคแอลฟา ด้วยอัตรา 135 อนุภาค ต่อกรัม ต่อวินาที โดยการใช้ไอโซโทป $Sm^{147}$ (อบันแดนซ์ 15.0 เปอร์เซ็นต์) เป็นตัวอย่างในการหาความแรง และจงหาครึ่งชีวิตของธาตุนี้เป็นปี

4.12 ในการสลายของ $Cs^{130}$ จะส่งอนุภาคโพซิตรอน และอนุภาคเบตาออกมาด้วยอัตราส่วน 27.5 ต่อ 1 โดยมีครึ่งชีวิต 30 นาที จงหาครึ่งชีวิต สำหรับการส่งแต่ละอนุภาค

4.13 โปตัสเซียม 1 กรัม มี $K^{40}$ อบันแดนซ์ 0.012 เปอร์เซ็นต์ ส่งอิเล็กตรอน 29 อนุภาค/วินาที ยังพบรังสีแกมมาด้วยอัตราส่วนระหว่างการส่งรังสีแกมมา ต่อการส่งอนุภาคเบตา = 0.12, รังสีแกมมาเกิดจากการจับอิเล็กตรอนของ $K^{40}$, ในการจับอิเล็กตรอนแต่ละครั้งจะส่งโฟตอนออกมา 1 ตัว จงหาครึ่งชีวิตของ $K^{40}$ และจงเขียนแผนผังการสลาย

4.14 นิวไคลด์ $Cu^{64}$ มีครึ่งชีวิต 12.8 ชั่วโมง สลายโดยการส่งอิเล็กตรอน 39%, โพซิตรอน 19% และจับอิเล็กตรอน = 42% จงคำนวณหาค่าคงที่ของการสลาย และครึ่งชีวิต สำหรับแต่ละวิธีการสลาย

(ข) จำนวนอะตอมที่สลายในระหว่างวันที่ 1, ระหว่างวันที่ 5 และระหว่างวันที่ 10

4.15 นิวไคลด์ $Bi^{212}$ สลายโดยการส่งทั้งอนุภาคแอลฟา และอนุภาคเบตา กำหนดครึ่งชีวิต 60.6 นาที โดยให้อนุภาคแอลฟา 33.7% และอนุภาคเบตา 66.3% จงหา

(ก) ค่าคงที่สำหรับการสลายโดยการส่งอนุภาคแอลฟา และโดยการส่งอนุภาคเบตา

(ข) ครึ่งชีวิตสำหรับการส่งอนุภาคแอลฟา และสำหรับการส่งอนุภาคเบตา

(ค) ถ้า $Bi^{212} = 10^{-7}$ กรัม ส่งทั้งอนุภาคแอลฟา และอนุภาคเบตา จงหาอัตราการสลายของ $Bi^{212}$

(ง) จงหาอัตราการสลาย หลังจากเวลาผ่านไป 3 ชั่วโมง

4.16 ธาตุ ก. สลายด้วยครึ่งชีวิต 60.6 นาที เกิดธาตุ ข. แล้วธาตุ ข. สลายด้วยครึ่งชีวิต 3.1 นาที เกิดเป็นธาตุ ค. ซึ่งมีเสถียรภาพ ถ้าเดิมมีธาตุ ก. อยู่ $10^6$ อะตอม ไม่มีธาตุ ข. และธาตุ ค. อยู่ก่อนเลย จงหา

(ก) จำนวนอะตอมของธาตุ ข. เมื่อเวลาผ่านไป 1 ชั่วโมง

(ข) เวลาที่จะทำให้เกิดอะตอมของธาตุ ข. มากที่สุด

(ค) จำนวนอะตอมของธาตุ ข. ขณะที่เกิดมากที่สุด